

高層建物の近似解析法

甄 虎*・伊藤 敬一**

Approximate Analysis of Tall Structures

Ken Ko* and Keiichi ITOH**

Abstract

The framed-tube structure is now widely accepted for tall structures. The behavior of this structure is three dimensional one in which a shear lag is produced. Matrix techniques using standard three-dimensional programs is generally too complex. Therefore, approximate methods reducing the three dimensional system to an equivalent plane frame were investigated by many authors. In this paper the method presented by A. Coull et al. is numerically estimated, and the relation between a shear lag and structural form parameters is considered.

1. はじめに

高層建物にしばしば用いられる骨組チューブ構造は、柱の軸力分布において shear lag 効果と呼ばれる 3 次元効果がみられ、これが構造物の形状と関連が深いことが知られている。この効果を明らかにするために構造物を 3 次元的に解析しようとする問題のサイズは膨大なものになり、特に構造物の形状を自由にあれこれと検討しようとする構造設計の初期の段階ではこのことが支障になることが多い。このようなことから高層チューブ構造では形状検討のための効率的な解析方法が以前から検討されてきている^{1)~3)}。

チューブ構造を曲げ一剪断型の片持ち梁に置換し水平変位についての微分方程式を解析的に解く方法¹⁾、骨組チューブ構造を連続体の版に置換し変位仮定によるレイリー・リッツ法で数値解を求める方法²⁾、応力関数を導入して軸力の表現式を直接求めようとする方法³⁾など幾つかの方法が提案されているが、著者らはそれら

の方法についての比較検討から、柱の軸力について閉じた解が得られ、shear lag も容易に評価できることから、Coull らによって提案されている方法が形状を検討する上でより優れていると判断するに至った⁴⁾。

本論文では、Coull らの方法が構造設計の形状検討にどの程度有効なのかを明らかにするために行った数値解析結果をまとめるとともに、shear lag と形状との関連について考察を行った。

2. 解析方法

ここでは Alexander Coull, Bishwanath Bose (以下 Coull らと呼ぶ) が提案している解析方法³⁾ の概要をまとめる。

解析は実際の骨組チューブ構造をそれとエネルギー的に等価な連続体の版に置換して行う(図 1)。構造物は 2 つの水平軸に対して対称であると仮定する。作用している水平荷重に対して鉛直な 2 つのパネル (AD, BC) を鉛直パネル、平行な 2 つのパネル (AB, CD) を側面パネルと便宜上呼ぶことにする。座標軸、構造物の寸法、鉛直パネル、側面パネル内に生じる面内応力度はそれぞれ図 2 のように表す。

平成 5 年 10 月 15 日受理

* 建築工学科研究生

** 建築工学科助教授
構造工学研究所 (併任)

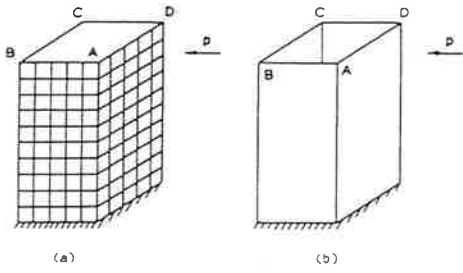


図1 実際のチューブ構造, モデル化されたチューブ構造

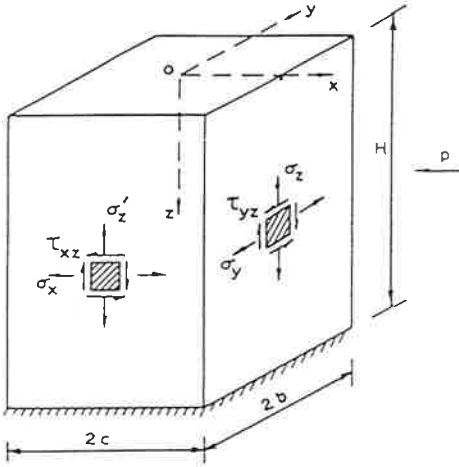


図2 応力度の表記法

(1) 鉛直パネルに生じる垂直応力度 shear lag を考慮に入れて σ_z を次のように表す。

$$\sigma_z = \frac{M}{I} c + S_0(z) + \left(\frac{y}{b}\right)^2 S(z) \quad (1)$$

