

УДК 539.43:681.3: 629.7.083

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КЛЕЕВОГО РЕМОНТА ПОВРЕЖДЕНИЙ ОБШИВКИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С УЧЕТОМ ДЕГРАДАЦИИ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

А.А. ФЕДОТОВ<sup>1</sup>, А.В. ЦИПЕНКО<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
г. Москва, Россия

Поиск оптимальных вариантов композитных ремонтных заплат позволяет увеличить время эксплуатации поврежденной конструкции летательного аппарата. Для грамотного выбора варианта ремонта необходимо иметь расчетный комплекс, который прогнозирует напряженно-деформированное состояние системы «конструкция – клей – заплата» и учитывает скорость роста повреждения при изменении свойств материалов. Предлагается вариант построения такого комплекса, основанного на методе инклюзии.

Для расчета клеевого ремонта схема соединения разбивается на две области – металлическая пластина с отверстием по форме заплаты и составная пластина (инклюзия) «заплата – клеевой слой – обшивка». Расчет проводится в следующие три этапа.

1. Оценка влияния заплаты на напряженно-деформированное состояние обшивки и распределение внутренних усилий между обшивкой и заплатой при отсутствии повреждений. Расчет напряженно-деформированного состояния проводится отдельно для пластины с отверстием и для инклюзии с последующей стыковкой решений по условиям совместности деформаций.

2. Определяется характер развития повреждения при новом напряженно-деформированном состоянии обшивки из-за присутствия приклеенной заплаты – проводится расчет коэффициентов интенсивности напряжений в трещине обшивки для определения параметров роста этой трещины. Заплата моделируется набором «пружин», перекрывающих трещину и соединяющих ее берега.

3. Анализ деградации упругих свойств материала заплаты. Эффективность ремонта оценивается по степени замедления роста трещины в исходном материале по сравнению со случаем отсутствия заплаты.

Приведен пример расчета эффективности ремонта трещины от числа циклов нагрузки для обшивки из алюминиевого сплава 7075-T6, и композитных заплат с квазиизотропной укладкой из угле-, стекло- и боропластика с эпоксидным связующим, и из гибридного металл-полимерного материала GLARE.

Из анализа результатов видно, что наиболее эффективна углепластиковая пластина. Наименьшая эффективность у стеклопластиковой заплаты из-за ее низкой жесткости. Заплата из GLARE, состоящая из стеклопластиковых слоев, но сориентированных поперек повреждения, эффективна на уровне угле- и боропластиковых заплат.

Предложенная методика расчета клеевых ремонтов и соответствующая расчетная модель позволяют оперативно производить анализ возможных случаев повреждения конструкции и подбирать оптимальный вариант установки заплаты с учетом фактора долговечности материала под действием циклических нагрузок (пренебрежение этой информацией может привести к установлению неадекватных интервалов осмотра места повреждения и повлиять на экономические показатели эксплуатации летательного аппарата и безопасность полетов).

**Ключевые слова:** клеевой ремонт, аналитическая модель, деградация свойств композитов.

### ВВЕДЕНИЕ

Вопрос внедрения экономически целесообразных методов поддержания и восстановления летной годности воздушных судов (ВС), выполненных с применением полимерных композиционных материалов (ПКМ), встает все более остро в связи с быстрым ростом объемов использования ПКМ в авиастроении для изготовления основных силовых элементов планера.

На современном этапе развития техники существует возможность реализовать технологию клеевого ремонта конструкций ВС заплатами из ПКМ, которая будет давать экономический эффект для эксплуатации существующих и перспективных летательных аппаратов гражданской авиации. В качестве преимуществ клеевых ремонтов можно выделить [1]:

увеличенный ресурс корректно выполненного ремонта по сравнению с аналогичным болтовым ремонтом – по причине отсутствия дополнительных отверстий под крепеж; снижение массы ремонтных деталей – большая удельная жесткость и прочность композитных заплат при одинаковой с металлической заплатой толщине позволяет использовать более тонкий и, соответственно, более легкий вариант деталей для ремонта; меньшее влияние на аэродинамику отремонтированных наружных поверхностей ВС – за счет использования тонких ремонтных заплат.

