

УДК 621.396

## ВЛИЯНИЕ НЕЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ФАЗЫ И ЕЕ ЦИФРОВОГО ЭКВИВАЛЕНТА НА ТОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ синхронизации средств связи и навигации в условиях действия помех

О.А. ЕВТУШЕНКО

Рассматривается влияние замены фазы сигнала на ее цифровой эквивалент в виде временного интервала между нулевыми переходами опорного сигнала и смеси сигнала и помехи на точность цифровых систем фазовой синхронизации средств связи и навигации.

**Ключевые слова:** фазовая синхронизация, цифровая система, связь, навигация, помеха.

Широкое внедрение цифровых методов обработки сигнала в радиоэлектронном оборудовании (РЭО) средств связи и навигации, используемых при управлении воздушным движением (УВД) с автоматическим зависимым наблюдением (АЗН), делает актуальным анализ влияния неэквивалентности фазы и ее цифрового эквивалента на точностные характеристики цифровых систем фазовой синхронизации, как правило, используемых в указанном РЭО.

В типовых цифровых фазометрических устройствах в качестве цифрового эквивалента фазы обычно используется временной интервал между импульсами, формируемыми в моменты нулевых переходов опорного и входного сигналов. При этом измерение мгновенного значения фазы сводится к подсчету количества тактовых импульсов, укладываемых во временном интервале, выделяемом, например, при помощи двухвходового триггера.

Такая процедура обработки базируется на интуитивном представлении об эквивалентности фазы и временного интервала между «нулями», что справедливо лишь для гармонического сигнала. При наличии же помехи, которая здесь полагается гауссовой с известной функцией корреляции и аддитивно сложенной с сигналом, указанная обработка приводит к искажению фазовой информации. Это проявляется, в частности, в появлении в отдельных периодах «лишних» нулей или в их исчезновении [1]. При этом становится неоднозначным само понятие временного интервала между нулями.

Описанной выше процедуре обработки с использованием в качестве фиксатора временного интервала двухвходового триггера соответствует фиксация интервала до первого нуля смеси, следующего после опорного нуля, поскольку на последующие нули до очередного сброса опорным импульсом триггер не реагирует.

О том, в какой мере этот интервал эквивалентен фазе, можно судить путем сравнения плотности вероятностей временного интервала до первого нуля  $W(\tau)$ , которая в предположении независимости выборочных значений интервала является его полной вероятностной характеристикой, с плотностью вероятностей фазы. Априори можно отметить, что в то время, как фаза определена на интервале  $[0; 2\pi]$  (или  $[-\pi; \pi]$ ), функция  $W(\tau)$  с учетом конечной вероятности исчезновения нулей в отдельных периодах при  $\tau > 2\pi/\omega$  не равна нулю.

Задача отыскания  $W(\tau)$  может рассматриваться как задача нахождения функции распределения времени первого достижения случайным процессом  $x(t)$  заданной границы  $x_\tau$  с положительной производной, общий подход к которой обсуждался в работе [2]. При этом имеем

$$W(\tau, x_\tau, t_0) = \sum_{r=1}^{\infty} (-1)^{r-1} \int_0^{t_0+t_1} \dots \int_0^{t_0+\tau} \dots \int_0^{\infty} \dot{x}_1 \dots \dot{x}_r W_{2r}(x_1, \dot{x}_1, \dots, \dots x_r, \dot{x}_r, t_1, \dots, t_{r-1}, \tau) \Big|_{x_1 = \dots x_r = x_\tau} d\dot{x}_1 \dots d\dot{x}_r dt_1 \dots dt_{r-1} . \tag{1}$$

Здесь  $t_0$  – начало реализации процесса;  $W_{2r}(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_r, \dot{x}_r, t_1, \dots, t_{r-1}, \tau)$  – плотность вероятностей процесса и его производной в  $r$  моментов времени.