ここで, $S_0(z), S(z)$ は shear lag を表す応力関数,

$$I = \frac{4}{3} t c^2 (3b+c) + 4A_c C^2, \quad (2)$$

t は版の有効厚さ, A_c は隅柱の断面積

をそれぞれを表す。

(2) σ_z の S による表現式

コーナーにおける鉛直方向適合条件, およびモーメントの釣り合い条件を考慮に入れると次

のような関係式が得られる。

$$S_0 = -\frac{1}{3} m S \quad (3)$$

ここで

$$m = \frac{5b+3c+15A_c/t}{5b+c+5A_c/t} \quad (4)$$

従って, σ_z は S により以下のように表される。

$$\sigma_z = \frac{M}{I} c - \left[\frac{1}{3} m - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right] S \quad (5)$$

その他の応力度も, 応力度の釣り合い式, および力学的境界条件を考慮することによりいずれも S によって表すことができる(表現式は省略)。

(3) S が満足すべき方程式

全ひずみエネルギー U を S によって表すと

$$U = \int_0^H f\left(z, S, \frac{dS}{dz}, \frac{d^2S}{dz^2}\right) dz$$

のような形の式が得られ, これの停留条件から S の方程式が次のような形で得られる。

$$\frac{d^2S}{dz^2} - \left(\frac{k}{H}\right)^2 S = \lambda^2 \frac{d^2\sigma_b}{dz^2} \quad (6)$$

ここで

$$k^2 = 15 \frac{G}{E} \frac{G^2}{b^2}$$

$$\times \frac{\frac{1}{5}(5m^2-10m+9) + (3-m)^2 \frac{c}{b} \left(\frac{1}{7} + \frac{A_c}{ct}\right)}{\frac{1}{7}(35m^2-42m+15) + \frac{1}{15}\left(\frac{c}{b}\right)^3(3-m)^2} \quad (7)$$

$$\lambda^2 = 3$$

$$\times \frac{(5m-3) - \frac{1}{7}\left(\frac{c}{b}\right)^3(3-m)}{\frac{1}{7}(35m^2-42m+15) + \frac{1}{15}\left(\frac{c}{b}\right)^3(3-m)^2} \quad (8)$$

$$\sigma_b = \frac{M}{I} c \quad (9)$$

(4) S の解

3つの典型的な荷重に対して S は以下のよ

うに求められる。

a. トップに集中荷重 P が作用する場合

$$S(\xi) = \frac{\lambda^2}{k} \sigma_b(H) \frac{\sinh k\xi}{\cosh k} \quad (10)$$

ここで

$$\sigma_b(H) = P \cdot cH/I \quad (11)$$

$$\xi = z/H \quad (12)$$

b. 高さ方向に等分布荷重 p が作用する場合

$$S(\xi) = 2 \frac{\lambda^2}{k^2} \sigma_b(H) \times \left[\frac{\cosh k(1-\xi) + k \sinh k\xi}{\cosh k} - 1 \right] \quad (13)$$

ここで

$$\sigma_b(H) = p c H^2 / (2I) \quad (14)$$

c. 高さ方向に3角形分布荷重(最大値 p) が作用する場合

$$S(\xi) = 3 \frac{\lambda^2}{k^2} \sigma_b(H) \times \left[\frac{2k \cosh k(1-\xi) + (k^2 - 2) \sinh k\xi}{2k \cosh k} - (1-\xi) \right] \quad (15)$$

ここで

$$\sigma_b(H) = \frac{1}{3} p c H^2 / I \quad (16)$$

(5) 鉛直パネルにある柱の軸力の表現式

(5)の σ_z の表現式に (10), あるいは (13), (15) を代入すれば σ_z の表現式として次のようにまとめることができる。

$$\sigma_z = \sigma_b - \left[\frac{1}{3} m - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right] \sigma_b(H) F_1 F_2 \quad (17)$$

ここで F_1, F_2 は3つの荷重状態に応じて以下の通りである。

a. 集中荷重の場合

$$F_1 = \lambda^2 \quad (18-1)$$

$$F_2 = \frac{\sinh k\xi}{k \cosh k} \quad (18-2)$$

b. 等分布荷重の場合

$$F_1 = \lambda^2 \quad (19-1)$$

$$F_2 = \frac{2}{k^2} \left[\frac{\cosh k(1-\xi) + k \sinh k\xi}{\cosh k} - 1 \right] \quad (19-2)$$

c. 3角形分布荷重の場合

$$F_1 = \lambda^2 \quad (20-1)$$

$$F_2 = \frac{3}{k^2} \times \left[\frac{2k \cosh k(1-\xi) + (k^2 - 2) \sinh k\xi}{2k \cosh k} - (1-\xi) \right] \quad (20-2)$$

