

# 低次モデルによるバックステッピング制御システムの設計

栗原 伸夫\*・三浦 昌宏\*\*

## Design of Back-Stepping Control System by using Low-order Model

Nobuo KURIHARA\* and Masahiro Miura\*\*

### Abstract

The back-stepping control (BSC) which should made effective in non-holonomic system such as the electronic throttle was investigated by using a low-order model for automotive engine control. An insertion of the derivative function to the control algorithm (D-BSC) was proposed to meet the hight response and hight resolution. D-BSC was switched to BSC when the control deviation became small to hasten settling. Here, a lagged dead zone acted effectively in smoothly switching.

The values of various control parameters were tried by the Matlab/Simulink simulation, and a handy adjustment was clarified. D-BSC /BSC showed the excellent control characteristics in the simulation result compared with the past PID control.

**Keywords :** *back-stepping control, non-linearcontrol, electronic throttle, engine control, simulation*

**キーワード :** バックステッピング制御, 非線形制御, 電子スロットル, 自動車エンジン, シミュレーション

### 1. はじめに

自動車エンジンの制御システムでは、燃費低減・排気抑制をはかるうえで電子スロットルが使われている。ガソリンエンジンでは吸気制御系に、そしてディーゼルエンジンでは排気循環制御系である。電子スロットルの制御対象としての特性は、非線形系かつ非ホロノミック系である。これにはリンプホーム機構に必要な2種

類のスプリングとギアトレイン機構におけるバックラッシュが起因する。電子スロットルの制御方式として、従来からPID制御が適用されているが、制御偏差に応じたゲイン調整に手間取ること、分解能に限界があることなどが技術課題となっている。

筆者等は、応答性と分解能の両立をはかるうえで、非ホロノミック非線形系に有効とされるバックステッピング制御 (BSC)<sup>1)</sup>を電子スロットルに適用する試みを進めてきた<sup>2)</sup>。これまでの検討結果から、分解能を飛躍的に向上できる見通しを得た。ただし、応答性については、PID制御に比較して低下する特性を示した。

平成 25 年 1 月 15 日受理

\* 大学院工学研究科・教授

\*\* 工学研究科機械・生物化学工学専攻博士前期課程・2年

本研究は、BSCの適用による応答性の低下を改善するために、第1ステップにおいて制御偏差を微分する機能を追加する方式を提案するものである。すなわち、第1ステップを比例微分制御系として設計する方式(D-BSC)により、応答速度を高めるものである。さらに、整定までの収束を速めるうえで制御偏差が小さくなるとともに微分機能を弱めて、漸近的にもとのBSCに切り替えるようにした。第2章でD-BSCにおいてリアプノフ関数が存在することを確認する。第3章ではD-BSC設計における各種パラメータの設定指針について述べる。第4章で電子スロットルを2次遅れモデルで近似した制御モデルを用いたシミュレーションの結果を考察する。

## 2. 微分型 BSC の提案

### 2.1 バックステッピング制御 (BSC)

バックステッピング制御 (BSC) を用いた電子スロットルの制御系を Fig.1 に示す。BSC による制御系は、出力をフィードバックする第1ステップと出力変化率をフィードバックする第2ステップとで構成される。そのコンセプトは、まず第2ステップの中間制御偏差  $z_2=0$  と仮置きして、第1ステップの仮想目標値  $\alpha_1$  を算出し、次に第2ステップで制御対象を線形化した制御モデルを用いた補償法により  $z_2=0$  とする操作量を算出する。制御対象が非線形系かつ非ホロノミック系であっても線形の制御モデルにより良好な結果が得られる利点がある。BSC は、第1ステップならびに第2ステップともに

