УДК 517.977.58
DOI: 10.26467/2079-0619-2018-21-3-139-149

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНОГО МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. ПАНТЕЛЕЕВ[1], Д.А. РОДИОНОВА[1]
[1]*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия*

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-07-00419 А

В работе предложена модификация метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования (метода Luus – Jaakola), относящегося к классу метаэвристических методов поиска глобального экстремума. Предложен гибридный метод глобальной оптимизации, основанный на совместном использовании метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования, метода адаптивного случайного поиска и метода поиска наилучшей пробы. Полученный модифицированный метод применен для решения прикладных инженерных задач оптимизации параметров технических систем. Этот класс задач возникает при проектировании ракетно-космических и авиационных конструкций. Целью таких задач является минимизация стоимости или веса рассматриваемой конструкции. Подобные задачи представляют собой задачи условной глобальной оптимизации со сложным рельефом поверхностей уровня целевой функции и с большим числом переменных, что делает применение классических методов глобальной оптимизации малоэффективным, в то время как использование метаэвристических методов позволяет получить достаточно точное решение за приемлемое время. В работе решение задачи глобальной условной оптимизации происходит с использованием метода внешних штрафов. Выполняется переход к задаче оптимизации вспомогательной целевой функции, при этом параметры штрафа подбираются так, чтобы выполнялись наложенные ограничения, определяющие множество допустимых решений. В работе рассмотрены две прикладные задачи: определение параметров сосуда высокого давления и определение параметров натяжной/компрессионной пружины. На основе предложенного алгоритма разработан комплекс программ, решающих данные прикладные задачи, результаты работы которого сравниваются с результатами работы немодифицированного метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования и другими метаэвристическими алгоритмами. Сравнение полученных результатов демонстрирует эффективность предложенного метода.

Ключевые слова: метаэвристические методы оптимизации, глобальный экстремум, случайный поиск, гибридные методы.

ВВЕДЕНИЕ

В статье предлагается модификация метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования [1, 2], принадлежащего к классу метаэвристических методов поиска глобального экстремума [3], который ранее уже успешно применялся для решения задач глобальной оптимизации [4], а также задач нахождения оптимального управления [5]. Предлагается использовать различные процедуры случайного поиска, связанные между собой как параллельно, так и последовательно. Поэтому разработанный метод относится к классу гибридных методов глобальной оптимизации.

Рассматриваемый алгоритм поиска условного глобального экстремума применен к задачам оптимизации параметров различных технических систем. В работе рассматриваются прикладные задачи, связанные с инженерной деятельностью: определение параметров сосуда высокого давления [6, 7] и определение параметров натяжной/компрессионной пружины [6, 8].

Задача определения параметров сосуда высокого давления сводится к определению минимальной по стоимости конструкции сосуда, т. е. к поиску параметров системы: толщины, толщины головки, внутреннего радиуса и длины цилиндрической части сосуда. В задаче определения параметров натяжной/компрессионной пружины необходимо найти диаметр проволоки, средний диаметр витка и число активных витков, соответствующих минимальной по весу конструкции пружины. Конструкция пружины должна удовлетворять ограничениям по минимальному отклонению, напряжению сдвига, частоте колебаний и ограничениям на внешний диаметр.

Для решения данных задач использовался метод внешних штрафов. Прикладные задачи, включающие в себя критерий оптимизации и ограничения на физические свойства системы, сводятся к задаче оптимизации вспомогательной функции с одновременным подбором параметров штрафа.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дана целевая функция $f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, определенная на множестве допустимых решений $D \subseteq R^n$. Требуется найти условный глобальный минимум функции $f(x)$ на множестве D, т. е. такую точку $x^* \in D$, что $f(x^*) = \min\limits_{x \in D} f(x)$, где $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$, $D = \{x \mid x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, ..., n\}$.

СТРАТЕГИЯ ПОИСКА РЕШЕНИЯ

Гибридный метод случайного поиска содержит два этапа, реализующих последовательное улучшение приближенного решения задачи условной глобальной оптимизации.

