



# Metaheurísticas Multiobjetivo Cardumen de Peces Artificiales (FAFS) y Optimización Evolucionaria por Enjambre de Partículas con Topología Estocástica Global Individual (FEP SO GIST). Parte II: Aplicación

## Multiobjective Metaheuristics Artificial Fish School (FAFS) and Evolutionary Particles Swarm Optimization with Global Individual Stochastic Topology (FEP SO GIST). Part II: Application

**Gustavo Alejandro Schweickardt, PhD.**

*Grupo de Investigación sobre Economía Computacional de Regulación de Redes y Energías Renovables  
Universidad Tecnológica Nacional  
Concepción del Uruguay, Argentina  
gustavoschweickardt@conicet.gov.ar*

(Recibido el 20-10-2014. Aprobado el 20-12-2014)

**Resumen.** El presente trabajo describe un modelo para la Optimización del Grado de Desbalance de Cargas en una Red Trifásica de Distribución de Energía Eléctrica (SDEE) en Baja Tensión (BT). Se presenta la integración de dos novedosas metaheurísticas: la FEP SO GIST (*Fuzzy-MultiObjective Particles Swarm Optimization with Global/Individual Stochastic Topology*), desarrollada por el autor, y la FAFS (*Fuzzy-MultiObjective Artificial Fish School*), cuya extensión multiobjetivo es propuesta por el autor, valuando la función de aptitud mediante conjuntos difusos. El problema propuesto ya ha sido resuelto en un trabajo presentado por el autor, mediante la metaheurística FPSO, y su solución constituye una referencia para comparar resultados. Entre los inconvenientes producidos por un elevado grado de desbalance en las fases del sistema, se consideran la minimización de las pérdidas técnicas y la mejo-

ra del perfil de tensiones. Ambos aspectos, relativos al uso racional de la energía propiciado desde el lado de la oferta, son observados por la autoridad regulatoria. Se presenta, adicionalmente, un modelo matheurístico que combina el enfoque clásico del problema, empleando programación lineal entera-mixta con las dos metaheurísticas introducidas, FEP SO GIST y FAFS. Se comparan resultados al aplicar los modelos sobre el mismo SDEE BT considerado en el enfoque resuelto vía FPSO. En esta Parte II, se desarrollan los modelos específicos y se presenta su aplicación al problema.

**Palabras clave:** Cardumen de peces artificiales; desbalance de cargas; enjambre de partículas; metaheurísticas; sistemas de distribución de energía eléctrica.

**Citación de artículo, estilo IEEE:**

G.A. Schweickardt, "Metaheurísticas Multiobjetivo Cardumen de Peces Artificiales (FAFS) y Optimización Evolucionaria por Enjambre de Partículas con Topología Estocástica Global Individual (FEP SO GIST). Parte II: Aplicación", *Lámpsakos*, N° 13, pp. 13-23, 2015.

**DOI:** <http://dx.doi.org/10.21501/issn.2145-4086>

**Abstract.** This work presents a model to Low Voltage (LV) Unbalance Degree Optimization in a Three-phase Electric Distribution Network (EDN). The combination of two new Fuzzy-MultiObjective MetaHeuristics FEP SO GIST (*Fuzzy Particles Swarm Optimization with Global/Individual Stochastic Topology*) proposed by the author and, FAFS (*Fuzzy Artificial Fish School*) extended to MultiObjective domain by the author, using Fuzzy Sets, are presented. Of multiple problems resulting from such unbalance degree, are considered the technical losses and the voltage drops. Both aspects are fundamentals in the rational use of energy, when this objective is focused from the

offer side, and are observed for Regulatory Authority. In addition, a MatHeuristic approach composed for the classical approach based in Mixed-Integer Linear Programming and FEP SO GIST-FAFS Meta-Heuristics, is introduced. In this Part II of the work, the Models applications to the Unbalance Load Degree problem and its specifics developments, are presented.

**Keywords:** Artificial Fish School; electric distribution systems; metaheuristics; particles swarm; load unbalance.

## 1. INTRODUCCIÓN

En la primera parte del presente trabajo, se dejó definido el problema de balance de cargas, mediante una formulación cualitativa que se corresponde con un problema de optimización multiobjetivo. Asimismo, se presentaron dos enfoques de solución clásicos: a) uno menos riguroso, desde el punto de vista metodológico, soportado en una búsqueda iterativa (BI), que recurre a heurísticas, en el caso más general, diseñadas conforme el conocimiento del SDEE BT específico bajo estudio, y b) otro formal, planteado como un modelo de programación lineal entera-mixta, el cual introduce como hipótesis una característica de las cargas de Intensidad constante (pues, en otro caso, el problema no podría ser linealizable). Su resultado, dada esta consideración muy alejada de la realidad, fue de inferior calidad que el obtenido mediante el enfoque BI, el cual, al menos, asume una característica de las cargas de potencia constante.

Pudo justificarse entonces el empleo de algoritmos de optimización bio-inspirados, tales como algunas metaheurísticas cuyos diseños se sustentan en la Inteligencia de grupo. Por ello fueron explicados los cinco principios de la inteligencia de grupo (IG) y presentados los desarrollos de las metaheurísticas designadas como X-PSO formas (variantes de la *Particle Swarm Optimization* u Optimización por Enjambre de Partículas) y la AFS (*Artificial Fish School* o Cardumen de Peces Artificiales). Tales metaheurísticas son aplicables a problemas de optimización mono-objetivo. De modo que en esta segunda parte del trabajo, se desarrollarán los aspectos teóricos específicos que conducen a la formulación de la forma X-PSO multiobjetivo, referida como FEP SO GIST [1], así como el algoritmo AFS y su extensión al dominio multiobjetivo, referido como FAFS. Ambas se compararán y se integrarán a los efectos de componer la mejor estrategia de solución para el problema de balance de cargas. Esta segunda parte del trabajo está organizada en la forma siguiente: En la sección 2, se presentan específicamente las metaheurísticas EPSO GIST y AFS, ambas primigeniamente aplicables al dominio mono-objetivo en la solución de problemas de optimización. Se describe, considerando las características del espacio de soluciones de la clase de problemas a la que pertenece el balance de cargas en un SDEE BT (espacio discreto de buenas soluciones muy aisladas), el comportamiento de la X-PSO forma EPSO GIST en términos de la satisfacción de los principios de la inteligencia de grupo,