Полагая  $t_0 = 0$  и  $x_\tau = 0$ , пренебрегая для узкополосного процесса вероятностью появления более одного «лишнего» нуля на интервале  $[0; \tau]$  и ограничиваясь в (1) соответственно членами с  $r \leq 2$ , получаем следующее приближенное выражение для  $W(\tau)$

$$W(\tau) = W_1(\tau) - \int_0^\tau W_2(t_1, \tau) dt_1, \tag{2}$$

где  $W_1(\tau)$  и  $W_2(t_1, \tau)$  – дифференциальные вероятности нулей, определяемые выражениями:

$$W_1(\tau) = \int_0^\infty \dot{x} W_2(x, \dot{x}, \tau) \Big|_{x=0} d\dot{x}; \tag{3}$$

$$W_2(t_1, \tau) = \int_0^\infty \int_0^\infty \dot{x}_1 \dot{x}_2 W_4(x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, t_1, \tau) \Big|_{x_1 = x_2 = 0} d\dot{x}_1 d\dot{x}_2 . \tag{4}$$

Для смеси гармонического сигнала и гауссовой помехи эти выражения вычислялись в работах [3; 4].

Для удобства сравнения  $W(\tau)$  с распределением фазы перейдем в (2) к безразмерным параметрам  $\theta = \omega \tau$  и  $\theta_1 = \omega t_1$  и осуществим замену переменных  $\varphi = \theta - \pi$  и  $\varphi_1 = \theta_1 - \pi$ . Такая замена означает, что на полупериоде, предшествующем опорному нулю, измеряется интервал от нуля смеси до опорного нуля и ему приписывается знак минус. В остальной области измеряется интервал от опорного нуля до нуля смеси и ему приписывается знак плюс. В результате (4) преобразуется к виду

$$W(\varphi) \cong W_1(\varphi) - \int_{-\pi}^{\varphi} W_2(\varphi_1, \varphi) d\varphi_1 . \tag{5}$$

При этом с учетом результатов [3; 4] для  $W_1(\varphi)$  и  $W_2(\varphi_1, \varphi)$  можем записать

$$W_1(\varphi) = \frac{(1+k^2)^{1/2}}{2\pi} \left( \exp \left\{ -\frac{s^2}{2} \left[ \frac{\cos^2(\varphi - \varphi_c)}{1+k^2} + \sin^2(\varphi - \varphi_c) \right] \right\} + \left( \frac{2\pi}{1+k^2} \right)^{1/2} s \cos(\varphi - \varphi_c) F \left[ \frac{s \cos(\varphi - \varphi_c)}{(1+k^2)^{1/2}} \right] \exp \left[ -\frac{s^2 \sin^2(\varphi - \varphi_c)}{2} \right] \right) , \tag{6}$$

где  $s$  – отношение амплитуды сигнала к среднеквадратическому значению помехи;  $\varphi_c$  – фаза сигнала;  $k = \Delta\omega_n / \omega$ ;  $\Delta\omega_n = [-R_0''(0)]^{1/2}$  – среднеквадратическая ширина спектра помехи;  $R_0(\tau)$  – «огнибающая» коэффициента корреляции помехи  $R(\tau) = R_0(\tau) \cos \omega_0 \tau$ ;  $F(x)$  – функция Лапласа [5];

$$W_2(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{D_{23}}{2\pi(1-R^2)^{1/2}} \exp \left[ -\frac{s^2}{2D} \sum_{m=0}^1 \sum_{p=0}^1 \sum_{r=0}^1 \sum_{l=1}^2 \frac{D(2m+l)(2p+r)}{(1+k^2)^{(m+p)/2}} \times \right. \\ \left. \times \sin \left( \varphi_l - \varphi_c + m \frac{\pi}{2} \right) \sin \left( \varphi_r - \varphi_c + p \frac{\pi}{2} \right) \right] \times \\ \times \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n b_n(\gamma_1) b_n(\gamma_2) (D_{23}/D_{34})^n / n! , \quad (7)$$

