

¿INFERENCIA Y RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO O DIFUSO?

Alvaro Torres M.* , Carolina Tranchita R.**

RESUMEN

En la ingeniería es fundamental el análisis de la información y la incertidumbre e imprecisión asociada con los fenómenos reales y con la percepción, interpretación y modelamiento de la realidad. Tradicionalmente, la incertidumbre ha sido modelada a través de la teoría de la probabilidad. Sin embargo, pueden existir diferentes tipos de incertidumbre, las cuales se pueden representar más adecuadamente con teorías diferentes a la probabilidad, tales como los conjuntos difusos, la teoría de las posibilidades o la teoría de Dempster-Shafer, entre otras.

En este artículo se hace una descripción de los diferentes tipos de incertidumbre y la utilización de la teoría de conjuntos difusos, la inferencia difusa y el razonamiento difuso como alternativa a las técnicas más conocidas de inferencia y razonamiento probabilística, cuando se presentan incertidumbres de tipo de vaguedad y se quiere involucrar el conocimiento experto y la experiencia.

ABSTRACT

Data and information analysis, together with the representation and modeling of the uncertainties associated with real world phenomena and reality perception are fundamental tasks in any engineering work. Traditionally, uncertainty has been represented by the probability theory. However, there are uncertainty types which could be better represented by other theories like fuzzy sets, possibility theory and Dempster-Shafer theory, among others.

This paper describes uncertainty types and the use of fuzzy sets, fuzzy inference and fuzzy reasoning as alternative to well known techniques of probabilistic inference and reasoning when vagueness is present and expert knowledge and experience is to be included in the reasoning system.

PALABRAS CLAVE

Probabilidad, incertidumbre, conjuntos difusos, lógica difusa, inferencia difusa, razonamiento probabilístico, razonamiento difuso, redes neuronales, redes neuro-difusas.

* Alvaro Torres, Ph.D. Profesor Titular. Ingeniería Eléctrica. Universidad de los Andes

** Carolina Tranchita. Mag. I.E.. Estudiante de Doctorado. Universidad de los Andes.

1. INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de la ingeniería es fundamental el análisis de la información y la incertidumbre e imprecisión asociada con los fenómenos reales y con la percepción, interpretación y modelamiento de la realidad. El adecuado tratamiento y modelamiento de la incertidumbre conduce a sistemas de ingeniería confiables, económicos y seguros.

No existe, prácticamente, ningún problema de ingeniería en donde se tenga la información total sobre todas las variables y en donde esta información no tenga ningún grado de incertidumbre o imprecisión. Un problema de ingeniería, con todos los datos y completamente determinístico no es un problema real.

La principal dificultad en el tratamiento o modelaje de la incertidumbre es precisamente sus características inciertas. Todo intento de determinar estas características es reducir el nivel de incertidumbre. En general, se manejan situaciones en las cuales se cuenta con diferentes tipos o niveles de incertidumbre.

Tradicionalmente, la incertidumbre ha sido modelada a través de la teoría de la probabilidad, sin embargo, debido a que la incertidumbre no es igual en todos los casos, se han formulado otras formas de manejar la incertidumbre de las variables, tales como la teoría de las posibilidades, la lógica difusa y la teoría de Dempster-Shafer, entre otras.

En los problemas de la vida real se utilizan la información inmediata (datos, experiencia, razonamientos a priori) para hacer inferencias que conduzcan a algo más amplio que no se observa directamente. A través de la inferencia se utilizan observaciones del mundo para revelar otros hechos que no se han observado o se pueden conocer efectos causales a partir de los datos observados. [2]

El término inferencia se utiliza como sinónimo de ilación. En un sentido amplio la inferencia

va desde la implicación hasta el proceso mental operativo mediante el cual, partiendo de determinada información, se llega por implicación o también por inducción a una conclusión. [3]

Bajo incertidumbre la inferencia utiliza diferentes técnicas para el tratamiento de las características inciertas. De esta manera, es importante diferenciar el tipo de incertidumbre que se está tratando para determinar la técnica más conveniente a utilizar.