sacando provecho de su topología de comunicación entre partículas, para cada instancia de búsqueda. También se describe la ventaja de integración de las metaheurísticas EPSO GIST y AFS, a los efectos de complementar sus capacidades individuales de satisfacción de los principios de IG. En la Sección 3, se desarrollan los conceptos y se presenta el enfoque propuesto para extender ambas metaheurísticas al dominio multiobjetivo (en rigor, válido para cualquiera de las X-PSO formas presentadas en la primera parte). Para ello se apela a la *toma de decisión en ambientes difusos*, empleando conjuntos difusos en la representación tanto de los objetivos como de las restricciones contenidos en la formulación *rigida* de un problema de optimización multiobjetivo. Surgen de esta extensión tres requerimientos más adicionales a la satisfacción de los cinco principios IG: a) la capacidad para captar las incertidumbres de valor en las variables solidarias a los objetivos/restricciones del problema; b) La aquí introducida como compatibilidad métrica del operador seleccionado para evaluar la aptitud de una solución en el espacio homónimo; y c) la Pareto-dominancia entre un conjunto de buenas soluciones igualmente satisfactorias. En la sección 4, se presenta la formulación de los conjuntos difusos para cada objetivo del problema de balance de cargas. Asimismo, se sugieren diferentes estrategias de solución, hasta arribar a una metaheurística que integra la modelación MIP y una combinación de las metaheurísticas FEP SO GIST + FAFSA, donde la letra “F” corresponde a las versiones multiobjetivo para las mismas (F = *Fuzzy* o Difuso). En la Sección 5, se presentan las simulaciones y resultados obtenidos.

Finalmente, se plantea una de las posibles líneas de investigación futuras (trabajos futuros) y se presentan las conclusiones. Se han incorporado las REFERENCIAS [1, 5–10], citadas en la Parte I del trabajo completo.

## 2. METAHEURÍSTICAS EPSO GIST Y AFS

### 2.1. La metaheurística EPSO GIST

Esta propuesta de variante X-PSO presenta una alteración respecto de la topología de comunicación entre las partículas en cada instancia de decisión o iteración algorítmica respecto de la que emplea la X forma EPSO. Por topología de comunicación debe entenderse la manera en que las partículas de la población son informadas de la localización del óptimo

global en cierta instancia de decisión (iteración algorítmica)  $k$ -ésima. Desde el planteo y diseño de la ecuación de movimiento PSO, se asume que la topología es tipo estrella global (*Global Star Topology*), lo cual significa, virtualmente, que la/las partícula/s que ocupa/n la posición correspondiente al óptimo global, en cierta instancia de decisión, se comportan como el centro de una estrella que “irradia” la información relativa a tal posición hacia el resto de las partículas de la población o enjambre. Luego de varias investigaciones por parte del autor, en co-autoría con otros investigadores, sobre la componente de *cooperación o comunicación* en la ecuación de movimiento PSO con esta topología, en espacios de soluciones cuyas características resultan las del problema aquí abordado, se observó una inevitable tendencia hacia una *convergencia prematura* del algoritmo metaheurístico [2]. Por *convergencia prematura* debe interpretarse una condición en la que el enjambre de partículas queda “atrapado” en soluciones de escasa calidad (frecuentemente referidas, preservando la terminología de la optimización clásica, como óptimos locales, en contraposición al óptimo global buscado). De manera que los cinco principios IG resultaban gradualmente y, conforme aumentaba el número de iteraciones, cada vez más insatisfechos.

Por tanto, se intentó resolver esta limitación desarrollando, esencialmente, las X-PSO formas diferentes de la Canónica, presentadas en la primera parte de este trabajo, logrando mejoras destacables, que minimizaban notoriamente el auto-ajuste de los parámetros de la ecuación de movimiento, al concebir la forma EPSO mediante los operadores evolucionarios. Pero la topología de comunicación se sostenía en su idea inicial: Estrella global y en espacios de soluciones caracterizados como se dijo; si bien con menos frecuencia, la *convergencia prematura* persistía, dependiendo del problema a resolver. De modo que se propuso *alterar* de algún modo la topología de comunicación. Se pensó, entonces, modificarla con un criterio tal que su nueva estructura propendiese a la *diversificación de las soluciones*. Esto significa mejorar el principio de IG indicado como IG3 en la primera parte del presente trabajo, la diversidad de respuesta, promoviendo la posibilidad de que las partículas del enjambre *tengan respuestas diferentes ante los mismos estímulos*. De este modo, existiría una respuesta diferente (una dirección de movimiento diferente en el espacio de soluciones) definida desde la instancia de decisión  $k$  hacia la  $k+1$ , *para ciertas partículas*, permitiendo que continúen “buscando” una *solución de mejor calidad*, ante un estímulo que,

bajo la topología estrella global, conduciría al enjambre a la condición de *convergencia prematura* (en términos de la optimización clásica, sería así posible “sortear” el óptimo local). Siguiendo tal criterio, se propuso la X-forma EPSO GST, cuya topología de comunicación es estrella, lo cual, y conforme a lo explicado, se dará, de aquí en más, por implícito, global estocástica (GST = *Global Stochastic Topology*). Esto fue implementado del siguiente modo: la información relativa al óptimo global, OG, tiene asignada una probabilidad de ser comunicada al resto de las partículas del enjambre, la cual viene dada por una variable aleatoria con distribución gaussiana de media 0 y varianza 1,  $N(0,1)$ .

De este modo, si  $p_i$  es la probabilidad de que la partícula  $i$ -ésima del enjambre reciba información sobre la posición OG en cierta instancia de decisión  $k$ , puede ocurrir que: a) si  $p_i = 1$ , la partícula se comporte como si la topología fuese global; b) si  $p_i = 0$ , la partícula no reciba información sobre el OG y el término de la ecuación de movimiento correspondiente a la cooperación, no tenga efecto; o c) si  $0 < p_i < 1$ , tal término impacte proporcionalmente al valor de  $p_i$ . Así, resulta que la ecuación evolutiva de movimiento u operador velocidad para la forma EPSO GST, vendrá dada por:

$$\mathbf{V}_i^{[k+1]} = w_{il}^{[k]} \times (\mathbf{r}_1^{[k]}) \times \mathbf{V}_i^{[k]} + w_{ic}^{*[k]} \times (\mathbf{r}_2^{[k]}) \times [\mathbf{b}_i^{[k]} - \mathbf{X}^{[k]}] + w_{is}^{*[k]} \times (\mathbf{r}_3^{[k]}) \times [\mathbf{b}_G^{[k]} - \mathbf{X}^{[k]}] \times \alpha OG^{[k]}_i \quad (1)$$

- En (1) todos los parámetros tienen la significación dada al describir la X-PSO EPSO, en la primera parte del presente trabajo,
- $\alpha OG^{[k]}_i$  es la probabilidad de que el óptimo global (OG) afecte al movimiento de la partícula  $i$ , en la iteración  $k$ . Nótese cómo el tercer término, correspondiente a la *cooperación o comunicación* entre las partículas del enjambre, se ve afectado en la forma dicha, al incorporar la probabilidad  $\alpha OG^{[k]}_i$  como factor.