Для сужения диапазона поиска оптимальных вариантов композитных ремонтных заплат необходимо иметь расчетный комплекс, который будет позволять рассчитывать напряженно-деформированное состояние (НДС) системы конструкция – клей – заплата для каждого случая повреждения и учитывать вероятность и скорость роста такого повреждения, а также учитывать изменение свойств примененных материалов. Ниже предлагается вариант построения такого комплекса, в основе которого лежит метод инклюзии [2–4]. Описанный прикладной метод позволяет построить относительно простую и достаточно точную для предварительных проекторочных расчетов аналитическую модель клеевого ремонтного соединения.

### АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КЛЕЕВОГО РЕМОНТА

Для расчета клеевого ремонта схема соединения разбивается на две области (рис. 1) – металлическую пластину с отверстием по форме приклеенной заплаты и составную пластину «заплата – клеевой слой – обшивка».

Для алгоритмизации процесса расчета принимается, что на первом этапе проводится оценка влияния ремонтной заплаты на НДС обшивки и схему распределения внутренних усилий между обшивкой и заплатой при отсутствии повреждений, а на втором этапе расчета определяется характер развития повреждения, как реакция на новое НДС обшивки из-за присутствия приклеенной заплаты – проводится расчет коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в поврежденной обшивке методами механики разрушения.

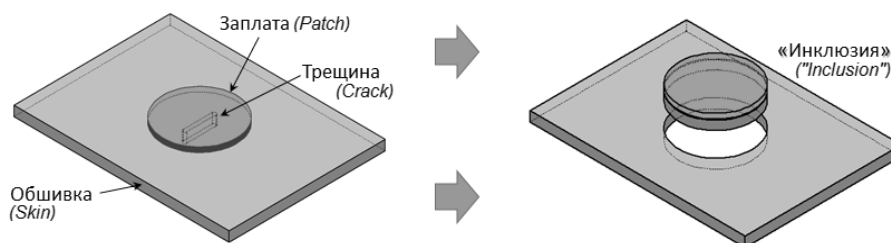


Рис. 1. Схема метода инклюзии

Fig. 1. Inclusion schema

#### 1. Расчет НДС клеевой системы без учета повреждения

Расчет НДС проводится отдельно для пластины с отверстием и для инклюзии с последующей стыковкой решений по условиям совместности деформаций. НДС задается наличием внешних механических и температурных нагрузок. Установка ремонтной заплаты лишь с одной стороны обшивки приводит к появлению дополнительного изгибающего момента в клеевом соединении, что обуславливает возникновение переменных по толщине материала механических напряжений, которые рассматриваются как суперпозиция изгибных и мембранных компонент.

Для нахождения напряжений в клеевой системе при одностороннем ремонте в условиях термомеханического нагружения процедура расчета разбивается на 3 шага [5].

На первом шаге определяются напряжения в обшивке в месте установки заплаты и напряжения в заплате от действия перепада температур  $\Delta T$ , вызванного ох-

лаждением системы «заплата – клей – обшивка» до минимальной температуры эксплуатации ВС.

Для определения полей деформации и кривизны в обшивке в зоне инклюзии и вне ее применяется метод собственных значений деформаций и кривизны, разработанный D.J. Eshelby [6] и дополненный H.G. Veom [7].

Второй шаг позволяет выявить доминирование одного из факторов нагружения ремонтного соединения и, по возможности, сократить объем и время расчетов. На этом шаге производится подбор такого значения фиктивного приложенного напряжения  $\sigma_{ij}^{f*}$ , при котором изгибные напряжения от перепада температур в обшивке под заплатой вдоль размаха ремонтируемого повреждения примут нулевые значения. Далее, значение  $\sigma_{ij}^{f*}$  сравнивается со значением  $\sigma_{\infty ij}$  исходной механической нагрузки на обшивку. Если выполняется условие  $\sigma_{\infty ij} \leq \sigma_{ij}^{f*}$ , то за расчетный случай нагружения принимается случай перепада температур, и в определении КИН используются напряжения, найденные на первом шаге. В случае  $\sigma_{\infty ij} > \sigma_{ij}^{f*}$  производится дополнительный расчет клеевого ремонта под нагрузкой  $\sigma_{\infty ij} - \sigma_{ij}^{f*}$  (третий шаг).