En este artículo se hace una breve descripción de los diferentes tipos de incertidumbre y la utilización de la teoría de conjuntos difusos en la inferencia difusa como alternativa a las técnicas más conocidas de inferencia probabilística.

2. TAXONOMÍA DE LA INCERTIDUMBRE

Se pueden encontrar los siguientes tipos de incertidumbre: 1) el determinismo; 2) la aleatoriedad; 3) la ambigüedad o no especificidad; 4) la vaguedad y por último 5) la confusión. [1]

Comenzando con el menor grado de incertidumbre, el determinismo corresponde con el conocimiento perfecto de los resultados y de la ocurrencia de los eventos. Por tanto el determinismo es la no existencia o consideración de incertidumbre.

Aumentando el grado de incertidumbre, la incertidumbre aleatoria se presenta cuando los posibles eventos resultantes de un experimento son conocidos, por ejemplo en el lanzamiento de un dado o de una moneda. También aparece en situaciones de conflicto como en el caso de una afirmación que puede ser verdadera o falsa. Este tipo de incertidumbre se ha modelado con la teoría de las probabilidades aunque la probabilidad deba establecerse de manera empírica, subjetiva o experimental y puede darse en términos de rangos en lugar de valores absolutos.

La ambigüedad proviene de la existencia de diferentes significados de una palabra o de una expresión. En este caso los eventos no están especificados o definidos claramente. Corresponde a la falta de información y se da cuando existe una relación de uno a muchos.

La vaguedad hace imposible establecer la verdad o falsedad de una afirmación. La vaguedad difiere en general de la ambigüedad en que esta última envuelve diferentes significados incompatibles y puede resolverse con mayor información. Una mayor cantidad de información no ayuda en general a resolver el problema de vaguedad como sí sucede en el caso de la ambigüedad.

Por último la confusión es un tipo de incertidumbre de conflicto, que reúne características tanto ambiguas como vagas.

Cuando la incertidumbre es de tipo aleatorio, desde el punto objetivista de la probabilidad, es posible en muchos casos modelar los problemas de incertidumbre asignando probabilidades a los distintos eventos a través de la frecuencia relativa y el análisis estadístico; estos posibles resultados están claramente definidos y de esta manera es posible obtener una medida muy concreta de la probabilidad de que esos eventos ocurran.

Sin embargo si esto no es posible, desde el punto subjetivista, la probabilidad puede ser considerada como una medida personal de la incertidumbre o de creencia sobre un evento o un objeto y la probabilidad como tal no existe como algo concretamente definido. Esto permite modelar algunos problemas en los cuales no se tienen datos estadísticos sobre la ocurrencia de ciertos eventos (por ejemplo cuando es imposible repetir un experimento en varias ocasiones), pero su probabilidad puede ser asignada con base en la creencia de las personas sobre esa ocurrencia. [4]

Algunos autores afirman que cualquier tipo de incertidumbre puede ser tratado con la teoría

subjetivista de la probabilidad, reduciendo las características imprecisas de los eventos. Así entonces, es posible asignar las probabilidades en un grado altamente práctico, sin la necesidad de tener una precisión absoluta de esa probabilidad. La ventaja de estos procedimientos es que los cálculos matemáticos no son altamente complejos, aunque el costo computacional puede que sí. Entre las técnicas más conocidas para modelar la incertidumbre están las redes Bayesianas y las cadenas de Markov.

En el caso de la ambigüedad y la vaguedad en donde no es posible definir de manera precisa la verdad o falsedad de una afirmación, el modelaje de la incertidumbre se puede hacer bajo la teoría de la lógica difusa, donde se usan elementos del lenguaje que asocian 'grados' de pertenencia de una forma natural a los eventos o procesos en cuestión. [4]

Ambas teorías aplican cada una en un tipo específico de problemas de incertidumbre, aunque paradójicamente la frontera de acción de las dos no esté perfectamente definida y por tanto en algunos casos sea necesario usar elementos de juicio de parte y parte.

