

# 速度項を考慮した磁界の 有限要素解析

木村昭穂\* 松坂知行\*\* 加川幸雄\*\*\*

## Finite Element Analysis for Electromagnetic Field Taking Account of Motion Voltage

Akio KIMURA, Tomoyuki MATUZAKA and Yukio KAGAWA

### Abstract

This paper describes the two-dimensional finite element analysis for the electromagnetic field which contains the motion induced voltage.

The governing equation of this problem is the convective diffusion equation. It is well known that the convective diffusion equation governs various transport phenomena in engineering problems. Hence, it is very important to solve this equation accurately in physics and engineering. This paper presents the calculation method of this problem.

### 1. はじめに

最近FA機器、OA機器の高速化がなされている。FA、OA機器の駆動源として回転機やリニアモータなどの電磁機器が利用されている。回転機やリニアモータなどの機器の設計や改善には、有限要素法などの数値シミュレーションが利用されている。これらの回転機やリニアモータのなかには、高速回転や移動をするものが増えてきている。一般に導電物体が磁場中を移動するとき、その速度に起因して速度起電力が導体中に発生して渦電流が流れる。この様なことから、磁場中を高速で移動する導電物体を数値シミュレーションする場合には、移動速度を考慮にいれて解析することが必要である。また導体中に速度起電力を含む電磁場は、移流拡散方程式によって支配される。移流拡散方程式は、様々な物理現象の支配方程式のひとつであり、これを数値的に精度よく解析することは、

---

平成3年12月15日

\* 八戸工業大学 情報システム工学研究所講師

\*\* 八戸工業大学 情報システム工学研究所教授

\*\*\* 岡山大学 工学部 電気・電子工学科教授

工学の分野でも重要なことである。そこで、移流拡散方程式を用い、移動速度を考慮に入れて数値シミュレーションを行った。その結果、速度項を考慮したときの磁束分布を明らかにすることが出来た。

## 2. 速度項を含む電磁場

磁界系の基本的な関係式は次のように表される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_e + \mathbf{J}_m \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\mathbf{J}_s = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

ただし、 $\mathbf{H}$ は磁界、 $\mathbf{B}$ は磁束密度、 $\mathbf{E}$ は電界、 $\mathbf{J}_s$ は渦電流密度、 $\mathbf{J}_e$ は励磁電流密度、 $\mathbf{J}_m$ は等価磁化電流密度、 $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャル

(1)式は、(2)~(6)式より次式のようになる。

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sigma \nabla \phi + (\sigma \mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{A} - \mathbf{J}_e - \mathbf{J}_m = 0 \quad (7)$$

解析は、二次元場として行った。二次元場の基礎方程式は、次式のように表される。

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_y \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_x \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - \nu_0 \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \\ & - J_0 - \sigma \left( \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} + V_x \frac{\partial A_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

(8)式をマトリックス表示すると、次式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} ([Re] + [Ke]) \{A\} + ([Se] + [Ve]) \{A\} - \{J_0\} - \{J_m\} = 0 \quad (9)$$

ただし、各マトリックスは次のようである。

$$[Se] = \Sigma \iint_e \left( \nu_y \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial N^T}{\partial x} + \nu_x \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial N^T}{\partial y} \right) dx dy$$

$$[J_e] = \Sigma \iint_e N J_0 dx dy$$

$$[J_m] = \Sigma \iint_e \nu_0 (M_y \frac{\partial N}{\partial x} - M_x \frac{\partial N}{\partial y}) dx dy$$

$$[K_e] = \Sigma \iint_e \sigma N (\Sigma \iint_e \sigma N^T dx dy / \Sigma \iint_e \sigma dx dy) dx dy$$

$$[R_e] = \Sigma \iint_e \sigma NN^T dx dy$$

$$[V_e] = \Sigma \iint_e \sigma NN^T (V_x \frac{\partial A_z}{\partial n} + V_y \frac{\partial A_z}{\partial n}) d\Gamma$$