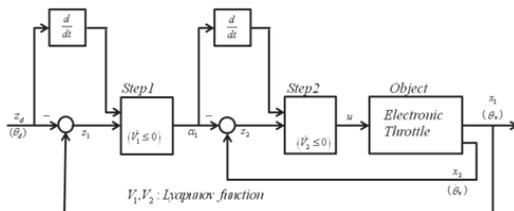


Fig.1 Back-stepping control system of electronic throttle

Lyapunov 関数が存在して安定性が証明されている<sup>3)</sup>。

### 2.2 微分型バックステッピング制御 (D-BSC)

筆者らは制御系の応答を速めるために、第1ステップに微分機能を挿入することにした。すなわち、第1ステップを比例微分制御系として設計する。この微分型バックステッピング制御を D-BSC (Derivative back-stepping control) と呼ぶこととして、Fig.2 に制御系をブロック図で示す。

以下で D-BSC の安定性を証明するために、リアプノフ関数の存在を探る。

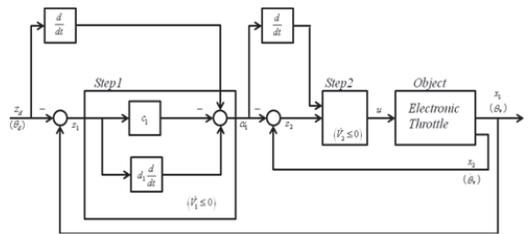


Fig.2 Derivative back-stepping control system

モータ電圧  $V$  を  $u$ 、スロットル開度  $\theta_0$  を  $x_1$  とし、状態変数を  $\bar{x} = [x_1, \dot{x}_1]^T = [x_1, x_2]^T$  とすれば、電子スロットルの制御モデルを (1) 式で記述することができる。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu \end{cases} \quad (1)$$

〈BSC 設計ステップ1〉

BSC 制御系において、 $z_1$  を制御偏差とすると、

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - z_d \\ \therefore \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{z}_d = x_2 - \dot{z}_d \end{aligned} \quad (2)$$

仮想目標値  $\alpha_1$  を次式で定義する。

$$\alpha_1 = \dot{z}_d - (c_1 z_1 + d_1 \dot{z}_1) \quad (3)$$

ここで、定数  $c_1 > 0$ 、定数  $d_1 \geq 0$  である。

また,  $d\dot{z}_1$  は高応答化のために追加した微分項である。

次に, この第 1 ステップ制御系において Lyapunov 関数の存在を確認する。

まず, Lyapunov 候補関数として,

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (4)$$

を定義する。

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 = z_1 (x_2 - \dot{z}_d) \\ &= z_1 (x_2 - c_1 z_1 - d_1 \dot{z}_1 - \alpha_1) \\ &= -c_1 z_1^2 - d_1 z_1 \dot{z}_1 + z_1 (x_2 - \alpha_1) \\ &= -c_1 z_1^2 - d_1 \dot{V}_1 + z_1 z_2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\therefore \dot{V}_1 = \frac{1}{1+d_1} (-c_1 z_1^2 + z_1 z_2) \quad (6)$$

ここで, 中間制御偏差  $z_2=0$  であれば,

$$\dot{V}_1 \leq 0 \quad (7)$$

となる。その場合,  $V_1$  は Lyapunov 関数となるので制御偏差  $z_1$  はゼロに収束する。

〈BSC 設計ステップ 2〉

操作量  $u$  を次式となるように設計する。

$$u = \frac{1}{b} (\dot{\alpha}_1 - c_2 z_2 - a_1 x_1 - a_2 x_2 - z_1) \quad (8)$$

ここで, 定数  $c_2 > 0$  である。

次に, この第 2 ステップ制御系において Lyapunov 関数の存在を確認する。

まず, Lyapunov 候補関数として,

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2(1+d_1)} z_2^2 \quad (9)$$

を定義する。

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \frac{z_2 \dot{z}_2}{(1+d_1)} = \frac{-c_1 z_1^2 + z_1 z_2}{(1+d_1)} \\ &\quad + \frac{z_2 (a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu - \dot{\alpha}_1)}{(1+d_1)} \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式はさらに (11) 式へ展開される。

