

УДК 004.75

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА СЕТЕЙ ПЕТРИ-МАРКОВА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ И ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫМИ ВЕБ-ПОРТАЛАМИ С ПОВЫШЕННОЙ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОСТЬЮ

Р.Н. АКИНШИН, А.Н. ИВУТИН, Д.О. ЕСИКОВ, И.А. СТРАХОВ

Рассмотрена Петри-Марковская модель параллельного процесса. С помощью модели «соревнований» рассмотрены механизмы взаимодействия конкурирующих запросов в распределенной системе. Разработана система управления высоконагруженными веб-порталами с повышенной отказоустойчивостью. Рассмотрен метод имитационного моделирования, проведено экспериментальное определение временных характеристик разработанного веб-портала и нагрузочное тестирование системы.

Ключевые слова: веб-портал, сети Петри-Маркова, отказоустойчивость, система управления, высоконагруженные веб-порталы, параллельный процесс, распределенные системы вычисления, имитационное моделирование.

При управлении объектом существуют ограничения на время реакции, во-первых, пользователя на изменение состояния объекта, а во-вторых, объекта на воздействие пользователя. Исследование соревнования связано с определением времени ожидания уже завершившимися элементарными процессами еще не завершенных процессов. Любое соревнование может быть сведено к соревнованию двух процессов, которое моделируется сетью Петри, имеющей структуру $\Pi = \left\{ \{\varphi, \psi\}, \{\zeta_0, \zeta_1\}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$, где φ, ψ - позиции, моделирующие функционирование аппаратных средств системы управления высоконагруженными веб-порталами с повышенной отказоустойчивостью соответственно; ζ_0 - стартовый переход, моделирующий начало «соревнования»; ζ_1 - конечный переход, моделирующий фиксацию исхода «соревнования».

Распределение времени пребывания фишек в позициях φ и ψ определяются плотностями соответственно $\varphi(t)$ и $\psi(t)$.

В начале «соревнования» полушаги $\sigma_{0\varphi}$ и $\sigma_{0\psi}$ производятся одновременно. Плотность распределения разности временных интервалов достижения перехода ζ_1 при выполнении указанных

полушагов определяется в виде корреляции $\int_0^{\infty} \varphi(\tau)\psi(t+\tau)d\tau$. Вероятности того, что разности случайных интервалов времени будут положительными и отрицательными соответственно

равны $\int_0^{\infty} \Phi(t)d\Psi(t)$ и $\int_0^{\infty} \Psi(t)d\Phi(t)$, а поэтому время ожидания полушагом $\sigma_{0\varphi}$ события завершения

выполнения полушага $\sigma_{0\psi}$ будет $f_{\psi \rightarrow \varphi}(t) = 1(t) \int_0^{\infty} \varphi(\tau)\psi(t+\tau)d\tau / \int_0^{\infty} \Phi(\tau)d\Psi(\tau)$, где τ - вспомога-

тельная переменная, имеющая физический смысл времени; $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ - соответствующие функции распределения; $1(t)$ - единичная функция Хэвисайда.

Отметим, что приводимая операция не является коммутативной. Соответственно время ожидания полушагом $\sigma_{0\psi}$ события завершения выполнения полушага $\sigma_{0\varphi}$ равно

$f_{\varphi \rightarrow \psi}(t) = 1(t) \int_0^{\infty} \psi(\tau)\varphi(t+\tau)d\tau / \int_0^{\infty} \Psi(\tau)d\Phi(\tau)$ и в общем случае $f_{\varphi \rightarrow \psi}(t) \neq f_{\psi \rightarrow \varphi}(t)$.

В часто встречающемся на практике случае K процессов разбиваются на две группы. Будем считать, что первая группа имеет номера с 1-го по N -й, а вторая группа - с $(N + 1)$ -го по K -й. Плотности распределения времени выполнения соответствующих групп процессов определяются зависимостями:

$$f_{1 \leftrightarrow N}(t) = \sum_{m=1}^N \hat{f}_{j(mz)j(zn)}(t) \prod_{k=1, k \neq m}^N \hat{F}_{j(kz)j(zn)}(t); \quad f_{N+1 \leftrightarrow K}(t) = \sum_{m=N+1}^K \hat{f}_{j(mz)j(zn)}(t) \prod_{k=N+1, k \neq m}^K \hat{F}_{j(kz)j(zn)}(t).$$

Плотность распределения времени ожидания первой группой момента, когда завершатся процессы второй группы, определяется зависимостью

$$f_{(1 \leftrightarrow N) \rightarrow (N+1 \leftrightarrow K)}(t) = 1(t) \int_0^{\infty} f_{1 \leftrightarrow N}(\tau) f_{N+1 \leftrightarrow K}(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} F_{1 \leftrightarrow N}(t) dF_{N+1 \leftrightarrow K}(t).$$

Плотность распределения времени ожидания второй группой момента, когда завершатся процессы первой группы, определяется зависимостью

$$f_{(N+1 \leftrightarrow K) \rightarrow (1 \leftrightarrow N)}(t) = 1(t) \int_0^{\infty} f_{N+1 \leftrightarrow K}(\tau) f_{1 \leftrightarrow N}(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} F_{N+1 \leftrightarrow K}(t) dF_{1 \leftrightarrow N}(t).$$

В качестве примера определения плотности распределения времени ожидания следует рассмотреть ряд важных практических случаев [1].