3. INFERENCIA PROBABILÍSTICA Y ESTADÍSTICA

En la inferencia probabilística, la probabilidad modela la incertidumbre y la función de distribución conjunta de probabilidad de un sistema de variables se utiliza para describir las relaciones de dependencia entre ellas y para obtener conclusiones sobre relaciones causa-efecto. [5]

La introducción de los modelos de redes probabilísticas ha permitido superar muchos de los obstáculos de la inferencia probabilística. Estos modelos, incluyen las redes de Markov y las Bayesianas y se basan en modelos gráficos de las relaciones entre las variables.

Una red Bayesiana es una red gráfica que representa las relaciones de causalidad probabilísticas entre variables y permiten obtener so-

luciones a problemas de decisiones bajo incertidumbre. Se basan en las probabilidades condicionales y la probabilidad Bayesiana. Las redes Bayesianas permiten incluir conceptos de expertos o de información nueva obtenida sobre la dependencia de eventos o variables, de una manera consistente y analizar su propagación a través de toda la red para facilitar la toma de decisiones bajo incertidumbre. [1]

El Teorema de Bayes puede interpretarse con la ayuda de la Figura 1, así: si el interés es sobre el evento A y se conoce la probabilidad $p(A)$ o probabilidad a priori para el concepto o creencia acerca de A y luego se observa el evento B, entonces, el concepto o creencia acerca de A, revisada por el suceso de B o probabilidad a posteriori de B se obtiene multiplicando la probabilidad a priori $p(A)$ por la relación $p(B|A)p(B)$. La cantidad $p(B|A)$, como una función de A para un B fijo, se denomina posibilidad de A. Esta interpretación es la que permite hacer inferencias tanto directas como inversas, como se presentan en la Figura 1.0. [1]

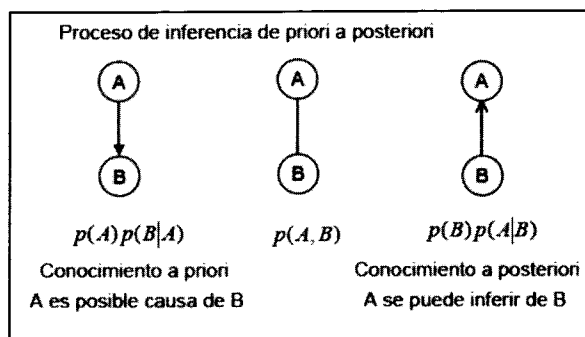


Figura 1. Proceso de Inferencia en redes Bayesianas

Aunque las redes Bayesianas se han aplicado y desarrollado últimamente de manera importante con la ayuda de software que facilita su aplicación, existen otras alternativas a la inferencia probabilística. Estas alternativas se basan en otras maneras de modelamiento de la incertidumbre, tales como los factores de certeza, las credibilidades, las plausibilidades, las necesidades o las posibilidades (por ejemplo, Shafer (1976), Zadeh – Lógica difusa (1983), Buchanan y Shortliffe (1984), Yager y otros (1987), y otros) [5]

4. FUNDAMENTOS DE LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa es una lógica multivaluada que extiende la lógica clásica. La lógica clásica asigna a sus enunciados únicamente valores de falso o verdadero (binario) y el razonamiento humano utiliza valores de verdad que no necesariamente son binarios.

En general la lógica difusa pretende producir resultados exactos a partir de datos imprecisos. El adjetivo «difuso» se debe a que los valores de verdad utilizados en esta, generalmente tienen una connotación de incertidumbre. Así, lo difuso puede entenderse como la posibilidad de asignar diferentes valores de verdad a los enunciados y no solamente los clásicos «falso» o «verdadero». La lógica difusa se basa en los conjuntos difusos. En un conjunto difuso a cada elemento del universo se le asocia un grado de pertenencia al conjunto, en el intervalo $[0,1]$. En esto difieren de los conjuntos clásicos ya que la función de pertenencia en estos sólo puede tener dos valores 1 ó 0.