Concebida esta metaheurística EPSO GST, pudo comprobarse una sensible mejora respecto de la *convergencia prematura* referida, preservando la mayor capacidad de auto-ajuste de parámetros de la EPSO.

Se la aplicó individualmente, optimizando cada uno de los objetivos que fueron definidos a presentar el problema de balance de Carga en la primera parte del presente trabajo: a) Minimización de pérdidas de potencia activa; b) Minimización de la componente

homopolar a la salida del alimentador principal del SDEE BT analizado; y c) Maximización del índice de tensión de suministro en cada nodo. En este último problema, se pretende, habida cuenta de la operación radial del SDEE BT, que todos los nodos terminales en los alimentadores derivados tengan una tensión que no se aparte, en defecto, más de un 5% respecto de la tensión nominal. Esto lo fija, como se dijo en la primera parte del presente trabajo, la Autoridad Regulatoria Argentina; es decir que, modificando las conexiones a las distintas fases del sistema trifásico de las acometidas domiciliarias monofásicas, debería arribarse a esa condición respecto de la tensión de suministro. El espacio de soluciones para este objetivo en particular exhibe soluciones mucho más aisladas que en el resto de los objetivos, al punto tal que, aún empleando la metaheurística EPSO GST, es necesario, dependiendo del tamaño (número de cargas a reconectar) del problema, emplear una técnica de inicialización, llamada de *arranque o bootstrapping*, para que se localice alguna condición, desde la cual la EPSO GST comience a mejorar las soluciones. Caso contrario, no puede evitarse la *convergencia prematura* del algoritmo.

De manera que se propone enfatizar la satisfacción del principio IG3, aumentando la diversidad de respuesta de las partículas ante el mismo estímulo, modificando, nuevamente, la topología de comunicación. Para ello, el criterio empleado estriba en una extensión del que se utilizó para desarrollar la GST, introduciendo una aleatoriedad mayor. Esta se sustenta en no solo limitar la información que reciben las partículas sobre la posición OG en cierta instancia de decisión k, sino en consignar una probabilidad de que cada partícula reciba información sobre el óptimo individual (OI) de las demás. Con este criterio, existiría una componente de *cooperación o comunicación* adicional, sustentada en la *memoria autobiográfica*, pues *todas o algunas* partículas estarían comunicando a las demás la información de su OI alcanzado en la instancia de decisión k.

Operacionalmente, la probabilidad referida también viene dada por una *variable aleatoria* con *distribución gaussiana* de media 0 y varianza 1,  $N(0,1)$ .

Al involucrarse tanto la Información del OG como del OI de cada partícula, cuya incidencia en la dirección del movimiento para la partícula i-ésima depende de una probabilidad, la topología de comunicación

resultante se denomina GIST (*Global/Individual Stochastic Topology* – Topología Estocástica Global/Individual).

De modo que, aplicada sobre la X forma EPSO, se concibe una nueva X-PSO, denominada EPSO GIST.

La ecuación evolutiva de movimiento u operador velocidad para la forma EPSO GIST, vendrá dada por:

$$\mathbf{V}_i^{[k+1]} = w_{il}^{*[k]} \times (\mathbf{r}_1^{[k]}) \times \mathbf{V}_i^{[k]} + w_{ic}^{*[k]} \times (\mathbf{r}_2^{[k]}) \times [\mathbf{b}_i^{[k]} - \mathbf{X}_i^{[k]}] + w_{is}^{*[k]} \times (\mathbf{r}_3^{[k]}) \times [\mathbf{b}_i^{[k]} - \mathbf{X}_i^{[k]}] \times \alpha \text{OG}_i^{[k]} + \sum_{j=1, j \neq i}^n (\delta(k) \times w_{ic}^{*[k]} \times [\mathbf{b}_j^{[k]} - \mathbf{X}_j^{[k]}] \times \alpha \text{OI}_{ij}^{[k]}) \quad (2)$$

Donde

- $\text{TOI}_{ij}^{[k]} = \sum_{j=1, j \neq i}^n (\delta(k) \times w_{ic}^{*[k]} \times [\mathbf{b}_j^{[k]} - \mathbf{X}_j^{[k]}] \times \alpha \text{OI}_{ij}^{[k]})$  : Resultan ser los nuevos términos de *cooperación* entre la partícula i-ésima y las del resto del enjambre, j-ésimas, con  $j \neq i$  y  $j$  en  $[1..n]$ , siendo n el número de partículas del enjambre.
- $\text{OI}_{ij}^{[k]}$  es la probabilidad de que el óptimo Individual (OI) de la partícula j afecte al movimiento de la partícula i,  $j \neq i$
- $\delta(k)$  es un *factor multiplicativo* o de *decaimiento inercial*, que va haciendo “decaer” la influencia de los OI, con probabilidades distintas de 0, desde cada partícula del enjambre hacia el resto, conforme aumenta el número de iteraciones.  $\delta(k)$  se ha introducido para limitar, en ciertos casos observados, la influencia excesiva del principio IG3, diversidad de respuesta, afectando al principio IG4, estabilidad. Su construcción sigue la misma estructura propuesta para la X-PSO con función de decaimiento inercial, en la primera parte del presente trabajo.

En el caso límite para cierta instancia de decision k pueden tener que computarse en (2), n-1 términos  $\text{TOI}_{ij}^{[k]}$ . Siendo el número de partículas usual para esta clase de problemas  $n = 200$ , caso típico, tal cálculo no supone ninguna complejidad de cómputo adicional si se consideran los beneficios que la EPSO GIST aporta a los efectos de evitar las *convergencias prematuras* en situaciones tal como la explicada respecto de la tensión de suministro para el problema de balance de cargas.

Al abordar la extensión se la metaheurística EPSO GIST al dominio multiobjetivo (FEPSO GIST), específicamente aplicada al problema de balance de cargas en un SDEE BT, se presentará un diagrama de flujo que describe su algoritmo soporte.