В качестве исходного нагружения обшивки на третьем шаге принимаются значения, вычисленные на предыдущем втором шаге:  $\sigma_{\infty ij} - \sigma_{ij}^{f*}$  выступает в качестве приложенной механической нагрузки,  $\sigma_{ij}^{s, step2} = \sigma_{ij}^{f*}(0)$  является термической нагрузкой в середине обшивки под заплатой.

Расчет приводится к двумерному случаю с нагружением удельным усилием  $P = (\sigma_{\infty 22} - \sigma_{22}^{f*}) t_s$ . Заплата считается свободной от механических напряжений, в то время как обшивка дополнительно нагружена внутренним усилием  $\sigma_{ij}^{s, step2}$  (которому соответствует удельное усилие  $P_0 = \sigma_{22}^{s, step2}(0) t_s$ ) [8]; из расчета определяются средние и изгибные напряжения в обшивке под заплатой, непосредственно влияющие на развитие имеющегося повреждения.

## 2. Определение КИН в обшивке с учетом повреждения

На основе полученных на предыдущем этапе величин напряжений производится расчет КИН в вершине трещины в обшивке для определения возможности и параметров роста этой трещины. Наличие ремонтной заплаты моделируется при помощи набора упругих "пружин", перекрывающих трещину и соединяющих ее берега. Средние и изгибные напряжения  $\bar{\sigma}_{ij}^s$  и  $\hat{\sigma}_{ij}^s$  принимаются постоянными вдоль линии трещины и равными своим значениям в центре обшивки в точке начала координат.

КИН в вершине повреждения (трещины) будет определяться вкладом мембранной и изгибной составляющих:

$$K_I(z) = K_{mem} - \frac{2z}{t_s} K_b; \quad K_{mem} = \frac{E_s \sqrt{\pi a}}{2} \cdot \bar{h}_1(1), \quad K_b = \frac{3E_s \sqrt{\pi a}}{2} \cdot \bar{h}_2(1),$$

где  $\bar{h}_{1,2} = \frac{\tilde{h}_{1,2}}{\sqrt{1-r^2}}$ ,  $r = x/a$ ;  $\tilde{h}_{1,2}$  – решения нормализованных интегральных уравнений [9, 10]:

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\tilde{h}_1(\eta)}{(r-\eta)^2} d\eta + (k_{tt} a) \tilde{h}_1(r) + (k_{tb} a) \tilde{h}_1(r) = \frac{\sigma_m^0}{E_s};$$

$$-\frac{3}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\tilde{h}_2(\eta)}{(r-\eta)^2} d\eta - \frac{15}{2\pi(1+\nu_s)} \left(\frac{a}{t_s}\right)^2 \int_{-1}^1 \hat{L}\left(\sqrt{10} \frac{a}{t_s} |r-\eta|\right) \tilde{h}_2(\eta) d\eta + (k_{bt}a)h_1(r) + (k_{bb}a)\tilde{h}_2(r) = \frac{\sigma_b^0}{E_s};$$

$k_{ij}$  – константы упругости пружин, перекрывающих трещину, равные  $k_{tt} = \frac{d_{tt}}{E_s t_s}$ ,  $k_{tb} = \frac{6d_{tb}}{E_s t_s^2}$ ,

$k_{bt} = \frac{6d_{bt}}{E_s t_s^2}$ ,  $k_{bb} = \frac{36d_{bb}}{E_s t_s^3}$ ; здесь  $d_{ij}$  – элементы матрицы, обратной матрице податливости пружин  $c_{ij}$ , приведенные в работе [11].

Элементы матрицы податливости определяются, исходя из известной методики расчета

клеевых соединений при решении основных уравнений, описывающих деформации в клеевом слое (величины с индексом А относятся к свойствам клевого слоя) [12–14]:

$$\frac{d^3 \gamma_A}{dy^3} - 4 \cdot \frac{G_A}{t_A} \cdot \left[ \frac{1}{E_s' \cdot t_s} + \frac{1}{E_p' \cdot t_p} \right] \cdot d\gamma_A = 0, \quad \frac{d^4 \varepsilon_A}{dy^4} + \frac{E_A'}{t_A} \cdot \left[ \frac{1}{D_s} + \frac{1}{D_p} \right] \cdot \varepsilon_A = 0,$$

где  $D_{s,p}$  – изгибные жесткости обшивки и заплат,  $E_{s,p}' = E_{s,p} / (1 - \nu_{s,p}^2)$ ,  $E_A' = 2G_A / (1 - \nu_A)$ .