где

$$b_0(\gamma_i) = (2\pi)^{-1/2} - \gamma_i F(-\gamma_i) \exp(\gamma_i^2/2); \quad (8)$$

$$b_1(\gamma_i) = (2\pi)^{-1/2} \gamma_i - (1 + \gamma_i^2) F(-\gamma_i) \exp(\gamma_i^2/2); \quad (9)$$

$$b_n(\gamma_i) = \gamma_i b_{n-1}(\gamma_i) - \gamma_i^{n-1} F(-\gamma_i) \exp(\gamma_i^2/2) + \\ + \sum_{\mu=0}^{n-2} \gamma_i^\mu F^{(n-\mu-1)}(0), \quad n \geq 2 \quad (10)$$

– коэффициенты, табулированные в [6];

$$\gamma_i = -s \left[ D_{33} / (1-R^2) \right]^{1/2} \sum_{m=0}^1 \sum_{l=1}^2 \frac{D_{(2m+l)(2+l)}}{(1+k^2)^{m/2}} \times \\ \times \sin(\phi_l - \phi_c + m\pi/2), \quad i=1,2; \quad (11)$$

$D_{ik}$  – алгебраические дополнения определителя корреляционной матрицы помехи и ее производной [5];

$$D = \begin{vmatrix} 1 & R(\tau) & 0 & R'(\tau)/\omega_1 \\ R(\tau) & 1 & -R'(\tau)/\omega_1 & 0 \\ 0 & -R'(\tau)/\omega_1 & 1 & R''(\tau)/\omega_1^2 \\ R'(\tau)/\omega_1 & 0 & R''(\tau)/\omega_1^2 & 1 \end{vmatrix}; \quad (12)$$

$$\omega_1 = \omega (1+k^2)^{1/2}. \quad (13)$$

Заметим, что аргумент коэффициента корреляции  $R(\tau)$  здесь следует принять равным  $\tau = (\varphi_2 - \varphi_1) / \omega$ . Плотность вероятностей определенного указанным выше образом цифрового эквивалента фазы (5) для двух значений параметров  $s$  и  $k$  приведена на рис. 1.

Заметим, что участки кривых распределения при  $\varphi > \varphi_{\max}$ , где  $W(\varphi) < 0$ , следует исключить из рассмотрения. Их наличие связано с тем, что при больших значениях временного интервала перестает быть справедливым допущение о том, что число «лишних» нулей не превышает одного на периоде частоты сигнала, и, следовательно, аппроксимация (2) становится слишком грубой.

Из проведенного рассмотрения можно сделать следующие выводы. Распределение интервалов между нулями как некоего цифрового эквивалента фазы в отличие от фазового распределения несимметрично, причем степень несимметрии увеличивается с увеличением относительной ширины спектра помехи и уменьшением отношения сигнал/помеха.

Качественное отличие распределения интервалов между нулями от фазового распределения связано с сугубо нелинейным характером обработки смеси сигнала и помехи при переходе к цифровому эквиваленту фазы.