Un conjunto difuso A en X se define por los pares ordenados $(x, \mu_A(x))$. Siendo $\mu_A(x)$ la función de pertenencia de x en el conjunto. La función de pertenencia puede tener diferentes formas. Las funciones de pertenencia más conocidas son de formas triangular, trapezoidal, gaussiana y campana. En la Figura 2, se muestra una función de pertenencia tipo campana para un universo de discurso x.

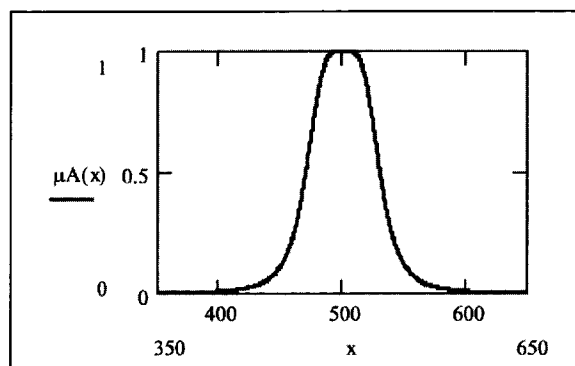


Figura 2. Función de pertenencia tipo campana para un universo de discurso x.

Un conjunto difuso puede expresarse lingüísticamente con términos difusos y viceversa. Así, por ejemplo, la Figura 2 puede ser la función de pertenencia del conjunto «Los números cercanos a 500». La posibilidad de representar expresiones lingüísticas vagas o difusas con funciones de pertenencia, es la característica más importante de la lógica difusa y la base de la inferencia difusa.

5. INFERENCIA DIFUSA

El método de obtener conjuntos difusos a partir de la combinación de otros conjuntos difusos con reglas de la forma SI ... ENTONCES, es lo que se denomina «Inferencia Difusa».

Considérese una implicación de la forma:

SI X es A ENTONCES Y es B
(antecedente) (consecuente)

en donde A y B son valores lingüísticos y están modelados por conjuntos difusos. La expresión describe una relación entre dos variables X y Y: $A \rightarrow B$. Por ejemplo:

«Si la **temperatura** es **alta** entonces la **demanda** de energía es **alta**»

Existe un conjunto difuso en donde a cada valor de X (temperatura) se le asigna un valor entre 0 y 1. Así mismo hay un conjunto difuso B que a cada valor de Y (demanda de energía) le asigna un valor entre 0 y 1 indicando la pertenencia al conjunto de las demandas «altas».

La relación difusa está dada por la implicación difusa. Esta implicación se realiza a través de una operación entre conjuntos difusos. Así entonces, la función de pertenencia del resultado de puede obtenerse como el mínimo o el producto de las funciones de pertenencia $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$. Así, la función de pertenencia de la implicación SI A... ENTONCES...B es:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$$

La Fig. 3 muestra el resultado de una implicación $A \rightarrow B$

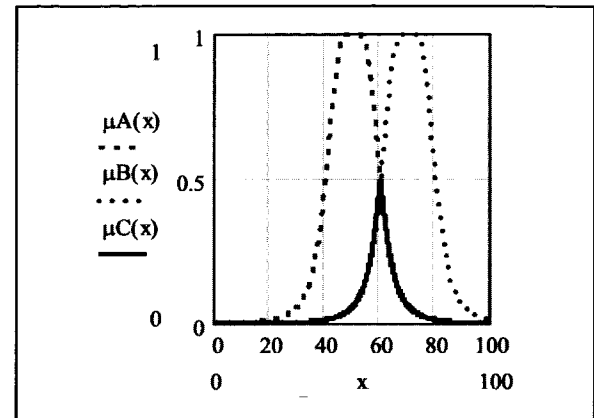


Figura 3. Función de pertenencia de $A \rightarrow B$

6. SISTEMAS DE LÓGICA DIFUSA

Un sistema de lógica difusa utiliza la inferencia como la máquina de cálculo de un sistema cuyas entradas y salidas son números concretos o clásicos. Básicamente un sistema de inferencia difuso (FIS) se compone de cinco bloques como se muestra en la Figura 4. Una base de reglas que contiene cierto número de reglas difusas sí...entonces..., una base de datos que define las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos usados en las reglas difusas, una unidad de toma de decisiones donde se realizan las operaciones de inferencia según las reglas, una interfaz de difusificación en la que se transforman las entradas precisas en grados de equivalencia con valores lingüísticos y una interfaz de desdifusificación que transforma los resultados difusos de la inferencia en una salida precisa.