На первом этапе метода применяется процедура адаптивного случайного поиска. Основная идея заключается в существенном увеличении величины шага в случае удачной попытки в случайном направлении из текущей точки. Если число неудачных попыток из точки достигает максимальной величины, то величина шага значительно уменьшается. Целью является интенсивное предварительное исследование множества допустимых решений и нахождение хорошего начального приближения для реализации дальнейших процедур поиска глобального минимума.

На втором этапе применяется процедура поиска наилучшей пробы. Из текущей точки генерируются R пробных точек, из которых выбирается наилучшая. Текущая точка при этом не учитывается. Из найденной наилучшей точки реализуется дальнейший поиск. Поскольку текущая точка исключена из рассмотрения, в этом случае становятся возможными шаги в направлении возрастания функции. Они могут позволить преодолевать локальные минимумы при поиске глобального экстремума. Если из текущей точки поиск в случайных направлениях не удачен, то по полученным пробным точкам находится статистический антиградиент и делается пробный шаг в этом направлении. Если и он оказывается неудачным, величина шага уменьшается до тех пор, пока не станет меньше заданной величины.

На третьем этапе применяется метод случайного поиска с редукцией области исследования (метод Luus – Jaakola) [1, 2], который использует идею переменной области поиска новых решений, в процессе работы метода она подвергается редукции (сокращению) и восстановлению (расширению).

Работа метода начинается с выбора начальной точки на множестве допустимых решений и задания размеров начальной области исследования. При отсутствии какой-либо информации о решаемой задаче начальная точка задается в центре области допустимых решений или в точке, получаемой в результате предыдущих этапов поиска.

На каждой итерации из начальной точки генерируется определенное число дочерних точек в случайных направлениях с учетом характерных размеров множества исследования. При этом если какая-либо координата новой точки не принадлежит множеству допустимых решений, то в качестве значения этой координаты принимается соответствующая граница области допустимых решений. Среди дочерних точек и начальной точки выбирается наилучшая, которой соответствует минимальное значение целевой функции. Выбранная точка является начальной точкой для следующей итерации.

В конце каждой итерации сокращается размер области исследования. После завершения заданного числа итераций завершается «проход» метода и проверяются условия неэффективности поиска. В начале каждого последующего «прохода» размер области исследования восстанавливается. Параметры редукции и восстановления подбираются таким образом, что в начале каждого следующего «прохода» размер области исследования меньше, чем в начале предыдущего. Восстановление размера области исследования позволяет улучшить эффективность метода, уменьшая вероятность сходимости к точке локального экстремума. Процесс завершается после реализации заданного числа «проходов» или при выполнении условий неэффективности поиска.

В задачах оптимизации технических систем рассматривается некоторая техническая система, характеризующаяся вектором $x=(x_1,...,x_n)^T$, где x_i – параметры системы. В рассматриваемых в данной статье задачах параметрами являются размеры составных частей конструкций. Каждая система должна удовлетворять ограничениям $g^j(x)\le 0,\ j=1,...,m,$ характеризующим физические свойства конструкции (например, ограничения по напряжению на отдельные детали). Требуется минимизировать стоимость или вес конструкции.

Стратегия решения таких задач заключается в переходе от исходной задачи к задаче поиска глобального экстремума вспомогательной функции $F(x_1,...,x_n)$, полученной с помощью применения метода внешних штрафов, которая имеет вид $F(x)=f(x)+\sum_{j=1}^{m}c_j\cdot\left[\max\{0,g^j(x)\}\right]^2$, где c_j – параметры штрафа.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Шаг 1. *Формирование начальной точки.*

Шаг 1.1. Задать параметры метода:

- число генерируемых точек R;
- коэффициент редукции множества поиска γ;
- коэффициент восстановления множества поиска η;
- максимальное число проходов P;
- число итераций, выполняемых за один проход $ITER$;
- коэффициент расширения $\alpha\ge 1$;
- коэффициент сжатия $0<\beta<1$;
- M – максимальное число неудачно выполненных испытаний на текущей итерации;
- $t_0=1$ – начальную величину шага;
- $t_{\min}$ – минимальную величину шага;
- $N1$ – максимальное число итераций адаптивного поиска;
- минимальное приращение по величине целевой функции ε_1;
- минимальное изменение координат вектора решения ε_2.

Положить $j=0$ (счетчик числа итераций).

