ASPECTOS DA DETERMINAÇÃO DA ÁREA BASAL EM FUNÇÃO DA MÉDIA ARITMÉTICA DOS DIAMETROS III — VÍCIOS NA DETERMINAÇÃO DA ÁREA BASAL REMANESCENTE *

RICARDO A. A. VEIGA **
F. PIMENTEL GOMES ***
VIVALDO F. DA CRUZ ****
CÁSSIO R. M. GODOI ****

São determinados vícios no cálculo da área basal remanescente a partir da média aritmética dos diâmetros, em comparação com o método de cálculo a partir da soma dos quadrados dos diâmetros. Os estudos são conduzidos tanto teòricamente como em amostras geradas em computador, com confirmações com dados coletados em desbastes de povoamentos florestais. Os resultados mostram-se desfavoráveis ao uso da média aritmética para determinações da área basal remanescente.

INTRODUÇÃO

A determinação da área basal remanescente após a execução de desbastes, é comumente realizada como parte do próprio método de manejo ou para estimativas volumétricas.

No presente trabalho procura-se determinar o vício devido ao uso da média aritmética dos diâmetros para cálculo da área seccional remanescente.

MÉTODO

Reoresentemos por d_{ij} o diâmetro de uma árvore ao nível do D. A. P. ("diâmetro à altura do peito", medido por convenção a 1,30 m do solo) com $i = 1$ indicando as árvores retiradas em desbaste e

---

* Trabalho entregue para publicação 13/8/71.
** Professor Titular de Silvicultura, na Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu.
*** Professor Catedrático, Chefe do Depto. de Matemática e Estatística da ESALQ.
**** Auxiliares de Ensino do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

i = 2 as remanescentes. Indiquemos por N_r o número de árvores remanescentes. A média aritmética dos diâmetros remanescentes será

$$d_r = \frac{\sum_j d_{2j}}{N_r}$$

enquanto

$$D_r = \sqrt{(1/N_r) \sum_j d_{2j}^2}$$

representará o diâmetro quadrático médio remanescente.

A área remanescente poderá ser determinada ou a partir da média aritmética dos diâmetros

$$B'_r = \frac{\pi}{4} N_r d_r^2 ,$$

ou então por

$$B_r = \frac{\pi}{4} \sum_j d_{2j}^2 = \frac{\pi}{4} N_r D_r^2$$

essa calculada em função da soma dos quadrados dos diâmetros remanescentes.

Desenvolvimento Teórico:

O vício cometido na determinação da área basal a partir da média aritmética dos diâmetros remanescentes, quando calculado em relação à área seccional determinada a partir da soma dos quadrados dos diâmetros remanescentes, será indicado por

$$B_r - B'_r = \frac{\pi}{4} N_r (D_r^2 - d_r^2)$$

donde

$$B_r - B'_r = \frac{\pi}{4} \left[\sum_j d_{2j}^2 - \frac{(\sum_j d_{2j})^2}{N_r} \right]$$

como foi demonstrado por PIMENTEL GOMES (1965).

O desenvolvimento dessa equação leva a

$$B_r - B'_r = \frac{\pi}{4} (N_r - 1) \sigma_r^2 ,$$

de modo análogo ao demonstrado para a área basal do povoamento antes do desbaste (VEIGA, 1971). Sua estimativa será

$$\hat{B}_r - \hat{B}'_r = \frac{\pi}{4} (N_r - 1) s_r^2$$

Admitamos que os diâmetros medidos ao nível do D. A. P. seguem distribuição normal, e procuremos estudar a discrepância B_r — B'_r no caso de serem extraídas em desbaste tôdas as árvores até diâmetros escolhidos prèviamente. Precisaremos dos valores de N_r e σ_r^2 em cada caso.

A variância dos diâmetros remanescentes é, por definição

$$\sigma_r^2 = \mu'_{2r} - (\mu'_{1r})^2$$

onde μ'_{1r} e μ'_{2r} indicam o primeiro e o segundo momento em relação à origem. Logo, para a função de distribuição normal teremos

$$\mu'_{2r} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} t^2 \, e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} t \, e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

$$\mu'_{1r} = \frac{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} t \, e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}{\frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma_p^2}} dt}$$

onde μ e σ^2_p representam a média aritmética e a variância dos diâmetros antes da execução do desbaste..