Existen tres tipos de modelos difusos que se diferencian básicamente por el consecuente de las reglas. El primero es el llamado sistemas tipo Mamdani. Los consecuentes de las reglas son funciones de pertenencia y luego que estas reglas son evaluadas, mediante un operador de agregación que generalmente es la función máximo, se obtiene un conjunto difuso que luego es desdifusificado. Un sistema tipo mamdani de dos entradas y dos reglas, donde cada

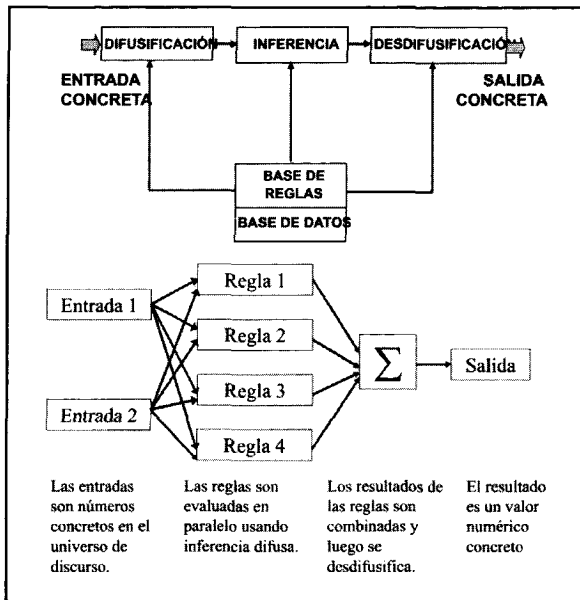


Figura 4. Sistema de inferencia difusa.

entrada tiene dos etiquetas lingüísticas, se muestra en la Figura 5. Obsérvese que con base en los valores de x y de y , se obtienen los valores de w_1 y w_2 que recortan las funciones de pertenencia para obtener una combinación de estas funciones. El centro de gravedad de esta nueva función puede considerarse como el valor concreto correspondiente a la inferencia.

El segundo es denominado tipo Tsukamoto. En éste sistema los consecuentes de la regla son funciones monótonamente no-decrecientes. La salida inferida de cada regla se define como un valor cierto inducido. La salida global como el promedio ponderado de la salida de cada regla.

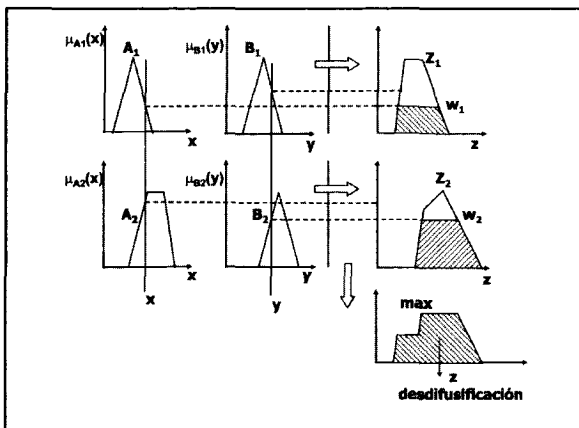


Figura 5. Sistema Tipo Mamdani

En los sistema tipo Takagi, Sugeno y Kang (TSK) el consecuente de cada regla es una combinación lineal de variables de entrada más un término constante, y la salida final es el promedio ponderado de la salida de cada regla. Supóngase un sistema de inferencia difuso tipo TSK que tiene dos entradas x y y y una salida z , y que es de la siguiente forma:

Regla 1:

$$\text{Si } x \text{ es } A_1 \text{ y } y \text{ es } B_1, \text{ entonces } f_1 = p_1x + q_1y + r_1,$$

Regla 2:

$$\text{Si } x \text{ es } A_2 \text{ y } y \text{ es } B_2, \text{ entonces } f_2 = p_2x + q_2y + r_2.$$

La Figura 6 muestra un ejemplo del sistema TSK de una entrada y una salida.

