

УДК 621.396; 681.34

## ОБ ОЦЕНКАХ СТАТИСТИКИ ОШИБОК ПИЛОТИРОВАНИЯ И ВЕРОЯТНОСТИ СБОЯ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

В.Л. КУЗНЕЦОВ, Е.С. ГОРЯЧЕНКОВА

Развивается новый подход к задаче совместной обработки данных о положении воздушного судна с помощью спутниковой навигационной системы и системы вторичных обзорных радиолокаторов. Цель задачи – получение оценок для распределений собственных ошибок систем контроля и ошибок пилотирования. Учитывается возможная статистическая зависимость между ошибками пилотирования и ошибками данных спутниковой навигационной системы.

**Ключевые слова:** ошибки пилотирования, ошибки измерительной системы, метод фурье-сепарации.

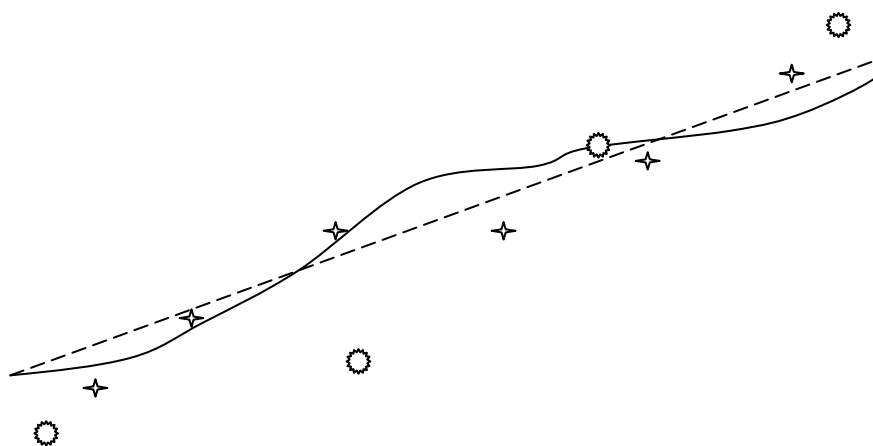
### Введение

То обстоятельство, что вещательное автоматическое зависимое наблюдение (АЗН-В) рассматривается в настоящее время как перспективная система наблюдения обслуживания воздушного движения (ОВД), стимулировало дополнительный интерес к исследованию надежности измерений спутниковых навигационных систем (СНС). АЗН-В предполагает, что координаты каждого воздушного судна (ВС), определяемые на борту, передаются диспетчеру для использования в системе ОВД. Можно также предположить, что с введением АЗН-В данные СНС официально будет разрешено использовать при пилотировании ВС. В этом случае потенциально возможные ошибки, сбои в работе СНС как измерительной системы могут сказаться на статистике ошибок пилотирования. В работе [1] контроль целостности информации АЗН-В предложено проводить путем сравнения измерений координат ВС с данными, полученными от независимой системы наблюдения, например, от вторичных обзорных радиолокаторов (ВОРЛ).

В работе [2] был предложен метод фурье-сепарации для оценок распределений собственных ошибок двух независимых систем контроля положения ВС и ошибок пилотирования. Лаконичность предложенного в [1] решения во многом определялась статистической независимостью ошибок пилотирования и систем наблюдения. Однако использование данных СНС для улучшения точности пилотирования делает гипотезу о независимости ошибок неадекватной новой постановке задачи. В этой работе мы предпримем попытку расширения области применения метода фурье-сепарации на случай такой зависимости и получим формулы для оценки вероятности сбоя в работе СНС.