Estabelecendo-se uma translação de eixos de modo a fazer $\mu = 0$ e adotando a transformação $y = t/\sigma_p$, teremos

$$\sigma^2_r = \sigma^2_p \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} y^2 e^{-y^2/2} dy}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-y^2/2} dy} -$$

$$- \sigma^2_p \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} y\, e^{-y^2/2} dy}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-y^2/2} dy} \right]^2$$

Por outro lado, demonstra-se que

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} y^2 e^{-y^2/2} dy =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} y^2 e^{-y^2/2} dy = 0{,}5$$

e que

$$N_r = N_p \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} e^{-y^2/2} dy ,$$

e sabe-se também que

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} y\, e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} .$$

e

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{0} y\, e^{-y^2/2} dy = - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} .$$

Desse modo, considerando-se

$$x = \frac{1}{10}\,\mu - \mu \qquad \therefore \quad z = \frac{x}{\sigma_p} = \frac{\mu}{\sigma_p}\;\frac{N - 10}{10}$$

e desenvolvendo as equações anteriores, poderemos determinar o vício cometido ao se utilizar a média aritmética dos diâmetros para cálculo da área basal remanescente:

$$B_r - B'_r = (N_p - R_3)\;\sigma_p^2\;R_1 \qquad \text{para} \quad z \geq 0$$

$$B_r - B'_r = (N_p - R_4)\;\sigma_p^2\;R_2 \qquad \text{para} \quad z \leq 0$$

onde

$$R_1 = \frac{\pi}{4}\left[0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y^2\, e^{-y^2/2}\,dy - \frac{\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^z y\, e^{-y^2/2}\,dy - \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2}{0{,}5 - \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^z e^{-y^2/2}\,dy}\right]$$

$$R_2 = \frac{\pi}{4}\left[0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y^2\, e^{-y^2/2}\,dy - \frac{\left(\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^z y\, e^{-y^2/2}\,dy - \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2}{0{,}5 + \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_0^z e^{-y^2/2}\,dy}\right]$$

$$R_3 = 1 \,/\, (0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}} \int_0^z e^{-y^2/2}\, dy)$$

$$R_4 = 1 \,/\, (0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\,\pi}} \int_0^z e^{-y^2/2}\, dy)$$

Estudos em amostras geradas:

Em desbastes é comum a retirada de árvores portadoras de D.A.P. inferior a um diâmetro limite previamente escolhido. Devido a isso procuremos determinar a tendenciosidade no cálculo da área basal remanescente, em amostra com diâmetros gerados em computador. Procuremos desenvolver estudos em populações com diversos valores de média e variância, relacionadas no quadro I. Para tanto deverão ser fornecidos acumuladamente os valores de

$$\sum_{i,j} d_{ij} \quad , \quad \sum_{i,j} d_{ij}^2$$

em faixas de extração limitadas por

$$d_{ij} = \frac{N}{10}\,\mu \qquad (N = 2 , 3 , \ldots , 12)$$

Estudos em amostras reais:

Procuraremos também determinar a tendenciosidade no cálculo da área basal remanescente em 15 povoamentos florestais desbastados, cujos dados constam no quadro II. As espécies estudadas são **Araucaria angustifolia** (Bert) O. Ktze, de propriedades da Celulose Cambará, no Estado do Rio Grande do Sul, e **Pinus elliottii,** Eng. **P. taeda** L. e **P. caribaea** var. **hondurensis** Mor, do Horto Florestal de Tupi, Estado de São Paulo. Os dados referentes a **Pinus** foram cedidos pelo Dr. Alceu de Arruda Veiga.

QUADRO I — Populações estabelecidas para estudo do vício decorrente do uso da média aritmética dos diâmetros para determinação da área basal remanescente.

População	Valores da população antes da realização do desbaste			
	Área basal (m^2/ha)	Média aritmética dos diâmetros (cm)	N.º de árvores por hectare	Desvio-padrão (cm)
A	30	10	3820	1
B	30	10	3820	2
C	30	10	3820	3
D	30	10	3820	4
E	30	10	3820	5
F	20	10	2550	1
G	20	10	2550	2
H	20	10	2550	3
I	20	10	2550	4
J	20	10	2550	5
K	30	15	1700	1
L	30	15	1700	2
M	30	15	1700	3
N	30	15	1700	4
O	30	15	1700	5
P	30	15	1130	1
Q	30	15	1130	2
R	30	15	1130	3
S	30	15	1130	4
T	30	15	1130	5

