ある等価な定常線形系について

小松崎　年　雄*

On a Equivalent Linear Time-invariant System

Toshio KOMATSUZAKI

Abstract

In this paper, first we define the A-equivalent system and (B, C)-equivalent system for the linear system with constant coefficient (A, B, C). Next, using the property of the solution of the matrix equation $A_1Q=QA_2$, we show that the A-equivalent system has the n arbitrary parameters. Similarly, using the property of the solution Q of the matrix equations $B_2=QB_1$ and $C_1=C_2Q$, we show that, except that the given control matrix or output matrix is non-singular, the (B, C)-equivalent system has some parameters.

1. はじめに

従来，古典制御理論と現代制御理論との関連から，伝達関数と系の方程式との関係について多くの研究がなされてきた。その中で，伝達関数より系の方程式を求める問題は「実現問題」[1]と呼ばれ，また同じ伝達関数を持つ系の方程式については「等価問題」[1]と呼ばれ研究されている。実現問題，等価問題において，伝達関数と系の方程式の間の任意性が問題となる。この任意性を明確にすることは，理論的に興味があるばかりでなく，系の設計上あるいは系の特性を変えずに実際との対応を考えて系を修正する上に重要である。

本論文では，定係数線形系について従来の等価の定義にさらに条件を付加した2つの等価，すなわち系行列を同一とする$\boldsymbol{A}$-等価と，制御行列と出力行列とを同一とする$(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{C})$-等価を定義した。次に，行列方程式$\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}_2$の解$\boldsymbol{Q}$の任意性をもちいて$\boldsymbol{A}$-等価な系の任意性について考察し，また$\boldsymbol{A}$-等価な系を求める計算手順を示した。同様に，行列方程式$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{B}_2$と$\boldsymbol{C}_2=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{Q}$の解$\boldsymbol{Q}$の任意性をもちいて$(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{C})$-等価な系の任意性について考察した。最後に，従来の Identifiability 問題[2]と$(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{C})$-等価問題との関係を例題でもって示した。

2. 等　価

系の方程式，および出力方程式をそれぞれ

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \tag{2}$$

とする。ここに，$\boldsymbol{x}$はn次元状態ベクトル，$\boldsymbol{u}$はr次元操作量ベクトル，$\boldsymbol{y}$はm次元出力ベクトル，また$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$はそれぞれ$n\times n$, $n\times r$, $m\times n$の定数行列である。また，本論文で扱う系は可制御，可観測であるとする。(1)式，(2)式で表わされる系を以下，系（$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$）と書く。系（$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$）の伝達関数を$\boldsymbol{G}(s)$とすれば，次の関係があることは良く知られている。

$$\boldsymbol{G}(s)=\boldsymbol{C}(s\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B} \tag{3}$$

ここに，$\boldsymbol{E}$は$n\times n$の単位行列である。

さて，系I（$\boldsymbol{A}_1$, $\boldsymbol{B}_1$, $\boldsymbol{C}_1$）と系II（$\boldsymbol{A}_2$, $\boldsymbol{B}_2$, $\boldsymbol{C}_2$）が同じ伝達関数を持つとき系IとIIは「等価」と呼ばれている。可制御，可観測な系IとIIが等価であるための必要十分条件は，2つの系

昭和57年11月12日受理
* 機械工学科助教授