### 3. 解析モデル

図1は、解析モデルを示したものである。コイルに巻かれた鉄心の間にはさまれたX方向に無限に長い導体が、X方向に相対速度  $V_x$  で等速直線運動するものとして解析を行った。ただし、アルミニウムの導電率は  $\sigma = 3.5 \times 10^7 [S/m]$ 、鉄の磁気抵抗率は  $\nu = 1000 [m/H]$  である。図2の(a)、(b)は、速度  $V_x = 0 [m/s]$  ときの磁束分布を示したものである。(a)は導体がアルミニウムの場合、(b)は導体が鉄の場合である。導体にアルミニウムと鉄を用いたのは、速度  $V$  によって磁束分布がどの様に変化するかを知るためである。(a)の場合には、磁束分布が殆ど左右対称であるが、(b)の場合には大部分の磁束が鉄を通して左右対称に流れている。図3の(a)、(b)は、アルミニウム及び鉄の表面の磁束密度を示したものである。(a)の場合にはy方向成分の磁束密度が大きいことがいえる。これは、大部分の磁束がy軸方向に流れているからである。また(b)の場合にはx方向成分の磁束密度が大きいことがいえる。これは大部分の磁束がx方向に流れているからである。図4は、導体がアルミニウムの場合の磁束密度分布をしたものである。この時の速度は  $V_x = 10 [m/s]$ 、また時刻  $t$  が  $0.1, 0.2 [msec]$  の場合のものである。時間の経過とともに、僅かながら磁束が運動方向に引き込まれていることがいえる。同様に図5は、速度  $V_x = 100 [m/s]$ 、また時刻  $t$  が  $0.1, 0.2 [msec]$  の場合のものである。図から判るように、速度が速くなるに従って磁束が導体に入りにくいことがいえる。この事より、高速度の回転や

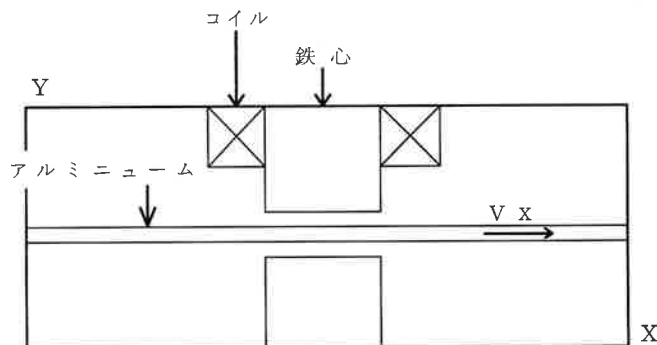
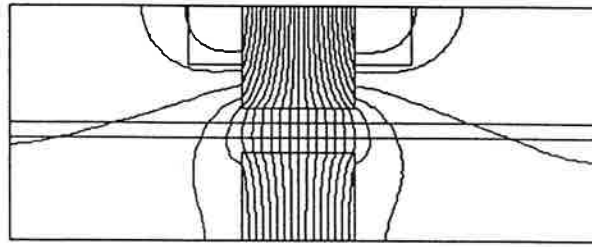
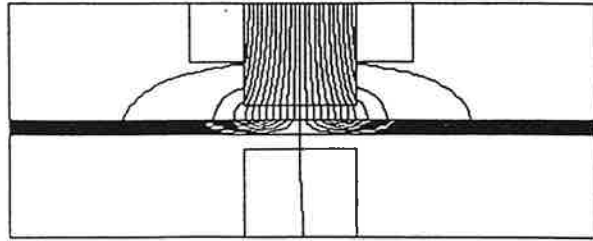


図1 解析モデル図

Fig.1 The movement in field modeling



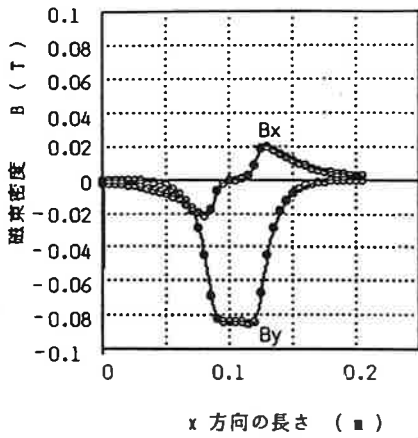
(a) アルミニウム



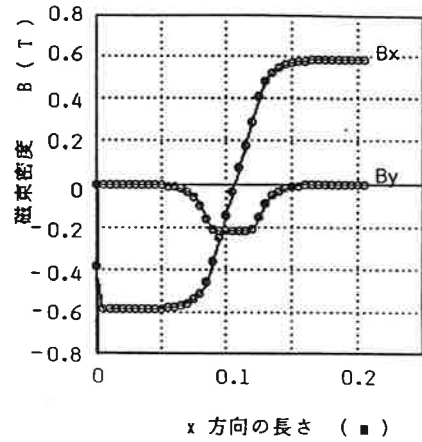
(b) 鉄

図2 磁束分布図

Fig.2 Magnetic flux distribution



(a) アルミニウム



(b) 鉄

図3 磁束密度 ( $V_x = 0 \text{ m/s}$ )