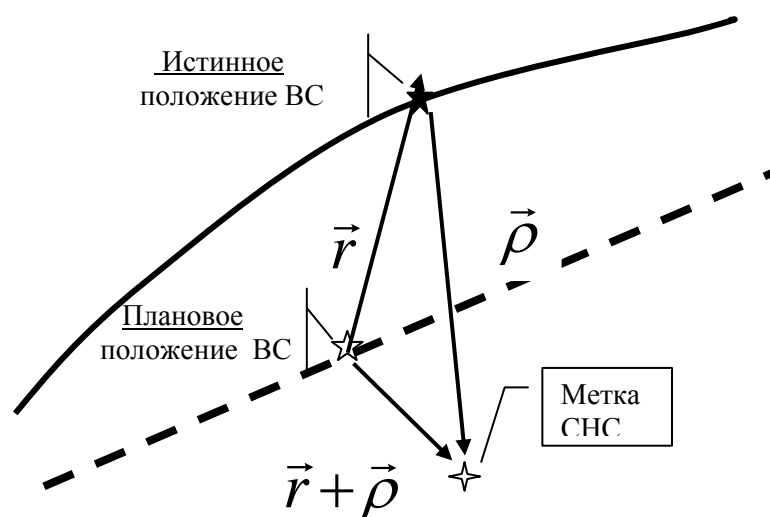
### 1. Постановка задачи и основные гипотезы модели

Рассмотрим движение ВС по плановой траектории в соответствии с некоторым известным законом  $\vec{R} = \vec{R}_0(t)$ . Реально при полете ВС отклоняется от плановой траектории, имеет ошибки пилотирования  $\vec{r}(t) = \vec{R}(t) - \vec{R}_0(t)$ , статистические характеристики которых требуется определить. Будем полагать, что положение ВС в пространстве отслеживается с помощью двух независимых систем наблюдения - СНС и вторичных обзорных радиолокаторов (ВОРЛ), характеризующихся своими ошибками (рис. 1). Поскольку пилот (автопилот) управляет ВС, опираясь на данные СНС, то ошибки пилотирования -  $\vec{r}(t)$  и ошибки СНС -  $\vec{\rho}(t)$  в такой постановке задачи нельзя считать статистически независимыми.



**Рис. 1.** Плановая (пунктир) и реальная траектории движения ВС с отметками СНС и РЛС -наблюдений

Ошибки СНС можно разделить на 2 класса: "быстрые", существенно изменяющие свою величину от измерения к измерению, и "медленные" – слабо эволюционирующие во времени. В последнем случае будем говорить, что в работе СНС наблюдается сбой. Отметим, что именно медленные ошибки представляют для нашей задачи особый интерес, поскольку они после векторного суммирования с ошибкой пилотирования воспринимаются экипажем как реальное отклонение ВС от плановых параметров полета (рис. 2).



**Рис. 2.** Отклонение метки СНС от плановой траектории ВС:  $\vec{r}$  – отклонение ВС от плановой траектории;  $\vec{\rho}$  – погрешность измерительной системы;  $\vec{r} + \vec{\rho}$  – отклонение метки СНС от плановой траектории

Набирая статистику данных СНС и вычисляя фиксируемые (но не реальные) отклонения ВС от плановой траектории, можно экспериментально получить распределение  $f_1(\vec{r} + \vec{\rho})$ . Однако для определения распределений истинных ошибок пилотирования –  $w_1(\vec{r})$  и ошибок СНС –  $w_2(\vec{\rho})$  этих данных явно недостаточно. Дополнительная информация может быть получена от ВОРЛ в виде распределения  $f_2(\vec{r} + \vec{\delta})$ , где  $\vec{\delta}$  – ошибки измерений радиолокационной системы. Обработывая далее совместно данные АЗН-В и РЛС, можно также экспериментально построить распределение  $f_3(\vec{\rho} - \vec{\delta})$ . В работе [2] задача об определении распределений  $w_1(\vec{r})$ ,  $w_2(\vec{\rho})$  и  $w_3(\vec{\delta})$  решалась в предположении, что все ошибки:  $\vec{r}$ ,  $\vec{\rho}$  и  $\vec{\delta}$  – статистически независимы. Здесь мы будем полагать, что ошибки СНС и пилотирования статистически связаны, и существует маленькая, но конечная вероятность того, что в работе СНС наблюдается сбой. Будем полагать здесь также, что распределение ошибок данных ВОРЛ –  $w_3(\vec{\delta})$  известно.

Основные гипотезы модели можно кратко сформулировать в виде следующих положений:

1. Пилот (автопилот) управляет ВС так, чтобы усредненная отметка СНС совпадала с плановой траекторией полета. При этом полагаем, что действия пилота не зависят от того, исправна СНС или она дает сбой.

