

# Análisis de la estabilidad de un convertidor buck multicelular de dos celdas

Julián Peláez,<sup>1</sup> Andrés Tobón,<sup>1</sup> Jorge Herrera<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones, Facultad de Ingenierías, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Antioquía, Colombia.

<sup>2</sup>Departamento de Ingeniería, Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería, Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, Bogotá D. C., Colombia.

## Resumen

En este trabajo se presenta un convertidor multicelular con dos células bajo un modo de modulación (PWM) de control de voltaje por ancho de pulso. El convertidor buck multicelular obtenido puede ser utilizado como un circuito electrónico de potencia para aplicaciones de alta tensión; donde los dispositivos semiconductores tienen la capacidad de cambiar solo a niveles de bajo voltaje. El análisis de estabilidad se ha hecho para un control puramente proporcional y más tarde, se ha extendido para un control Proporcional-Integral (PI). Los resultados de la simulación demuestran la validez del análisis.

**Palabras clave:** convertidores multicelulares, convertidores DC-DC, electrónica de potencia, control de conmutación.

**Editora:** Pataquiva-Mateus, A. Y.

**Citation:** Peláez, J., Tobón, A. y Herrera, J. (2014). **Análisis de la estabilidad de un convertidor buck multicelular de dos celdas.** *Revista Mutis* 4(2).

**Received:** October 20, 2014; **accepted:** December 5, 2014; **Published online:** December 31, 2014

**Copyright:** ©2014 Peláez, J., Tobón, A. y Herrera, J. This is an open-access article, which permits unrestricted use, distributions and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

**Competing Interests:** The authors have no conflict of interest.

## Analysis of the stability of a buck converter multicellular two cells

### Abstract

In this paper, a multicellular buck converter with two cells under a Pulse-width modulation (PWM) voltage control mode is presented. The obtained multicellular buck converter can be used as a power electronic circuit for high voltage applications; where the semiconductor devices having the capability to switch only at

low voltage levels. The stability analysis has been made for a purely proportional control and later, has been extended for a Proportional-Integral (PI) control. The simulation results show the validity of the analysis.

**Keywords:** multicellular converters, DC-DC converters, power electronic, switching control.

## Introducción

Una de las áreas de investigación en la industria de componentes para electrónica de potencia, consiste en encontrar dispositivos semiconductores capaces de conducir altas corrientes en estado ON, y a la vez soportar altos voltajes en estado OFF, todo esto a altas frecuencias. Tales dispositivos son costosos y su utilización encarece el circuito. Los convertidores multicelulares son circuitos de electrónica de potencia, que han sido desarrollados para superar este inconveniente que presentan los dispositivos semiconductores, haciendo posible su utilización en aplicaciones de alto voltaje. También se han mostrado como muy buenos candidatos para ser miniaturizados debido a la cancelación armónica y presentan bajos niveles de rizado comparado



con una topología elemental equivalente, por lo que el estrés en los conmutadores es reducido, debido a esto generan poca radiación electromagnética.

Los convertidores multicelulares están siendo investigados por diferentes grupos de investigación, debido a sus diferentes aplicaciones. En Meynard y otros (2001), se exponen algunas aplicaciones industriales como son, la interface entre las líneas de distribución de energía en una estación de trenes y una locomotora eléctrica, la regulación del voltaje medio en un control de velocidad de un motor, la restauración dinámica de voltaje, y el filtrado de armónicos. En Yousefzadeh, Alarcón, & Maksimovic (2005), se expone cómo es posible utilizarlos como amplificadores de potencia en dispositivos de radio frecuencia. En Abdelali El Aroudi (2008), se estudia el comportamiento dinámico de un convertidor buck de dos celdas, que utiliza un modelo discreto. En Hamma, Meynard, & Viarouge (1995), se plantea una alternativa para modelar los convertidores multicelulares basada en el análisis de armónicos del sistema. Apoyado en este modelo el sistema alcanza el estado estacionario cuando los armónicos desaparecen, y esto sucede exactamente cuando las señales de control del sistema están desfasadas  $\frac{2\pi}{p}$  y sus ciclos de trabajo son iguales. Sin embargo, se demuestra que disminuyendo el desfase entre las señales de control, los condensadores flotantes pueden ser más pequeños. En Meynard, Fadel, & Aouda (1995), un convertidor multicelular buck se modela por medio del análisis de armónicos, y a partir de este análisis se encuentran algunas ecuaciones de diseño para el valor de los elementos de almacenamiento. Adicionalmente, presentan la variación de la eficiencia con respecto al desfase entre las señales de control y el valor promedio del rizado.

