

# INVESTIGACION

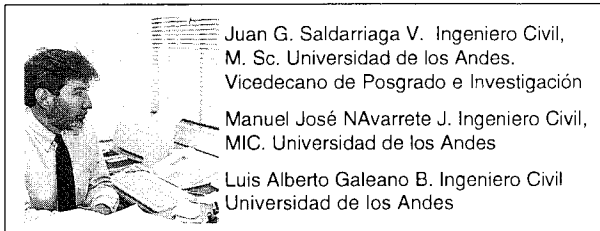
La sección de Difusión de Investigación en Ingeniería, como su nombre lo indica, pretende divulgar el trabajo de investigación y desarrollo que se haga en esta Facultad y otras Facultades de Ingeniería del país.

Esperamos que esta sección pueda servir para aumentar los mecanismos de comunicación de la comunidad científico-tecnológica en el país. Consecuentes con lo anterior invitamos a investigadores de otras universidades para que usen este espacio para divulgar resultados que sean de interés para un sector amplio de la ingeniería.

Juan G. Saldarriaga V.  
Manuel José Navarrete J.  
Luis Alberto Galeano B.

Resumen

## Aireación de flujos de alta velocidad, una metodología alterna para el diseño de aireadores



Juan G. Saldarriaga V. Ingeniero Civil,  
M. Sc. Universidad de los Andes.  
Vicedecano de Posgrado e Investigación

Manuel José Navarrete J. Ingeniero Civil,  
MIC. Universidad de los Andes

Luis Alberto Galeano B. Ingeniero Civil  
Universidad de los Andes

representa ningún prototipo en particular. En el estudio del Proyecto

### ABSTRACT:

**E**l presente artículo es el resumen de una investigación realizada en la Universidad de los Andes sobre el tema de aireación en flujos de alta velocidad como prevención contra erosión por cavitación. La investigación fue generada por los resultados encontrados en el modelo físico del Proyecto Hidroeléctrico del Río Guavio, cerca a Santafé de Bogotá y se basó en un modelo general de una rápida con un sistema de aireación, el cual no

Guavio se llegó al resultado de que en todo sistema de aireación de flujos de alta velocidad existen tres incógnitas: El caudal de aire inyectado al flujo (variable objeto del diseño), la subpresión bajo la napa de agua y la longitud del salto de dicha napa. En la investigación se estudiaron estas tres variables, utilizando técnicas de análisis dimensional y regresiones multivariadas con el fin de obtener un conjunto de tres ecuaciones que permitan el diseño de este tipo de estructuras. Las nuevas ecuaciones son más generales que las reportadas por la literatura técnica.

This article is about a research developed at Universidad de los Andes on the aireation of high velocity flows as prevention against cavitation erosion. The research was a consequence of the results found in the physical model of the Río Guavio Hydroelectric Project near Santafé de Bogotá and was based in the study on a general model of a spillway with aeration system which did not represent a particular prototype. In the Guavio study one conclusion was obtained: In every aeration system there are three unknowns which are the air discharge injected to the

water flow (design object variable), the subpressure under the water jet and the jump length of that jet. In the research those three variables were studied using dimensional analysis and multivariable regresions in order to find a set of three equations that allow the desing of this type of structures. The new equations are more general than those reported in technical literature.

## GLOSARIO DE TERMINOS

$A_d$	: Area del ducto
$E_e$	: Número de Euler
$K_m$	: Coeficiente de pérdidas menores
$K_s$	: Rugosidad del ducto
$l_d$	: Longitud del ducto
$L_s$	: Longitud del salto
$Q_a$	: Caudal de aire
$Q_w$	: Caudal de agua
$Re$	: Numero de Reynolds
$T_e$	: Altura del escalón
$T_r$	: Altura de la rampa
$V_w$	: Velocidad del agua
$W_e$	: Número de Weber
$Y$	: Profundidad del agua
$\alpha$	: Pendiente de la rápida
$\Delta p$	: Subpresión bajo la napa
$\phi$	: Angulo de inclinación
$\mu_a$	: Viscosidad del aire
$\mu_w$	: Viscosidad del agua
$\rho_a$	: Densidad del aire
$\rho_w$	: Densidad del agua
$\Sigma$	: Tensión superficial

## 1. INTRODUCCION

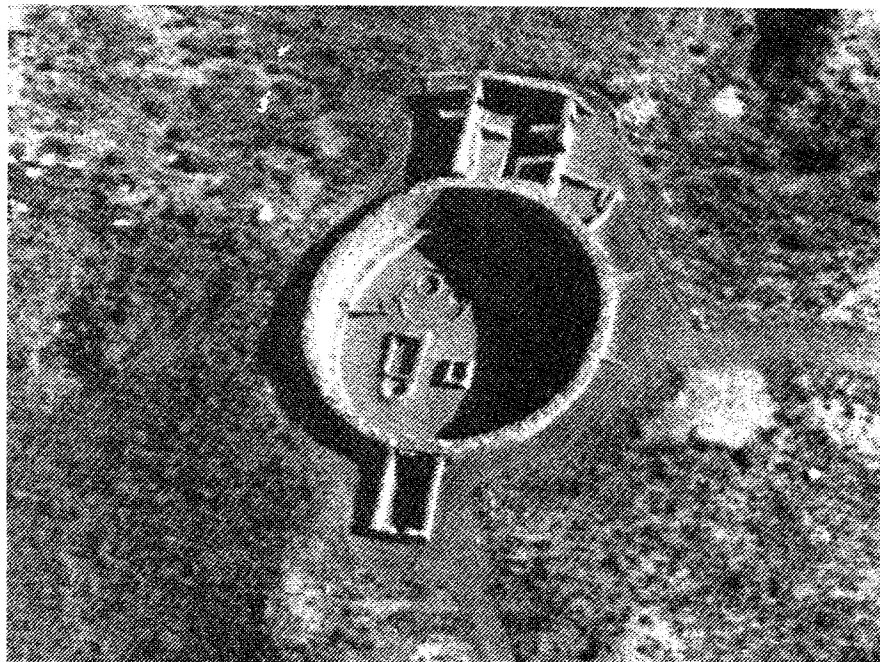
Los proyectos hidroeléctricos que involucran presas altas usualmente están provistos de estructuras de descarga o rebosaderos en los cuales se presentan flujos de alta velocidad. En estos flujos existe una alta probabilidad que se presenten problemas de cavitación y sus consecuentes problemas de erosión en las superficies de concreto expuestas al flujo.