Шаг 1.2. Задать начальную точку поиска $x^{(0)}$ в центре множества допустимых решений D. Для этого каждую координату вычислить по формуле $x_i^{(0)} = \dfrac{a_i + b_i}{2}$, $i = 1, 2, ..., n.$ Положить $x_{best}^j = x^{(0)}$.

Шаг 2. *Реализовать процедуру адаптивного поиска.*

Шаг 2.1. Положить $k = 0$ (счетчик числа неудачных шагов адаптивного поиска).

Шаг 2.2. Получить случайный вектор $\xi^j = \left(\xi_1{}^j, \ldots, \xi_n{}^j\right)^T$, где ξ_i^j – случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[-1,1]$. Вырабатывается случайная величина η_i^j, равномерно распределенная на $[0,1]$, а затем используется линейное преобразование: $\xi_i^j = 2\eta_i^j - 1$.

Шаг 2.3. Вычислить $x^{j+1} = x_{best}^j + t_j \dfrac{\xi^j}{\left\| \xi^j \right\|}$.

Проверить принадлежность сгенерированных точек множеству допустимых решений:

- если $x_i^{j+1} < a_i$, то положить $x_i^{j+1} = a_i$;
- если $x_i^{j+1} > b_i$, то положить $x_i^{j+1} = b_i$.

Иначе продолжать генерировать точки до тех пор, пока ограничения не будут выполнены.

Шаг 2.4. Проверить выполнение условий:

а) если $f\left(x^{j+1}\right) < f\left(x_{best}^j\right)$, шаг удачный. Положить $z^{j+1} = x_{best}^j + \alpha\left(x^{j+1} - x_{best}^j\right)$ и определить, является ли текущее направление $\left(x^{j+1} - x_{best}^j\right)$ удачным:

- если $f\left(z^{j+1}\right) < f\left(x_{best}^j\right)$, то направление поиска удачное. Положить $x_{best}^{j+1} = z^{j+1}$, $t_{j+1} = \alpha t_j$, $j = j + 1$ и проверить условие окончания. Если $j < N1$, перейти к шагу 2.2. Если $j = N1$, адаптивный поиск завершить: $x^* \cong x_{best}^j$; перейти к шагу 3;
- если $f\left(z^{j+1}\right) \geq f\left(x_{best}^j\right)$, направление поиска неудачное, перейти к шагу 2.5;

б) если $f\left(x^{j+1}\right) \geq f\left(x_{best}^j\right)$, шаг неудачный и перейти к шагу 2.5.

Шаг 2.5. Оценить число неудачных шагов из текущей точки:

а) если $k < M$, следует положить $k = k + 1$ и перейти к шагу 2.2;

б) если $k = M$, проверить условие окончания:

- если $t_j \leq t_{\min}$, процесс закончить: $x^* \cong x_{best}^j$, $f\left(x^*\right) \cong f\left(x_{best}^j\right)$; перейти к шагу 3.
- если $t_j > t_{\min}$, положить $t_j = \beta t_j$ и перейти к шагу 2.2.

Шаг 3. *Реализовать процедуру поиска наилучшей пробной точки с поиском вдоль статистического антиградиента при неудаче.*

Шаг 3.1. Задать начальную точку $x^0 = x^*$, $t_0 = 1$ – начальную величину шага, $N2$ – максимальное число итераций поиска наилучшей пробы. Положить $k = 0$.

Шаг 3.2. Получить R реализаций случайного вектора $\xi^j = \left(\xi_1{}^j, \ldots, \xi_n{}^j\right)^T$, где $j = 1, ..., R$; $\xi_i{}^j$ – случайная величина, равномерно распределенная на интервале $[-1,1]$.

Шаг 3.3. Вычислить

$$y^j = x^k + t_k \frac{\xi^j}{\| \xi^j \|}, \quad j = 1, ..., R.$$

Проверить принадлежность сгенерированных точек множеству допустимых решений:

- если $y_i^j < a_i$, то положить $y_i^j = a_i$;
- если $y_i^j > b_i$, то положить $y_i^j = b_i$.

Иначе продолжать генерировать точки до тех пор, пока ограничения не будут выполнены.

Шаг 3.4. Найти y^m из условия $f(y^m) = \min\limits_{1 \le j \le M} f(y^j)$.