Из решения этих уравнений с учетом условий на границах раздела клевого слоя и соединяемых элементов можно определить поворот берега повреждения обшивки  $\tilde{\theta}_0$  и перемещение раскрытия повреждения  $\tilde{v}_0$  вдоль средней линии обшивки.

Связь силовых факторов, воздействующих на клеевое соединение, с рассматриваемыми деформациями будут описываться матричным выражением, включающим искомые параметры податливости системы пружин:

$$\begin{Bmatrix} \tilde{v}_0 \\ \tilde{\theta}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{tt} & c_{tb} \\ c_{bt} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_0 \\ m_0 \end{Bmatrix};$$

здесь  $n_0 = N_p|_{y=0} = -N_0$ ,  $m_0 = N_s|_{y=0} = -M_0$ .

### 3. Анализ деградации упругих свойств материала заплат

Развитие повреждения в алюминиевой обшивке задается циклически приложенной к обшивке нагрузкой и усталостными свойствами материала обшивки, которые определяются на основе серии стандартизованных испытаний. В ремонтном соединении часть нагрузки ослабленной повреждением обшивки воспринимается заплатой; очевидно, что в этом случае нагрузка на заплату также будет иметь циклический характер. Одним из основных факторов, принципиально влияющих на эффективность ремонта, является деградация упругих свойств ремонтной заплаты от воздействия циклической нагрузки. В работах [15] и [16] приводится обобщенная методика анализа деградации упругих свойств полимерных композитных образцов, удобная в использовании при наличии измерений небольшого числа параметров. Деградация упругих свойств задается зависимостью

$$\frac{E(N)}{E(1)} = 1 - k_1 \left( \frac{\sigma_a}{E_{st}} \right)^{k_2} N;$$

где  $E(1)$  – модуль упругости образца на первом цикле нагружения,  $E_{st}$  – модуль упругости при статическом нагружении (в общем случае – отличный от  $E(1)$ ),  $\sigma_a$  – амплитудное значение

напряжения при установленном уровне циклической нагрузки,  $k_1$  и  $k_2$  – параметры материала, подбираемые по полученным экспериментальным данным. Данные результатов испытаний на усталость угле- и стеклопластиковых образцов с определением их характеристик жесткости представлены в работах [17, 18].

### РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ЭФФЕКТИВНОСТИ КЛЕЕВОГО РЕМОНТА

Эффективность ремонта можно оценить по степени замедления роста повреждения (трещины) в исходном материале по сравнению со случаем, когда ремонтная заплатка отсутствует [19]. Для анализа эффективности построены графики зависимости размера трещины от числа циклов нагрузки  $a = f(N)$  для обшивки, выполненной из алюминиевого сплава 7075-T6, и композитных заплат диаметром 150 мм с квазиизотропной укладкой, выполненных из угле-, стекло- и боропластика с эпоксидным связующим, а также из гибридного металл-полимерного материала GLARE 2-3/2-0.2 (0/0). Начальный размер повреждения – 10 мм. Диапазон нагрузки:  $\sigma_{\max} = 0,4 \sigma_{B Al}$ ,  $\sigma_{\min} = 0,04 \sigma_{B Al}$ . Клеевым составом выбран клей Cytec FM-73M, механические свойства взяты из официальных данных производителя клеевого состава. Свойства материалов, использованных в расчете, приведены в таблице.

Таблица 1  
Table 1

Свойства материалов заплатки  
Properties of materials

	$E_x,$ $10^{10}$ Па (Pa)	$E_y,$ $10^{10}$ Па (Pa)	$G_{xy},$ $10^{10}$ Па (Pa)	$\alpha_x,$ $10^{-5}$ °C <sup>-1</sup>	$\alpha_y,$ $10^{-5}$ °C <sup>-1</sup>	$t,$ мм (mm)
Углепластик (Carbon) T300/934	5,267	5,267	1,989	0,1335	2,4068	1,58
Стеклопластик S-glass/ Epoxy	1,800	1,800	0,589	1,1232	1,1232	1,95
Боропластик (Boron) B(4)/5505	6,122	6,122	1,896	1,028	1,028	1,04
GLARE 2-3/2-0.2	6,890	5,380	1,520	1,638	2,448	1,10

На рис. 2 представлен сравнительный график роста размера повреждения в зависимости от числа циклов приложенного нагружения  $a(N)$  для случая углепластиковой заплатки и зависимость для тех же условий с учетом деградации упругих свойств углепластика  $a(N)|_{E(N)}$ .