一方, 柱の軸力は σ_z より

$$N_i = t \int_{y_i - \frac{d}{2}}^{y_i + \frac{d}{2}} \sigma_z dy$$

ここで, d は柱の間隔

y_i は i 番目の柱の座標

と表されるから, 結局, 鉛直パネルにある柱の軸力は次のような表現式で与えられることになる。

$$N_i = t d \left\{ \sigma_b - \frac{1}{3} \left[m - \frac{1}{b^2} \left(3y_i^2 + \frac{d^2}{4} \right) \right] S \right\} \quad (21)$$

$$S = \sigma_b(H) F_1 \cdot F_2 \quad (22)$$

3. 数値解析結果

数値解析の標準モデルとして図3のような形状, 荷重条件を考えた。このモデルを基準にし, 梁の断面, 梁のスパン, 隅柱の断面積, 構造物の高さのそれぞれを形状に関するパラメータとしてパラメトリックな解析を行った。

(1) 標準モデルにおける入力データ

以下の通りである。

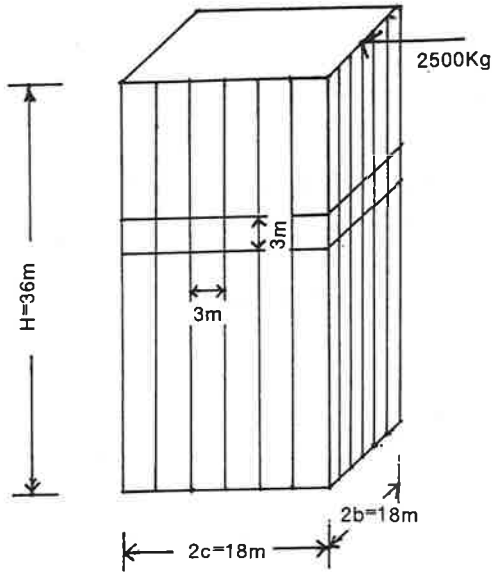


図3 数値解析用標準モデル

$b=9\text{ m}$, $c=9\text{ m}$, $H=36\text{ m}$;
 h (柱のスパン) $=3\text{ m}$,
 d (梁のスパン) $=3\text{ m}$;
 A_c (柱の断面積 ; 中柱, 隅柱とも同じ ;
 $60 \times 60 = 3,600\text{ cm}^2$;
 $I_c = 1,080,000\text{ cm}^4$, $I_b = 8,640,000\text{ cm}^4$;
 $E = 210,000\text{ kg/cm}^2$