Проверить выполнение условий:

а) если $f\left(y^m\right) < f\left(x^k\right)$, шаг удачный. Положить $x^{k+1} = y^m$, $t_{k+1} = t_k$, $k = k+1$ и проверить условие окончания. Если $k < N2$, положить $j = 1$ и перейти к шагу 3.2. Если $k = N$, поиск завершить: $x^* \cong x^k$; перейти к шагу 4;

б) если $f\left(y^m\right) \ge f\left(x^k\right)$, шаг неудачный; положить $y^{m+1} = x^k + t_k \frac{\xi^{m+1}}{\| \xi^{m+1} \|}$, где $\xi^{m+1} = -\frac{1}{t_k} \sum\limits_{j=1}^{R} \xi^j \ [f(x^k + t_k \frac{\xi^{m+1}}{\| \xi^{m+1} \|}) - f(x^k)]$ – вектор статистического антиградиента. Проверить выполнение условий:

– если $f\left(y^{m+1}\right) < f\left(x^k\right)$, шаг удачный. Положить $x^{k+1} = y^{m+1}$, $t_{k+1} = t_k$, $k = k+1$ и проверить условие окончания. Если $k < N2$, положить $j = 1$ и перейти к шагу 3.2. Если $k = N2$, поиск завершить: $x^* \cong x^k$; перейти к шагу 4;

– если $f\left(y^{m+1}\right) \ge f\left(x^k\right)$, перейти к шагу 3.5.

Шаг 3.5. Проверить условие окончания:

а) если $t_k \le t_{\min}$, процесс закончить: $x^* \cong x^k$, $f\left(x^*\right) \cong f\left(x^k\right)$; перейти к шагу 4;

б) если $t_k > t_{\min}$, положить $t_k = bt_k$, $j = 1$ и перейти к шагу 3.2.

Шаг 4. *Реализовать процедуру поиска с редукцией и восстановлением области поиска.*

Шаг 4.1. Положить $x_{best}^j = x^*$, $j = 0$ (счетчик числа итераций), $q = 0$ (счетчик числа проходов).

Шаг 4.2. Восстановление области поиска. Задать вектор, характеризующий размеры текущего множества поиска: $r^j = \eta^q \cdot r_{in}$.

Шаг 4.3. Генерация дочерних точек.

Шаг 4.3.1. Используя наилучшее решение на текущей итерации x_{best}^j, генерировать R дочерних точек: $x^{j+1,k} = x_{best}^j + D^k \cdot r^j$, $k = 1, ..., R$, где D^k – диагональная матрица со случайными взаимно независимыми элементами, равномерно распределенными на отрезке $[-1,1]$.

Шаг 4.3.2. Проверить принадлежность сгенерированных точек области допустимых решений:

- если $x_i^{j+1,k} < a_i$, то положить $x_i^{j+1,k} = a_i$;
- если $x_i^{j+1,k} > b_i$, то положить $x_i^{j+1,k} = b_i$.

Шаг 4.3.3. Вычислить значения целевой функции в дочерних точках и сравнить их с наилучшим достигнутым значением $f(x_{best}^{j})$. Если $f(x^{j+1,k}) < f(x_{best}^{j})$, то положить $x_{best}^{j} = x^{j+1,k}$.

Иначе положить $x_{best}^{j+1} = x_{best}^{j}$.

Шаг 4.4. Редукция области поиска. Задать вектор, характеризующий размеры редуцированного множества поиска: $r^{j+1} = \gamma\ r^{j}$.

Шаг 4.5. Проверка условия завершения прохода:

- если $j < ITER$, то положить $j = j+1$ и перейти к шагу 4.3;
- если $j = ITER$, то запомнить наилучшее решение в конце прохода $x_{best\,p}^{q} = x_{best}^{j}$, положить $q = q+1$ и перейти к шагу 4.6.

Шаг 4.6. Проверка условий завершения поиска:

- если $q < P$, перейти к шагу 4.7;
- если $q = P$, процесс поиска завершить, перейти к шагу 4.8.