## 2.2. La metaheurística AFS

Como se dijo en la primera parte del presente trabajo, este algoritmo metaheurístico, referido en el estado del arte como AFSA (*Artificial Fish Shool Algorithm* o Algoritmo de Cardumen de Peces Artificiales), fue propuesto por Xiaolei Li. Se presentaron, en la primera parte, *los cinco comportamientos tipificados del cardumen*. Resta desarrollar el algoritmo. En este trabajo, como aporte, se ha re-formulado la estrategia del algoritmo AFSA, conforme el problema de balance de cargas. Los siguientes desarrollos se apartan algo de su formulación primigenia, a los efectos de brindar mayor compatibilidad con los cinco principios de la inteligencia de grupo.

Definición de los Parámetros y Variables en el AFSA: Sea  $[AF] = \{af_1, af_2, \dots, af_{NF}\}$  el conjunto de peces artificiales, referido como cardumen o población; cada  $af_i$ , ocupará, en el espacio de búsqueda y para cierta instancia de decisión (iteración del algoritmo), una posición  $\mathbf{x}(af_i)$ , la cual resulta un vector cuyas componentes son cada una de las variables de decisión del problema. La *aptitud* que exhibe el pez artificial  $af_i$ , en términos de localización de máximo alimento, ocupando la posición  $\mathbf{x}(af_i)$ , será indicada como  $f(\mathbf{x}(af_i))$ , siendo  $f$  la *función de aptitud* establecida para la estrategia de optimización. Simplificadamente, puede emplearse la notación:  $\mathbf{x}_i \equiv \mathbf{x}(af_i)$  y  $f(\mathbf{x}_i) \equiv f(\mathbf{x}(af_i))$ , porque todo pez artificial siempre ocupa una posición y siempre tiene una aptitud, tal y como se hace en el PSO. Sean, entonces, dos peces artificiales  $\mathbf{x}_i$  y  $\mathbf{x}_j$ , la distancia entre ambos resultará:  $\mathbf{d}_{ij} = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ . Además, *visual* es el campo visual o alcance de un  $af_i$  y *step*, la distancia que puede moverse un  $af_i$  en cada paso de iteración;  $\delta$  es el grado de congestión e indica, en el comportamiento de un  $af_i$ , si existe alimento en la vecindad de cierto punto o concentrado en él. Su valor pertenece a  $[0, 1]$ . *Visual*, *step* y  $\delta$  son parámetros. Además se tienen los siguientes: *NF*: Número de peces artificiales o tamaño de la población/cardumen, *TryNum*: es el máximo número de intentos de un pez artificial para encontrar una mejor posición,  $\mathbf{x}_{Best}$ , y será aplicado en el comportamiento prey o de ataque. Adicionalmente, *MaxItera*: es el número máximo de iteraciones del algoritmo, condición estricta de salida del mismo, y *NumEstable* es el

número fijado como límite de iteraciones en los que el registro no es actualizado, por no existir cambios en las aptitudes (y, consecuentemente, posiciones de los  $af_i$  en el cardumen), y supone una condición no estricta de salida del algoritmo. Los comportamientos de ataque, grupal o de seguimiento, se definen en el modelo, y en términos matemáticos, como sigue:

- 1) De ataque: Si, en cierta instancia de decisión,  $\mathbf{x}_i$  es el estado de  $af_i$  y  $\mathbf{x}_j$  es el estado de  $af_j$ , estando  $af_j$  en el campo de visión de  $af_i$ , esto es:  $|\mathbf{d}_{ij}| \leq \text{visual}$ , entonces se procede a comparar las aptitudes  $f(\mathbf{x}_i)$  y  $f(\mathbf{x}_j)$ . Si  $f(\mathbf{x}_i) > f(\mathbf{x}_j)$ ; entonces  $af_i$  se moverá  $\text{Random}(\text{step})$  (función aleatoria de *step*) hacia y en la dirección de  $\mathbf{a}_j$ , dentro de su campo de visión. En caso contrario, intentará un número *TryNum* de veces encontrar una mejor posición,  $\mathbf{x}_{Best}$ , que la que ocupa, dentro de su campo de visión, y, si falla,  $af_i$  se moverá aleatoriamente  $\text{Random}(\text{step})$  dentro de su campo de visión.

Matemáticamente y en pseudo-código:

```

Si  $f(\mathbf{x}_j) > f(\mathbf{x}_i)$  entonces
 $\mathbf{x}_{i,next} = \mathbf{x}_i + \text{Random}(\text{Step}) \times [(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) / |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|]$ 
Sino
Para  $k=1$  hasta TryNum
 $\mathbf{x}_{i,next} = \mathbf{x}_i + \text{Random}(\text{Step})$ 
Si  $f(\mathbf{x}_{i,next}) > f(\mathbf{x}_i)$  entonces
Fin Para
FinSi
FinPara
 $\mathbf{x}_i,next = \mathbf{x}_i + \text{Random}(\text{Step})$ 
FinSi

```

Siendo  $\text{Random}(\text{Step})$  una función que genera números aleatorios en el intervalo  $[0, \text{step}]$  con distribución uniforme de probabilidad.

- 2) De grupo: Si, en cierta instancia de decisión,  $\mathbf{x}_i$  es el estado/posición de  $af_i$ , *nf* es el número de  $af_i$  en el campo visual de  $af_i$ , dado por la función *N* definida mediante  $nf = N(\mathbf{x}_i, \text{visual}) = \{ \mathbf{x}_j / |\mathbf{d}_{ij}| \leq \text{visual} \}$ , y  $\mathbf{x}_c$  es la posición centro de la vecindad de  $\mathbf{a}_i$  y definida por  $\mathbf{x}_c = \sum_{j=1}^{nf} (\mathbf{x}_j / nf)$ , se tiene, en pseudo-código:

```

Si  $f(\mathbf{x}_c) > f(\mathbf{x}_i)$  y  $(nf/NF) < \delta$  entonces
 $\mathbf{x}_{i,next} = \mathbf{x}_i + \text{Random}(\text{Step}) \times [(\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_i) / |\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_i|]$ 
Sino
Comportamiento de ataque
FinSi

```

3) De seguimiento: Si, en cierta instancia de decisión,  $\mathbf{x}_i$

es el estado/posición de  $a_i$ , y  $a_{iMax}$  es el af en el campo visual de  $a_i$  que ha alcanzado la máxima *consistencia alimenticia* de la vecindad  $nf$ ,  $\mathbf{x}_{Max}^{nf}$ , siendo  $f(\mathbf{x}_{Max}^{nf})$  su aptitud, se tiene en pseudo-código:

Si  $f(\mathbf{x}_{Max}^{nf}) > f(\mathbf{x}_i)$  y  $(nf/NF) < \delta$  entonces  
 $\mathbf{x}_{i\ next} = \mathbf{x}_i \times \text{Random}(\text{Step}) \times [(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{Max}^{nf}) / |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{Max}^{nf}|]$   
 Sino  
 Comportamiento de ataque  
 FinSi

De modo que la pertinencia referida para los comportamientos de grupo y de seguimiento está dada por la misma condición de congestión en la vecindad  $nf$ :  $(nf/NF) < \delta$ . Si esta condición no se satisface, no son pertinentes los comportamientos de grupo o de seguimiento, y tiene lugar el de ataque.