Fig.3 Magnetic flux density

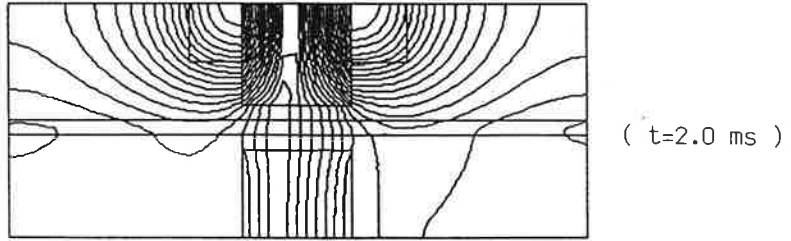
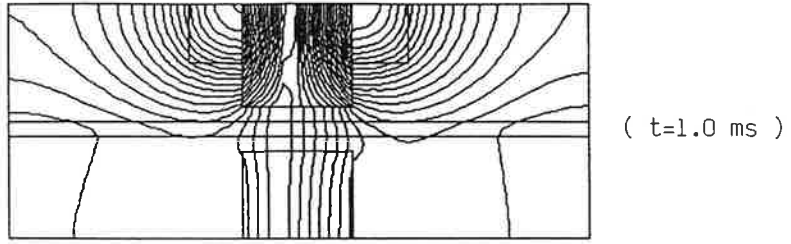


図4 磁束密度分布 ( $V_x = 10 m/s$ )  
Fig.4 Magnetic flux distribution

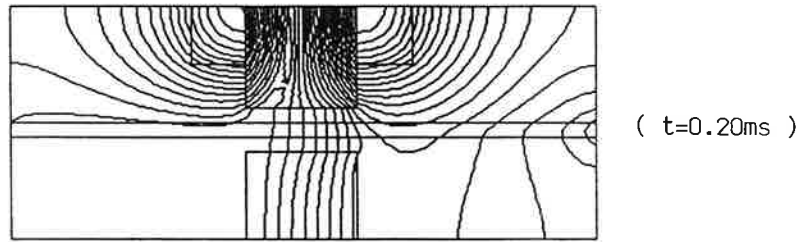
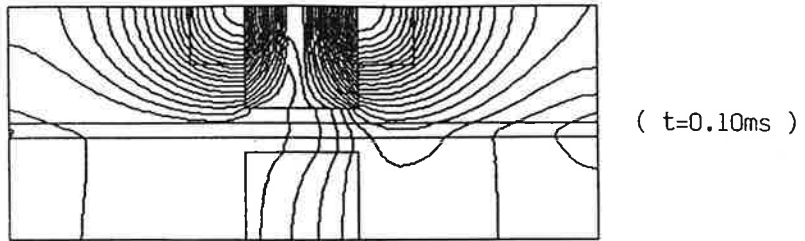


図5 磁束密度分布 ( $V_x = 100 m/s$ )  
Fig.5 Magnetic flux distribution

移動をする電磁機器の解析をする場合には、速度項を考慮に入れて解析することが必要である。

#### 4. む す び

速度を考慮にいれて有限要素解析を行った。その結果、速度が速くなると磁束が導体に入り難くなることはいえる。この様なことより高速度の回転や移動をする電磁機器の解析をする場合には、速度項を考慮にいれて解析することが必要である。今後の課題として、回転機の解析に速度項を考慮にいれて行い、その影響に付いて検討をするつもりである。

#### 参 考 文 献

- (1) 大坪、加川、村井：有限要素法によるACバイアスを含む磁気記録—再生特性のシミュレーション、日本シミュレーション学会、pp39、1985
- (2) 織田村：運動を伴う電磁界の風上有限要素解析、電学論B p41、昭60