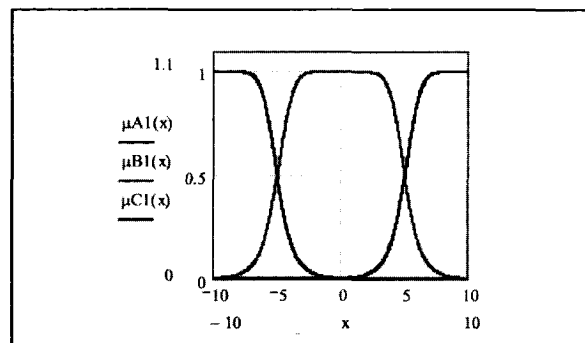
En este ejemplo, las entrada al sistema son valores de x y A_i es la función de pertenencia asociada con la etiqueta lingüística (*pequeño*, *mediano*, *grande*) que especifica el grado de pertenencia de x . En este ejemplo se han tomado funciones tipo campana.

Para cada valor de x se multiplica la función $f_i(x)$ por su correspondiente función de pertenencia. La función resultante $z(x)$ es el promedio ponderado de las funciones f_i y las funciones de pertenencia, tal y como se muestra en la Fig. 6.

$$\text{Si } X \text{ es pequeño, entonces } Y(x) = y_1(x)$$

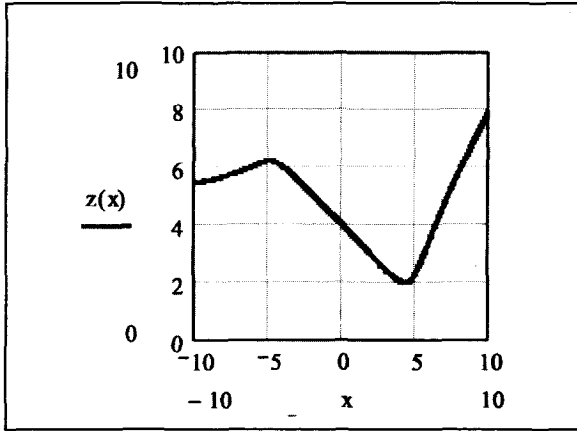
$$\text{Si } X \text{ es mediano, entonces } Y(x) = y_2(x)$$

$$\text{Si } X \text{ es grande, entonces } Y(x) = y_3(x)$$



a. Funciones de pertenencia de X

$$y_1(x) := 0.1x + 6.4 \quad y_2(x) := -0.5x + 4 \quad y_3(x) := x - 2$$



b. Funciones de pertenencia de Z

Figura 6. Sistema Tipo Takagi-Sugeno-Kang (Una entrada X - Una salida Z)

7. SISTEMAS DE INFERENCIA ANFIS

Siguiendo esta metodología de razonamiento, en 1993 J.R. Jang desarrolló un nuevo modelo para combinar reglas de razonamiento difuso. Esta combinación se puede simular con base en redes tipo neuronales (con funciones nodales adicionales a las funciones de los enlaces) [6]. Un sistema de razonamiento difuso puede representarse como una red tipo neuronal y con reglas difusas. A estos modelos se les ha denominado ANFIS (*Adaptive Neuro-based Fuzzy Inference System*).

Un sistema ANFIS es un modelo híbrido neuro-difuso donde, las reglas se aplican siguiendo una estructura de red tipo red neuronal que puede ser interpretada como una red neuronal con parámetros difusos o como un sistema difuso con parámetros o funcionamiento distribuidos.