En Wilkinson, Mouton, & Meynard (2003), se proponen tres posibles estrategias de control, la primera es un control proporcional de un modelo linealizado de un convertidor multicelular, el segundo es un control con un integrador puro y una ganancia ajustable, y finalmente un control digital basado en un filtro discreto de Kalman con compensador. Los objetivos de control son regular el voltaje de los condensadores flotantes y el voltaje de salida deseado. Siguiendo esta misma línea, en Meynard T. A., Fadel, Gateau, Maussion, & Bensaid (2001), se obtiene un modelo discreto para un convertidor buck con

control por modo de voltaje PWM; en este trabajo utilizan como compensador un filtro pasa-bajo y se hace un análisis de la estabilidad de este sistema basado sobre este modelo para el efecto de la variación de los parámetros sobre la dinámica del sistema. En Bensaid & Fadel (2002), un convertidor de tres celdas es modelado en tiempo discreto, usando como compensador un filtro de Kalman, sin embargo los voltajes de los condensadores flotantes son estimados con ayuda de un observador de estados discreto, teniendo como única variable medida la corriente de carga. En Wilkinson, Mouton, & Meynard (2004), se analiza la estabilidad de los convertidores multicelulares para el caso general de  $n$  celdas, desde el dominio de la frecuencia. En Gateau, Maussion, & Meynard (1997), se encuentra el modelo armónico de un convertidor multicelular con el propósito de aplicarle de manera general cualquier técnica de modulación.

En este trabajo, el objetivo es el análisis dinámico de un convertidor buck de dos celdas, y de su estabilidad. Se establecerán las condiciones para que el sistema sea estable. Se realiza un estudio de estabilidad según el modelo linealizado del convertidor, obteniendo así algunas restricciones en los valores de sus parámetros para las cuales el sistema es estable.

El artículo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 presenta la descripción del sistema. En la sección 3 se presenta el modelo promediado. En la sección 4 se presenta análisis de estabilidad con la matriz jacobiana del sistema. El análisis de estabilidad se presenta en la sección 5. Los ejemplos de simulación se presentan en la sección 6. Finalmente, la sección 7 contiene las conclusiones principales.

## Descripción del sistema

Los convertidores multicelulares son estructuras basadas en los convertidores DC-DC básicos. En la figura 1 se puede observar un convertidor buck de dos celdas y su similitud a un convertidor buck simple con la única diferencia importante de la presencia de un condensador flotante entre las dos celdas de conmutación. En un convertidor multicelular de  $p$  celdas, una celda de conmutación es un bloque compuesto por un dispositivo de conmutación  $S_i$  y un diodo  $D_i$ , donde  $i = 1, 2, \dots, p$ , en este caso es un convertidor de dos celdas por lo que  $p = 2$ .

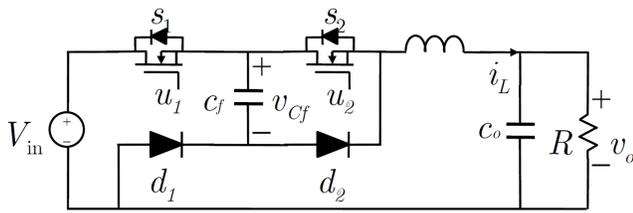


Figura 1. Convertidor buck de dos celdas

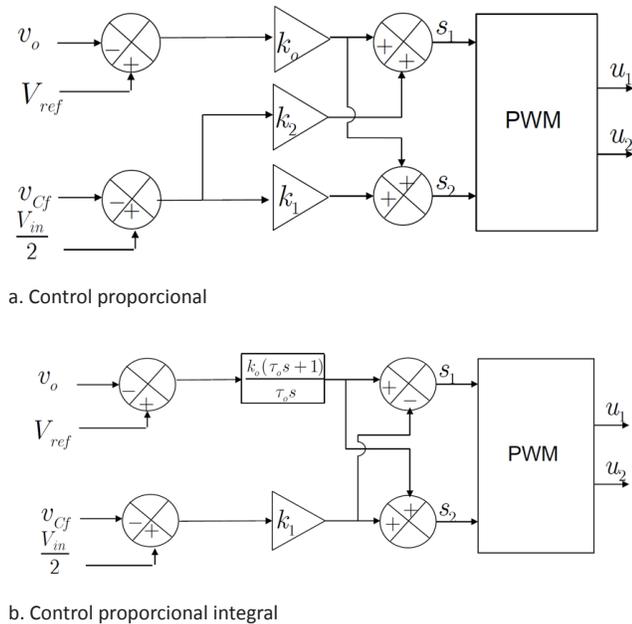


Figura 2. Lazos de control considerados

Los objetivos de control en el convertidor buck multicelular son: regular un voltaje en su salida a un valor deseado inferior al voltaje de su entrada y lograr que el voltaje en los condensadores flotantes se distribuya de manera uniformemente entre estos. Para este caso el voltaje del condensador flotante sería la mitad del voltaje de entrada. En este trabajo se propone un controlador PWM el cual posee dos lazos de control, uno en el cual se compensa la señal del error entre la salida de voltaje del convertidor y un valor deseado, y en el otro lazo de control se compensa con una ganancia el error entre el voltaje del condensador flotante y  $\frac{V_{in}}{2}$ , así las ecuaciones de control serían:

$$\begin{aligned} s_1 &= k_o (V_{ref} - x_3) + k_1 \left( \frac{V_{in}}{2} - x_2 \right) \\ s_2 &= k_o (V_{ref} - x_3) + k_2 \left( \frac{V_{in}}{2} - x_2 \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Finalmente las señales  $s_1$  y  $s_2$  son comparadas con una señal rampa y su salida es una modulación de ancho de impulso ( $u_1$  y  $u_2$ ). De manera gráfica se puede observar el diagrama de bloques del controlador en la figura 2. Para este trabajo se asume que el sistema trabaja siempre en modo de conducción continua (CCM, por sus siglas en inglés).