Опираясь на найденные плотности распределения, можно найти математическое ожидание и дисперсию:

$$T_{\varphi \rightarrow \psi} = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \varphi(t) \psi(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} \Phi(t) d\Psi(t) \right\} t dt; \quad D_{\varphi \rightarrow \psi} = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \varphi(\tau) \psi(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} \Phi(t) d\Psi(t) \right\} (t - T_{\varphi \rightarrow \psi})^2 dt;$$

$$T_{\psi \rightarrow \varphi} = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \psi(t) \varphi(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} \Psi(t) d\Phi(t) \right\} t dt; \quad D_{\psi \rightarrow \varphi} = \int_0^{\infty} \left\{ \int_0^{\infty} \psi(\tau) \varphi(t + \tau) d\tau / \int_0^{\infty} \Psi(t) d\Phi(t) \right\} (t - T_{\psi \rightarrow \varphi})^2 dt.$$

Основные числовые характеристики и плотность распределения времени ожидания процессом $\varphi(t)$ завершения процесса $\psi(t)$ могут быть найдены с помощью имитационного моделирования, если известны плотности $\varphi(t)$ и $\psi(t)$. Определение числовых характеристик можно осуществить по следующей методике [2-4]:

1. Запускают генератор случайных чисел и определяют значение некоторой вспомогательной случайной величины $0 < \tau < 1$, распределенной равномерно.

2. Из уравнения $\Phi(t_{\varphi}) = \tau$ определяют значение t_{φ} .

3. Запускают генератор случайных чисел и определяют значение случайной величины $0 < \tau < 1$.

4. Из уравнения $\Psi(t_{\psi}) = \tau$ определяют значение t_{ψ} .

5. Сравнивают значения t_{φ} и t_{ψ} . Если $t_{\varphi} > t_{\psi}$, то в счетчик $N_{\varphi \rightarrow \psi}$ добавляется единица, а массив $M_{\varphi \rightarrow \psi}$ пополняется значением $t_{\varphi \rightarrow \psi} = t_{\psi} - t_{\varphi}$. Если $t_{\varphi} < t_{\psi}$, то в счетчик добавляется единица, а массив $M_{\psi \rightarrow \varphi}$ пополняется значением $t_{\psi \rightarrow \varphi} = t_{\varphi} - t_{\psi}$.

6. Шаги 1-5 повторяют N раз.

7. По итогам имитационного эксперимента определяют:

- вероятность ожидания процессом $\varphi(t)$ завершения процесса $\psi(t)$ $P_{\varphi \rightarrow \psi} = N_{\varphi \rightarrow \psi} / N$;

- статистическое среднее ожидание процессом $\varphi(t)$ завершения процесса $\psi(t)$

$$M^*[T_{\varphi \rightarrow \psi}] = \sum_{n(\varphi \rightarrow \psi)=1}^{N_{\varphi \rightarrow \psi}} (t_{\varphi \rightarrow \psi})_{n(\varphi \rightarrow \psi)} / N_{\varphi \rightarrow \psi};$$

- дисперсия времени ожидания процессом $\varphi(t)$ завершения процесса $\psi(t)$

$$D^*[T_{\varphi \rightarrow \psi}] = \sum_{n(\varphi \rightarrow \psi)=1}^{N_{\varphi \rightarrow \psi}} \left[(t_{\varphi \rightarrow \psi})_{n(\varphi \rightarrow \psi)} - M^*[T_{\varphi \rightarrow \psi}] \right]^2 / N_{\varphi \rightarrow \psi}.$$

Аналогично находятся соответствующие величины, связанные временем ожидания процессом $\psi(t)$ завершения процесса $\varphi(t)$.

8. Производится выравнивание статистического ряда времени ожидания процессом $\varphi(t)$ завершения процесса $\psi(t)$, а также выравнивание статистического ряда времени ожидания процессом $\psi(t)$ завершения процесса $\varphi(t)$.

Система управления и мониторинга кластера предназначена для управления и сбора информации о работе серверов приложений в кластере в режиме реального времени. Система обладает следующими возможностями: сбор статистики о работе всех серверов кластера; проверка доступности серверов; проверка доступности портов управления серверов; логическое объединение серверов в группы для управления ими одновременно (общий старт, стоп, изменение конфигурации, статистика группы); удаленное управление через консоль сервера; управление настройками сервера.