Las capacidades adaptativas de las redes ANFIS las hacen directamente aplicables a una gran cantidad de áreas como en la sintonización automatizada de los controladores difusos, en el modelamiento donde se necesita explicar datos pasados y predecir datos futuros, en control adaptativo, en procesamiento y filtrado de señales, en clasificación de datos y extracción

de características a partir de ejemplos, entre otros. [7]

Una red adaptativa es una red direccionada hacia delante la cual consiste de nodos y enlaces direccionales. Los nodos son adaptivos si sus salidas dependen, no sólo de sus entradas, sino también de parámetros modificables de la función interna del nodo. Por el contrario, los nodos cuyas funciones dependen únicamente de las entradas, se denominan no adaptivos. En una red adaptativa algunos o todos los nodos son adaptivos lo que significa que cada salida de estos nodos depende de los parámetros que pertenecen a éste y la regla de aprendizaje específica que debe cambiar en los parámetros para minimizar una medida de error.

El conjunto de parámetros de una red adaptativa es la unión de los conjuntos de parámetros de cada nodo adaptivo. Con el fin de conseguir una relación entrada-salida, los parámetros de la red se determinan con base en datos de entrada que se denominan datos de entrenamiento dentro de un procedimiento de aprendizaje.

La regla básica de aprendizaje de las redes adaptativas se basan en un proceso de optimización generalmente del tipo de gradiente descendente y la regla de la cadena. [6]

Un sistema ANFIS integra las mejores características de los sistemas difusos y de las redes neuronales. De los sistemas difusos se utiliza la representación del conocimiento previo en un conjunto de restricciones (topología de la red) para reducir el espacio de búsqueda de optimización y de las redes neuronales la adaptación de propagación inversa a la red estructurada para automatizar la sintonización de los parámetros.

La parte premisa de una regla define un subespacio difuso, mientras que la parte consecuente especifica la salida dentro de este subespacio difuso.

En la arquitectura ANFIS TSK, se utilizan dos conjuntos de parámetros: el primero, S1, re-

presenta las particiones difusas usadas en las reglas y por lo tanto los parámetros son los de las funciones de pertenencia de las entradas y un conjunto S2 de los coeficientes de las funciones lineales en los consecuentes.

Dado que la salida global puede expresarse como la suma de las funciones del consecuente de las reglas:

$$f = \frac{w_1}{w_1 + w_2} f_1 + \frac{w_2}{w_1 + w_2} f_2 = \bar{w}_1 f_1 + \bar{w}_2 f_2$$

Un sistema ANFIS utiliza un ciclo de aprendizaje de dos pasos:

1. El paso hacia delante. En este paso los parámetros S1 no se modifican y se calculan los S2 usando un algoritmo de Error Cuadrado Mínimo (EMC) (aprendizaje fuera de línea)
2. El paso hacia atrás. Los parámetros S2 no se modifican y se calculan los S1 usando un algoritmo de gradiente descendente (GD). Proceso de una red neuronal.

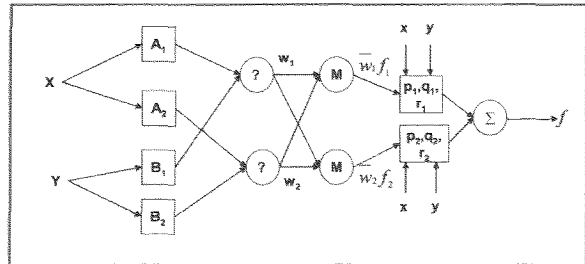
La tabla 1, resume el procedimiento de aprendizaje híbrido utilizado en ANFIS.

	paso de adelante	paso de atraso
Parámetros de la premisa	Fijo	Gradiente descendente
Parámetros de las consecuencias	Estimador de mínimos cuadrados	Fijo
Señales	Salidas de nodo	Tasas de error

Tabla 1. Aprendizaje híbrido para ANFIS

La estructura ANFIS permite el uso de métodos cualitativos y cuantitativos en la construcción de modelos. Este modelo permite integrar, a la información incluida dentro de un conjunto de datos, el conocimiento de expertos expresados en forma lingüística y a través de la teoría de conjuntos difusos, expresados con base en funciones de pertenencia. De esta manera un modelo ANFIS involucra todo el conocimiento disponible [8].