## Modelo promediado

### Modelo en bucle abierto

Los convertidores multicelulares son sistemas de estructura variable, en este caso para un convertidor buck de dos celdas, son posibles cuatro configuraciones, cada una puede representarse como un sistema lineal e invariable en el tiempo (LTI, por sus siglas en inglés) de la forma  $\dot{x} = A_k x + B_k$  donde  $k = 1, 2, \dots, 2p$ , y su vector de estados es  $x = [i_L v_c v_o]^T$ . Sin embargo, el orden de la secuencia de conmutación del convertidor entre cada una de las posibles configuraciones es dependiente del ciclo útil, y es llamado modo de operación. En el caso de un convertidor de dos celdas, son posibles tres modos de operación, con un corrimiento de fase de  $\phi = \frac{2\pi}{p}$  entre sus dos señales de control. Dependiendo del ciclo de trabajo y el desfase, tres modos son diferentes:

- Modo  $M_1$ : la secuencia de conmutación es  $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_3 \rightarrow C_2 \rightarrow C_1$ , este modo de operación se da para ciclos de trabajos  $d > 0.5$ .
- Modo  $M_2$ : la secuencia de conmutación es  $C_1 \rightarrow C_4 \rightarrow C_3 \rightarrow C_4 \rightarrow C_1$ , este modo de operación se da para ciclos de trabajos  $d < 0.5d < 0.5$ .
- Modo  $M_3$ : la secuencia de conmutación es  $C_1 \rightarrow C_3 \rightarrow C_1$ , este modo de operación se da para ciclos de trabajos  $d = 0.5$ .

Para encontrar el modelo conmutado del convertidor, se hallan las ecuaciones para las fuentes controladas del circuito equivalente (2) representado en la figura 3.

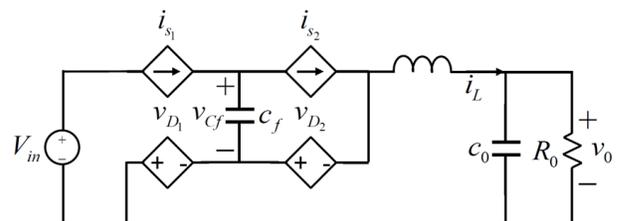


Fig. 3. Circuito equivalente

$$\begin{aligned}
\dot{i}_{s1} &= \dot{i}_L u_1 \\
\dot{i}_{s2} &= \dot{i}_L u_2 \\
v_{D1} &= -(V_{in} - v_c) u_1 \\
v_{D2} &= -v_c u_2
\end{aligned} \quad (2)$$

Finalmente con ayuda del circuito equivalente se halla el modelo conmutado del convertidor, descrito por el sistema de ecuaciones (3).

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(u_2 - u_1)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{(u_1 - u_2)}{C_f} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{C_o R} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{v_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \quad (3)$$

Para encontrar el modelo promediado, el vector de estados  $x$  es reemplazado por su valor promediado  $\bar{x}$ , y las señales de control  $u_1$  y  $u_2$ , son reemplazadas por los ciclos útiles  $d_1$  y  $d_2$ , y reemplazando en el anterior sistema de ecuaciones obtenemos el modelo promediado representado por el sistema de ecuaciones (4).

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(u_2 - u_1)}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{(u_1 - u_2)}{C_f} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{C_o R} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} \frac{v_{in}}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \quad (4)$$

## Análisis de estabilidad con la matriz jacobiana del sistema

### Caso de control proporcional

Es necesaria una estrategia para controlar el voltaje de salida en el convertidor multicelular, y mantener balanceado el voltaje del condensador intermedio. En el caso de utilizar un control proporcional en el lazo de control del voltaje de salida, no se puede alcanzar un error de estado estacionario igual a cero. Sin embargo, el análisis de estabilidad es muy claro, ya que es relativamente fácil encontrar los autovalores del sistema linealizado de manera analítica. De esta manera, se puede notar para que conjunto de parámetros el sistema linealizado tiene sus autovalores al lado izquierdo del plano  $s$ , si el lazo de control está

dado por las ecuaciones (1) y  $G(s) = k_o$ , el punto de equilibrio para el sistema del convertidor en lazo cerrado, se da cuando las variaciones de su vector de estado son cero, así el punto de equilibrio del sistema está dado por (5).

$$\bar{x}_1^* = \frac{\bar{x}_3^*}{R}, \bar{x}_2^* = \frac{V_{in}}{2}, \bar{x}_3^* = \frac{k_o V_{in} V_{ref}}{1 + k_o V_{in}} \quad (5)$$

Una vez que se tiene el sistema, este se debe linealizar alrededor del punto de equilibrio; esto se logra obteniendo la matriz jacobiana del modelo del convertidor (6).