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{(1+d_1)} \left( -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_2 a_1 x_1 + z_2 a_2 x_2 + z_2 \dot{\alpha}_1 \right) \\ &= \frac{1}{(1+d_1)} \left( -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \right) \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

従って,  $V_2$  は Lyapunov 関数であり, 中間制御偏差はゼロに収束する。

以上のように, ステップ 1 ならびにステップ 2 において Lyapunov 関数が存在することから, D-BSC は制御系の安定性が保証される。

### 2.3 D-BSC/BSC 切替制御

微分型バックステッピング制御 (D-BSC) を用いると, 制御系は微分ゲイン  $d_1$  に応じて立ち上がり特性を高速化できる一方で, 制御偏差の収束が遅れる。こうしたことから, 微分項に不感帯を設けて, 制御偏差  $z_1$  が小さくなった時に従来のバックステッピング制御 (BSC) へ切り替える方式とする。ここで, 切り替えを滑らかに実施するうえで, 次式の不完全不感帯を用いることにした。Fig.3 に制御システムの構成を示す。

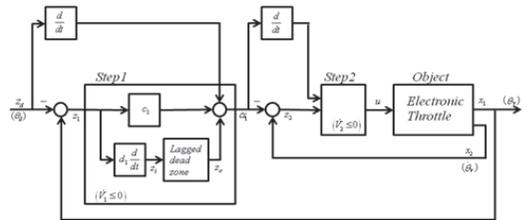


Fig.3 Derivative back-stepping control system with lagged dead zone : (D-BSC/BSC)

不完全不感帯の入出力特性は (11) 式および Fig.4 で表される。

$$z_o(t) = z_i(t) + L(e^{-z_i(t)/L} - 1) \quad (11)$$

ここで、 $z_i, z_o$  は不完全不感帯の入出力であり、 $L$  は不感帯のむだ時間である。

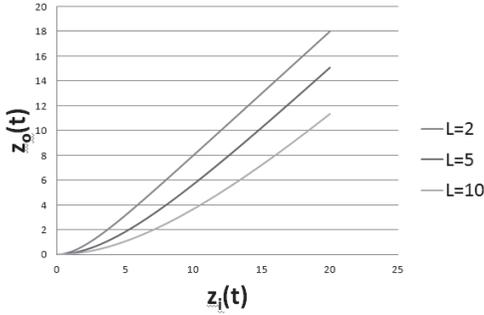


Fig.4 Characteristics of the lagged dead zone

### 3. 制御パラメータの設定

D-BSC/BSC を設計する際の調整すべき制御パラメータについて、Fig.5で示す。

ステップ1で制御偏差  $z_1$  の比例ゲイン  $c_1$  と微分ゲイン  $d_1$ 、ステップ2で中間制御偏差  $z_2$  の比例ゲイン  $c_2$  と (1) 式で記述した制御モデルのパラメータ  $a_1, a_2, b$  を調整する必要がある。

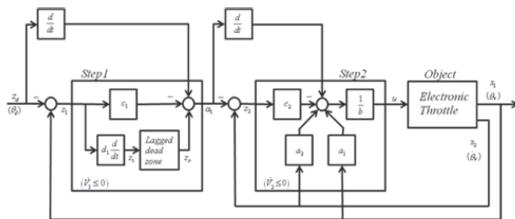


Fig.5 Control parameters to be adjusted in D-BSC/BSC

ここで、 $a_1, a_2, b$  の調整方法は明瞭である。つまり、制御モデルが制御対象を忠実に記述するように、モデル誤差が可能な限り少なくなるように、設定することである。

そしてBSC特有の比例ゲイン  $c_1$  と  $c_2$  であるが、これらは Table 1 でわかるように相互補完

の関係がある。まず、 $c_1 c_2$  を操作量  $u(t)$  の制約、 $\sup u(t)$  や  $\sup \dot{u}(t)$ 、さらに制御量  $x_1$  の制約、オーバーシュートの回避など、を勘案して決定する。つぎに、 $c_1/c_2$  は制御量  $x_1$  の応答速度、たとえば95%応答 | 80ms, の様子を見て定める。さて残るところはステップ1における微分ゲイン  $d_1$  である。 $d_1=0$  からスタートして上記した各種制約のもとで、目標とする応答性を確保するように定める。