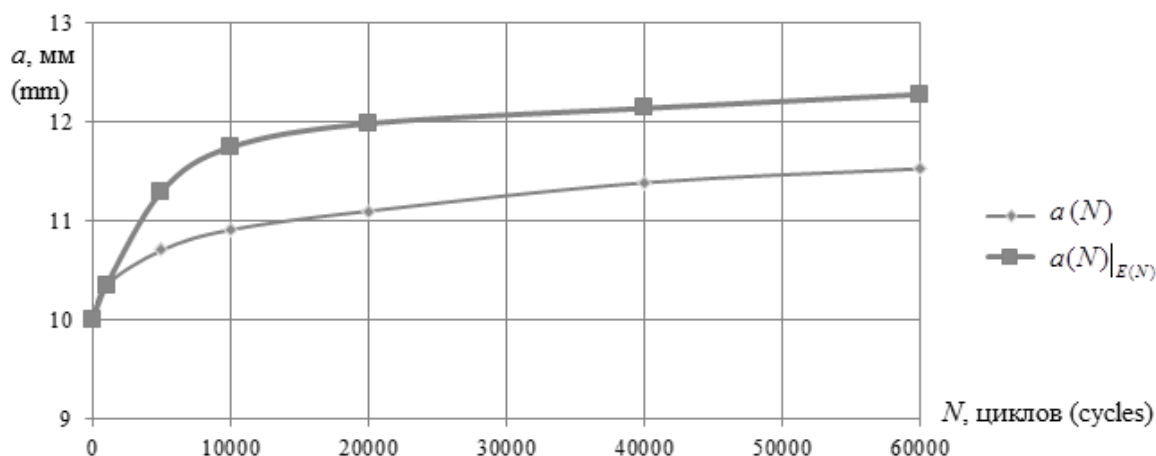


Рис. 2. Рост повреждения с учетом деградации упругих свойств  
Fig. 2. Damage growth with degradation of the elastic properties

Из анализа графиков на рис. 2 можно сделать вывод, что углепластиковая пластина указанной конфигурации эффективна в качестве ремонтной заплаты – скорость развития повреждения не превышает величины  $2,5 \cdot 10^{-4}$  мм/цикл. Из рис. 2 очевидно, что изменение упругих свойств тканевых композитов оказывает существенное влияние на эффективность долговременного клеевого ремонта – деградация свойств приводит к увеличению скорости развития повреждений; в случае данной ремонтной конфигурации этот рост может составить до 50 % на интервале от 5 до 10 тыс. циклов.

На рис. 3 приведено сравнение эффективности клеевого ремонта с указанными выше параметрами обшивки и повреждения, но для разных материалов ремонтной заплаты. Рассмотренные композитные заплаты имеют одинаковое число слоев, порядок укладки выбран так, чтобы получить квазиизотропную пластину. Заплата, выполненная из GLARE, добавлена для сравнения как, возможно, наиболее подходящий вариант для ремонта алюминиевых обшивок из-за минимальной разницы в коэффициентах линейного теплового расширения между сплавом 7075-T6 и GLARE. Из графиков на рис. 3 видно, что наименьшей эффективностью будет обладать стеклопластиковая заплата из-за ее низкой (относительно заплат из других материалов) жесткости, которой недостаточно, чтобы остановить развитие повреждения. В то же время заплата из GLARE, имеющая в своем составе стеклопластиковые слои, но сориентированные поперек повреждения, демонстрирует эффективность на уровне угле- и боропластиковых заплат.