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{0.5V_{in}(k_2 + k_1V)}{L} & -\frac{1 + k_o V_{in}}{L} \\ 0 & -\frac{k_o(k_1 - k_2)V_{in}V_{ref}}{(1 + k_o V_{in})RC_f} & 0 \\ \frac{1}{C_o} & 0 & -\frac{1}{C_o R} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Finalmente, los autovalores son la solución de  $|Jf(\bar{x}) - \lambda I| = 0$ , y sus expresiones vienen dadas por (7). Se puede observar que los autovalores tendrán parte real negativa cuando  $k_o > -\frac{1}{V_{in}}$  en  $\lambda_{1,2}$  y para  $\lambda_3$  es necesario que  $k_1 > k_2 y k_o > 0$ . Sin embargo, para simplificar en el sistema en general se tiene que  $k_2 = -k_1 y k_o > 0$ .

$$\begin{aligned}
\lambda_{1,2} &= \frac{-L \pm \sqrt{L^2 - 4LR^2 C_o (1 + k_o V_{in})}}{2LRC_o} \\
\lambda_3 &= \frac{k_o(k_1 - k_2)V_{in}V_{ref}}{RC_f(1 + k_o V_{in})}
\end{aligned} \quad (7)$$

### Caso de control PI

El control proporcional integral es utilizado para alcanzar un error de estado estacionario igual a cero. Cabe anotar en este punto que el controlador proporcional integral aumenta el orden del sistema, ya que el nuevo estado es la integral del error. Ahora las ecuaciones de control siguiendo el orden de las ecuaciones (1), y si se considera que  $k_2 = -k_1$  y  $G(s) = k_o(1 + \frac{1}{\tau_o s})$ ; en este caso es necesario representar  $G(s)$  en el espacio de estados, ecuación (8), para poder acoplarla en el sistema de ecuaciones del modelo del convertidor multicelular. Adicionalmente, las señales de control para el controlador PI están definidas por (9), y el sistema de ecuaciones del convertidor con control PI está dado por (10).

$$\dot{\bar{x}}_4(t) = \bar{e}_0(t) = (V_{ref} - \bar{x}_3) \quad (8)$$

$$\bar{y}(t) = k_0 \bar{e}_0(t) + \frac{k_0}{\tau_0} \bar{x}_4(t)$$

$$s_1 = k_0(V_{ref} - \bar{x}_3) + \frac{k_0}{x_0} \bar{x}_4 + k_1 \left( \frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right) \quad (9)$$

$$s_2 = k_0(V_{ref} - \bar{x}_3) + \frac{k_0}{x_0} \bar{x}_4 - k_1 \left( \frac{V_{in}}{2} - \bar{x}_2 \right)$$

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(d_2 - d_1)}{L} & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{(d_1 - d_2)}{C_f} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Para encontrar el punto de equilibrio del sistema es necesario asumir que el sistema está en estado estacionario, de esta forma los puntos de equilibrio del sistema están determinados por la ecuación (11).

$$\bar{x}_1^* = \frac{V_{ref}}{R}, \bar{x}_2^* = \frac{V_{in}}{2}, \bar{x}_3^* = V_{ref}, \bar{x}_4^* = \frac{V_{ref}}{V_{in}} \quad (11)$$

Ahora se procede a linealizar el sistema con ayuda de la matriz jacobiana evaluada en el punto de equilibrio (12).

$$Jf(\bar{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1+k_0 V_{in}}{L} & \frac{k_0 V_{in}}{x_0 L} \\ 0 & -\frac{2k_1 V_{ref}}{C_f R} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{RC_0} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para el análisis de estabilidad del sistema linealizado, se busca la solución de  $|Jf(\bar{x}) - \lambda I| = 0$ , pero como es un polinomio de alto orden, que viene determinado por (13), no es posible observar de manera analítica los autovalores. Por este motivo no es posible definir para qué valores de  $k_{0,1}$  el sistema es estable. Por lo tanto, es necesario aplicar el criterio de *Ruth-Hurwitz*, que viene dado por la ecuación (14). Con este procedimiento se llega a la conclusión que el sistema es estable para  $k_0 > \frac{\tau_0}{V_{in}(RC_0 - \tau_0)}$  y  $k_1 > 0$ , si todos los demás parámetros son positivos.