Table 1 Adjustment of control parameters

| case <sup>o</sup> | $c_1$ <sup>o</sup> | $c_2$ <sup>o</sup> | $c_1/c_2$ <sup>o</sup> | $c_1 c_2$ <sup>o</sup> | 80ms-Res.[%] <sup>o</sup> |
|-------------------|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|---------------------------|
| ① <sup>o</sup>    | 60 <sup>o</sup>    | 60 <sup>o</sup>    | 1.00 <sup>o</sup>      | 3600 <sup>o</sup>      | 95 <sup>o</sup>           |
| ② <sup>o</sup>    | 45 <sup>o</sup>    | 80 <sup>o</sup>    | 0.56 <sup>o</sup>      | 3600 <sup>o</sup>      | 94 <sup>o</sup>           |
| ③ <sup>o</sup>    | 36 <sup>o</sup>    | 100 <sup>o</sup>   | 0.44 <sup>o</sup>      | 3600 <sup>o</sup>      | 93 <sup>o</sup>           |
| ④ <sup>o</sup>    | 30 <sup>o</sup>    | 120 <sup>o</sup>   | 0.36 <sup>o</sup>      | 3600 <sup>o</sup>      | 91 <sup>o</sup>           |
| ⑤ <sup>o</sup>    | 40 <sup>o</sup>    | 90 <sup>o</sup>    | 0.25 <sup>o</sup>      | 3600 <sup>o</sup>      | 88 <sup>o</sup>           |

### 4. シミュレーション結果と考察

#### 4.1 電子スロットル

自動車エンジンで用いられる電子スロットルの構造をFig.6に示す。構成部品は、直流モータ、ギアトレイン (オピニオンギア、中間ギア、セクタギア)、バタフライ弁、スプリングである。ここで、スプリングは閉弁用とリンプホーム機能を実現するための開弁用との2種類があり、これらを組み合わせたスプリング特性はFig.2で示すように強度の非線形性を持つ。

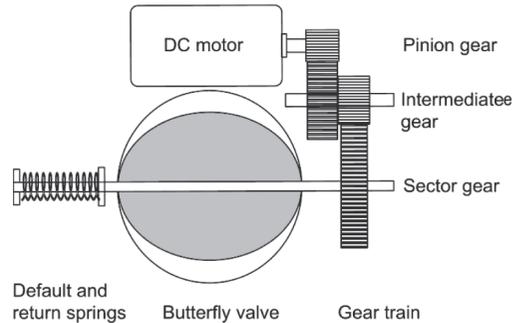


Fig.6 Structure of electronic throttle for automotive engine

電子スロットルの物理モデルを構成要素ごとに (12) 式で記述する。これらの線形特性式は、直流モータ回転運動方程式、ギアトレイン回転運動方程式、バルブ回転運動方程式、直流モータ回路方程式である。パラメータを Table2 式、直流モータ回路方程式である。パラメータを Table2 で示す。

$$\left\{ \begin{array}{l} J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + D_m \frac{d\theta_m}{dt} = K_m i - T_{sp1} \\ J_g \frac{d^2\theta_g}{dt^2} + D_g \frac{d\theta_g}{dt} = N_g E_g T_{sp1} - T_{sp2} \\ J_v \frac{d^2\theta_v}{dt^2} + D_v \frac{d\theta_v}{dt} = N_v E_v T_{sp2} - F_{sp}(\theta) \\ L_m \frac{di}{dt} + Ri + K_m \frac{d\theta_m}{dt} = V \end{array} \right. \quad (12)$$