Шаг 4.7. Проверка условий неэффективности поиска:

- если $q = 1$, положить $j = 1$ и перейти к шагу 4.2.
- если $q > 1$, то проверить условия неэффективности поиска:

а) $\left| f(x_{best\,p}^{q}) - f(x_{best\,p}^{q-1}) \right| < \varepsilon_1$,

б) $\max\limits_{i} \left| \dfrac{x_{best\,p\,i}^{q} - x_{best\,p\,i}^{q-1}}{x_{best\,p\,i}^{q}} \right| < \varepsilon_2$ (при $x_{best\,p\,i}^{q} \neq 0,\ i = 1, ..., n$).

Если хотя бы одно из условий «а» или «б» не выполнено, процесс продолжить, положить $j = 1$ и перейти к шагу 4.2.

Если оба условия выполняются, процесс поиска завершить, перейти к шагу 4.8.

Шаг 4.8. Выбор решения.

Шаг 4.8.1. Закончить работу алгоритма. В качестве решения (приближенного) задачи $f(x^*) = \min\limits_{x \in D} f(x)$ выбрать наилучшее решение в конце прохода $x_{best\,p}^{q}$, которому соответствует наименьшее значение целевой функции.

Шаг 4.8.2. Определить общее число выполненных итераций $ITER^*$, учитывая число выполненных проходов и число итераций на каждом из проходов: $ITER^* = q \cdot ITER$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Задача определения параметров сосуда высокого давления. В рассматриваемой задаче требуется определить параметры баллона для хранения сжатого газа [6, 7]. Целью является определение минимальной по стоимости конструкции сосуда, заключающейся в определении вектора параметров $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, соответствующих толщине, толщине головки, внутреннему радиусу и длине цилиндрической части. Кроме того, величины x_1 и x_2 являются дискретными величинами (описывающими кратность параметра величине 0,0625). Задача может быть формализована следующим образом:

$$f(x) = 0,6224 \cdot \tilde{x}_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + 1,7781 \cdot \tilde{x}_2 \cdot x_3^2 + 3,1661 \cdot \tilde{x}_1^2 \cdot x_4 + 19,84 \cdot \tilde{x}_1^2 \cdot x_3,$$

$$g^1(x) = -\tilde{x}_1 + 0,0193 \cdot x_3 \leq 0\ , \quad g^2(x) = -\tilde{x}_2 + 0,00954 \cdot x_3 \leq 0,$$

$$g^3(x) = -\pi \cdot x_3^2 \cdot x_4 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot x_3^3 + 1296000 \le 0, \quad g^4(x) = x_4 - 240 \le 0,$$

где $\tilde{x}_1 = 0,0625 \cdot \langle x_1 \rangle$, $\tilde{x}_2 = 0,0625 \cdot \langle x_2 \rangle$, $\langle \cdot \rangle$ – целая часть числа.

Множество допустимых решений $D = [1; 99,99] \cdot [1; 99,99] \cdot [10; 200] \cdot [10; 200]$.

Зададим следующие параметры алгоритма: количество генерируемых точек $R = 100$; число проходов $P = 10$; число итераций за один проход $ITER = 40$; коэффициент уменьшения размера множества поиска $\gamma = 0,8$; коэффициент восстановления начального множества поиска $\eta = 0,89$; максимальное число неудачно выполненных испытаний на текущей итерации $M = 20$, $t_0 = 1$ – начальная величина шага, $t_{\min} = 0,005$ – минимальная величина шага, максимальное число итераций адаптивного поиска $N1 = 100$, число $\varepsilon_1 = 0,0001$ для контроля приращения по величине целевой функции; число $\varepsilon_2 = 0,001$ для контроля эффективности изменения вектора x. Коэффициенты штрафной функции: $c_1 = 28000$, $c_2 = 26500$, $c_3 = 14000$, $c_4 = 14000$. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Решение, найденное в [6], и соответствующие ему значения целевой функции и ограничений: $x^* = (13; 7; 42,098446; 176,636596)^T$, $f(x^*) = 6059,714335$, $g^1(x^*) = 0,000000$, $g^2(x^*) = -0,035881$, $g^3(x^*) = -0,028761$, $g^4(x^*) = -63,363404$.

Результаты работы гибридного метода сравнивались с результатами работы метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования (метода Luus – Jaakola), а также с решением, полученным в [9] при использовании методов «роевого» интеллекта.