(2) t, \bar{E}

t, \bar{E} が満足すべき式は

$$\bar{E}t = \frac{EA_c}{d} \quad (23)$$

ここで \bar{E} は版の有効ヤング係数

従って、鉛直パネル内の中柱の断面積合計を $2b$ で割った値に t を固定し、 \bar{E} を上式で評価することにした。具体的には

$$3,600\text{ cm}^2/\text{本} \times 5\text{ 本} = t \times 1,800\text{ cm}$$

より

$$t = 10\text{ cm}$$

とした。 \bar{G} は以下の式で定めた。

$$\bar{G} = \frac{12EI_bI_c}{td \cdot h(I_c d + I_b h)} \quad (24)$$

(3) 結果

計算結果を図4~図9にまとめた。

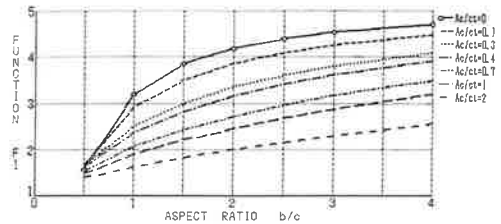


図4 パネル幅比 b/c による形状関数 F_1 の変化

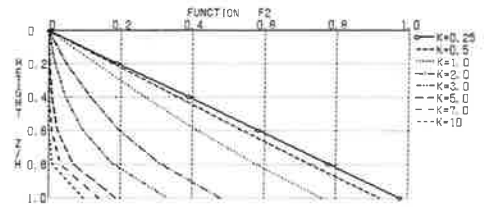


図5 高さ z/H による応力関数 F_2 の変化

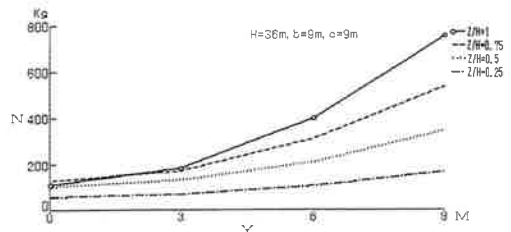


図6 柱の位置による軸力の変化

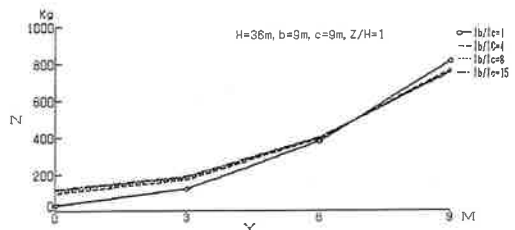


図7 部材剛性比 I_b/I_c による軸力の変化(最下部の柱)

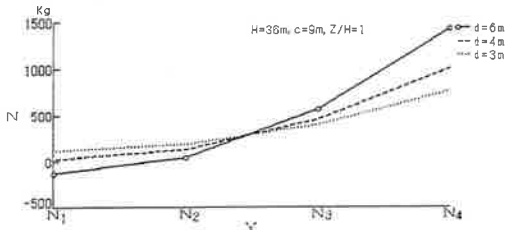


図8 梁のスパンによる軸力の変化（最下部の柱）

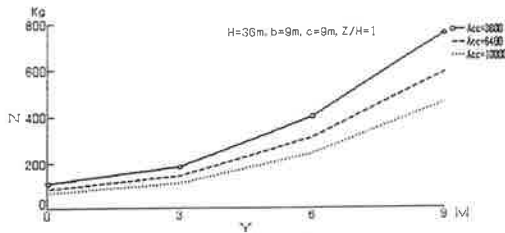


図9 隅柱の大きさによる軸力の変化（最下部の柱）

4. 考 察

1. Shear lag の大きさを示す応力関数 S は (22) のように F_1, F_2 の積で表せるがこのうち、 F_1 は式 (18-1), (8), (4) からわかるように建物の形状だけに関わる関数である。図4に隅柱の大きさを与えた時のパネル幅比 b/c による変化を示したが、 F_1 は b/c が大きくなるにつれて、隅柱の大きさが小さくなるにつれて、それぞれ大きくなるのがわかる。

2. F_2 は式 (18-2) からわかるように k と高さ方向の位置 z/H の関数である。図5に高さ位置 Z/H による変化の様子を示したが、高さ位置が低い程、 k の値が小さい程、大きいことがわかる。

3. 柱の軸力分布は図6に示したように建物下部のほうで shear lag の影響を大きく受ける。このことは考察2.に述べたように F_2 によって解析的に説明できる。

4. shear lag のおおきさは部材の剛性によっても変化する。図7は部材断面剛性比 I_b/I_c 、図8は部材長によってどう変化するかをみ

たものであるが、 I_b/I_c が小さくなるにつれ、梁のスパンが大きくなるにつれて shear lag の影響は大きくなっているのがわかる。しかし、 I_b/I_c による変化は相対的にみてそれほど大きくないと言えるだろう。

5. 図9は隅柱によって shear lag がどう変化するかをみたものである。この結果は考察1.の F_1 によって解析的に説明できる。

以上みたように、Coullらの解析法は部材力（軸力、剪断力など）について close 型の解が得られるのでパラメトリックな検討が容易である。計算結果はデザイン・カーブとしてまとめることができるので構造計画などの場面では有効であろう。なお、本論文では鉛直パネル内の軸力のみについて数値結果を示したが、これと同様な手続きで側面パネル内の柱の軸力分布、剪断力分布を求めることができる。この方法にもとづいて変位をもとめることも可能であるが、これについての評価は別の機会にしたい。

本研究は1992年度のフジタ工業からの委託研究によること大である。ここに記して謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) A.C. Heidebrecht, *et al.*, "Approximate Analysis of Tall Wall-Frame Structures," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST2, February, 1973, pp. 199-221.
- 2) P.C. Chang, *et al.*, "Static and Dynamic Modeling and Analysis of Tube Frames," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. ST12, December, 1984, pp. 2955-2975
- 3) A. Coull, F, *et al.*, "Simplified Analysis of Frame-Tube Structures," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST11, November, 1975, pp. 2223-2240
- 4) 伊藤敬一, "Framed-Single-Tube-Structureの近似解法—nomal panelにある柱の軸力の評価," フジタ工業委託研究報告書, August, 1992