Table 2 Parameters of electronic throttle

| パラメータ <sup>o</sup>              | 意味 <sup>o</sup>      | 単位 <sup>o</sup>                 |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------------|
| $\theta_v$ <sup>o</sup>         | バルブ開度 <sup>o</sup>   | deg <sup>o</sup>                |
| $\theta_m$ <sup>o</sup>         | モータ回転角 <sup>o</sup>  | deg <sup>o</sup>                |
| $V$ <sup>o</sup>                | モータ電圧 <sup>o</sup>   | V <sup>o</sup>                  |
| $T_{sp}, T_{sp1}$ <sup>o</sup>  | スプリング特性 <sup>o</sup> | N·m <sup>o</sup>                |
| $N_g, N_v$ <sup>o</sup>         | ギア比 <sup>o</sup>     | - <sup>o</sup>                  |
| $J_m, J_g, J_v$ <sup>o</sup>    | 慣性モーメント <sup>o</sup> | N·m·s <sup>2</sup> <sup>o</sup> |
| $D_m, D_g, D_v$ <sup>o</sup>    | 粘性係数 <sup>o</sup>    | N·m·s <sup>o</sup>              |
| $E_g, E_v$ <sup>o</sup>         | ギア効率 <sup>o</sup>    | - <sup>o</sup>                  |
| $T_{sp}(\theta_v)$ <sup>o</sup> | スプリング特性 <sup>o</sup> | N·m <sup>o</sup>                |
| $R$ <sup>o</sup>                | モータの抵抗 <sup>o</sup>  | $\Omega$ <sup>o</sup>           |

電子スロットルはスプリングとギアトレインにより非線形特性を持つ。まず、故障時のデフォルト開度を保持するために、バネ定数の異なる2つのスプリングがある。スプリング特性を Fig.7 に示す。また、ギアトレインでは滑らかな回転を保つために、バックラッシュがある。バックラッシュ特性を Fig.8 で示す。

これらの式として、スプリング特性方程式およびバックラッシュ特性方程式を (13) 式と (14) 式でそれぞれ示す。

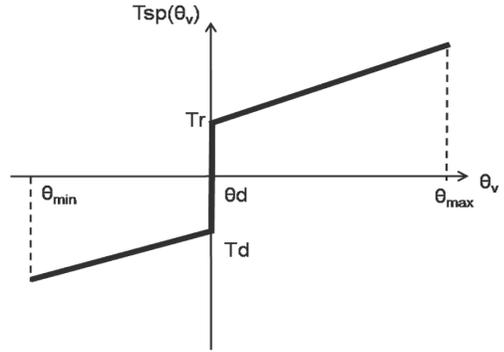


Fig.7 Characteristics of default and return springs

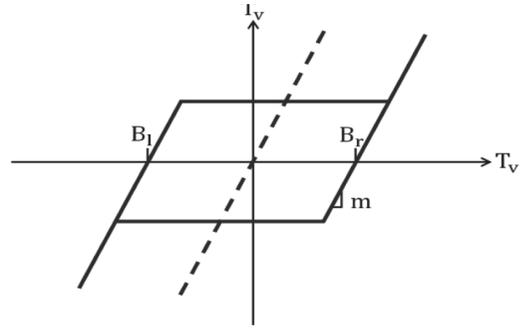


Fig.8 Characteristics of backlash in gear train

$$F_{sp}(\theta_v) = \begin{cases} F_r + K_r \theta_v & \text{if } \theta_v \geq 0 \\ F_d + K_d \theta_v & \text{if } \theta_v < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\dot{T}_v(t) = \begin{cases} m\dot{T}_v(t) & \text{if } \dot{T}_v(t) \geq 0 \text{ and } T_v(t) = m(T_v(t) - B_r) \\ & \text{or if } \dot{T}_v(t) < 0 \text{ and } T_v(t) = m(T_v(t) - B_l) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