Таблица 1
Table 1

	Гибридный метод	Метод случайного поиска с последовательной редукцией области исследования
x_1^*	12,9725	12,9638
x_2^*	6,8903	6,8864
x_3^*	42,0392	42,1273
x_4^*	174,1935	176,8458
$f(x^*)$	5901,752	5848,9138

Полученный результат близок к решению, найденному в [6]. Решения, полученные при использовании гибридного метода, оказались ближе к точному решению задачи, чем при применении обычного метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования. В [9] были получены следующие результаты: при применении метода, имитирующего спиральную динамику $x^* = (12,9597; 6,7304; 42,9877; 165,9206)^T$, $f(x^*) = 5608,2889$; при применении метода, имитирующего поиск группой людей $x^* = (12,0035; 7,4174; 41,6576; 186,2211)^T$, $f(x^*) = 5849,349$; при применении метода стохастической диффузии $x^* = (12,9579; 6,675; 42,0438; 178,667)^T$, $f(x^*) = 5717,7236$. При сравнении полученных значений целевой функции с точным решением видно, что гибридный метод по точности примерно соответствует методу, имитирующему поиск группой людей.

Задача определения параметров натяжной/компрессионной пружины. В рассматриваемой задаче требуется определить параметры натяжной/компрессионной пружины, учитывая физические ограничения [6]. Целью является определение минимальной по весу конструкции пружины, заключающееся в нахождении вектора параметров $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, соответствующих диаметру проволоки, среднему диаметру витка и числу активных витков. Конструкция пружины должна удовлетворять ограничениям по минимальному отклонению, напряжению сдвига, частоте колебаний и ограничениям на внешний диаметр. Задача может быть формализована следующим образом:

$$f(x) = (x_3 + 2) \cdot x_1^2 \cdot x_2,$$

$$g^1(x) = 1 - \frac{x_2^3 \cdot x_3}{71875 \cdot x_1^4} \le 0, \quad g^2(x) = \frac{4 \cdot x_2^2 - x_1 \cdot x_2}{12566 \cdot (x_1^3 \cdot x_2 - x_1^4)} + \frac{2,46}{12566 \cdot x_1^2} - 1 \le 0,$$

$$g^3(x) = 1 - \frac{140,54 \cdot x_1}{x_2^2 \cdot x_3} \le 0, \quad g^4(x) = \frac{x_1 + x_2}{1,5} - 1 \le 0.$$

Множество допустимых решений $D = [0,05; 2,0] \cdot [0,25; 1,3] \cdot [2,0; 15,0]$.

Зададим следующие параметры алгоритма: количество генерируемых точек $R = 100$; число проходов $P = 10$; число итераций за один проход $ITER = 40$; коэффициент уменьшения размера множества поиска $\gamma = 0,8$; коэффициент восстановления начального множества поиска $\eta = 0,89$; максимальное число неудачно выполненных испытаний на текущей итерации $M = 20$, $t_0 = 1$ – начальная величина шага, $t_{\min} = 0,005$ – минимальная величина шага, максимальное число итераций адаптивного поиска $N1 = 100$, число $\varepsilon_1 = 0,0001$ для контроля приращения по величине целевой функции; число $\varepsilon_2 = 0,001$ для контроля эффективности изменения вектора x. Коэффициенты штрафной функции: $c_1 = 6, c_2 = 2, c_3 = 1, c_4 = 1.$ Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Решение, найденное в [6], и соответствующие ему значения целевой функции и ограничений: $x^* = (0,05169; 0,35675; 11,287126)^T$, $f(x^*) = 0,012665$, $g^1(x^*) = -9,001053$, $g^2(x^*) = 0,000020$, $g^3(x^*) = -4,057026$, $g^4(x^*) = -0,727707$.

Результаты работы гибридного метода сравнивались с результатами работы метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования (метода Luus – Jaakola), а также с решением, полученным в [9] с применением методов «роевого» интеллекта.