QUADRO II — Dados coletados em desbastes de povoamentos florestais das espécies: A) *Araucaria angustifolia;* B) *Pinus elliottii;* C) *P. taeda;* D) *P. caribaea* var. *hondurenses.*

Amostra	Espécie	Superfície (m^2)	$\sum_j d_{2j}$ (cm)	$\sum_j d^2_{2j}$ (cm^2)	N_r
1	A	200,00	353,0	5053,00	27
2	A	200,00	325,0	4593,00	25
3	A	400,00	706,0	9461,00	56
4	A	400,00	840,0	11050,00	66
5	A	400,00	706,0	13612,00	38
6	A	200,00	311,0	5713,00	18
7	A	200,00	327,0	5097,00	22
8	A	200,00	351,0	5579,00	23
9	B	281,25	764,4	8955,42	67
10	C	500,00	910,0	11938,00	73
11	C	281,25	649,8	6436,46	71
12	D	225,00	570,0	7532,50	45
13	D	281,25	798,6	9045,48	72
14	D	281,25	632,4	6986,34	59
15	D	281,25	775,0	8828,00	69

RESULTADOS

Estudos em amostras geradas:

A partir dos resultados $\sum_j d_{2j}$ e $\sum_j d^2_{2j}$, obtidos no computador IBM-1130 da E.S.A. "Luiz de Queiroz" para as diferentes faixas de extração das populações reunidas no quadro I, foram determinados os valores do vício $\hat{B}_r - \hat{B}'_r$ que se encontram assinalados no quadro III. Também foram calculados os vícios porcentuais, relacionados no quadro IV.

Estudos em amostras reais:

A partir dos dados coletados em povoamentos florestais e reunidos no quadro II foram determinadas as tendenciosidades $\hat{B}_r - \hat{B}'_r$ e 100 $(\hat{B}r - \hat{B}'_r)/\hat{B}_r$. Os resultados acham-se relacionados no quadro V, juntamente com os correspondentes aos desvios-padrões, às estimativas das variâncias e aos coeficientes de variação dos diâmetros remanescentes.

Para estudar a correlação das discrepâncias com a heterogeneidade dos diâmetros das amostras, tomaram-se as variáveis:

$$X_1 = \hat{B}_r - \hat{B}'_r \qquad (m^2/ha)$$

$$X_2 = 100\,(\hat{B}_r - \hat{B}'_r)/\hat{B}_r \qquad (\%)$$

$$X_3 = s_r^2 \qquad (cm^2)$$

$$X_4 = s_r \qquad (cm)$$

$$X_5 = C.V._r \qquad (\%)$$

empregando-se a transformação arc sen $\sqrt{p/100}$ para as variáveis expressas em porcentagem. Encontraram-se os seguintes coeficientes de correlação linear:

$$r_{13} = 0{,}8169^{**} \qquad r_{23} = 0{,}7475^{**}$$
$$r_{14} = 0{,}8396^{**} \qquad r_{24} = 0{,}7868^{**}$$
$$r_{15} = 0{,}9632^{**} \qquad r_{25} = 0{,}9988^{**}$$

com (**) representando resultados significativos ao nível de 1% de probabilidade, determinados através do teste **t** com N-2 graus de liberdade.

Estudos em amostras teóricas:

Para estudo teórico tomou-se uma população de $\mu = 10{,}2$ cm e $\sigma_p^2 = 15{,}25$ cm², valores esses correspondentes aos de μ e σ^2 como determinados para a amostra 10, escolhida por sorteio entre as 15 selecionadas no quadro II. As integrais foram solucionadas pela Regra de Simpson, com auxílio de computação eletrônica. Os resultados encontrados para a tendenciosidade $B_r - B'_r$ foram assinalados no quadro VI. Para comparação, foram gerados diâmetros ao acaso com as citadas médias e variância, e a partir dos resultados, foram calculados os valores correspondentes a $B_r - B'_r$ também apresentados no quadro VI. Ainda no mesmo quadro foram reunidos os valores correspondentes ao caso real da amostra 10. Os resultados encontrados na população teórica não diferiram dos obtidos nas populações gerada e real, ao nível de 1% de probabilidade.