Таблица 1

Результат замера временных характеристик веб-портала

Имя хоста сервера	Artdetal.ru		Неудачных запросов	0				
Порт сервера	88		Ошибок	0				
Размер	114264 байт		Всего передано	558735754 байт				
Уровень параллелизма	18		HTML передано	558144548 байт				
Время тестирования	5,081 с		Запросов в секунду	976,66				
Завершено запросов	4884		Time per request	18,239 мс				
Time per request	1,024 (мс) по всем параллельным запросам							
Скорость передачи	189112,91 (Кбайт/с) получено							
Время соединений, мс								
	мин	среднее	+/-sd	медиана	макс.			
Соединение	0	0	0,1	0	3			
Обработка	1	10	12,7	8	219			
Ожидание	0	8	3,4	7	30			
Всего	1	18	16,2	15	252			
Процент запросов, обслуживаемых в течение определенного момента времени								
50%	66%	75%	80%	90%	95%	98%	99%	100%
8	10	11	12	15	17	20	24	219

Для обеспечения сбора информации с нескольких серверов одновременно система работает в многопоточном режиме и собирает информацию каждые 5 с.

Нагрузочное тестирование – определение или сбор показателей производительности и времени отклика программно-технической системы или устройства в ответ на внешний запрос с целью установления соответствия требованиям, предъявляемым к данной системе.

Если создаваемая нагрузка на систему превышает нормальные сценарии ее использования с целью протестировать время отклика системы на высоких или пиковых нагрузках, то ошибочная работа системы предсказуема, однако четкой границы между тем, когда тестирование является нагрузочным, и тем, когда оно становится стресс-тестированием, не существует.

Для исследования механизмов взаимодействия конкурирующих запросов в распределенной системе была выбрана система управления высоконагруженными веб-порталами с повышенной отказоустойчивостью (интернет-магазин автозапчастей artdetal.ru), в результате тестирования которой с помощью утилиты «ApacheBenchmark» были получены показатели, представленные в табл. 1.

Полученная система предоставляет гибкое масштабируемое решение для построения масштабируемых, отказоустойчивых веб-приложений. Система предоставляет свой фреймворк для построения приложений, а также набор готовых модулей. Архитектура системы позволяет разделить процесс создания веб-приложения между программистами, дизайнерами и верстальщиками, что сокращает время разработки приложения в целом или какой-либо его части. Разработанная система позволяет практически моментально проводить расширение аппаратной части без приостановки сервиса, профилактические работы на сервере без нарушения работы пользователей.

Все вышеперечисленное доказывает высокую производительность и гибкость системы, направленную на быстроту и безошибочность обслуживания пользователей.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Balbo G., Chiola G., Bruell S.** An example of modeling and evaluation of a concurrent program using colored stochastic Petri nets: Lamport's fast mutual exclusion algorithm // *Parallel Distrib. Syst. IEEE Trans.* 1992. Vol. 3, № 2. P. 221–240.

2. **Strahov Илья, Ivutin Alexey.** The parallel processes research using Petri-Markov nets // *Third International Conference "High Performance Computing" HPC-UA.* - Kyiv, 2013. - pp. 386-390.

3. **Ивутин А.Н., Страхов И.А.** Фреймворк для построения и исследования сетей Петри и их модификаций // *Известия ТулГУ, серия Технические науки.* - 2013. - Вып. 9. - Ч. 2. - С. 135-140.

4. **Игнатъев В.М., Ларкин Е.В.** Сети Петри-Маркова. - Тула: ТулГУ, 1997.

USE OF MATHEMATICAL APPARATUS OF THE PETRI-MARKOV'S NETWORKS FOR DEFINITION OF TEMPORARY AND PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF THE CONTROL SYSTEM BY THE HIGH-LOADED WEB PORTALS WITH THE INCREASED FAULT TOLERANCE

Akinshin R.N., Ivutin A.N., Yesikov D.O., Strahov I.A.

The Petri-Markov's model of parallel process is considered. By means of model of "competitions" mechanisms of interaction of competing inquiries in the distributed system are considered. The control system of the high-loaded web portals with the increased fault tolerance is developed. The method of imitating modeling is considered, experimental definition of temporary characteristics of the developed web portal and load testing of system is carried out.

Keywords: web portal, Petri-Markov's networks, fault tolerance, the control system, the high-loaded web portals, the parallel process, the distributed systems of calculation, imitating modeling.

Сведения об авторах

Акиншин Руслан Николаевич, 1980 г.р., окончил ТАИИ (2002), доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник СПП РАН, автор более 160 научных работ, область научных интересов – радиотехнические системы, информационная безопасность, методы обработки информации.

Ивутин Алексей Николаевич, 1979 г.р., окончил ТулГУ (2002), кандидат технических наук, доцент, исполняющий обязанности заведующего кафедрой ТулГУ, автор более 100 научных работ, область научных интересов – информатика и вычислительная техника, информационно-управляющие системы.

Есиков Дмитрий Олегович, 1991 г.р., магистрант ТулГУ, автор 19 научных работ, область научных интересов – информатика и вычислительная техника, методы обработки информации.

Страхов Илья Андреевич, 1991 г.р., магистрант ТулГУ, автор 10 научных работ, область научных интересов – информатика и вычислительная техника, автоматизация процессов управления.