Таблица 2
Table 2

	Гибридный метод	Метод случайного поиска с последовательной редукцией области исследования
x_1^*	0,0527	0,05271
x_2^*	0,3496	0,3312
x_3^*	11,0628	11,007
$f(x^*)$	0,0113	0,0108

В [9] были получены следующие результаты: при применении метода, имитирующего спиральную динамику $x^* = (0,0583; 0,334; 7,1934)^T$, $f(x^*) = 0,0104$; при применении метода, имитирующего поиск группой людей $x^* = (0,0534; 0,3913; 11,1691)^T$, $f(x^*) = 0,0147$; при применении метода стохастической диффузии $x^* = (0,0517; 0,3593; 11,3058)^T$, $f(x^*) = 0,0128$. Решение, полученное гибридным методом, уступает по точности решению, полученному методом стохастической диффузии, но дает лучший результат, чем метод, имитирующий спиральную динамику и метод, имитирующий поиск группой людей.

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан гибридный метод глобальной условной оптимизации, основанный на совместном использовании метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования, метода адаптивного случайного поиска и метода поиска наилучшей пробы. Метод относится к группе метаэвристических, не гарантирующих получения точного решения, но позволяющих найти достаточно точный ответ за приемлемое время. В среде C# создан комплекс программ, позволяющий подбирать наилучшие параметры метода для решаемой задачи на общепринятых модельных примерах со сложной структурой поверхностей уровня, а также находить решение задач оптимизации элементов технических систем, например определения параметров сосуда высокого давления и параметров натяжной/компрессионной пружины. Этот класс задач возникает при проектировании ракетно-космических и авиационных систем с целью минимизации стоимости или веса рассматриваемой конструкции при одновременном выполнении ряда ограничений. При решении данных задач использовался метод внешних штрафов: прикладные задачи, включающие в себя критерий оптимизации и ограничения на физические свойства системы, сводятся к задаче оптимизации вспомогательной функции с одновременным подбором параметров штрафа. Результаты сравнения работы гибридного метода, немодифицированного метода и методов «роевого» интеллекта позволяют сделать вывод об эффективности предложенного гибридного метода и созданного программного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Luus R., Jaakola T.H.I.** Optimization by direct search and systematic reduction of the size of search region // American Institute of Chemical Engineers Journal (AIChE). 1973. Vol. 19(4). Pp. 760–766.

2. **Luus R.** Iterative Dynamic Programming. CRC Press, 2000. 344 p.

3. **Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А.** Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. М.: Вузовская книга, 2013. 244 с.

4. **Родионова Д.А.** Комплекс программных средств «Метод случайного поиска с последовательной редукцией области исследования» // Материалы XVIII Межд. конф. по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 2013, Алушта. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2013. С. 779–781.

5. **Пантелеев А.В., Родионова Д.А.** Применение метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования в задачах оптимального управления детерминированными системами // Известия института инженерной физики. 2014. № 3(33). С. 17–22.

6. **Cagnina L.C., Esquivel S.C.** Solving Engineering Optimization Problems with the Simple Constrained Particle Swarm Optimizer // Informatica. 2008. No. 32. Pp. 319–326.

7. **Ragsdell K., Phillips D.** Optimal Design of a Class of Welded Structures Using Geometric Programming // J. Eng. Ind. 1976. No. 98(3). Pp. 1021–1025.

8. **Golinski J.** An Adaptive Optimization System Applied to Machine Synthesis // Mech. Mash. Theory. 1973. No. 8(3). Pp. 419–436.
9. **Пантелеев А.В., Евдокимова М.Д.** Методы «роевого» интеллекта в задачах оптимизации параметров технических систем // Научный Вестник МГТУ ГА. 2017. Т. 20, № 2. С. 6–15.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Пантелеев Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической кибернетики факультета «Прикладная математика и физика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), avpanteleev@inbox.ru.

Родионова Дарья Андреевна, аспирант факультета «Прикладная математика и физика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), d.arya.rodionova@yandex.ru.