La cavitación se presenta en las zonas de baja presión, las cuales aparecen por problemas de diseño o malos acabados en las superficies. En estas zonas de baja

presión, el flujo puede alcanzar fácilmente la presión de vapor de agua, con lo que se generan burbujas de vapor en el fluido que son arrastradas por el flujo hacia zonas donde la presión vuelve a ser hidrostática; allí, las burbujas se reducen súbitamente debido a que el vapor dentro de ellas se condensa produciéndose una implosión o reducción violenta de volumen (del orden de 100 a 1.000 veces) en milésimas de segundo. Si estas burbujas están en contacto o cerca a la superficie de concreto de la estructura cuando ocurre el fenómeno, las fuerzas ejercidas por el líquido contra las cavidades crean presiones localizadas muy altas que causan desprendimiento del material que compone dicha superficie. Hamilton (1), (2), (3) ha calculado que el orden de magnitud de la presión contra las paredes durante el colapso de una burbuja llega a 10,204 kg/cm<sup>2</sup> (10<sup>8</sup> Pascales) actuando en un área y un tiempo infinitamente pequeños.

La erosión por cavitación en el caso del concreto, deja una superficie *cortada* alrededor de las partículas duras del agregado mostrando bordes irregulares y rugosos. La erosión progresa en forma rápida después de un período inicial en el cual la

superficie se llena de pequeños hoyos; este fenómeno se puede explicar por: a) El material inmediatamente debajo de la superficie es más vulnerable al ataque; b) Los impactos se concentran alrededor de los cráteres ya creados debido a la geometría de estos; c) El material de la superficie se debilita por repetición de cargas (Fatiga); d) La erosión progresa a partir de los hoyos iniciales debido a que estos se convierten en nuevas zonas de subpresión. En la mayoría de los casos se ha reportado la tendencia de la erosión a seguir la matriz cementante, ignorando la presencia del agregado. Las microfisuras tanto en la superficie como entre la pasta y el agregado se han identificado como intensificadores del daño por cavitación. Ondas de presión causadas por este fenómeno en el agua que llena las fisuras, causan esfuerzos de tensión que actúan propagándolas. Las ondas siguientes llevan al desprendimiento del material. Una vez que la erosión ha empezado en un punto determinado, el agregado expuesto se convierte en un nuevo generador de cavidades de vapor lo que da lugar a una nueva erosión aguas abajo iniciando un proceso de



destrucción irreversible. Cuando el régimen del flujo se encuentra alterado, al proceso se incorporan nuevos mecanismos que empiezan a actuar sobre la superficie: a) Choque del flujo de alta velocidad sobre las irregularidades de la superficie de concreto; b) Vibración del acero de refuerzo, asociado a la falla mecánica. Por último se empiezan a arrastrar grandes cantidades de material y la estructura colapsa.

Para prevenir los problemas de erosión por cavitación, existen tres métodos posibles. El primero de ellos es evitar al máximo los malos acabados de la superficie de concreto con el fin de evitar zonas de baja presión. Para esto es normal adoptar las tolerancias consignadas en el Standard Tolerances for Concrete Construction and Materials, comité 117 del American Concrete Institute -ACI-; sin embargo, cuando se refiere al acabado de superficies sometidas a flujos de alta velocidad las especificaciones se hacen más exigentes y, por consiguiente, más difíciles de cumplir, especialmente porque puede existir ataques de tipo químico o atmosférico. El segundo método es utilizar materiales resistentes a las altas presiones y la repetición constante de ellas. Todo lo relacionado con esto se encuentra en el reporte del comité 210 del ACI; algunas soluciones propuestas son: a) Concreto reforzado con fibra (FRC); b) Concreto impregnado con polímero (PIC); c) Concreto con cemento Portland polimerizado (PPCC); d) Acabados metálicos en las superficies; y e) Coberturas flexibles de poliuretano y neopreno. Todas las anteriores soluciones son difíciles de implantar, especialmente si el proyecto se encuentra en zonas alejadas de centros industrializados.

El tercer método es airear artificialmente el flujo. El sentido físico del efecto benéfico del aire al flujo se puede entender de la siguiente manera: las burbujas de

aire son superficies de discontinuidad en el seno del agua. Una vez que esta mezcla agua-aire alcanza una zona de baja presión, el vapor de agua tiende a formarse en esas discontinuidades, es decir, dentro de las burbujas de aire las cuales aumentan su tamaño debido al volumen de vapor que incorporan y viajan con el flujo hacia zonas de presión normal. Allí el vapor de agua se condensa y el volumen de la burbuja se reduce violentamente pero sin llegar a desaparecer, lo cual impide la formación del microchorro responsable de las altas presiones típicas del fenómeno de cavitación (13).

## 2. AIREACION ARTIFICIAL COMO PROTECCION CONTRA LA CAVITACION. ANTECEDENTES.

En 1940 se realiza la primera aplicación para airear el flujo como procedimiento para la prevención de la cavitación. Los estudios y trabajos fueron realizados por Kalinske y Roberstons (4) y se desarrollaron en la presa Tygart. Tan solo en el año 1945 se hacen los primeros escritos, los cuales se publican en las memorias del simposio del American Society of Civil Engineers -ASCE-, sobre cavitación en estructuras hidráulicas (5). En conductos de descarga, la primera aplicación de la aireación del flujo se realizó en la presa de Grand Coulee, en el año 1959. En rápidas, las primeras aplicaciones se realizaron entre los años de 1969 y 1970 en los proyectos de Yellowtail en los Estados Unidos, Sirikit en Tailandia y Bratsk en la antigua URSS. Después del accidente registrado en Karum, Irán, en 1977, la necesidad de aireación en los flujos de alta velocidad se hizo evidente. Experiencias registradas en grandes proyectos como Foz de Areia y Emborcacao en Brasil, Guri en Venezuela, Tarbela en Pakistán, entre otros, han demostrado que la aireación del flujo en forma

artificial es una manera económica y segura de prevenir los daños causados por la cavitación.

Paralelo a los proyectos realizados, varios investigadores han venido estudiando la aireación del flujo como elemento de prevención de la cavitación, queriendo establecer, ya sea de forma analítica o empírica, ecuaciones que expliquen el comportamiento de las diferentes variables involucradas en el fenómeno. Los primeros experimentos sobre la aireación como protección contra la cavitación fueron realizados por Peterka en 1955. Peterka hizo dos series de experimentos: en la primera de ellas trabajó con metales propios de maquinarias hidráulicas, como bombas y turbinas, en la segunda serie trabajó con Venturi que producía velocidades de hasta 30 m/s. Las conclusiones de Peterka (6), (7) muestran que una concentración de aire de 7.4% es suficiente para prevenir la erosión del concreto, y que cantidades pequeñas entre el 1% y 2% tienen un efecto significativo en la reducción de ésta.