QUADRO III — Resultados de $\hat{B}_r - \hat{B}'_r$ calculados a partir de dados gerados para as populações constantes no quadro I. Valores correspondentes à extração de todas as árvores até

$$d_{ij} = \frac{N}{10} \mu$$

com N = 2, 3, ..., 12, expressos em m²/ha.

d_{ij}	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
(2/10) μ			2,68	4,04	5,52			1,77	2,80	3,68
(3/10) μ			2,58	3,66	5,04			1,70	2,57	3,38
(4/10) μ			2,26	3,37	4,51			1,59	2,35	3,00
(5/10) μ		1,16	2,01	2,97	3,97		0,79	1,43	2,06	2,64
(6/10) μ		1,07	1,75	2,54	3,34		0,71	1,23	1,68	2,23
(7/10) μ	0,30	0,86	1,42	2,01	2,64		0,56	0,97	1,35	1,78
(8/10) μ	0,25	0,63	1,01	1,50	2,08	0,18	0,41	0,71	1,04	1,40
(9/10) μ	0,15	0,40	0,68	1,10	1,62	0,10	0,26	0,49	0,76	1,08
μ	0,05	0,21	0,44	0,79	1,24	0,03	0,13	0,32	0,56	0,84
(11/10) μ	0,01	0,09	0,27	0,55	0,93	0,00	0,06	0,19	0,38	0,63
(12/10) μ	0,00	0,03	0,14	0,36	0,67	0,00	0,02	0,10	0,24	0,45

d_{ij}	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
(2/10) μ				2,14	3,19				1,41	2,11
(3/10) μ				2,12	3,06			0,79	1,40	2,02
(4/10) μ			1,20	2,01	2,81			0,79	1,33	1,87
(5/10) μ			1,19	1,68	2,39			0,78	1,11	1,68
(6/10) μ		0,54	1,00	1,51	2,03		0,35	0,70	0,99	1,42
(7/10) μ		0,49	0,84	1,24	1,63		0,32	0,58	0,82	1,13
(8/10) μ		0,39	0,64	0,90	1,25	0,09	0,25	0,41	0,60	0,84
(9/10) μ	0,10	0,22	0,37	0,57	0,92	0,06	0,14	0,26	0,37	0,58
μ	0,02	0,09	0,19	0,35	0,60	0,01	0,06	0,14	0,22	0,39
(11/10) μ	0,00	0,02	0,09	0,20	0,36	0,00	0,02	0,06	0,13	0,25
(12/10) μ	0,00	0,00	0,03	0,10	0,23	0,00	0,00	0,02	0,06	0,14

QUADRO IV — Resultados de $100 \dfrac{\hat{B}_r - \hat{B}'_r}{\hat{B}_r}$ calculados a partir de dados gerados para as populações constantes do quadro I. Valores correspondentes à extração de todas as árvores até

$$d_{ij} = \frac{N}{10}\mu,$$

expressos em porcentagem, com N = 2, 3, ..., 12.

d_{ij}	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
(2/10) μ			8,18	11,59	14,71			8,10	12,13	14,62
(3/10) μ			7,89	10,51	13,44			7,81	11,14	13,43
(4/10) μ			6,92	99,71	12,06			7,32	10,19	11,97
(5/10) μ		3,72	6,21	8,26	10,68		3,80	6,60	8,99	10,59
(6/10) μ		3,45	5,44	7,45	9,13		3,42	5,75	7,47	9,09
(7/10) μ	0,98	2,82	4,54	6,09	7,41		2,79	4,67	6,19	7,43
(8/10) μ	0,83	2,19	3,45	4,75	6,05	0,89	2,12	3,65	4,98	6,06
(9/10) μ	0,57	1,58	2,54	3,71	4,91	0,58	1,50	2,76	3,91	4,91
μ	0,27	1,04	1,86	2,92	4,01	0,28	0,98	2,05	3,13	4,04
(11/10) μ	0,11	0,64	1,37	2,29	3,24	0,11	0,65	1,49	2,43	3,27
(12/10) μ	0,03	0,40	0,97	1,76	2,62	0,02	0,44	1,03	1,84	2,64

d_{ij}	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
(2/10) μ				6,66	9,50				6,65	9,47
(3/10) μ				6,59	9,12			3,82	6,60	9,06
(4/10) μ			3,80	6,27	8,38			3,82	6,24	8,42
(5/10) μ			3,86	5,28	7,20			3,75	5,26	7,51
(6/10) μ		1,75	3,25	4,76	6,19		1,74	3,41	4,71	6,53
(7/10) μ		1,62	2,77	4,02	5,11		1,60	2,87	4,02	5,33
(8/10) μ		1,33	2,21	3,10	4,11	0,43	1,30	2,19	3,10	4,19
(9/10) μ	0,33	0,87	1,47	2,19	3,25	0,33	0,83	1,53	2,13	3,15
μ	0,13	0,50	0,95	1,55	2,44	0,13	0,50	1,05	1,52	2,35
(11/10) μ	0,03	0,25	0,62	1,10	1,75	0,02	0,26	0,64	0,06	1,76
(12/10) μ	0,00	0,10	0,39	0,76	1,31	0,00	0,14	0,40	0,74	1,26