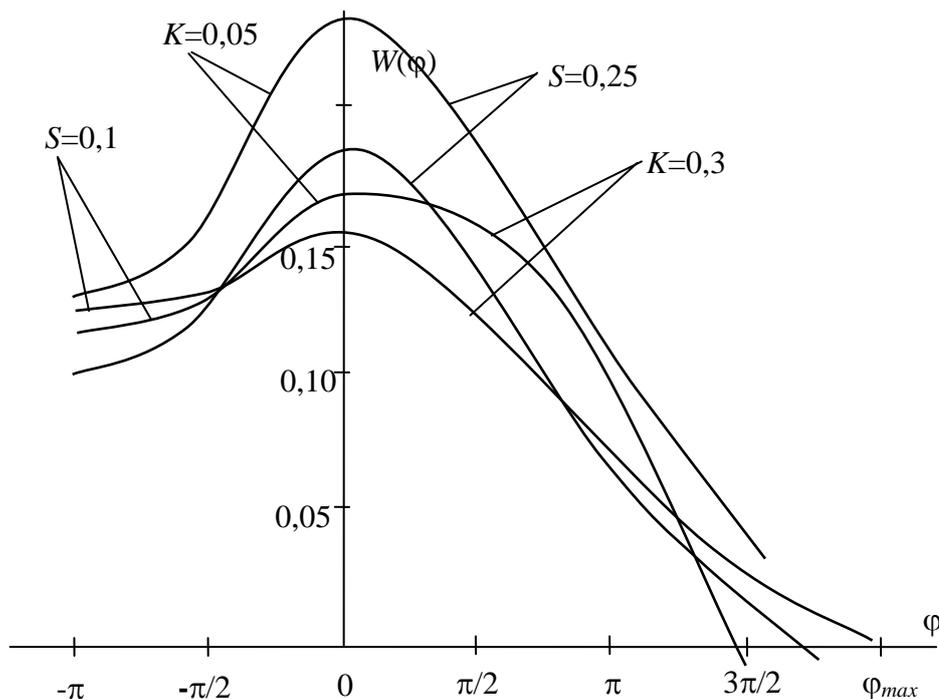
Несимметрия распределения приводит к смещению оценки фазы  $\varphi_c$ . Например, при оценке фазы следящим измерителем или измерителем разомкнутого типа, работающим по принципу «выборочного среднего» [7], с использованием фазочувствительного элемента на основе двухвходного триггера, управляемого импульсами, фиксирующими моменты нулевых переходов опорного сигнала и смеси, оценочное значение фазы определяется как математическое ожидание измеренных значений фазы

$$\varphi_c^* = \int_{-\pi}^{\varphi_{max}} \varphi W(\varphi) d\varphi \quad (14)$$

При этом смещение  $\delta\varphi_c$  при оценке малых значений фазы  $\varphi_c$ , которая полагается постоянной на интервале наблюдения, в первом приближении может быть оценено из соотношения

$$\delta\varphi_c \cong \int_{-\pi}^{\varphi_{max}} \varphi W(\varphi) \Big|_{\varphi_c=0} d\varphi \quad (15)$$

Результаты численных расчетов  $\delta\varphi_c$  приведены в табл. 1.



**Рис. 1.** Плотность вероятностей цифрового эквивалента фазы смеси сигнала и помехи

**Таблица 1**

Смещение оценки фазы сигнала при использовании ее цифрового эквивалента

K	$\delta\varphi_c$		
	S = 0,1	S = 0,25	S = 1
0,05	4,4°	0,2°	0,02°
0,3	68°	-1,3°	-0,1°

Как видим, смещение оценки при слабом сигнале ( $S \ll 1$ ) и большой относительной ширине спектра помехи ( $k > 0,05$ ) достигает значительной величины. Знакопеременный характер смещения оценки  $\delta\varphi_c$  объясняется сложным характером зависимости распределения  $W(\varphi)$  от уровня помехи и ширины ее спектра, обусловленной двумя причинами: появлением «лишних» нулей и их исчезновением в отдельных периодах опорного сигнала.

Данные табл. 1 характеризуют ограничения, присущие цифровым методам обработки сигнала в системах фазовой синхронизации РЭО средств связи и навигации, используемых при УВД с АЗН, и могут быть использованы при выборе полосы пропускания входного фильтра, определяющей отношение сигнал/помеха и относительную ширину спектра помехи на входе

системы синхронизации.