$$(2k_1 V_{ref} + RC_f \lambda)(LRC_0 \tau_0 \lambda^3 + L\tau_0 \lambda^2 + R\tau_0(1+k_0 V_{in})\lambda + RV_{in}k_0) = 0 \quad (13)$$

$$\lambda_1 = -\frac{2k_1 V_{ref}}{RC_f}$$

$$LRC_0 \tau_0 \lambda^3 + L\tau_0 \lambda^2 + R\tau_0(1+k_0 V_{in})\lambda + RV_{in}k_0 = 0 \quad (14)$$

$$\begin{array}{l} \lambda^3 \\ \lambda^2 \\ \lambda^1 \\ \lambda^0 \end{array} \left| \begin{array}{cc} LRC_0 \tau_0 & R\tau_0(1+k_0 V_{in}) \\ L\tau_0 & RV_{in}k_0 \\ R(\tau_0 + \tau_0 V_{in}k_0 - RV_{in}C_0k_0) & \\ RV_{in}k_0 & \end{array} \right.$$

## Análisis de estabilidad según el segundo método de Lyapunov

En la teoría de estabilidad de Lyapunov, un sistema  $f(x)$  es estable si existe una función  $V(x;t)$  definida positiva y es continuamente diferenciable, y su derivada es definida negativa  $\dot{V}(x,t)$ , si una función cumple con los anteriores puntos es llamada función de Lyapunov. Ahora si  $V(x,t) = x^T P x$  y  $P$  es una matriz simétrica y definida positiva, entonces  $\dot{V}(x,t) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} + x^T \dot{P} x$ , pero si  $P$  es invariable en el tiempo  $\dot{V}(x,t) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x}$  y  $\dot{x} = A$  entonces  $\dot{V}(x,t) = x^T (A^T P + P) x$  por lo tanto  $Q = -(A^T P + P)$ . Este método se utiliza para demostrar la estabilidad del convertidor multicelular.

$$\dot{x} = Ax = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1+k_0 V_{in}}{L} & \frac{k_0 V_{in}}{x_0 L} \\ 0 & -\frac{2k_1 V_{ref}}{C_f R} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_0} & 0 & -\frac{1}{C_0 R} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (15)$$

Entonces si proponemos una matriz simétrica y definida positiva  $P$ .

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} & p_{34} \\ p_{14} & p_{24} & p_{34} & p_{44} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Y una matriz  $Q$  definida positiva

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Si  $Q = -(A^T P + P)$  entonces despejamos  $p_i$ .

$$\begin{aligned}
 p_{11} &= \frac{1}{2} \frac{(C_0 R^2 k_0 V_{in} + C_0 R^2 k_0^2 V_{in}^2 + \tau_0 L^2 R + k_0 V_{in} L + R^2 L k_0 V_{in}) \tau_0}{R k_0 V_{in} (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 p_{12} &= 0, p_{13} = -\frac{1}{2} C_0, p_{14} = -\frac{1}{2} \frac{\tau_0 L}{k_0 V_{in}}, p_{22} = \frac{1}{4} \frac{C_f R}{k_1 V_{ref}} \\
 p_{23} &= 0, p_{24} = 0 \\
 p_{33} &= \frac{1}{2} \frac{C_0 (\tau_0 L^2 C_0 R + R \tau_0 C_0 + 2 R \tau_0 k_0 V_{in} C_0 + R \tau_0 L)}{L (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{C_0 (R \tau_0 k_0^2 V_{in}^2 C_0 + R \tau_0 k_0 V_{in} L + L C_0 k_0 V_{in})}{L (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 p_{34} &= -\frac{1}{2} \frac{C_0 (C_0 R^2 k_0 V_{in} + C_0 R^2 k_0^2 V_{in}^2 + \tau_0 L^2 R + k_0 V_{in} L + R^2 L k_0 V_{in})}{L (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 p_{44} &= \frac{1}{2} \frac{(\tau_0^3 R^2 L + C_0^2 R^3 k_0^3 V_{in}^3 + 2 \tau_0^3 R^2 L k_0 V_{in} - \tau_0^2 C_0 R^3 L k_0 V_{in} + \tau_0^3 R^2 L k_0^2 V_{in}^2)}{(k_0 V_{in} R^2 L \tau_0) (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 &+ \frac{1}{2} \frac{C_0 (R \tau_0 k_0^2 V_{in}^2 C_0 + R \tau_0 k_0 V_{in} L + L C_0 k_0 V_{in})}{L (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Y la matriz  $P$  es definida positiva si las menores principales son todas positivas.