APPLICATION OF HYBRID RANDOM SEARCH METHOD TO OPTIMISATION OF ENGINEERING SYSTEMS' PARAMETERS

Andrei V. Panteleev[1], Daria A. Rodionova[1]
[1]Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

The study was conducted with support of the Russian Foundation for Basic Research grant №16-07-00419 A

ABSTRACT

This paper presents a modification of the Luus-Jaakola global optimization method, which belongs to the class of metaheuristic algorithms. A hybrid method is suggested, using a combination of random search methods: Luus-Jaakola method, adaptive random search method and best trial method. The obtained method is applied to the optimization of parameters of different engineering systems. This class of problems appears during the design of aerospace and aeronautical structures; its goal is the cost or weight minimization of the construction. These problems belong to the class of constrained global optimization problems, where the level surface of the objective function has uneven relief and there is a large number of variables. This means that the classical optimization methods prove to be inefficient and these problems should be solved using metaheuristic optimization methods, which provide sufficient accuracy at reasonable operating time. In this paper, the constrained global optimization problem is solved using the penalty method. Thus, the problem of exterior penalty function optimization is considered, where the penalty coefficients are chosen in such a way as to avoid the violation of the constraints. Two applied problems are considered in the paper: the determination of the high-pressure vessel parameters and the anti rattle spring parameters determination. Using the suggested algorithm, a software complex was developed, which allows us to solve engineering optimization problems. The results obtained using the suggested methods were compared with the results obtained using the non-modified Luus-Jaakola method in order to demonstrate the efficiency of the suggested hybrid random search method.

Key words: metaheuristic methods, hybrid methods, global extremum, random search.

REFERENCES

1. **Luus, R. and Jaakola, T.H.I.** (1973). *Optimization by direct search and systematic reduction of the size of search region.* American Institute of Chemical Engineers Journal (AIChE), vol. 4(19), pp. 760–766.
2. **Luus, R.** (2000). *Iterative Dynamic Programming.* CRC Press, 344 p.

3. Panteleev A.V., Metlitskaya, D.V. and Aleshina, E.A. (2013). *Metody global'noi optimizatsii. Metaevristicheskie strategii i algoritm* [Metaheuritic strategies and algorithms]. M.: Vuzovskaya kniga, 244 p. (in Russian)

4. **Rodionova, D.A.** (2013). *Kompleks programmnykh sredstv "Metod sluchainogo poiska s posledovatel'noi reduktsiei oblasti issledovaniya* [Complex of programming software "Method of random search with the successive reduction of the research sphere]. *Materialy XVIII Mezhd. konf. po vychislitel'noi mekhanike i sovremennym prikladnym programmnym sistemam (VMSPPS'2013), 2013, Alushta* [Proceedings of the XVIII International Conference on computing mechanics and modern applied programming systems (VMSPPS 2013), Alushta 2013]. Moscow: Publ. house MAI-PRINT, pp. 779–781. (in Russian)

5. Panteleev, A.V. and Rodionova, D.A. (2014). *Primenenie metoda sluchainogo poiska s posledovatel'noi reduktsiei oblasti issledovaniya v zadachakh optimal'nogo upravleniya determinirovannymi sistemami* [Application of the method of random search with successive reduction of research sphere in problems of optimal management with determined systems]. *Izvestiya instituta inzhenernoi fiziki* [Herald of Institute of Engineering Physics], no. 33(3), pp. 17–22. (in Russian)

6. Cagnina, L.C. and Esquivel, S.C. (2008). *Solving Engineering Optimization Problems with the Simple Constrained Particle Swarm Optimizer.* Informatica, no. 32, pp. 319–326.

7. Ragsdell, K. and Phillips, D. (1976). *Optimal Design of a Class of Welded Structures Using Geometric Programming.* J. Eng. Ind., no. 3(98), pp. 1021–1025.

8. Golinski, J. (1973). *An Adaptive Optimization System Applied to Machine Synthesis.* Mech. Mash. Theory, no. 3(8), pp. 419–436.

9. Panteleev, A.V. and Evdokimova, M.D. (2017). *Solving Engineering Optimization Problems With The Swarm Intelligence Methods* [Solving Engineering Optimization Problems With The Swarm Intelligence Methods]. Civil Aviation High Technologies, vol. 20, no. 2, pp. 6–15. (in Russian)

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Andrei V. Panteleev, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Mathematics and Cybernetics Department, Moscow Aviation Institute (National Research University), avpanteleev@inbox.ru.

Daria A. Rodionova, Postgraduate Student, Moscow Aviation Institute (National Research University), d.arya.rodionova@yandex.ru.

Поступила в редакцию	07.10.2017	Received	07.10.2017
Принята в печать	15.05.2018	Accepted for publication	15.05.2018