Con estos desarrollos, puede ser definido el Algoritmo AFS, en forma de pseudo-código y por pasos: **Paso 1)** Inicialización de los parámetros NF, visual, TryNum,  $\delta$ , step, MaxItera y NumEstable; **Paso 2)** Inicialización de la población o cardumen: al igual que en la metaheurística PSO o sus variantes, como la EPSO GIST considerada en este trabajo, la población/cardumen debe ser inicializada con valores pertinentes. Es un punto crítico en la aplicación del balance de cargas debido a las singulares características que exhibe el espacio de búsqueda; **Paso 3)** Inicialización del Registro (Bulletin) para evaluar los nuevos estados de cada af y, si procede, actualizarlos, durante el procedimiento iterativo, con los mejores estados alcanzados. En el comienzo, el registro contiene posiciones/estados y aptitudes coincidentes con la inicialización de la población/cardumen; **Paso 4)** Se aplica el comportamiento normativo del cardumen, que consiste en la evaluación del movimiento; esto supone, evaluar la pertinencia de los comportamientos de grupo y de seguimiento, observando si se satisface la condición  $(nf/NF) < \delta$ . De ser pertinentes, proceden ambas, y la posición y aptitud para un nuevo estado proviene del comportamiento que arroje la mayor aptitud.

Si no son pertinentes estos comportamientos, el cardumen adopta el comportamiento de ataque. Es claro que las evaluaciones y cálculos correspondientes, se ejecutan para cada af del Cardumen; **Paso 5)** Actualización del Registro (Bulletin Update): Si procede, se registran los nuevos valores de posición y aptitud para cada af del cardumen, y se actualiza el

número de iteración del proceso. Se evalúa si tiene lugar la condición de parada, consistente en la permanencia del registro sin modificaciones durante el número NumEstable de iteraciones, o bien en alcanzar el número MaxItera de iteraciones. Si una de estas condiciones tiene lugar, se sigue con el paso 6. De lo contrario, se regresa al paso 4, incrementando, previamente en 1, el contador de iteraciones; **Paso 6)** Condición de salida satisfecha: se almacenan posiciones y aptitudes de cada af del cardumen, así como otros parámetros de interés registrados. Desde allí se obtiene el  $\mathbf{x}_{Max}$  y su  $f(\mathbf{x}_{Max})$ .

Se está ahora en condiciones de establecer el interés por esta metaheurística, AFS: analizando los pseudocódigos propuestos y aplicándolos para optimizar los objetivos del problema de balance de cargas individualmente, puede observarse que el movimiento del cardumen propende a la estabilidad, dentro de los principios de la IG.

De modo que ambas metaheurísticas, EPSO GIST y AFS, exhiben características complementarias. De aquí la propuesta de integrarlas en un algoritmo híbrido, matheurística con inicialización MIP, como mejor estrategia de solución para el problema abordado.

### 3. EXTENSIÓN DE LAS METAHEURÍSTICAS EPSO GIST Y AFS AL DOMINIO MULTI OBJETIVO

#### 3.1. Conjuntos difusos

Resulta pertinente abordar el concepto de conjunto difuso, ya que constituye la herramienta central que se adoptó para la extensión de las metaheurísticas propuestas al dominio multiobjetivo.

Un conjunto clásico o rígido exhibe una función binaria de pertenencia de sus elementos. Esto significa que la misma asume, por caso, el valor 1, si un elemento pertenece al conjunto, o el valor 0, si no pertenece.

Por el contrario, L. Zadeh propone, en 1970 [2], la idea de una *función de pertenencia continua*, solidaria a un conjunto, asumiendo valores en el intervalo [0, 1], es decir que, para tal conjunto, pueden establecerse grados de pertenencia, *cuyos valores se encuentren en dicho intervalo*. A este tipo de conjun-

tos los denominó difusos o borrosos (*Fuzzy Sets*). En la Fig. 1, se representa un conjunto difuso lineal, tipo que será empleado para modelar los objetivos (y restricciones, en general), a los efectos de transformar la formulación clásica de un problema de optimización, en su formulación difusa.

En la Fig. 1,  $v$  es una variable genérica (por ejemplo, las pérdidas de potencia activa) y  $\mu(v)$  la *función de pertenencia definida*. El valor  $v_{Min}$  tiene el máximo grado de aceptación,  $\mu(v) = 1$ , al igual que valores inferiores a  $v_{Min}$ . Si  $v > v_{Min}$ , el grado de aceptación comienza a disminuir hasta arribar a  $v = v_{Max}$ , valor que resulta inaceptable,  $\mu(v) = 0$ , así como los valores  $v > v_{Max}$ . Se observa que puede ser definido también un nivel o grado de aceptación,  $\alpha = \alpha_c$ , en cuyo caso serán aceptables valores en el intervalo  $[v_{Min}, v(\alpha_c)]$ . A tal intervalo, se lo refiere como  $\alpha_c$ -corte del CD.