2. Медленные и быстрые ошибки СНС статистически независимы, поскольку порождены различными физическими механизмами.

3. Ошибки пилотирования также могут быть разделены на две группы: первая порождена медленными ошибками СНС и в соответствии с первой гипотезой однозначно определяется ими, а вторая порождена случайными внешними воздействиями на ВС, такими как сдвиг ветра, турбулентность и т.д.

## 2. Вывод основных уравнений модели

Рассмотрим сначала представление ошибок СНС. Представим полную текущую ошибку СНС –  $\vec{\rho}$  в виде суммы быстрой –  $\vec{\xi}$  и медленно меняющейся ошибок  $\vec{\rho} = \vec{\xi} + \vec{X}$ . Вводя обозначения для распределений этих величин –  $w_2^{(1)}(\vec{\xi})$  и  $w_2^{(2)}(\vec{X})$ , представим их совместное распределение в виде

$$\tilde{w}_2(\vec{\xi}, \vec{X}) = P_1 w_2^{(1)}(\vec{\xi}) \cdot \delta(\vec{X}) + P_2 w_2^{(1)}(\vec{\xi}) \cdot w_2^{(2)}(\vec{X}), \quad (1)$$

где  $P_1$  – вероятность того, что СНС работает без сбоев;  $P_2$  – вероятность появления сбоев.

Для получения распределения  $w_2(\vec{\rho})$  воспользуемся стандартным приемом: перейдем в (1) к новым переменным  $\vec{u} = \vec{\xi} + \vec{X}$ ,  $\vec{v} = \vec{X}$  и проинтегрируем полученное выражение по  $\vec{v}$ . В результате получаем

$$w_2(\vec{\xi} + \vec{X}) = \int d\vec{v} \tilde{w}_\rho(\vec{u}, \vec{v}) \Big|_{\vec{u}=\vec{\xi}+\vec{X}} = \left[ P_1 w_2^{(1)}(u) + P_2 \int d\vec{v} w_2^{(1)}(\vec{u} - \vec{v}) \cdot w_2^{(2)}(\vec{v}) \right] \Big|_{\vec{u}=\vec{\xi}+\vec{X}}. \quad (2)$$

Переходя в (2) к фурье-образам, находим

$$w_2(\vec{k}) = w_2^{(1)}(\vec{k}) \left[ P_1 + P_2 w_2^{(2)}(\vec{k}) \right]. \quad (3)$$

Перейдем теперь к описанию ошибок пилотирования. Совместное распределение отклонений ВС от плановых параметров полета –  $\vec{Y}$  и медленных ошибок СНС может быть представлено в виде

$$\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y}, \vec{X}) = P_1 w_1^{(1)}(\vec{Y}) \delta(\vec{X}) + P_2 w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} / \vec{X}) \cdot w_2^{(2)}(\vec{X}). \quad (4)$$

Условная вероятность  $w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} / \vec{X})$ , фигурирующая в последнем слагаемом правой части (4), отображает статистическую зависимость ошибок пилотирования и медленных ошибок СНС. Для определения этой величины воспользуемся первой гипотезой модели. Заметим, что сечения распределения  $\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y}, \vec{X})$  при  $\vec{X} = \overline{const}$  подобны с точностью до сдвига, т.е.

$$\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X}, \vec{X}) = w_2^{(2)}(\vec{X}) F(\vec{Y}), \quad (5)$$

где  $F(Y)$  - некоторая универсальная функция.

С другой стороны,

$$\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X}, \vec{X}) = w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X} / \vec{X}) \cdot w_2^{(2)}(\vec{X}). \quad (6)$$

Из (5) и (6) получаем

$$\frac{\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X}, \vec{X})}{w_2^{(2)}(\vec{X})} = w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X} | \vec{X}) = F(\vec{Y}). \quad (7)$$