$$\begin{aligned}
 |p_{11}| &= \frac{1}{2} \frac{(C_0 R^2 k_0 V_{in} + C_0 R^2 k_0^2 V_{in}^2 + \tau_0 L^2 R + k_0 V_{in} L + R^2 L k_0 V_{in}) \tau_0}{R k_0 V_{in} (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{vmatrix} &= \frac{1}{8} \frac{(C_0 R^2 k_0 V_{in} + C_0 R^2 k_0^2 V_{in}^2 + \tau_0 L^2 R + k_0 V_{in} L + R^2 L k_0 V_{in}) \tau_0 C_f}{k_0 k_1 V_{in} V_{ref} (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})} \\
 \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{vmatrix} &= \frac{1}{1} \frac{1}{(\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})^2 k_0 k_1 V_{in} V_{ref} L} \\
 (C_0 C_f) &(\tau_0^3 L^3 R^2 + 2 \tau_0^2 C_0 R^3 L k_0 V_{in} \\
 &+ k_0 V_{in} \tau_0^2 L^2 R + \tau_0^3 L^4 R^2 C_0 + \tau_0^3 L^2 R^2 C_0 \\
 &+ C_0^2 R^3 k_0 V_{in} \tau_0^2 L^2 + C_0^2 R^3 k_0 V_{in} \tau_0^2 \\
 &+ 3 C_0^2 R^3 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^2 + C_0^2 R^3 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 L^2 \\
 &+ 2 C_0 R^3 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^2 L + 2 \tau_0^3 L^2 R^2 k_0 V_{in} C_0 \\
 &+ \tau_0^3 L^3 R^2 k_0 V_{in} + 2 \tau_0^2 L^3 R C_0 k_0 V_{in} + k_0^2 V_{in}^2 L^2 R \tau_0^2 \\
 &+ R^3 L^3 k_0 V_{in} \tau_0^2 C_0 + R^3 L^2 k_0 V_{in} \tau_0^2 + R^3 L^2 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 \\
 &+ \tau_0 k_0^2 V_{in}^2 L^2 C_0 + 3 \tau_0 C_0^2 R^2 k_0^2 V_{in}^2 L \\
 &+ \tau_0^3 L^2 R^2 k_0^2 V_{in}^2 C_0 + \tau_0 R^2 L^2 k_0^2 V_{in}^2 C_0 \\
 &+ 3 C_0^2 R^3 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 + 3 \tau_0 C_0^2 R^2 k_0^3 V_{in}^3 L
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
& + C_0^2 R^3 k_0^4 V_{in}^4 \tau_0^2 + 4 \tau_0^2 C_0 R^3 L k_0^2 V_{in}^2 \\
& - C_0^3 R^3 k_0^3 V_{in}^3 L) \\
& \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} & p_{34} \\ p_{14} & p_{24} & p_{34} & p_{44} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \frac{1}{R k_1 k_0 V_{in} V_{ref} L \tau_0 (\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in})^2} \\
& (C_0 C_f) (4 \tau_0^3 C_0^2 R^3 L k_0^2 V_{in}^2 + 6 C_0^2 R^4 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^4 \\
& + 6 C_0 R^4 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^4 L + 2 C_0^2 R^4 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^4 L^2 \\
& + 4 C_0^2 R^4 k_0 V_{in} \tau_0^4 + 2 C_0^2 R^3 k_0^3 V_{in}^3 L \tau_0^3 \\
& + C_0^2 R^4 k_0^4 V_{in}^4 \tau_0^2 + 2 C_0^2 R^4 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^2 \\
& + 6 C_0 R^4 k_0 V_{in} \tau_0^4 L + 4 C_0^2 R^4 k_0 V_{in} \tau_0^4 L^2 \\
& + 2 C_0 R^3 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^3 L^2 + C_0^2 R^2 k_0^4 V_{in}^4 \tau_0^2 \\
& + 2 C_0 R^4 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^2 L + 2 C_0 R^2 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^2 L \\
& + k_0^2 V_{in}^2 L^2 \tau_0^4 R^2 + 2 k_0 V_{in} L^2 \tau_0^4 R^2 \\
& + R^4 L^2 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^4 + 2 \tau_0^3 C_0^2 R^3 L k_0 V_{in} \\
& + 2 R^4 L^2 k_0 V_{in} \tau_0^4 + 2 R^4 L^3 k_0 V_{in} \tau_0^4 C_0 \\
& + C_0^2 R^4 \tau_0^4 + 2 C_0 R^4 \tau_0^4 L + 2 C_0^2 R^4 \tau_0^4 L^2 \\
& + 2 C_0 R^4 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 L + C_0^2 R^4 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 \\
& + 2 \tau_0^3 L^3 R^3 C_0^2 k_0 V_{in} + 2 \tau_0^3 L^3 R k_0 V_{in} \\
& + 2 \tau_0^3 L^3 R^3 k_0 V_{in} + 2 R^2 \tau_0^2 k_0^3 V_{in}^3 C_0^2 \\
& + 2 R^4 L^3 \tau_0^4 C_0 + \tau_0^4 R^4 L^4 C_0^2 + k_0^2 V_{in}^2 L^2 \tau_0^2 \\
& + L^2 \tau_0^4 R^2 + 2 k_0^2 V_{in}^2 L^2 R^2 \tau_0^2 + R^4 L^2 \tau_0^4 \\
& + R^4 L^2 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^2 + R^4 L^2 k_0^2 V_{in}^2 \tau_0^3 C_0^2 \\
& + R^2 \tau_0^2 k_0^2 V_{in}^2 C_0^2 - 2 \tau_0 C_0^3 R^3 k_0^3 V_{in}^3 \\
& - 2 \tau_0^2 C_0^3 R^3 k_0^4 V_{in}^4 - 2 R^2 \tau_0^2 L k_0^2 V_{in}^2 C_0 \\
& + k_0^4 V_{in}^4 C_0^4 R^4 + C_0^2 R^4 k_0^4 V_{in}^4 \tau_0^4 \\
& + \tau_0^2 L^2 R^2 C_0^2 k_0^2 V_{in}^2 + 4 C_0^2 R^4 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^4 \\
& + 2 C_0 R^3 k_0 V_{in} \tau_0^3 L^2 + 2 C_0 R^4 k_0^3 V_{in}^3 \tau_0^4 L
\end{aligned} \tag{19}$$

