

# 言語の演算 $\sqrt{\quad}$ について

大川 知\*

## On the Operation $\sqrt{\quad}$ on Languages

Satoshi OKAWA

### Abstract

In (1) W. Rytter defined the operation  $\sqrt{\quad}$  on languages by the following formula :  
For a language  $L$ ,  $\sqrt{L} = \{w \mid i \geq 1, w^i \in L\}$ .

He commented that the class of regular languages is closed under this operation and showed implicitly that the class of context-free languages is not closed under this operation.

We study the closure property for this operation. First we show that  $L = \{a^i b a^i b \mid i \geq 1\}^*$  is in the class of deterministic counter languages but  $\sqrt{L}$  is not in the class of context-free languages, and as a corollary we have the result that the classes of (deterministic) counter languages and (deterministic) context-free languages are not closed under this operation.

Next we show that for any polynomial  $f(n)$ , the class of languages accepted by  $f(n)$ -space (time) bounded Turing machines is not closed under this operation. And as a corollary we show that the class of context-sensitive languages is not closed under this operation.

### 1. まえがき

形式言語の研究において、言語の演算は重要な役割を果たしてきた。例えば、言語の和 ( $\cup$ )、共通部分 ( $\cap$ )、補集合 ( $\bar{\quad}$ )、積 ( $\cdot$ )、星積 ( $*$ )などは、古くから研究されてきた演算である。計算機の発達にともなって、並行処理/計算がなされるようになってきたため、並行処理/計算の状況を記述・解析できる言語の必要性が増大して、そのための演算としてシャッフル ( $\parallel$ )、シャッフル閉包 ( $\textcircled{\parallel}$ )などが定義され、記述能力等の研究が進められている。また、最近 W. Rytter は 2 方向プッシュダウンオートマトンによって受理される言語のクラスの特徴を調べるために新しい言語の演算  $\sqrt{\quad}$  を導入した<sup>(1)</sup>。Rytter は、この演算を用いて上述のクラスにおける困難 (hard) な言語を得ている<sup>(1)</sup>。

文献(1)において、 $\sqrt{\quad}$  が正規言語クラス  $\mathcal{R}$

を保存することがコメントされており、また言語の困難さの証明の過程から文脈自由言語のクラス  $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$  を保存しないことがただちにわかる。本稿では、種々の言語のクラスについて、 $\sqrt{\quad}$  がそのクラスを保存するか否かについて検討する。まずはじめに、正規言語のクラス  $\mathcal{R}$  と帰納的に可算な言語のクラス  $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$  が  $\sqrt{\quad}$  に関して閉じていることを示す。次に、決定性カウンタ言語のクラス  $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$  が閉じていないことを示し、その系として  $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$  などのクラスが閉じていないことを示す。この証明は文献(1)の証明と比較して直接的なものである。次に、一般の記憶量限定 Turing 機械で受理される言語のクラス  $\mathcal{L}_s(f(n))$  及び計算時間限定 Turing 機械で受理される言語クラス  $\mathcal{L}_T(f(n))$  が閉じていないことを示す。その系として、文脈依存言語  $\mathcal{R}\mathcal{R}\mathcal{R}$  も閉じていないことを示す。

昭和 58 年 11 月 30 日受理

\* 電気工学科講師