**3.2. Toma de decisión estática difusa**

Para la *toma de decisión estática difusa*, Bellman y Zadeh [2], introducen el concepto de conjunto difuso de decisión. Si se consideran  $n$  conjuntos difusos, queda definido mediante la expresión:

$$\{D\} = \{C_1\} <opC> \{C_2\} <opC> \dots <opC> \{C_{n-1}\} <opC> \{C_n\} \quad (3)$$

donde  $<opC>$  es un operador entre conjuntos difusos que recibe el nombre de *confluencia*. La *confluencia* más frecuentemente empleada es la *intersección*. Asociado al operador  $<opC>$  entre los conjuntos difusos, existe un operador matemático,  $opC$ , aplicable a sus *funciones de pertenencia*, que genera, desde (3), el valor de pertenencia resultante en el conjunto difuso de decisión,  $\{D\}$ , es decir:

$$\mu\{D\} = \mu\{C_1\} opC \dots opC \mu\{C_{n-1}\} opC \mu\{C_n\} \quad (4)$$

Al trabajar con la confluencia  $<opC> \equiv \cap$ , el operador  $opC$  recibe el nombre general de  $t$ -norma. Una  $t$ -norma es, entonces y para este contexto, una función  $t$ , de las *funciones de pertenencia* solidarias a cada conjunto difuso  $\{C\}$ ,  $t = f\{\mu\{C1\}, \mu\{C1\}, \dots, \mu\{Cn\}$ , definida formalmente como sigue:

Una  $t$ -norma es una *función*  $t$ , definida en el intervalo  $[0, 1]$  y aplicada también en  $[0, 1]$ , que satisface las siguientes condiciones: si  $t: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , entonces: **a.-**  $t(0,0) = 0$ ;  $t(x,1) = x \rightarrow$  *Condiciones de frontera*;

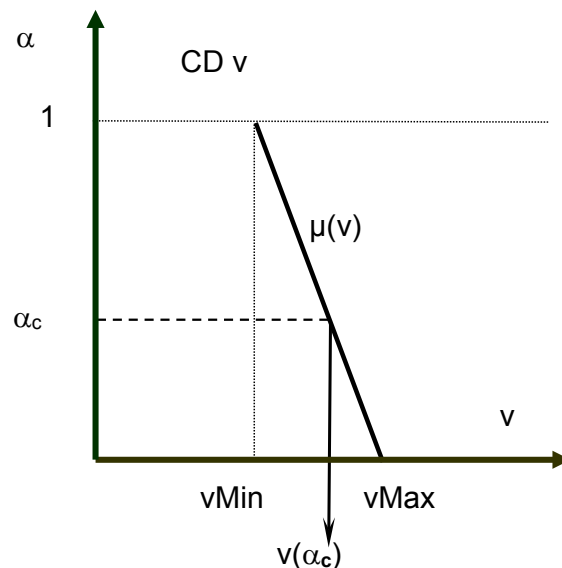


Fig. 1. Conjunto difuso triangular (CDT) definido sobre la variable  $v$

**b.-**  $t(x,y) = t(y,x) \rightarrow$  *Conmutatividad*; **c.-** si  $x \leq \alpha$  e  $y \leq \beta$   $t(x,y) \leq t(\alpha,\beta) \rightarrow$  *Monotonicidad* y **d.-**  $t((t(x,y),z)) = t(x,t(y,z)) \rightarrow$  *Asociatividad*.

Entonces, establecida la  $t$ -norma a emplear,  $t$ , la decisión maximizante estática en el conjunto difuso de decisión, para cierta instancia, resultado de la *confluencia* – intersección – entre los conjuntos difusos solidarios a cada objetivo/restricción del problema, vendrá dada por la expresión:

$$\mu\{D\}_{Max} = MAX \{ \mu\{C_1\} t \dots t \mu\{C_{n-1}\} t \mu\{C_n\} \} \quad (5)$$

De modo que, si se tiene un problema de optimización clásico multiobjetivo y restringido, con  $n$  funciones objetivo (FO) y  $m$  restricciones (R), su solución en el dominio difuso requerirá de: a) Definir un conjunto difuso para cada FO en  $[1..n]$  y R en  $[1..m]$  y b) Determinar la decisión maximizante, según (5).

Cada instancia de decisión -iteración algorítmica- arrojará un valor de  $\mu\{D\}$ . En tal proceso, se identifica el  $\mu\{D\}_{Max}$ . Cuando por un número definido de iteraciones  $\mu\{D\}_{Max}$  no se modifique, se habrá arribado a la *solución más satisfactoria*. Y desde los valores  $\mu\{C1\}, \mu\{C2\} \dots \mu\{Cn\}$ , se recupera, dado que cada  $\{Ci\}$  está asociado a una variable objetivo/restricción, el *vector solución más satisfactorio en las variables de control y de estado*.

Para el problema del balance de cargas en un SDEE BT, se tienen como objetivos: 1) Minimizar las pérdidas de potencia activa (kW); 2) Minimizar el valor de



la componente homopolar (A), 3) Maximizar el índice de tensión de suministro y d) Minimizar el número cambios de fase. El 4) es la variable de control, mientras que 1), 2) y 3) resultan variables de estado.

Cada uno de los conjuntos difusos, que serán definidos en sección siguiente, puede tener una importancia que se corresponda con la prioridad establecida por el tomador de decisiones para los objetivos.

Para ello se introducen los denominados ponderadores exponenciales o de Yager [4],  $pY$ , que son números reales positivos, tal que su suma sea igual al número de conjuntos difusos involucrados en la toma de decisión. A mayor valor de  $pY_i$ , mayor importancia del objetivo  $FO_i$ , cuyo conjunto difuso asociado es  $\{C_i\}$ . Operacionalmente, la *función de pertenencia*  $\mu\{C_i\}$  se eleva al valor  $pY_i$ , de modo que se tiene una *función de pertenencia ponderada*,  $\mu\{C_i\} pY_i$ . Y (5) se transforma en:

$$\mu\{D\}_{Max}^{pY} = \text{MAX} \{ \mu\{C_1\} pY^1 \text{ t...t } \mu\{C_{n-1}\} pY^{n-1} \text{ t } \mu\{C_n\} pY^n \} \quad (6)$$

El efecto de  $pY_i$ , resulta en una *contracción* de  $\{C_i\}$ , si  $pY_i > 1$  (mayor importancia en la *confluencia*), o una *dilatación* de  $\{C_i\}$ , si  $pY_i < 1$  (menor importancia en la *confluencia*). Se muestra en la Fig. 2.

#### 4. MODELO DIFUSO PARA EL PROBLEMA

Se emplea, para todos los objetivos, el conjunto difuso representado en la Fig. 1, el cual se define, para la variable genérica  $v$ , del siguiente modo:

$$\mu(v) = 1; \text{ si } v < v_{Min} \quad (7)$$

$$\mu(v) = 0; \text{ si } v > v_{Max} \quad (8)$$

y si  $v_{Min} \leq v \leq v_{Max}$

$$\mu(v) = [(v_{Max}-v)/(v_{Max}-v_{Min})]^{pY} \quad (9)$$

En el caso de las pérdidas de potencia activa y la componente homopolar, se trata de magnitudes obtenidas desde herramientas del análisis de funcionamiento de los sistemas de potencia (fundamentalmente, el flujo de potencia trifásico). En el caso del número de cambios de fase, es la variable de control, de modo que la estrategia de solución será quien lo contabilice. Pero en el caso de la tensión de suministro, se trata de un índice que debe ser definido.