Con base en los datos de entrada, el sistema ANFIS en sus barridos hacia delante y hacia atrás permite obtener los parámetros de las funciones de pertenencia y los parámetros de los enlaces y de las funciones nodales de la red tipo neuronal. La Fig. 7 muestra un ejemplo de ANFIS tipo Sugeno en donde se han determinado de esta manera los parámetros de las funciones de pertenencia y de la red, para un sistema de dos entradas y una salida.



$$f = \sum_i \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i}$$

$$f_1(x, y) := 2x + 3y + 4 \quad w_1(x, y) := \mu A_1(x) \cdot \mu B_1(y)$$

$$f_2(x, y) := -2x + 4y - 10 \quad w_2(x, y) := \mu A_2(x) \cdot \mu B_2(y)$$

$$x, y := \frac{(w_1(x, y)) \cdot f_1(x, y) + (w_2(x, y)) \cdot f_2(x, y)}{w_1(x, y) + w_2(x, y)}$$

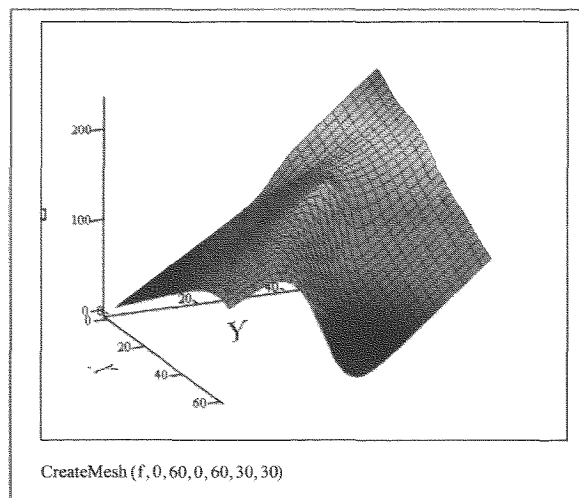


Figura 7. Sistema ANFIS -TSK

9. CONCLUSIONES

Un sistema de inferencia difuso se basa en el comportamiento pasado del sistema objetivo del modelamiento pero además permite representar incertidumbres que difícilmente podrían ser representadas con funciones probabilísticas.

La inferencia difusa es, por lo tanto, una alternativa interesante en sistemas en donde la incertidumbre asociada con las variables del sistema a modelar no radica solamente en los datos cuantitativos que se tienen sino también en incertidumbres del tipo de vaguedad o ambigüedad o en datos cualitativos que provienen de la opinión o concepto de expertos. Es decir, el razonamiento difuso permite involucrar en el modelamiento de un sistema el conocimiento experto y la experiencia de las personas, además de datos numéricos.

El razonamiento difuso además permite utilizar los conceptos de las redes neuronales para hacer más efectivo el modelamiento del sistema de razonamiento.

Las aplicaciones de la inferencia y el razonamiento difuso son cada vez más amplias en las

áreas de la ingeniería, en donde la incertidumbre es parte fundamental del modelamiento del sistema.

10. BIBLIOGRAFIA

- [1] TORRES, Álvaro (1998). Procesos Estocásticos. Notas de Clase. Universidad de los Andes. Cap 1.
- [2] KING, Gary; KEOHANE Robert; Verba Sidney. «La ciencia en las ciencias sociales».
- [3] <http://foros.presidencia.gob.mx/read.php?f=3&i=65960&t=65960>
- [4] M. LAVIOLETTE, J.W. Seaman «The Efficacy of Fuzzy Representations of Uncertainty» IEEE transactions on Fuzzy Systems, Vol 2, No.1, February 1994.
- [5] CASTILLO, Enrique, GUTIERREZ J. Manuel y HADI, Ali S. «Sistemas Expertos y Modelos de Redes Probabilísticas» Universidad de Cantabria. España.
- [6] JANG, J.-S. (1993). ANFIS: Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems. En: IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics No. 23. pp 665-685.
- [7] NAUCK, Detlef. (1995). Beyond Neuro-Fuzzy: Perspectives and Directions. Technical University of Braunschweig, Germany
- [8] NIE, Junhong, LINKENS, Derek. (1995). Fuzzy Neural Control. Principles, algorithms and applications. Prentice Hall. pp 69-118.