En los estudios realizados por Volkart para descargas específicas altas se encontró que la aireación natural del flujo no es lo suficientemente grande para llegar a introducir concentraciones de aire del orden del 7% en la región cercana al fondo, debido a que la entrada de aire proveniente de la capa límite turbulenta a menudo no alcanza dicha región (8). Por esto se hace necesario crear mecanismos artificiales para introducir aire al flujo desde el fondo o regiones de contacto. Pan y Pinto (5) han sido los primeros investigadores en presentar una aproximación en cuanto a la demanda relativa de aire,  $\beta = Qa/Q$ ; Pinto, ha desarrollado sus estudios con base en los modelos y prototipos de los proyectos de Foz de Areia y Tarabela, en donde ha medido las demandas de aire y ha observado los efectos de escala. Pinto ha llegado a la conclusión de

que los aireadores, estructuras encargadas de introducir aire artificialmente al flujo, no solo crean una interface aire-agua, sino que, también crean una gran turbulencia la cual incrementa substancialmente la mezcla. En los primeros estudios, Pinto (9) propuso una ecuación lineal para  $\beta$  en términos de la longitud relativa del chorro,  $\lambda = L/h$ . Más tarde, en compañía de Neidert, demostró que  $\beta$  depende principalmente del número de Froude  $Fr$ , del número de Euler  $Ee$  y de la altura relativa de la rampa,  $Tr=tr/y$ .

Durante el Symposium on Scale Effects (Simposio de Efectos de Escala), realizado en Esslingen-Alemania (1984) se discutieron varias tesis sobre la aireación natural, los aireadores y los efectos de escala en modelos y prototipos. Wood (10) comentó sobre la existencia de una gran diferencia entre los mecanismos de aireación natural y la aireación del flujo a través de aireadores. Volkart y Rutschmann (11) compararon observaciones en modelos y prototipos, en varias escalas, encontrando que: la longitud del salto,  $L$ , está sujeta a grandes variaciones debido a los efectos de escala; la longitud relativa,  $\lambda$ , decrece con el incremento de la escala del modelo, y propusieron que una escala menor de 10 es suficiente para simular las condiciones del flujo en el prototipo. Marcano y Castillejo (12) observaron que la aireación no solamente es debida a la entrada de aire por los aireadores, si no que también existe aireación a través de la napa superior y en la zona de impacto la cual, ocasionalmente, es mayor que la producida por el aireador mismo. Rutschmann (9) encontró que la demanda relativa de aire  $\beta$ , es linealmente dependiente de la longitud relativa del chorro  $\lambda$ . En investigaciones actuales se ha encontrado que la ecuación propuesta por Pinto ( $q_a = KVL$ ) conduce a predicciones erróneas de la cantidad de aire introducido por un aireador al flujo. Según Falver (24) la mala predicción se



debe a: a) la ecuación ignora los efectos de la turbulencia del flujo; y b) la ecuación ignora la depresión del chorro de agua causado por la reducción de la presión en la napa inferior. Glazov (24) ha propuesto un nuevo método para determinar la entrada de aire al flujo, el método propuesto establece: primero, determinar la forma de la napa incluyendo los efectos de la subpresión; segundo, asumir que la turbulencia desplaza un volumen de agua bajo la napa. Estas consideraciones impulsaron la investigación descrita en Este artículo.

### 3. INVESTIGACIONES REALIZADAS EN LA UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

El interés en el tema de la aireación surgió como resultado de un contrato entre la firma INGETEC S.A. y la Universidad de los Andes (1986), el cual tenía como objeto la construcción y estudio de un

modelo hidráulico del rebosadero del Proyecto Hidroeléctrico del Guavio (Localizado cerca a Santafé de Bogotá. Capacidad instalada de 1600 MW) bajo la asesoría del profesor Nelson Pinto. El rebosadero es el tipo cresta de Cimacio controlado por compuertas radiales de 10 metros de ancho y 16 metros de alto, seguido por dos túneles de descarga. Las dimensiones de los túneles son: base de 10 metros, altura de 10 metros con solera recta y longitudes de 445 y 475 metros. El caudal máximo de vertimiento es de 3900 m<sup>3</sup>/seg. El rebosadero tenía algunas características especiales que exigían su modelación física: Estaba localizado muy cerca a la cara de aguas arriba de la presa de enrocado, su relación profundidad de flujo versus ancho de flujo era muy alta y era necesario estudiar problemas de posible cavitación.

El proyecto de la modelación se dividió en dos etapas: Una primera etapa, con un modelo a escala 1:50, en la que se estudiaron los problemas de distribución de velocidades y presiones tanto en el rebosadero como en los túneles y en la zona de aproximación. En cuanto a la aireación artificial solo se obtuvieron conclusiones de tipo cualitativo. Una segunda etapa, con un modelo seccionado a escala 1:20, en el cual se estudió el fenómeno de aireación no solo desde el punto de vista cualitativo sino desde el punto de vista cuantitativo (14). Este modelo permitió entender el comportamiento de los aireadores del proyecto Guavio pero planteó una gran cantidad de preguntas acerca de la teoría conocida para este tipo de estructuras.

A partir de esta investigación en la Universidad de los Andes se han venido desarrollando una serie de proyectos en los cuales se han ido aclarando la cantidad de nuevas preguntas que han surgido. La lista de estos proyectos y una corta descripción de ellos es la siguiente: MARIÑO (15), en su proyecto de grado estableció el estado del arte hasta ese momento y planteó las diferencias entre la aireación

natural y la artificial así como los parámetros que intervendrían en la modelación. AGUDELO (16) realizó un proyecto de grado que tenía como objetivo construir un modelo de rápida, el cual no representaba ningún prototipo en particular, incluyendo un sistema de aireación modificable. Este modelo se encuentra en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los Andes y se ha convertido en la base para los estudios que se han realizado hasta el momento. CORAL (17) en su proyecto llegó a plantear un sistema de tres ecuaciones en el que se relacionan los parámetros relevantes al diseño de aireadores. Estos parámetros se refieren a la cantidad de aire ofrecido al sistema, la cantidad de aire demandado por el sistema y la longitud del salto del chorro de agua en la rampa. En los proyectos de grado de TIRADO (18), RUMIE (19), MEJIA J.G. (20) se realizaron experimentos con el fin de mejorar los niveles de correlación de las ecuaciones. MEJIA J. (21) cambió la pendiente del fondo del canal con el fin de investigar el efecto de ésta sobre el comportamiento de los aireadores. TORRES (22) ensancho el canal y se dedicó a realizar análisis más profundos con el objetivo de mejorar la correlación de las ecuaciones obtenidas hasta el momento. NAVARRETE (23) y GALEANO (24) hicieron análisis dimensionales y estadísticos sobre todos los proyectos anteriores y obtuvieron el conjunto de ecuaciones simultáneas que permiten describir el comportamiento, y por consiguiente el diseño, de aireadores en flujos de alta velocidad. En los siguientes numerales se describen los resultados de todas estas investigaciones.