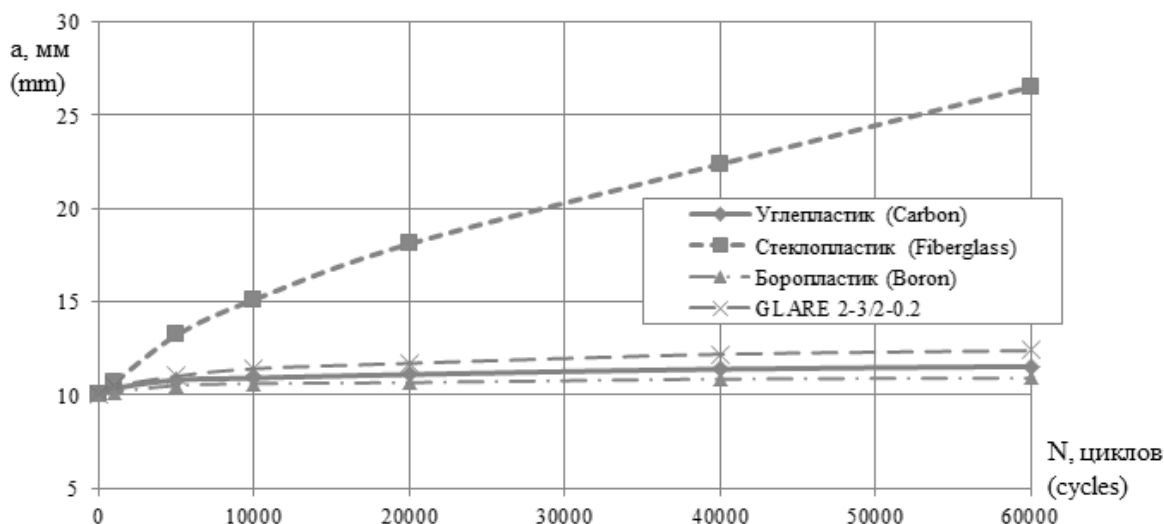


Рис. 3. Сравнение эффективности ремонта для разных материалов заплаты  
Fig. 3. Repair effectiveness for the different patch materials

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенная расчетная модель клеевого ремонта позволяет производить сравнительный анализ эффективности ремонтных заплат на этапе проектировочного расчета и заранее отсекал неудовлетворительные варианты. Для более реалистичного определения эффективности клеевого ремонта в расчет необходимо включать функцию изменения свойств материала от величины циклов нагружения: пренебрежение этой информацией может привести к установлению неадекватных интервалов осмотра места повреждения и повлиять на экономические показатели эксплуатации ЛА и безопасность полетов.

Предложенная методика расчета клеевых ремонтов позволяет оперативно производить анализ возможных случаев повреждения конструкции и подбирать оптимальный вариант установки заплаты с учетом влияния фактора долговечности материала под действием циклических нагрузок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Baker A.A.** Repair of metallic airframe components using fibre-reinforced polymer (FRP) composites. Rehabilitation of Metallic Civil Infrastructure Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites. Woodhead Publishing Ltd. 2014, pp. 11–59.
2. **Rose L.R.F.** An application of the inclusion analogy. International Journal of Solids and Structures. 1981, vol. 17, pp. 827–838.
3. **Назаров С.А.** Теорема Эшелби и задача об оптимальной заплате // Алгебра и анализ. 2009. Т. 21, № 5. С. 155–195.
4. **Гольдштейн Р.В., Шифрин Е.И.** Интегральные уравнения задачи об упругом включении. Полное аналитическое решение задачи об эллиптическом включении // Известия РАН. Механика твердого тела. 2004. № 1. С. 50.
5. **Duong C.N.** An engineering approach to geometrically nonlinear analysis of a one-sided composite repair under thermo-mechanical loading. Composite Structures. 2004, vol. 64, pp. 13–21.
6. **Eshelby J.D.** The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. Proceeding of Royal Society (London) A241. 1957, pp. 376–396.
7. **Beom H.G.** Analysis of a plate containing an elliptic inclusion with eigencurvatures. Archive of Applied Mechanics. 1998, vol. 68, pp. 422–432.
8. **Rose L.R.F.** Theoretical analysis of crack patching. Bonded Repair of Aircraft Structure. Kluwer Academic Publisher. 1988, pp. 77–106.
9. **Joseph P.F., Erdogan F.** Plates and Shells Containing a Surface Crack Under General Loading Conditions. NASA Contractor Report 178323. 1987.
10. **Joseph P.F., Erdogan F.** Surface crack problems in plates. International Journal of Fracture. 1989, vol. 41, pp. 105–131.
11. **Wang C.H., Rose L.R.F.** A crack bridging model for bonded plates subjected to tension and bending. International Journal of Solids and Structure. 1999, vol. 36, pp. 1985–2014.
12. **Hart-Smith L.J.** Adhesive-Bonded Single-Lap Joints. NASA report CR-112236. 1973.
13. **Артюхин Ю. П.** Модифицированная теория Голанда – Рейсснера склеенных пластин // Исследования по теории пластин и оболочек. 1975. Вып. 11. С. 136–148.
14. **Царахов Ю.С.** Конструирование соединений элементов ЛА из композиционных материалов. М.: МФТИ, 1980. 81 с.
15. **Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P.** Fatigue design allowables for GFRP laminates based on stiffness degradation measurements. Composite Science and Technology. 2000, vol. 60 (15), pp. 2819–2828.
16. **Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P.** Fatigue of composite laminates under off-axis loading. International Journal of Fatigue. 1999, vol. 21, pp. 253–262.
17. **Лурье С.А., Дудченко А.А., Кадарман Х., Семернин А. В.** О моделировании деградации механических характеристик композиционных материалов вследствие накопления повреждений // Сб. трудов конф. «Современные проблемы механики гетерогенных сред». М.: Изд-во РАН, 2005. С. 202–219.
18. **Van Paeppegem W.** Fatigue damage modeling of composite materials with the phenomenological residual stiffness approach. Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures. Woodhead Publishing Ltd. 2010, pp. 102–138.
19. 7075-T6 and 2024-T351 Aluminum Alloy Fatigue Crack Growth Rate Data. NASA report TM-2005-213907. 2005.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Федотов Алексей Александрович**, аспирант МАИ, alexey.a.fedotov@inbox.ru.  
**Ципенко Антон Владимирович**, д.т.н., заведующий кафедрой МАИ, tsipenko\_av@mail.ru.