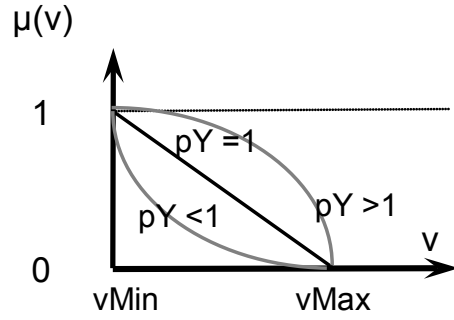


Fig. 2. Efecto del ponderador de Yager sobre un conjunto difuso

Se propone la siguiente formulación:

a) Se fijan: un límite inaceptable de tensión en los nodos terminales,  $u_{InAd}$ , y un límite aceptable en los mismos,  $u_{Ad}$ . Los empleados en la simulación son:  $u_{lnad}=0.92$  [pu] y  $u_{ad} = 0.95$  [pu]; b) Se definen los valores recíprocos de las tensiones límites especificadas en a):  $v1=1/u_{Ad}$ , y  $v2=1/ u_{lnAd}$ ; c) Dado un valor de tensión,  $u$ , en cierto nodo terminal,  $nt$ , se calcula su recíproco,  $vft=1/u$ . Luego, la expresión condicional para la función de pertenencia correspondiente al conjunto difuso, equivalente a un valor de tensión fuera de tolerancia variable  $vft$ , evaluada en el nodo terminal  $nt$ , resulta:

$$\mu_{nt}(vft) = 1; \text{ si } vft < v1 \quad (10)$$

$$\mu_{nt}(vft) = 0; \text{ si } vft > v2 \quad (11)$$

y si  $v2 \geq vft \geq v1$

$$\mu(vft) = [(v2-vft)/(v2-v1)]^{pYvft} \quad (12)$$

Finalmente, como índice de tensión fuera de tolerancia, se propone la media geométrica de todos los valores  $\mu_{nt}(vft)$  en el conjunto de los *nodos terminales*,  $\{NT\}$ , cuyo número es  $nNT$ :

$$\mu(U_{tf}) = \sqrt[nNT]{\prod_{nt=1}^{nNT} \mu_{nt}(vft)} \quad (13)$$

Como se dijo, se trata de un índice estricto, puesto que no se admite que tan solo 1 nodo terminal tenga una tensión de suministro inadmisibles. Para la operación entre las funciones de pertenencia ponderadas, ecuación (6), correspondientes a los conjuntos difusos, se propone la t-norma llamada Producto de Einstein y definida como, siendo  $x$  e  $y$  dos *funciones de pertenencia* genéricas:

$$t_{PEinstein}(x,y) = \frac{xy}{1 + (1-x) + (1-y)} \quad (14)$$

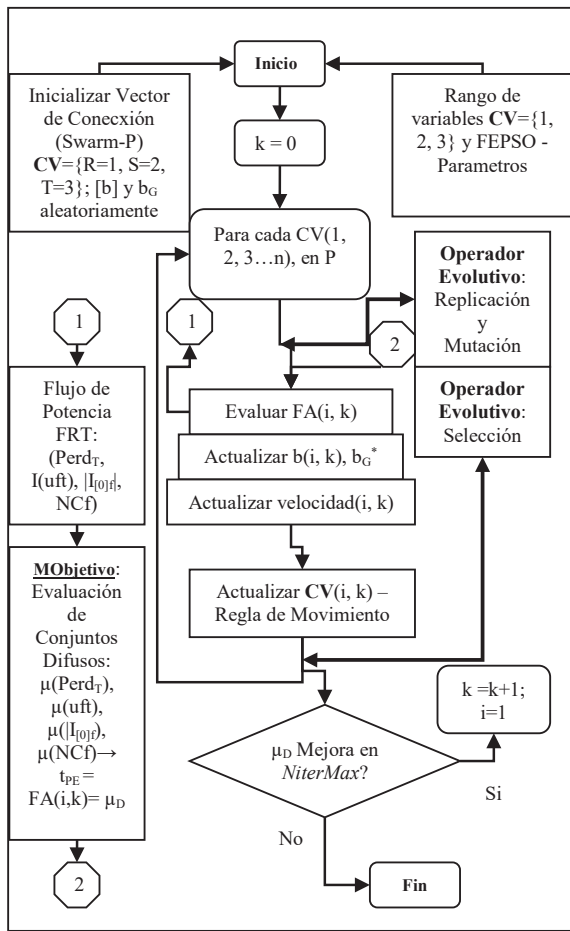


Fig. 3. Diagrama de flujo para la metaheurística FEPSO GIST

La  $t_{PE}^{Einstein}$  se aplica tomando un par de funciones y, luego, su resultado es una función que se opera con la que sigue, y así continúa el procedimiento. En la Fig. 3, se muestra la estrategia de solución, empleando solo la metaheurística FEPSO GIST.

La aptitud de cada partícula FEPSO GIST, o pez artificial FAFS, en el dominio multiobjetivo, viene dada, en cada iteración  $k$ , por la función  $t$ -norma  $t_{PE}^{Einstein}$ . Al extender las metaheurísticas propuestas al dominio multiobjetivo, sugen tres requerimientos adicionales a la satisfacción de los principios IG: a) Captación de incertidumbres de valor en las variables, aspecto resuelto mediante los propios conjuntos difusos, pues les es una cualidad inherente; b) Compatibilidad métrica, aspecto que refiere la capacidad de que la estrategia de solución pueda localizar buenas soluciones en el espacio homónimo, conforme sus características, en la *confluencia* de los objetivos, resuelto por la topología FEPSO GIST, y la integración en una