Se puede observar que las menores principales son todas mayores que cero para  $k_1 > 0$  y  $(\tau_0 + k_0 V_{in} \tau_0 - C_0 R k_0 V_{in}) > 0$  y  $k_0 > 0$  por lo tanto  $k_0 > \frac{\tau_0}{V_{in}(RC_0 - \tau_0)} > 0$ , lo cual se da para  $RC_0 > \tau_0$ .

### Simulaciones numéricas

Las simulaciones se realizaron en PSIM® utilizando un convertidor buck multicelular de dos celdas con los siguientes valores en sus componentes,  $C_f = 3.5\mu F$ ,  $C_o = 1\mu F$ ,  $L = 6.25mH$ ,  $R = 75\Omega$ ,  $V_{in} = 36V$  y  $V_{ref} = 27V$ .

#### Caso de control proporcional

Para la etapa de control proporcional se simuló con los siguientes parámetros, el PWM se implementó a una frecuencia de 10 kHz, la ganancia proporcional  $k_0 = 0.3845$ , las ganancias del lazo de control para el condensador flotante  $k_2 = -k_1; k_1 = 0.02$ . La simulación se presenta en la figura 4, donde se puede observar que el voltaje de salida se estabilizó en aproximadamente  $V_0 = 25V$ , razón por la cual se propone añadir más adelante el control integral para eliminar el error de estado estacionario.

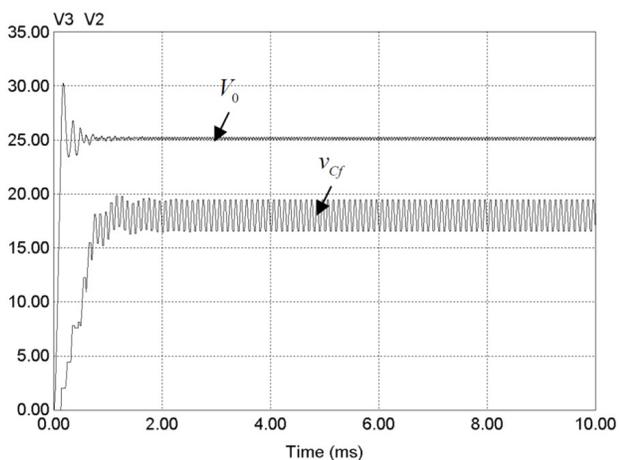


Figura 4. Simulación control proporcional

#### Caso de control proporcional integral

El control PI se simuló con los siguientes parámetros, la ganancia  $k_1 = 0.02$ , la ganancia integral  $k_0 = 0.3845$ , el tiempo integral  $\tau = 8.34 \times 10^{-4}$  seg., cumpliendo con la restricción  $RC_0 > \tau_0$ . En la figura 5 se presenta la simulación donde efectivamente se observa cómo a lo largo de la simulación el error de estado estacionario tiende a cero.

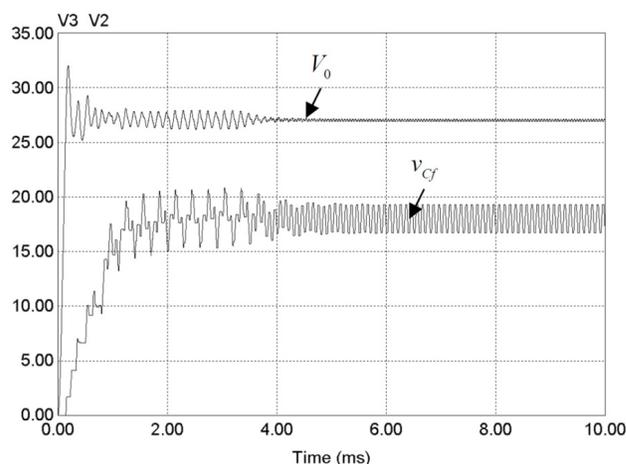


Figura 5. Simulación control proporcional integral

En la figura 6 se observan los valores de  $k_0$  y  $\tau_0$  para los cuales el sistema linealizado es estable con los parámetros utilizados en la simulación anterior.