線形特性方程式 (12) および非線形特性方程式 (13) (14) は、Fig.9 で示すブロック図で整理できる。

#### 4.2 線形制御モデル

ここでは、BSC のステップ 2 において、中間制御偏差  $z_2$  をゼロとするように補償法するために用いる制御モデルを設計する。

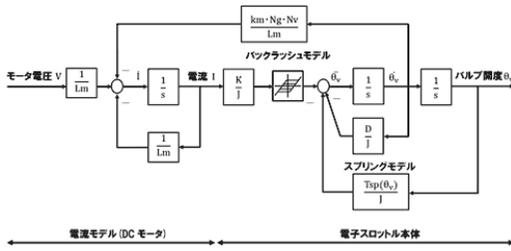


Fig.9 Block diagram of electronic throttle

線形モデルは、ブロック図Fig.9においてバックラッシュおよびスプリングの部分を除くことで得られる。

〈線形制御モデル（2次遅れモデル近似）〉

次に Matlab/Simulink を用いたシミュレーションで、物理式から構成した線形モデルに対して2次遅れモデルで近似する。これは Fig.10 で示すステップ応答で、状態方程式 (1) 式すなわち (15) 式の係数  $a_1 \cdot a_2 \cdot b$  をフィッティングすることで得られる。フィッティングした結果、各パラメータは次の値となった。

制御モデル

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu \\ a_2 &= -9.90, \quad a_1 = -23.8, \quad b = 24.0 \end{aligned} \quad (15)$$

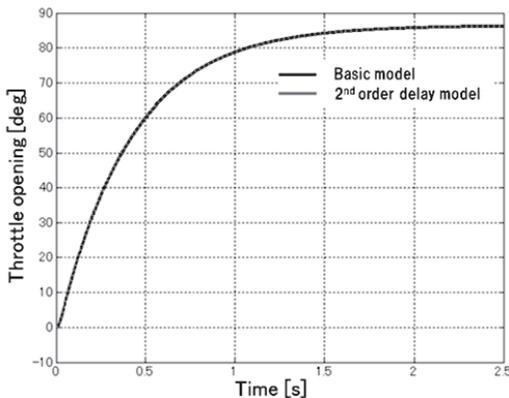


Fig.10 Approximation using 2nd order linear model

### 4.3 BSC の制御特性

電子スロットルを全閉から全開に開いたとき (W.O.T.) のシミュレーション結果を Fig. 11 に示す。BSC は、目標仕様とされる 95% 応答 /80[ms] をクリアしている。ただし、PID に比べて、応答速度が低下することが分かった。

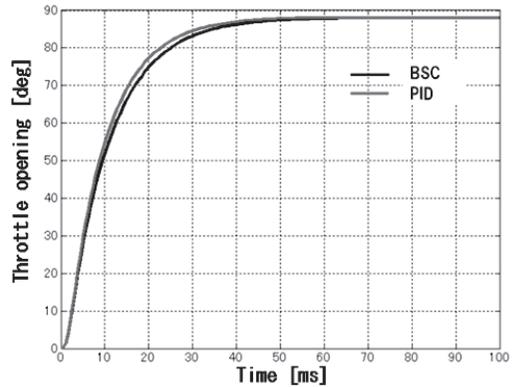


Fig. 11 Simulation results in the Wide-Open-Throttle

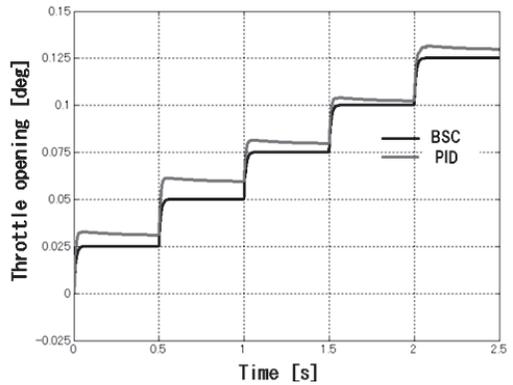


Fig. 12 Simulation results in the Narrow-Open-Throttle

電子スロットルの分解能を調べた結果を Fig.12 に示す。開度目標を 0.025° 毎に連続的に変化させた時、PID 制御ではバックラッシュの影響を受けて整定値が不定になることが確認された。ただし、機器としての目標仕様は分解能 0.05° とされている。一方、BSC は Fig.12 から分かるように、目標値の微小な変化にも追従できている。つまり、ギアトレインには原理的に