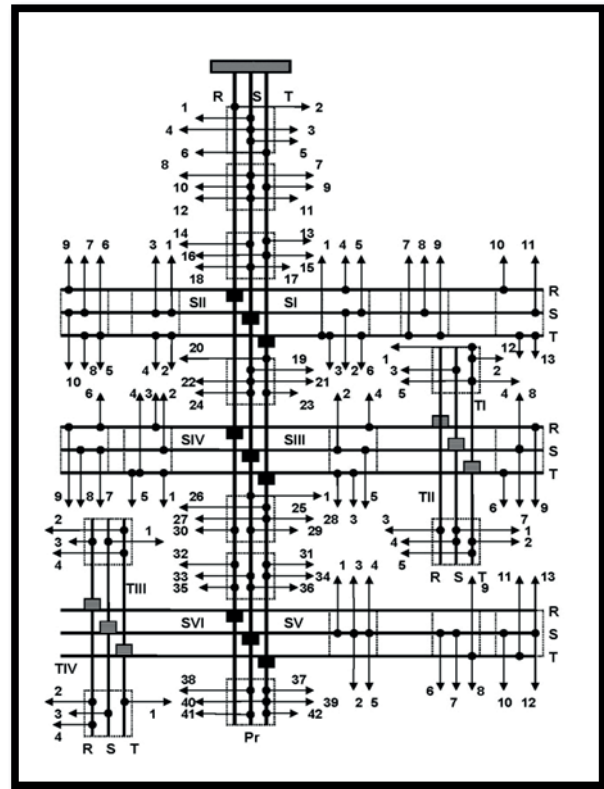


Fig. 4. Esquema Trifilar del SDEE BT real analizado

estrategia matheurística (Math) de solución FEPSO GIST, FAFS y programación lineal entera mixta, MIP, como técnica de *arranque o bootstrapping*; y c) La Pareto-dominancia en las mejores soluciones obtenidas, aspecto sustancial en la optimización multiobjetivo resuelto por el empleo de la  $t$ -norma Producto de Einstein, como función de aptitud, FA.

### 5. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

El esquema del SDEE BT real empleado para la simulación, descrito en la primera parte del presente trabajo, se presenta en la Fig. 4.

Los valores de las variables de estado previos a la optimización, resultaron:  $\{ Perd_T = 13.02 \text{ (Kw)}; |I_{0s}^{[0]}| = 47.6 \text{ (A)}; I(\Delta u) = 0 \}$ , siendo  $I(\Delta u)$ , el índice de tensión de suministro. Las variables de estado y control (NC = Nro. de Cambios de Fase) resultaron, para una población  $P = 200$  (partículas o peces artificiales): a) FEPSO GIST =  $\{ Perd_T = 7.21 \text{ (kW)} \}; |I_{0s}^{[0]}| = 0.4 \text{ (A)}; I(\Delta u)_{Ref} = 0.27; NC = 59$ ; y b) Math =  $\{ Perd_T = 6.12 \text{ (kW)} \}; |I_{0s}^{[0]}| = 0.2 \text{ (A)}; I(\Delta u)_{Ref} = 0.54; NC = 57 \}$ . Los resultados logrados mediante la me-

taheurística FPSO con una técnica de bootstrapping basada en el algoritmo BI, fueron:  $Perd_T = 9.21$  (kW);  $|I_{S,Ref}^{[0]}| = 5.8$  (A);  $I(\Delta u)_{Ref} = 0.1$ ;  $NC = 73$ }, claramente inferiores en calidad. Los valores  $vMin$  y  $vMax$  para la construcción de lo conjuntos difusos solidarios a las variables  $Perd_T$ ,  $|I_{S,Ref}^{[0]}|$  y  $NC$ , se obtienen:  $vMin$  desde optimizaciones individuales EPSO GIST; y  $vMax$ , desde un porcentaje de  $vMin$ , sumándose.

## 6. TRABAJOS FUTUROS

Las líneas de investigación futuras sobre estas estrategias de optimización son múltiples. La seguida por el autor del trabajo, se refiere a las hiperheurísticas, estrategias de más alto nivel, capaces de comandar la selección de meta/matheurísticas más aptas, conforme evoluciona la búsqueda de soluciones.

## 7. CONCLUSIONES

A. Se ha presentado una estrategia de solución metaheurística, primero, e híbrida o matheurística, luego, mediante novedosos aportes, orientadas a resolver un complejo problema combinatorio: El balance de cargas en un SDEE BT. La topología GIST aplicada sobre la metaheurística EPSO, el empleo complementario de la AFS, extendidas al dominio multiobjetivo mediante el empleo de conjuntos difusos, y la concepción de un modelo matheurístico como el descrito, arroja excelentes resultados.

B. La estrategia matheurística consiste en emplear el modelo MIP, presentado en la primera parte del trabajo, obtener un conjunto inicial de soluciones factibles, para luego aplicar, modificando la característica de la carga desde intensidad constante a potencia constante, la metaheurística FEP SO GIST hasta detectar pocos cambios en la *función de aptitud*, y pasar a la aplicación de la metaheurística FAFS.

## REFERENCIAS

[1] G.A. Schweickardt, "Metaheurísticas Multiobjetivo Cardumen de Peces Artificiales (FAFS) y Optimización Evolucionaria por Enjambre de Partículas

con Topología Estocástica Global Individual (FEP SO GIST). Parte I: Antecedentes y Desarrollos Teóricos", *Lámpsakos*, N° 12, pp. 13-22, 2014.

[2] G. Schweickardt & V. Miranda, "Metaheurística FEP SO aplicada a problemas de optimización combinatoria: Balance de fases en sistemas de distribución eléctrica". *Revista Ciencia, Docencia y Tecnología. Universidad Nacional de Entre Ríos*. Nro. 40, pp. 133-16, 2010.

[3] R. Bellman & L. Zadeh, "Decision-making in a fuzzy environment". *Management Science*. Nro. 17, pp. 141-164, 1970.

[4] R. Yager, "Multiple objective decision making using fuzzy sets". *Intl. J. Man-Machine Studies*. 9, pp. 53-64, 1977.

[5] A. Díaz, F. Glover, H. Ghaziri & J. González, "Optimización heurística y redes neuronales", Paraninfo, Madrid, España, 1996.

[6] F. Glover. "Tabu Search: Part I". *ORSA Journal on Computing*. Vol. 1, pp. 190-206, 1989.

[7] P. Black, "Dictionary of algorithms and data structures". National Institute of Standards and Technology, 2009. Disponible: <http://www.nist.gov/index.html>.

[8] I. Osman & J. Kelly, "Meta-Heuristics: Theory and Applications". Ed. Kluwer Academic. Boston, USA, 1996, .

[9] G. Beni & J. Wang, "Swarm intelligence in cellular robotic systems", *Proceedings NATO Advanced Workshop on Robots and Biological Systems*, Tuscany, Italy, June, 1989.

[10] J. Kennedy & R. Eberhart, "Particle swarm optimization". *IEEE International Conference on Neural Networks*, IEEE Service Center, Piscataway, NJ. Pert, Australia, 1995.

[11] X. LI, Z. Shao & J. Qian, "An optimizing method based on autonomous animats: Fish-swarm algorithm", in *Systems Engineering Theory and Practice*. Vol. 22, no. 11, pp. 32-38, 2002.