#### 4. DESCRIPCION DEL MODELO DE LABORATORIO

El modelo de la rápida con aireadores fue construido en el año de 1989 (16) y se encuentra localizado en el Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de los

Andes. Este laboratorio tiene un área cubierta de 1800 m<sup>2</sup> y cuenta con un tanque de suministro subterráneo con capacidad de 4800 m<sup>3</sup> y un sistema de bombeo con el que se puede obtener un caudal de prueba de 500 lts/seg a una altura de 10 metros por encima del piso del laboratorio. cuenta con todos los equipos de medición necesarios para investigaciones hidráulicas, incluyendo tarjetas de adquisición de datos con el fin de sistematizar las medidas de caudales, de velocidades y de presiones.

En la Figura 1 se muestra un esquema del modelo utilizado para la investigación de la aireación de flujos de alta velocidad. El modelo tiene las siguientes características:

- i) Un tanque de alimentación aérea, con capacidad de 6.5 m<sup>3</sup>, conectado a la red del laboratorio por medio de tubería de 6 pulgadas de diámetro. El tanque contiene una pantalla agitadora la cual tiene la finalidad de disipar la energía del agua que entra a la rápida y disminuir la turbulencia.
- ii) Una estructura de aproximación construida en acrílico la cual consta de aducciones curvas para el fondo y las paredes. Esta estructura tiene la función de evitar la formación de ondas de choque que se transmitan a la rápida y que puedan generar concentraciones de flujo que interfieran con la

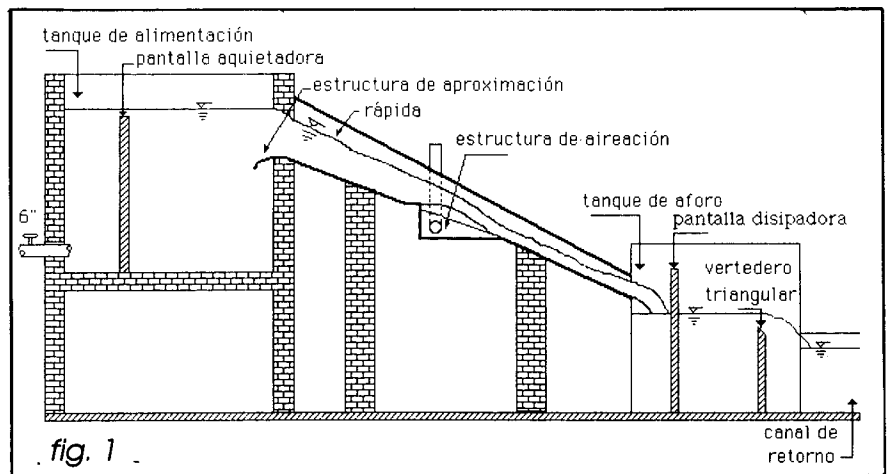
medición de la longitud del salto.

iii) Una rápida o canal rectangular de 6 metros de largo construida en acrílico transparente (tanto la pendiente del canal como el ancho se han modificado en las diversas tesis desarrolladas, se han utilizado pendientes del 20 y 27% y anchos de 0.35 y 0.45 m). La rápida cuenta con una compuerta localizada a la entrada con el fin de permitir la variación del número de Froude para el mismo caudal.

iv) Una estructura de aireación, cuyo esquema se muestra en la Figura 2, localizada en la rápida a 2.5 m del tanque de alimentación. La estructura cuenta con un sistema simétrico de oferta de aire del tipo torre con entrada lateral y un sistema de demanda tipo escalón-rampa. La rampa es de altura variable y su proyección horizontal tiene una longitud de 0.10 m. El sistema de oferta se simula por medio de tubos de P.V.C. de diferentes diámetros que se conectan a la estructura por medio de reductores y codos.

v) Un tanque de disipación de energía y aforo con una capacidad de 7.5 m<sup>3</sup>, el cual se encuentra al final de la rápida.

vi) Un vertedero de tipo triangular o Thompson con ángulo de 90°. Este vertedero está calibrado mediante la ecuación  $Q_w = 1.343 \times H_0^{2.47}$  donde  $H_0$  es la columna de agua en metros y  $Q_w$  es el caudal de agua en m<sup>3</sup>/seg.



## 5. PRUEBAS REALIZADAS EN EL MODELO GENERAL

En los estudios e investigaciones hechos para el proyecto de la modelación del rebosadero del río Guavio se encontraron algunos resultados que eran contrarios a la literatura técnica de ese entonces y que plantearon una serie de preguntas sobre la aireación artificial de flujos de alta velocidad. Los principales resultados de este tipo fueron:

i) Las ecuaciones reportadas por la literatura técnica solo funcionaban dentro de un rango limitado de caudales de agua y de subpresiones debajo de la napa del flujo ( $\Delta p$ ).

ii) El caudal de aire inyectado al flujo presentaba una alta dependencia de la geometría del aireador (conjunto escalón, rampa lanzadora, ángulo de salida de la rampa, etc).

iii) El caudal de aire inyectado al flujo también presentaba una alta dependencia del sistema de suministro de aire, específicamente del área de los ductos de aireación.

iv) Para un área de ductos dada, el caudal de aire era mayor si la subpresión bajo la napa ( $\Delta p$ ) es mayor. Sin embargo, la relación no crecía con la raíz cuadrada de  $\Delta p$  como se era de esperar sino que crecía más despacio. Esto se debe a que la demanda de aire del sistema también depende de la longitud o alcance del salto de la napa.

v) La longitud del salto depende de la magnitud de la subpresión bajo la napa. Una mayor subpresión disminuye la longitud del salto y por consiguiente la superficie de contacto agua-aire que es la responsable de inyectar este último en el seno del flujo.

Los resultados también demostraron que en el diseño de aireadores existen tres incógnitas

interdependientes entre ellas: a) El caudal de aire inyectado ( $Q_a$ ); b) La subpresión bajo la napa ( $\Delta p$ ); y c) La longitud del salto ( $L_s$ ). Esto implica que para poder calcular el caudal de aire que es inyectado por un aireador particular es necesario resolver un sistema de tres ecuaciones: a) Una para el sistema de suministro de aire, que involucra los ductos de aireación moviendo un fluido (aire) entre zonas de diferente presión (la atmósfera y la zona bajo la napa); b) Una segunda para el sistema de demanda, la cual es más compleja porque involucra dos fluidos (agua y aire) y toda la geometría del aireador en sí; y c) Una ecuación final para la longitud del salto, la cual explica el comportamiento gravitacional de un chorro sometido a presiones diferentes en su parte superior e inferior.