## ANALYTICAL MODEL OF DAMAGED AIRCRAFT SKIN BONDED REPAIRS ASSUMING THE MATERIAL PROPERTIES DEGRADATION

Alexey A. Fedotov<sup>1</sup>, Anton V. Tsipenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

### ABSTRACT

The search of optimal variants for composite repair patches allows to increase the service life of a damaged airplane structure. To sensibly choose the way of repair, it is necessary to have a computational complex to predict the stress-strain condition of "structure-adhesive-patch" system and to take into account the damage growth considering the material properties change. The variant of the computational complex based on inclusion method is proposed.

For calculation purposes the repair bonded joint is divided into two areas: a metal plate with patch-shaped hole and a "patch-adhesive layer-skin" composite plate (inclusion).

Calculation stages:

1) Evaluation of the patch influence to the skin stress-strain condition, stress distribution between skin and patch in the case of no damage. Calculation of the stress-strain condition is performed separately for the skin with hole and for the inclusion; solutions are coupled based on strain compatibility.

2) Definition of the damage growth parameters at new stress-strain condition due to bonded patch existence. Skin crack stress intensity factors are found to identify the crack growth velocity. Patch is modelled as a set of "springs" bridging the crack.

3) Degradation analysis of elasticity properties for the patch material.

Repair effectiveness is evaluated with respect to crack growth velocity reduction in the initial material in comparison with the case of the patch absence.

Calculation example for the crack repair effectiveness depending on number of loading cycles for the 7075-T6 aluminum skin is given. Repair patches are carbon-epoxy, glass-epoxy and boron-epoxy material systems with quasi-isotropic layup and GLARE hybrid metal-polymeric material.

The analysis shows the high effectiveness of the carbon-epoxy patch. Due to low stiffness, the glass-epoxy patch demonstrates the least effectiveness. GLARE patch containing the fiberglass plies oriented across the crack has the same effectiveness as the carbon and boron patches.

Proposed bonded repair calculation method and corresponding computational model allow to analyze effectively the possible structural damage cases and to select optimal variant of patch installation subject to material durability under cyclic loads. Lack of this information may lead to establishing the inadequate inspection intervals of the damage location and may reflect on economic factors of the airplane maintenance and flight safety.