バックラッシュが存在するが、BSC を用いることで、分解能に制約を受けるということから開放される。

#### 4.4 D-BSC/BSC の制御特性

BSC では、4.3 節で調べたとおり従来の PID 制御に比べて応答性が低下する。本研究で提案する D-BSC はステップ 1 に備えた微分機能により応答性を高めることができる。ただし、シミュレーションで調べると 95% 応答を超える付近からの収束が遅くなることが判明した。この原因に関する理論的根拠については検討中である。本研究では、2.3 節で述べたように D-BSC/BSC 切替制御を採用することとした。

D-BSC/BSC では制御偏差  $z_1$  が小さい時には BSC に切り替わるので、分解能に関しては 4.3 節の Fig.12 で調べたとおりである。ここでは、全閉から全開に開くとき (W.O.T.) の応答性を調べる。

制御偏差  $z_1$  の挙動を縦軸にした Fig.13 において、不完全不感帯の効果により、D-BSC から BSC に段差なく滑らかに切り替わっていることが分かる。

D-BSC/BSC による電子スロットルの W.O.T 特性をシミュレーションした結果を Fig.14 に示す。BSC の応答性を改善できることが分かる。

### 5. おわりに

電子スロットルの性能向上をはかるため、バックステッピング制御 (BSC) の適用を粗シミュレーションで検討した。

- (1) BSC は従来の PID に比べてバックラッシュの影響を受けないことから分解能を高めることができる。
- (2) 微分型バックステッピング制御 (D-BSC) は、応答性を向上できるが、収束が遅くなる。
- (3) D-BSC と BSC を制御偏差に応じて切り替える方式で、電子スロットルの応答性と分解能

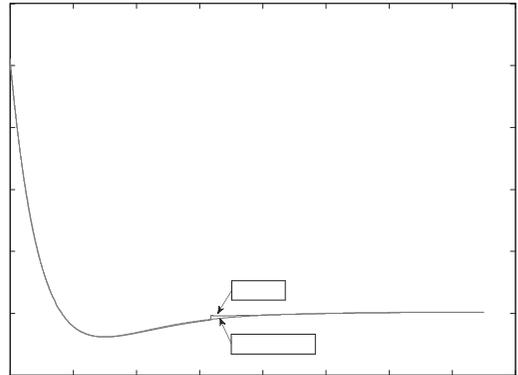


Fig. 13 Control deviation of electric throttle with D-BSC/BSC ともに改善できる可能性を提示した。

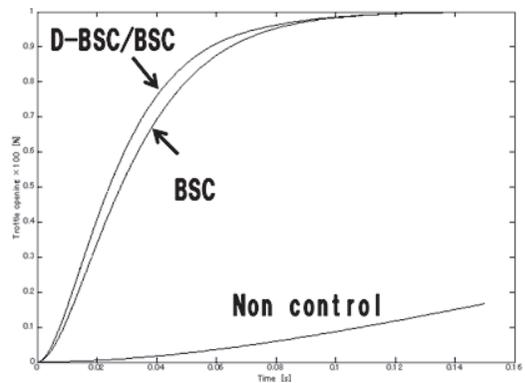


Fig. 14 Response characteristics of electric throttle with D-BSC/BSC

### 参考文献

- 1) Jing Zhou, Changyun Wen, "Adaptive Backstepping Control of Uncertain Systems", Springer Publication 2008.
- 2) 林, 張, 栗原, バックステッピング方式による電子スロットルの非線形制御, 八戸工業大学紀要, Vol.30, No.30, pp.67-73, 2011.
- 3) Miroslav Krstic, Ioannis Kanellakopoulos, Petar Kokotovic, "Nonlinear and Adaptive Control Design", Wiley Interscience, 2010.