Con el fin de estudiar más a fondo las tres incógnitas se construyó el modelo anteriormente descrito el cual se diseñó de tal manera que fuese fácil cambiar la geometría del aireador y del sistema de suministro. En total se desarrollaron más de 3000 pruebas individuales incluyendo las siguientes variaciones geométricas e hidráulicas (ver Figura 2):

i) Diámetro del ducto de

aireación ( $d_t$ ): 1/2", 3/4", 1", 1 1/4", 1 1/2", 2", 2 1/2", 3".  
 ii) Altura del escalón ( $T_e$ ): 8 cm, 9 cm, 10 cm.  
 iii) Altura de la rampa ( $T_r$ ): 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm.  
 iv) Pendiente de la rápida ( $\alpha$ ): 20%, 27%  
 v) Ancho de la rápida ( $a_r$ ): 35 cm, 45 cm.  
 vi) Caudal de Agua ( $Q_w$ ): 20, 40, 60, 80, 100, 120 y 140 lts/s.  
 vii) Número de Froude. Mediante el uso de la compuerta en el tanque de entrada, el número de Froude se varió entre 3.0 y 3.16 para el caudal de 140 lts/s y entre 6.54 y 10.18 para el caudal de 20 lts/s. Para los otros caudales se tuvieron números de Froude intermedios.

Durante las pruebas se midieron las tres variables dependientes: a) la subpresión bajo la napa ( $\Delta p$ ) utilizando un micromanómetro construido en el laboratorio con la precisión requerida (0.02 mm de agua); b) La longitud del salto ( $L_s$ ) utilizando una escala milimétrica; y c) el caudal de aire ( $Q_a$ ) utilizando un anemómetro de hilo caliente (ELE digital Thermoanemometer EL 503-070; rango de medida 0-30 m/s; precisión 0.1 m/s). El caudal de agua se midió mediante el vertedero triangular calibrado aguas abajo de la rápida y la

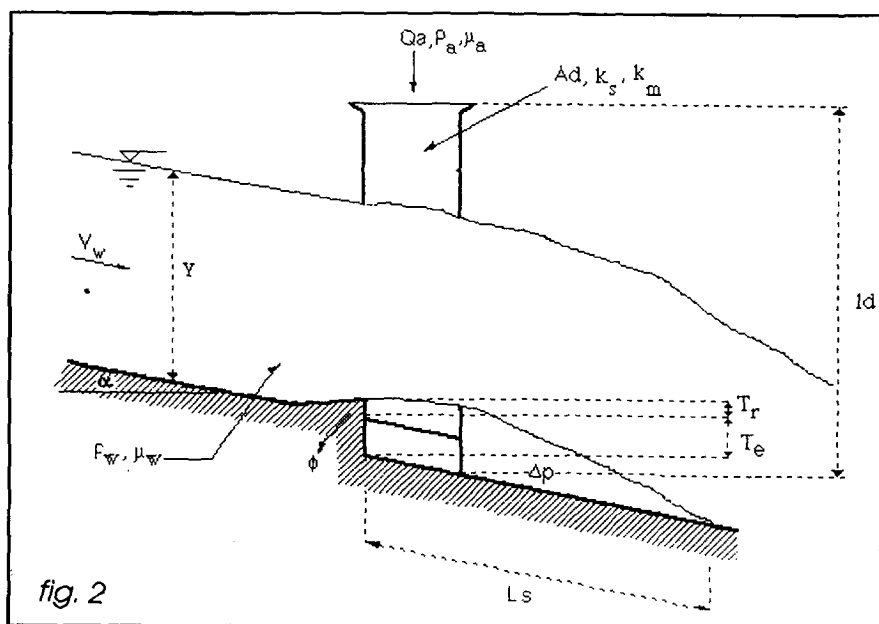


fig. 2

profundidad del flujo aguas arriba del aireador mediante el uso de agujas milimétricas.

## 6. ANALISIS DIMENSIONAL

Para realizar el análisis se utilizó el teorema de  $\pi$ -Buckingham el cual se basa en encontrar ecuaciones dimensionalmente correctas que representen el problemas en cuestión. Para cada sistema se planteó un conjunto de variables representativas con las cuales y mediante combinaciones se obtuvieron números adimensionales. A continuación se presenta los análisis finales para los tres sistemas de ecuaciones.

### a. sistema de suministro de aire

El caudal de aire suministrado se puede expresar por medio de la siguiente ecuación:

$$Q_a = (\rho_a, l_d, k_s, k_m, \mu_a, \Delta p, A_d) \quad (\text{Ec. 6.1})$$

Se encontró que la mejor forma de agrupar estas variables en números adimensionales es la siguiente:

$$\mu_1 = \frac{l_d^2 \cdot \Delta p \cdot \rho_a}{\mu_a^2} \quad (\text{Ec. 6.2})$$

$$\mu_2 = \frac{k_s}{l_d} \quad (\text{Ec. 6.3})$$

$$\mu_3 = k_m \quad (\text{Ec. 6.4})$$

$$\mu_4 = \frac{A_d}{l_d^2} \quad (\text{Ec. 6.5})$$

$$\mu_5 = \frac{\mu_a \cdot Q_s}{l_d^3 \cdot \Delta p} \quad (\text{Ec. 6.6})$$

Esta última ecuación contiene la variable dependiente (Caudal del aire).

Utilizando los anteriores números adimensionales se llega a la siguiente relación funcional:

$$\frac{\mu_a \cdot Q_a}{l_d^3 \cdot \Delta p} = F' \left( \frac{l_d^2 \cdot \Delta p \cdot \rho_a}{\mu_a^2}, \frac{k_s}{l_d}, k_m, \frac{A_d}{l_d^2} \right) \quad (\text{Ec. 6.7})$$

Como primera aproximación al análisis estadístico se graficaron los diferentes números adimensionales vs. el número adimensional que contiene la variable dependiente para ver la relación entre éstos y la variable dependiente. En las Figuras 3 y 4 se puede ver que existen relaciones de tipo exponencial entre las variables al igual que existe una relación entre el caudal de aire suministrado y el área del ducto.