QUADRO V — Resultados de $\hat{B}_r - \hat{B}'_r$ e $100\,(\hat{B}_r - \hat{B}'_r)/\hat{B}_r$ em desbastes realizados em povoamentos reais, e valores dos desvios-padrões, das estimativas das variâncias e dos coeficientes de variação, determinados a partir dos diâmetros remanescentes. Resultados decorrentes dos dados reunidos no quadro II.

Amostra	$\hat{B}_r - \hat{B}'_r$ (m²/ha)	$100\,(\hat{B}_r - \hat{B}'_r)/\hat{B}_r$	s_r (cm)	s^2_r (cm²)	$C.V._r$
1	1,72	8,67%	4,11	16,84	31,37%
2	1,44	8,01%	3,92	15,33	30,15%
3	1,10	5,92%	3,19	10,19	25,32%
4	0,70	3,25%	2,35	5,52	18,50%
5	0,97	3,64%	3,66	13,38	19,68%
6	1,33	5,95%	4,47	19,97	25,83%
7	0,93	4,64%	3,36	11,27	22,55%
8	0,87	3,99%	3,18	10,11	20,78%
9	0,65	2,62%	1,89	3,55	16,58%
10	0,93	4,96%	2,96	8,25	23,06%
11	1,37	7,60%	2,64	6,99	29,01%
12	1,09	4,14%	2,67	7,10	21,02%
13	0,52	2,07%	1,63	2,64	14,68%
14	0,58	2,97%	1,89	3,58	17,66%
15	0,34	1,40%	1,35	1,81	12,05%

QUADRO VI — Valores de B_r — B'_r estimados teoricamente e calculados para amostra real e para amostra gerada em computador, todas com desvio-padrão de 3,9 cm e média aritmética de 10,2 cm.

Diâmetro limite da faixa de extração	Populações teóricas $B_r - B'_r$ (m^2/ha)	Amostra real $B_r - B'_r$ (m^2/ha)	Amostra gerada $B_r - B'_r$ (m^2/ha)
(3/10) μ	2,43	2,36	2,50
(4/10) μ	2,19	2,22	2,23
(5/10) μ	1,92	2,06	1,91
(6/10) μ	1,62	1,69	1,61
(7/10) μ	1,30	1,26	1,29
(8/10) μ	1,01	0,92	1,03
(9/10) μ	0,75	0,82	0,78
μ	0,53	0,59	0,54
(11/10) μ	0,36	0,38	0,34
(12/10) μ	0,24	0,24	0,22
(13/10) μ	0,15	0,18	0,14
(14/10) μ	0,08	0,09	0,08

DISCUSSÃO

Do exame dos resultados de $\hat{B}_r$ — $\hat{B}'_r$ reunidos no quadro III depreende-se que em cada amostra os valores de B_r — B'_r diminuem à medida em que aumenta o valor N da faixa de extração limitada por

$$d_{ij} = \frac{N}{10} \mu.$$

À medida em que aumenta a heterogeneidade dos diâmetros da população remanescente aumenta o vício $\hat{B}_r$ — $\hat{B}'_r$ como se depreende dos coeficientes de correlação linear positivos e significativos entre as estimativas dêsse vício em amostras reais desbastadas e os respectivos s^2_r, s_r e $C.V._r$. Dessas variáveis a melhor correlação com os resultados de B_r — B'_r é dada pelo coeficiente de variação dos diâmetros. No caso de populações de idênticos μ e

N_p considerando-se a mesma faixa de extração, depreende-se do quadro III que a tedenciosidade é maior nas populações de maior σ_p^2.

A comparação dos resultados de B_r — B'_r, calculados teoricamente para as faixas de extração limitadas por $d_{ij} = \frac{N}{10} \mu$ em populações de parâmetros μ e σ_p previamente escolhidos, com os valores calculados a partir de dados coletados na prática, aponta a viabilidade de estimar teoricamente essa tendenciosidade a partir das equações apresentadas no presente trabalho.