Из приведенного соотношения видно, что  $w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} + \vec{X} | \vec{X})$  не зависит от  $\vec{X}$ , т.е.  $\vec{X}$  может быть любым, в частности, можно положить  $\vec{X} = 0$ . Но  $w_{\vec{r}/\vec{X}}(\vec{Y} + 0 | 0)$  имеет смысл распределения собственных ошибок пилотирования, порожденных внешними воздействиями на ВС –  $w_1^{(1)}(Y)$ . С учетом сказанного уравнение (4) можно переписать в виде

$$\tilde{w}_{\vec{r}, \vec{X}}(\vec{Y}, \vec{X}) = P_1 w_1^{(1)}(\vec{Y}) \delta(\vec{X}) + P_2 w_1^{(1)}(\vec{Y} - \vec{X}) w_2^{(2)}(\vec{X}). \quad (8)$$

Интегрируя (8) по  $\vec{X}$  и проводя преобразование Фурье по  $\vec{Y}$ , находим

$$w_1(\vec{k}) = w_1^{(1)}(\vec{k}) [P_1 + P_2 w_2^{(2)}(\vec{k})]. \quad (9)$$

Перейдем теперь к соотношениям, в которых фигурируют ошибки ВОРЛ. Поскольку они не зависят от ошибок СНС и не влияют на качество пилотирования, то согласно результатам работы [2] можно записать:

$$\begin{aligned} f_2(\vec{k}) &= w_1(\vec{k}) w_3(\vec{k}); \\ f_3(\vec{k}) &= w_2(\vec{k}) w_3(\vec{k}). \end{aligned} \quad (10)$$

Несколько сложнее обстоит дело с распределением отклонений меток СНС. Однако здесь мы вновь воспользуемся первой гипотезой, согласно которой пилотирование осуществляется так, как если бы медленные ошибки СНС отсутствовали вовсе. Это соответствует тому, что распределение  $f_1(\vec{r} + \vec{\rho})$  имеет одинаковый вид как при наличии сбоев в работе СНС, так и при их отсутствии. Это позволяет записать для  $f_1(\vec{r} + \vec{\rho})$  следующее соотношение

$$f_1(\vec{r} + \vec{\rho}) = \int w_1^{(1)}(\vec{r} + \vec{\rho} - \vec{z}) w_2^{(1)}(\vec{z}) dz. \quad (11)$$

Или после преобразования Фурье получаем

$$f_1(\vec{k}) = w_1^{(1)}(\vec{k}) w_2^{(1)}(\vec{k}) \quad (12)$$

Тот факт, что фурье-образ функции распределения отклонения меток СНС не зависит от наличия или отсутствия сбоев, видится вполне естественным, поскольку ВС пилотируется так, чтобы метки СНС ложились как можно ближе к плановой траектории полета. Из-за этого может создаться впечатление, что статистика меток СНС не несет в себе информации о наличии сбоев. Однако, как это будет показано далее,  $f_1(\vec{k})$  входит в явном виде в выражение для вероятности работы системы без сбоев.

Выпишем теперь совместно всю систему уравнений, определяющую математическую модель процесса регистрации отклонений ВС от плановой траектории полета

$$\begin{cases} f_1(\vec{k}) = w_1^{(1)}(\vec{k}) w_2^{(1)}(\vec{k}) \\ f_2(\vec{k}) = w_1(\vec{k}) w_3(\vec{k}) \\ f_3(\vec{k}) = w_2(\vec{k}) w_3(\vec{k}) \\ w_2(\vec{k}) = w_2^{(1)}(\vec{k}) [P_1 + P_2 w_2^{(2)}(\vec{k})] \\ w_1(\vec{k}) = w_1^{(1)}(\vec{k}) [P_1 + P_2 w_2^{(2)}(\vec{k})] \end{cases} \quad (13)$$

### 3. Оценка вероятности сбоя в работе СНС

Проанализируем теперь возможность получения на основании системы (13) оценки вероятности сбоя в работе СНС.

Из второго и третьего уравнений системы следует, что

$$\frac{f_2(\vec{k})}{f_3(\vec{k})} = \frac{w_1(\vec{k})}{w_2(\vec{k})}.$$

Из четвертого и пятого уравнений аналогично получаем

$$\frac{w_1(\vec{k})}{w_2(\vec{k})} = \frac{w_1^{(1)}(\vec{k})}{w_2^{(1)}(\vec{k})}.$$

Таким образом, распределения  $w_1^{(1)}(\vec{k})$  и  $w_2^{(1)}(\vec{k})$  связаны между собой соотношением

$$w_1^{(1)}(\vec{k}) = \frac{f_2(\vec{k}) \cdot w_2^{(1)}(\vec{k})}{f_3(\vec{k})}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в первое уравнение системы (13), находим

$$w_1^{(1)}(\vec{k}) = \sqrt{\frac{f_1(\vec{k}) f_2(\vec{k})}{f_3(\vec{k})}}. \quad (15)$$

Заметим, что выражение в правой части (15) совпадает с выражением для  $w_1(\vec{k})$ , полученным в работе [2] для случая, когда данные СНС не используются для коррекции пилотирования.