SISTEMA DE SUMINISTRO DE AIRE  
 $\pi_5$  (Ec. 6.6) VS.  $\pi_1$  (Ec. 6.2)

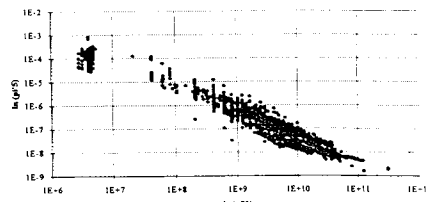


FIGURA 3

$\pi_5$  (Ec. 6.6) VS.  $\pi_4$  (Ec. 6.5)

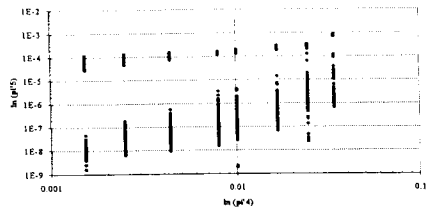
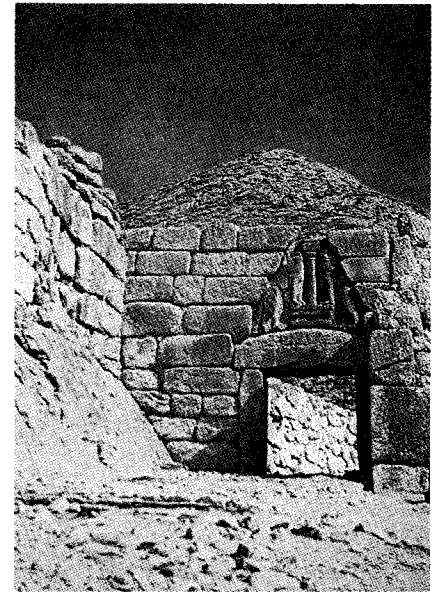


FIGURA 4

### b. Sistema de demanda de aire

La ecuación de demanda de aire del flujo se puede expresar mediante la ecuación:

$$Q_a = f(V_w, \gamma, \Delta p, \rho_w, \sigma, \mu_w, L_s, \tan \alpha) \quad (\text{Ec. 6.9})$$



Se encontró que la mejor forma de agrupar estas variables en números adimensionales es la siguiente:

$$\mu_1 = Re = \frac{V_w \rho_w \gamma}{\mu_w} \quad (\text{Ec. 6.9})$$

$$\mu_2 = We = \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_w \cdot L_s}}} \quad (\text{Ec. 6.10})$$

$$\mu_3 = E_e = \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_w}}} \quad (\text{Ec. 6.11})$$

$$\mu_4 = \tan \alpha \quad (\text{Ec. 6.12})$$

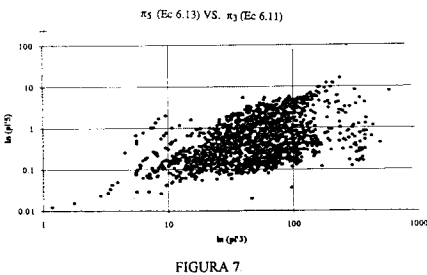
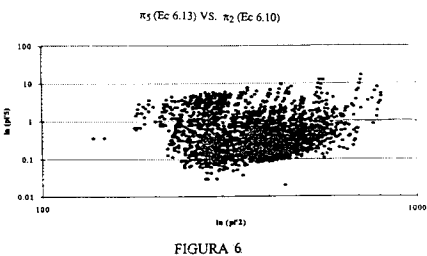
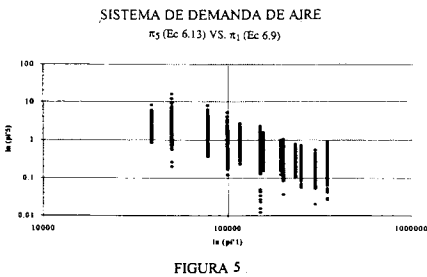
$$\mu_5 = \frac{Q_a}{\gamma^2 \cdot V_w} \quad (\text{Ec. 6.13})$$

Utilizando estos números adimensionales se puede llegar a obtener la siguiente relación funcional:

$$\frac{Q_a}{\gamma^2 V_w} = F' \left( \frac{V_w \rho_w \gamma}{\mu_w}, \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_w L_s}}}, \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_w}}}, \tan \alpha \right)$$

$$(\text{Ec. 6.14})$$

En las siguientes Figuras 5, 6 y 7 se pueden observar las relaciones entre los diferentes números adimensionales y el número adimensional que contiene la variable dependiente.



De las figuras se puede concluir que el caudal de aire depende tanto del número de Reynolds como el número de Weber, por lo que las fuerzas de tensión superficial y de viscosidad no pueden ser desperdiciadas.

### c. Longitud del salto

Para la ecuación de longitud del salto, se encontró, que se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$L_s = F \left( \Delta p, V_w, \rho_w, \gamma, g, T_r, T_e, \tan \alpha, \tan \theta \right) \quad (\text{Ec. 6.15})$$

Se encontró que la mejor forma de agrupar estas variables en números adimensionales es la siguiente:

$$\mu_1 = F_r = \frac{V_w}{\sqrt{\gamma g}} \quad (\text{Ec. 6.16})$$

$$\mu_2 = E_e = \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_w}}} \quad (\text{Ec. 6.17})$$

$$\mu_3 = \frac{T_r + T_e}{\gamma} \quad (\text{Ec. 6.18})$$

$$\mu_4 = \tan \alpha \quad (\text{Ec. 6.19})$$

$$\mu_5 = \tan \theta \quad (\text{Ec. 6.20})$$

$$\mu_6 = \frac{L_s}{y} \quad (\text{Ec. 6.21})$$

Esta última ecuación contiene la variable dependiente (Longitud del salto).

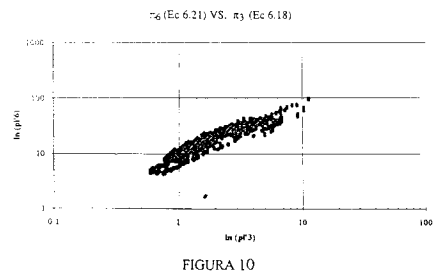
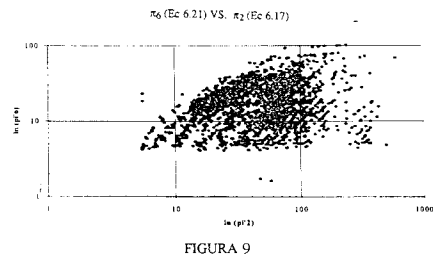
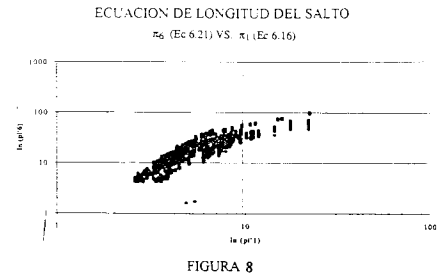
Nuevamente, utilizando los anteriores números adimensionales se puede llegar a obtener la siguiente relación funcional.

$$\frac{L_s}{y} = F \left( \frac{V_w}{\sqrt{\gamma g}}, \frac{V_w}{\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_w}}}, \frac{T_r + T_e}{\gamma}, \tan \alpha, \tan \theta \right)$$

(Ec. 6.22)

Al igual que en las otras ecuaciones, se graficaron los diferentes números adimensionales contra el número adimensional que contiene la variable dependiente, como se puede ver en las Figuras 8, 9 y 10 existe una relación de tipo exponencial entre

estos números siendo las fuerzas inerciales y los parámetros geométricos muy importantes para describir el problema.