Во избежание смещения оценки фазы, вызванного заменой ее цифровым эквивалентом в виде временного интервала между нулевыми переходами опорного сигнала и нулевыми переходами смеси сигнала и помехи, для аппаратуры, предназначенной для работы в условиях интенсивных помех, может быть рекомендован переход от традиционных цифровых фазовых измерений рассмотренного вида к фазовым измерениям, основанным на представлении фазы по Гильберту в виде арктангенса отношения квадратурной и синфазной амплитуд смеси сигнала и помехи [5], при которых смещение оценки фазы отсутствует.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пестряков В.Б. *Фазовые радиотехнические системы*. М: Советское радио, 1968.
2. Левин Б.Р., Фомин Я.А. Распределение времени первого достижения заданной границы // *Радиотехника и электроника*. 1966. Т. 11. № 9.
3. Коровин Ю.К., Лутченко А.Е. Распределение нулей узкополосного случайного процесса // *Вопросы радиоэлектроники*. 1963. Серия XII. Вып. 13.
4. Козлов А.И., Маслов В.Ю. Дистанционное определение диэлектрической проницаемости поверхности в оптическом диапазоне // *Научный Вестник МГТУ ГА*. 2014. № 210. С. 40-42.
5. Левин Б.Р. *Теоретические основы статистической радиотехники*. М.: Советское радио, 1966. Кн. 1.
6. Козлов А.И., Маслов В.Ю. Дифференциальные уравнения эволюции матрицы рассеяния // *Научный Вестник МГТУ ГА*. 2014. № 210. С. 43-46.
7. Рубцов В.Д., Дубянский С.А. Анализ характеристик устройств регистрации волновых возмущений в среде с использованием оптических, СВЧ и ультразвуковых лучей // *Научный Вестник МГТУ ГА*. 2014. № 210. С. 63-67.

#### INFLUENCE OF NONEQUIVALENCE OF THE PHASE AND ITS DIGITAL EQUIVALENT ON PRECISION CHARACTERISTICS OF DIGITAL SYSTEMS OF PHASE SYNCHRONIZATION OF MEANS OF COMMUNICATION AND NAVIGATION IN THE CONDITIONS OF ACTION OF HINDRANCES

Evtushenko O.A.

Influence of replacement of a phase of a signal on its digital equivalent in the form of a time interval between zero transitions of a basic signal and mix of a signal and hindrance to the accuracy of digital systems of phase synchronization of means of communication and navigation is considered.

**Keywords:** phase synchronization, digital system, communication, navigation, hindrance.

#### REFERENCES

1. Pestryakov V.B. *Fazovye radiotekhnicheskie sistemy*. M.: Sovetskoe radio. 1968. (In Russian).
2. Levin B.R., Fomin Ya.A. Raspredelenie vremeni pervogo dostizheniya zadannoy granitsy. *Radiotekhnika i elektronika*. 1966. T. 11. № 9. (In Russian).
3. Korovin U.K., Lutchenko A.E. Raspredelenie nuley uzkopolosnogo sluchaynogo protsesssa. *Voprosy radioelektroniki*. 1963. Seriya XII. Vyp. 13. (In Russian).
4. Kozlov A.I., Maslov V.Yu. Distantcionnoe opredelenie dielektricheskoy pronitsaemosti poverkhnosti v opticheskom diapazone. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA*. 2014. № 210. Pp. 40-42. (In Russian).
5. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki*. M.: Sovetskoe radio. 1966. Kn. 1. (In Russian).
6. Kozlov A.I., Maslov V.Yu. Differentsialnye uravneniya evolutsii matritsy rasseyaniya. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA*. 2014. № 210. Pp. 43-46. (In Russian).
7. Rubtsov V.D., Dubyanskiy S.A. Analiz kharakteristik ustroystv registratsii volnovykh vozmuscheniy v srede s ispolzovaniem opticheskikh, SVCH i ultrazvukovykh luchej. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA*. 2014. № 210. Pp. 63-67. (In Russian).

#### Сведения об авторе

Евтушенко Олег Александрович, 1970 г.р., окончил ОЛАГА (1992), доцент, кандидат технических наук, директор ГосНИИ «Аэронавигация», автор 14 научных работ, область научных интересов – навигация, управление воздушным движением обеспечение безопасности полетов.