Теперь, используя (14), находим выражение для  $w_2^{(1)}(\vec{k})$ .

С учетом (15) и последнего уравнения системы (13) находим, что

$$[P_1 + P_2 w_2^{(2)}(\vec{k})] = \sqrt{\frac{f_2(\vec{k}) \cdot f_3(\vec{k})}{f_1(\vec{k})}} / w_3(\vec{k}). \quad (16)$$

Соотношение (16) представляет собой выражение для фурье-образа функции распределения медленных ошибок СНС –  $F(\vec{X})$ . Применяя к (16) обратное преобразование Фурье, находим

$$F(\vec{X}) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \sqrt{\frac{f_2(\vec{k}) \cdot f_3(\vec{k})}{f_1(\vec{k})}} / w_3(\vec{k}) \right], \quad (17)$$

где  $\mathcal{F}^{-1}$  – оператор обратного преобразования Фурье.

Вероятность отсутствия сбоев в работе СНС –  $P_1$  можно определить как значение функции распределения  $F(\vec{X})$  вблизи нуля, т.е. как интеграл от  $F(\vec{X})$  по малой области  $\Delta\Omega$ , где  $|\vec{X}| < \varepsilon$ , т.е. там, где ошибка СНС меньше допустимого значения. Тогда искомая вероятность появления сбоев будет равна  $P_2 = 1 - P_1$ .

Необходимость введения  $\varepsilon$  – окрестности при вычислении искомых вероятностей связана с тем, что все конкретные вычисления могут быть реализованы лишь численно. Это приведет к тому, что сингулярная составляющая в распределении  $F(\vec{X})$  «размажется», и получаемое значение  $F(0)$  будет давать очень грубые оценки искомых величин.

### Заключение

В работе развивается новый подход к задаче об оценке распределения ошибок пилотирования ВС на основании обработки статистических данных, полученных с помощью двух независимых систем наблюдения – спутниковой навигационной системы и вторичных обзорных радиолокаторов. Существенным является то, что в работе предполагается возможная статистическая связь между ошибками пилотирования и ошибками показаний СНС.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Спрысков В.Б., Дупиков В.В. Математические модели оценки вероятности ложной тревоги и риска целостности координатной информации вещательного автоматического зависимого наблюдения // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2012. - № 184. - С. 14-22.
2. Кузнецов В.Л. Метод фурье-сепарации в задаче оценки распределений ошибок пилотирования, АЗН-В и РЛС – наблюдений // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2012. - № 180. - С.106-109.

### ESTIMATION PILOTING ERRORS STATISTICS AND PROBABILITY OF SATELLITE NAVIGATION SYSTEM FAILURE

Kuznetsov V.L., Goryachenkova E.S.

A new approach to the problem of co-processing of data about the aircraft position with the help of satellite navigation systems and secondary surveillance radar system is been developed. The purpose of the task is to obtain estimates of mistakes distribution for control systems and piloting errors. Possibility of a statistical relationship between piloting errors and mistakes of satellite navigation system is taken into account.

**Key words:** piloting errors, measurement system errors, Fourier-separation method.

### Сведения об авторах

**Кузнецов Валерий Леонидович**, 1949 г.р., окончил МГУ им. М.В. Ломоносова (1972), профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой прикладной математики МГТУ ГА, автор более 100 научных работ, область научных интересов – методы математического моделирования в задачах распространения излучения в пространственно неоднородных, случайных и периодических средах; задачи УВД и безопасность полетов.

**Горяченкова Екатерина Сергеевна**, окончила МГТУ ГА (2013), аспирантка МГТУ ГА, область научных интересов – использование спутниковых технологий при ОрВД.