## 7. Análisis estadístico y resultados obtenidos

El análisis estadístico se realizó con el fin de obtener las ecuaciones finales de diseño, a partir de las relaciones funcionales antes mencionadas y utilizando los resultados de las más de 300 pruebas realizadas por diferentes personas. Para ello se utilizó el paquete computacional SPSS (Statistical Package for Social Sciences) versión 5.0 para Microsoft Windows.

Para el análisis estadístico se utilizó el modelo de regresión lineal





existir "conos" que se abran o se cierren a medida que  $Y_i$  crece.

Para los últimos supuestos no se realizó ningún tipo de pruebas específicas; se consideró que no existe ninguna razón para que problemas de este tipo se presenten en ninguna de las tres ecuaciones. Los datos disponibles no pertenecen a una serie en tiempo y fueron tomados por seis personas diferentes, hechos que garantizan la independencia entre las mediciones. Por otra parte también se estudió la simplicidad del modelo, la bondad en el ajuste ( $R^2$ ) y la coherencia teórica. Los resultados obtenidos indican que para modelar el fenómeno de aireación artificial de flujos a alta velocidad se deben utilizar las siguientes ecuaciones:

donde se estudiaron los supuestos de: Normalidad de errores, homocedasticidad, la no existencia de autocorrelación y cero covarianza entre  $e_i$  y  $X_i$ . Como se puede observar en la Figura 11, para cada sistema de ecuaciones, la distribución de los errores sigue una distribución normal; es decir

aquellos factores no tomados en cuenta dentro del modelo no afectan de manera sistemática el valor de  $Y_i$ . Igualmente en la Figura 11 se puede observar la homocedasticidad, es decir: El error cometido al medir diferentes rangos de  $Y_i$  siempre tiene la misma dispersión; visualmente no deben

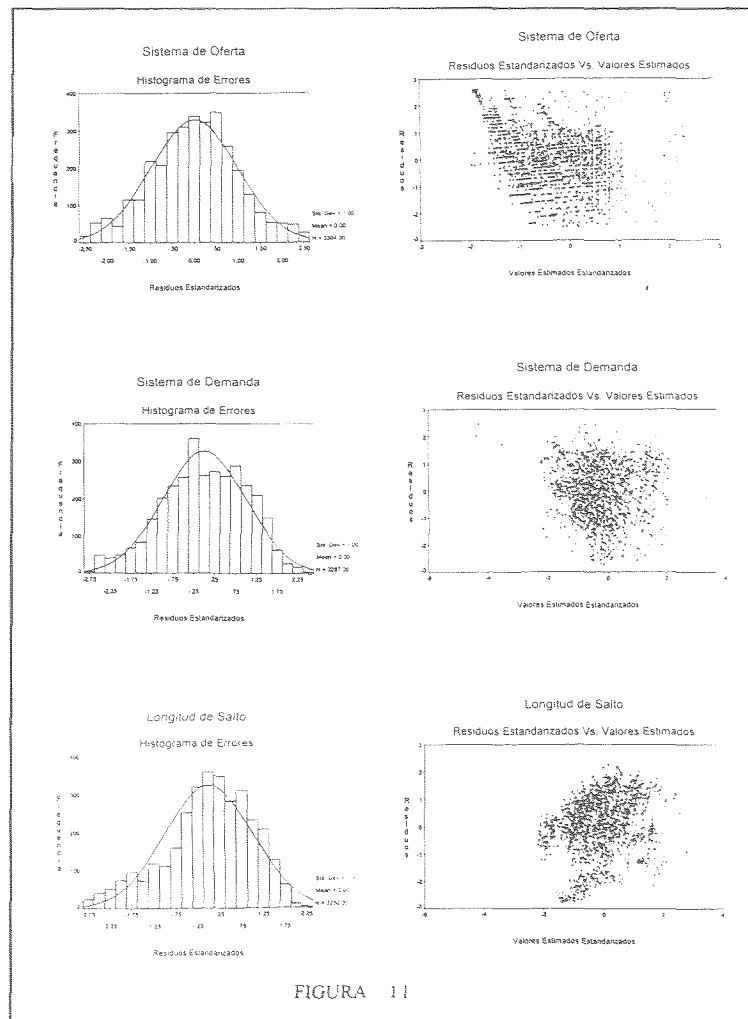


FIGURA 11

i) Ecuación para el sistema de oferta de aire:

$$Q_a = 626 \times A_a^{0.97} \Delta p^{0.21} \mu_a^{0.58} \rho_a^{-0.79} I_a^{-0.52}$$

(Ec. 7.1)

Con los datos utilizados esta ecuación tiene una correlación alta ( $R^2 = 0.98$ ).

ii) Ecuación para el sistema de demanda de aire:

$$Q_a = 168 \times 10^3 \times y^2 V_w R_e^{-1.540} W_e^{0.810} E_e^{0.182}$$

(Ec. 7.2)

Esta es la más compleja del grupo de tres ecuaciones simultáneas. Sin embargo, para las 300 pruebas realizadas presentó una buena correlación ( $R^2 = 0.85$ ).

iii) Ecuación para la longitud del salto:

$$L_s = 36.47 \times y F_r^{0.13} E_e^{0.031} \left( \frac{T_r + T_e}{y} \right)^{0.775} (\tan \alpha)^{0.869} (\tan \theta)^{0.262}$$

(Ec. 7.3)

La correlación de esa ecuación también fue alta ( $R^2 = 0.93$ ).

ajuste, en todos los casos se verificó el cumplimiento de los supuestos del modelo de regresión lineal, lo cual proporciona alta confiabilidad a las ecuaciones finales.

iii) Aunque los criterios de sencillez, ajuste y coherencia teórica demuestran que las ecuaciones obtenidas constituyen un buen modelo para el fenómeno de aireación artificial, la prueba definitiva está todavía por llevarse a cabo. Es necesario realizar predicciones en el modelo de la universidad y comprobaciones con datos pertenecientes a otros modelos y prototipos. Solo así se podrá saber con seguridad si las ecuaciones presentadas en este artículo pueden ser utilizadas en el diseño final de aireadores artificiales.

iv) Las ecuaciones que se presentan en el artículo permiten el diseño de aireadores y el cálculo de la subpresión y la longitud del salto. Dichas ecuaciones fueron obtenidas mediante análisis de tipo dimensional acompañado de regresiones multivariadas con el fin de conocer la forma final de las ecuaciones. La metodología propuesta es muy diferente a la encontrada en la literatura técnica para este tipo de estructuras.