Os resultados assinalados no quadro III mostram para as amostras geradas valores de B_r — B'_r relativamente grandes para as faixas de extração que reunem pequeno número de árvores, chegando-se a atingir 5,04 m^2/ha para extrações até (3/10) μ na amostra E. Para as amostras desbastadas reais, o quadro V mostra que de 15 desbastes, 14 apresentam mais de 0,5 m^2 dêsse vício, encontrando-se como o maior valor 1,72 m^2/ha, com 9 amostras apresentando mais de 0,9 m^2/ha. Isso contra-indica o uso da média aritmética para determinações de área basal remanescente.

O vício porcentual $100 \frac{B_r - B'_r}{B_r}$ aumenta com o aumento da heterogeneidade dos diâmetros da população remanescente, como se depreende dos coeficientes de correlação linear positivos encontrados entre as estimativas em amostras desbastadas em povoamentos reais e os valores de s_r^2 s_r e $C.V._r$ correspondentes. A variável melhor correlacionada com a discrepância é o coeficiente de variação dos diâmetros remanescentes.

CONCLUSÕES

a) O uso da média aritmética para cálculo da área basal remanescente, quando comparada com a área obtida a partir da soma dos quadrados dos diâmetros, conduz a um vício dado por

$$\hat{B}_r - \grave{B}'_r = \frac{\pi}{4} (Nr - 1) \sigma_r^2$$

e é, pois, diretamente proporcional ao produto do número de árvores remanescentes pela variância de seus diâmetros.

b) O vício apontado pode ser determinado teoricamente em amostra com distribuição normal dos diâmetros, pelas equações

$$\hat{B}_r - \hat{B}'_r = (N_p - R_3)\ \sigma_p^2\ R_1 \qquad \text{para} \quad z \geqq 0$$

$$\hat{B}_r - \hat{B}'_r = (N_p - R_4)\ \sigma_p^2\ R_2 \qquad \text{para} \quad z \leqq 0$$

onde

$$R_1 = \frac{\pi}{4}\left[0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y^2\, e^{-y^2/2}\, dy - \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y\, e^{-y^2/2}\, dy - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2}{0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-y^2/2}\, dy} \right]$$

$$R_2 = -\frac{\pi}{4}\left[0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y^2\, e^{-y^2/2}\, dy - \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z y\, e^{-y^2/2}\, dy - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2}{0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-y^2/2}\, dy} \right]$$

$$R_3 = \frac{1}{0{,}5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z e^{-y^2/2}\, dy}$$

$$R_4 = \frac{1}{0{,}5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-y^2/2}\, dy}$$

Determinações realizadas com essas equações não diferiram significativamente dos vícios calculados em povoamento florestal.

c) Os vícios determinados em populações geradas em computador em muitos casos assumiram valores elevados, e 14 de 15 populações reais mostraram êrro superior a 0,5 m^2/ha.

d) Os vícios aumentam com a heterogeneidade dos diâmetros remanescentes.

e) Os resultados encontrados no presente trabalho são desfavoráveis ao uso da média aritmética para cálculos da área basal remanescente.

SUMMARY

THE USE OF THE ARITHMETIC MEAN OF DIAMETERS IN THE ESTIMATION OF BASAL AREA. — III BIASES IN THE ESTIMATION OF REMAINING BASAL AREA

As shown by PIMENTEL GOMES (1965), the theory proves that the use of the arithmetic mean of diameters to estimate basal areas in forestry leads to a bias. This paper evaluates this bias in the computation of remaining basal area in forestry thinnings, by means of theoretical study, samples generated in a computer, and also through the study of actual populations of trees in groves of **Araucaria angustifolia** (Bert.) O. Ktze, **Pinus elliottii** Eng., **P. taeda** L. and **P. caribaea** var. **hondurensis** Mor. The study thus carried out showed that the bias indicated can be rather serious.

LITERATURA CITADA

PIMENTEL GOMES, F. 1965. Inconvenientes do uso do valor médio do diâmetro para determinações da área basal. *Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz"* *22*:111-116.

VEIGA, R.A.A. — 1971. Aspectos da determinação da área basal em função da média aritmética dos diâmetros. I — Erros na determinação da área basal do povoamento. *Floresta. 3* (1): 76-84.