**Key words:** bonded repair, analytical model, material properties degradation.

### REFERENCES

1. Baker A.A. Repair of metallic airframe components using fibre-reinforced polymer (FRP) composites. Rehabilitation of Metallic Civil Infrastructure Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites. Woodhead Publishing Ltd. 2014, pp. 11–59.
2. Rose L.R.F. An application of the inclusion analogy. International Journal of Solids and Structures. 1981, vol. 17, pp. 827–838.
3. Nazarov S.A. *Teorema Eshelbi i zadacha ob optimal'noj zaplate* [Eshelby theorem and optimal patch problem]. *Algebra i analiz* [Algebra and Analysis], 2009, vol. 21, no. 5, pp. 155–195. (in Russian)
4. Goldshtein R.V., Shifrin E.I. *Integral'nye uravneniya zadachi ob uprugom vklyuchenii. Polnoe analiticheskoe reshenie zadachi ob ellipticheskoy vklyuchenii* [Integral equations of the problem of an elastic inclusion. Complete analytical solution of the problem of an elliptic inclusion]. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. 2004, no. 1, pp. 50–76 (in Russian)
5. Duong C.N. An engineering approach to geometrically nonlinear analysis of a one-sided composite repair under thermo-mechanical loading. *Composite Structures*. 2004, vol. 64, pp. 13–21.
6. Eshelby J.D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceeding of Royal Society (London)* A241. 1957, pp. 376–396.



7. **Beom H.G.** Analysis of a plate containing an elliptic inclusion with eigencurvatures. *Archive of Applied Mechanics*. 1998, vol. 68, pp. 422–432.
8. **Rose L.R.F.** Theoretical analysis of crack patching. *Bonded Repair of Aircraft Structure*. Kluwer Academic Publisher. 1988, pp. 77–106.
9. **Joseph P.F., Erdogan F.** Plates and Shells Containing a Surface Crack Under General Loading Conditions. NASA Contractor Report 178323. 1987.
10. **Joseph P.F., Erdogan F.** Surface crack problems in plates. *International Journal of Fracture*. 1989, vol. 41, pp. 105–131.
11. **Wang C.H., Rose L.R.F.** A crack bridging model for bonded plates subjected to tension and bending. *International Journal of Solids and Structure*. 1999, vol. 36, pp. 1985–2014.
12. **Hart-Smith L.J.** Adhesive-Bonded Single-Lap Joints. NASA report CR-112236. 1973.
13. **Artyukhin Y.P.** *Modificirovannaja teorija Golanda-Rejssnera skleennyh plastin* [Modified Goland-Reissner theory of bonded plates]. *Issledovanija po teorii plastin i obolochek* [Researches on theory of plates and shells]. 1975, iss. 11, pp. 136–148. (in Russian)
14. **Tsarakhov Y.S.** *Konstruirovanie soedinenij jelementov LA iz kompozicionnyh materialov* [Design of joints of composite aircraft elements]. Moscow. MIPT, 1980, 81 p. (in Russian)
15. **Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P.** Fatigue design allowables for GFRP laminates based on stiffness degradation measurements. *Composite Science and Technology*. 2000, vol. 60 (15), pp. 2819–2828.
16. **Philippidis T.P., Vassilopoulos A.P.** Fatigue of composite laminates under off-axis loading. *International Journal of Fatigue*. 1999, vol. 21, pp. 253–262.
17. **Lurie S.A., Dudchenko A.A., Kadarman Kh., Semerin A.V.** *O modelirovanii degradacii mehanicheskikh harakteristik kompozicionnyh materialov vsledstvie nakoplenija povrezhdenij* [Modeling of the mechanical properties degradation of the composite materials due to damage accumulation]. *Sbornik trudov konferencii "Sovremennye problemy mehaniki geterogennyh sred"* [Proceedings of the conference "Modern Problems of Heterogeneous Medium Mechanics"]. Russian Academy of Science. 2005, vol. I, pp. 139–149. (in Russian)
18. **Van Paeppegem W.** Fatigue damage modeling of composite materials with the phenomenological residual stiffness approach. *Fatigue Life Prediction of Composites and Composite Structures*. Woodhead Publishing Ltd. 2010, pp. 102–138.
19. 7075-T6 and 2024-T351 Aluminum Alloy Fatigue Crack Growth Rate Data. NASA report TM-2005-213907. 2005.

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Fedotov Alexey Alexandrovich**, PhD student of Moscow Aviation Institute, alexey.a.fedotov@inbox.ru.

**Tsipenko Anton Vladimirovich**, Doctor of Science, Head of Chair of Moscow Aviation Institute, tsipenko\_av@mail.ru.