Effects, 1984, Esslingen - Alemania.

(5) PINTO, N.L. "Model Evaluation of Aireators in Shooting Flow". University of Paraná, Curitiba, Brazil. Symposium on Scale Effects 1984, Esslingen - Alemania.

(6) PETERKA, A. "Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention". *The Effect of Entrained Air on Cavitation Pitting*. Páginas 507-518. 1955.

(7) QUINTELA, A. "International Water Power and Dam Construction". *Flow Aeration to Prevent Cavitation Erosion*. Enero de 1984. Páginas 17-22.

(8) SILDARRIAGA, J. y GONZALEZ, E.M. "Influencia de la geometría en la Eficiencia de aireadores para flujos de Alta Velocidad". XIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. La Habana, Cuba, 1988.

(9) RUTSCHMAN, P. y HAGER, W.H. "Journal of Hydraulic Engineering, ASCE". *Air Entrainment by Spillway Aerators*. Volumen 116, Número 6. Junio de 1990.

(10) WOOD, I.R. "Air entrainment in High Speed Flows". University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. Symposium on Scale Effects 1984, Esslingen - Alemania.

(11) VOLKART, P. y RUTSCHMANN, P. "Rapid Flow in Spillway Chutes With and Without Deflectors - a Model Prototype Comparison". Laboratory of Hydraulics, hydrology and Glaciology of the Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, Switzerland. Symposium on Scale Effects 1984, Esslingen - Alemania.

(12) MARCANO, A. y CASTILLEJO, N. "Model Prototype Comparison of Aeration Devices of Guri Dam Spillway". Edelca, Caracas, Venezuela. Symposium on Scale Effects 1984, Esslingen - Alemania.

(13) SHIMMA, TOMITA GIBSON, BLAKE. "Journal of Fluid Mechanics". *The Growth and Collapse of Cavitation Bubbles Near Composite Surfaces*. Volumen 203, 1989. Gran Bretaña.

(14) SILDARRIAGA, J. "Memo de investigación Número 34, Facultad de Ingeniería, CIFI". *Aireación en Rebosaderos con flujos de alta velocidad*. Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Mayo de 1988.

(15) MARIÑO, L. "Aireación en Flujos de Alta Velocidad, Estado del Arte". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 85-I-13. Asesor Juan Saldarriaga.

(16) SILDARRIAGA, J. "XV Congreso Latinoamericano de Hidráulica". *Comportamiento Hidrodinámico de Aireadores para flujos de alta velocidad. Estudio Sobre Modelos Físicos*. Cartagena, Colombia. Septiembre de 1992.

(17) CORAL, A. "Aireación en Fijos de Alta Velocidad. Estudio de las Ecuaciones que Gobiernan el comportamiento de los

## 8. CONCLUSIONES

i) En el diseño de aireadores existen tres variables que no son conocidas por el diseñador y que interactúan entre ellas:  $Q_a$ ,  $\Delta p$ ,  $L_s$ . Por esta razón es necesario tener un sistema de tres ecuaciones para poder proceder al diseño de un aireador. Una vez obtenido el sistema se puede despejar el caudal de aire de tal manera que se obtenga una ecuación para esa incógnita.

ii) En esta investigación basada en modelo físico se logró obtener 3 ecuaciones de diseño de aireadores con altos niveles de

## 9. BIBLIOGRAFIA

(1) HAMILTON, W. "International Water Power and Dam Construction". *Preventing Cavitation Damage to Hydraulic Structures*. Noviembre de 1983. Páginas 40-43 - Primera parte.

(2) HAMILTON, W. "International Water Power and Dam Construction". *Preventing Cavitation Damage to Hydraulic Structures*. Diciembre de 1983. Páginas 48-55 - Segunda parte.

(3) HAMILTON, W. "International Water Power and Dam Construction". *Preventing Cavitation Damage to Hydraulic Structures*. Enero de 1983. Páginas 42-45 - Tercera parte.

(4) SAKUJA, V.S., T.C., PAUL y S., SINGH. "Irrigation and Power Research Institute, Punjab, India". *Air Entrainment Distortion in Free Surface Flows*. Symposium on Scale

Aireadores". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Tesis de Magister, MIC 90-II-05. Asesor Juan Saldarriaga.

(18) TIRADO, I. "Metodología de Diseño de Aireadores para flujos de Alta Velocidad. Variación de Parámetros de la Estructura d Demanda". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 91-I-26. Asesor Juan Saldarriaga.

(19) RUMIE, R.J. "Análisis dimensional y Estadístico para el diseño de Aireadores para Fijos de Alta Velocidad". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 92-I-24.

Asesor Juan Saldarriaga.  
(20) MEJIA, J.G. "Aireadores para Flujos de Alta Velocidad. Ecuaciones Finales para su Diseño". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 92-I-16. Asesor Juan Saldarriaga.

(21) MEJIA, J.E. "Aireación en Fijos de Alta Velocidad. Efecto del Cambio en la Pendiente de la Rápida". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 93-I-15. Asesor Juan Saldarriaga.

(22) TORRES L.J. "Aireación en Flujos de Alta Velocidad. Efecto del Aumento del Ancho en el Fondo del Canal". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 93-II-19. Asesor Juan

Saldarriaga.  
(23) NAVARRETE, M.J. "Aireación en Fijos de Alta Velocidad. Estudio de las Ecuaciones que Gobiernan el Comportamiento de los Aireadores". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Tesis de Magister, MIC 94-I-08. Asesor Juan Saldarriaga.

(24) GALEANO, L.A. "Aireación Artificial en Fijos de Alta Velocidad. Efecto del Cambio de la Pendiente de la Rápida en la Ecuaciones de Diseño". Universidad de los Andes, Santafé de Bogotá, Colombia. Proyecto de Grado, IC 94-I-10. Asesor Juan Saldarriaga.

(25) FALVEY, H.T. "United States Department of the Interior Bureau of Reclamation. A Water Resources Technical Publicat Engineering Monograph N°42". *Cavitation in chutes and Spillways*. 1990.