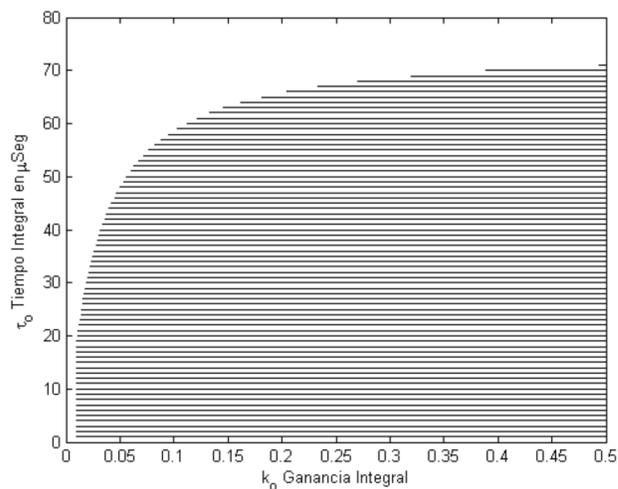


Figura 6. Restricción  $k_0$  Vs  $\tau_0$

### Conclusiones

En este trabajo se presentó una manera sistemática de obtener el modelo promediado de un convertidor buck de dos celdas. Igual que en el caso de un buck de una célula, este modelo se puede obtener circuitalmente o bien promediando las ecuaciones en el espacio de estado. A partir del modelo se estudió la estabilidad de sistema linealizado bajo dos estrategias de control, y se encontró de manera analítica las restricciones para los valores de las ganancias para las cuales el sistema linealizado permanece estable. Para ello se utilizaron dos planteamientos diferentes, dando lugar a resultados similares.

Cabe anotar que la estabilidad estudiada en esta investigación es la estabilidad del punto de equilibrio del sistema promediado. El promedio elimina toda información de conmutación la cual puede ser responsable de otros tipos de inestabilidades no predichas mediante un modelo promediado. Como línea futura de investigación se propone encontrar las restricciones para la estabilidad del sistema conmutado utilizando un modelo en tiempo discreto.

## Agradecimientos

El presente documento ha sido soportado por el proyecto de investigación de mínima cuantía con código P14105 financiado por el Instituto Tecnológico Metropolitano de la ciudad de Medellín, Colombia.

## Referencias

- Abdelali El Aroudi, B. G. (March de 2008). Modelling and Design Rules of a Two-Cell Buck Converter Under a Digital PWM Controller. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(2), 859-870.
- Bensaid, R., & Fadel, M. (2002). *Flying Capacitor Voltages Estimation In Three-Cell Converters Using A Discrete-Time Kalman Filter At One Third Switching Period*. Toulouse Cedex, France: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle.
- Gateau, G., Maussion, P., & Meynard, T. (1997). *Fuzzy Phase Control of Series Multicell Converters*. Toulouse, Francia: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique de Toulouse/Centre National de la Recherche Scientifique.
- Hamma, F., Meynard, T., & Viarouge, T. (1995). *Modeling of Multilevel Converters*. Toulouse Cedex, 31071 France: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique.
- Meynard, T. A., Fadel, M., Gateau, G., Maussion, P., & Bensaid, R. (2001). *Multicells Converters: Active Control and Observation of Flying Capacitor Voltages*. Toulouse, Francia: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique de Toulouse/Centre National de la Recherche Scientifique.
- Meynard, T. A., Foch, H., Thomas, P., Courault, J., Jakob, R., & Nahrstaedt, M. (2001). *Multicell Converters: Basic Concepts and Industry*. Berlín, Germany: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique de Toulouse/Centre National de la Recherche Scientifique, 31071 Toulouse Cedex 7, France, ALSTOM Power Conversion GmbH, D-12277.
- Meynard, T., Fadel, M., & Aouda, N. (1995). *Characteristics and Design of Multilevel Choppers*. Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique. Université Laval, Canadá: Industrielle URA CNRS TOULOUSE Cedex-France, et L.E.E.P.C.
- Wilkinson, R. H., Mouton, H. d., & Meynard, T. A. (2003). *Natural Balance of Multicell Converters*. Toulouse, Francia: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique de Toulouse/Centre National de la Recherche Scientifique.
- Wilkinson, R. H., Mouton, H. d., & Meynard, T. A. (2004). *Stability Analysis of Multicell Converter*. University of Stellenbosch, Matieland, South Africa. Toulouse, Francia: Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle, Institut National Polytechnique de Toulouse/Centre National de la Recherche Scientifique.
- Yousefzadeh, V., Alarcón, E., & Maksimovic, D. (2005). Three-Level Buck Converter for Envelope Tracking in RF Power Amplifiers. *APEC'05- IEEE Applied Power Electronics Conference 2005*. Austin, Texas.