

IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DE SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE CLUSTERING Y GPC USANDO MODELOS DIFUSOS TAKAGI-SUGENO

John Soto¹, Iván Castillo¹, Alain Gauthier¹, Víctor Grisales¹

RESUMEN

En este artículo se presenta un método para la identificación y control de sistemas no lineales usando modelos difusos tipo Takagi-Sugeno. La identificación se basa en técnicas de clustering y el control se realiza mediante técnicas predictivas. En primer lugar se hace una descripción global de la técnica de clustering haciendo referencia a los Algoritmo Fuzzy C-means y Gustafson Kessel para la generación de los clusters y sus correspondientes funciones de pertenencia. En segundo lugar se detalla la técnica de control GPC (Control Predictivo Generalizado) que se aplicó al modelo difuso obtenido en la fase anterior. Finalmente esta técnica de identificación por clustering y control predictivo difuso se implementó en una planta hidráulica no lineal compuesta de dos tanques acoplados a la que se le modeló la altura del segundo tanque en función del flujo de entrada del primer tanque. Para validación del proceso de identificación y control se desarrolló un modelo teórico de la planta para comparar los resultados obtenidos experimentalmente.

PALABRAS CLAVES

Clustering, Sistema No Lineal, Control Predictivo Difuso, Control tipo Takagi Sugeno, GPC.

I. INTRODUCCIÓN

Un modelo es una herramienta que permite predecir el comportamiento de un sistema sin necesidad de experimentar sobre él. Existen dos métodos principales para obtener el modelo de un sistema: el primero es un modelaje teórico realizado de forma analítica, en el que se recurre a leyes físicas para describir el comportamiento dinámico de un proceso; el segundo o identificación de sistema [10] es un método experimental que permite obtener el modelo a partir de datos reales recogidos de la planta bajo estudio.

La identificación usando modelos difusos Takagi-Sugeno (TS) es una herramienta efectiva para la aproximación de sistemas dinámicos no lineales basada en la información suministrada por los datos de entrada – salida, mediante la interpolación de modelos locales lineales. Este modelo (TS) consiste de reglas if-then con antecedentes difusos y funciones matemáticas en el consecuente. [5]

El Clustering difuso es otra herramienta que se usa para obtener las funciones de pertenencia del antecedente. Y una de sus características más importantes es la identificación simul-

¹ Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia { os-soto, iv-casti , agauthie, vi-grisa}@uniandes.edu.co

tánea de las funciones de pertenencia del antecedente con los modelos lineales locales del consecuente.

El desarrollo de la ley de control de cada modelo local difuso TS se realiza mediante técnicas predictivas. Los métodos de control predictivo se basan en la idea de realizar una formulación de un criterio de control en un tiempo dado explícitamente, en términos de las predicciones de las salidas futuras que son obtenidas del modelo de la planta del proceso a controlar. De las técnicas existentes en control predictivo se usa GPC (Generalized Predictive Control) [3]. Este método es de gran aceptación en la industria [4] porque proporciona un buen control en malla cerrada cuando se presentan variaciones principalmente en el tiempo muerto y en el orden de la planta [8].

El modelo de la planta es muy importante para aplicar control predictivo. Cuando los procesos son altamente no lineales se hace muy complicado obtener su formulación matemática; esta dificultad justifica el uso de técnicas de modelamiento no lineal. Por esta razón se aplica Control Predictivo Generalizado a modelos difusos tipo TS, con el fin de aprovechar las características de robustez del control y la capacidad de interpolación de estos modelos.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La sección II, hace referencia a la aplicación del modelo difuso Takagi-Sugeno a sistemas dinámicos. En la sección III, se explica el algoritmo de Clustering, diferenciando Fuzzy c-means y Gustafson Kessel. En la sección IV se hace una revisión de los conceptos de Control Predictivo Generalizado para sistemas SISO lineales como también la técnica GPC difusa de ponderación de modelo. En la sección V se muestran los resultados de la ejecución del algoritmo de clustering para la identificación de una planta hidráulica no lineal, como también el desarrollo de la estrategia de control predictivo difusa. Por último la sección VI presenta conclusiones.

II. MODELO DIFUSO TAKAGI-SUGENO DE UN SISTEMA DINÁMICO

En el modelo difuso propuesto por Takagi y Sugeno, la estructura del antecedente describe regiones difusas en el espacio de entrada, y la del consecuente presenta funciones no difusas de las entradas del modelo. [13] Las reglas son de la forma:

$$R_i: \text{If } x \text{ is } A_i \text{ then } y_i = f_i(x), \quad i=1,2,\dots,K$$

El consecuente se puede expresar de manera sencilla en forma de un modelo lineal de primer orden:

$$R_i: \text{If } x \text{ is } A_i \text{ then } y_i = a_i^T x + b_i, \quad i=1,2,\dots,K$$

La representación gráfica de 3 reglas difusas de este tipo se muestra en la siguiente figura.

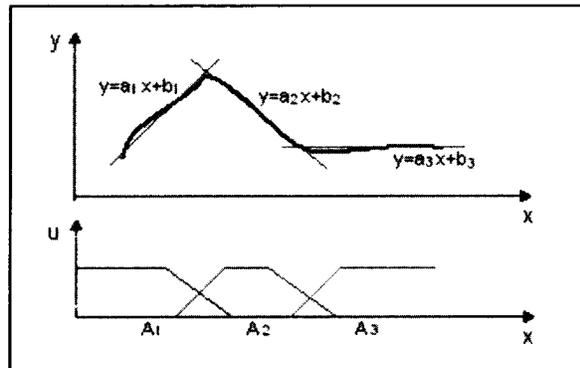


Figura No.1 Modelo Difuso Takagi - Sugeno.

El modelo anterior puede representar múltiples entradas, múltiples salidas, sistemas dinámicos o estáticos.

La salida global y de un modelo TS es calculada mediante ponderación de los modelos locales lineales.

En el contexto de la identificación de sistemas dinámicos, el antecedente de un modelo difuso TS define una región difusa sobre los regresandos ($y(k)$ y $u(k)$) mientras que el consecuente

te o regresor ($y(k+1)$) es, en la mayoría de los casos, un modelo autoregresivo. Por ejemplo:

R_1 : If $y(k)$ is A_1 and $u(k)$ is B_1 then $y(k+1)=a_1y(k)+b_1u(k)+c_1$

R_2 : If $y(k)$ is A_2 and $u(k)$ is B_2 then $y(k+1)=a_2y(k)+b_2u(k)+c_2$

III. TÉCNICA DE IDENTIFICACIÓN BASADO EN CLUSTERING DIFUSO

Un cluster es un grupo de objetos que presenta una similitud matemática entre ellos más fuerte que con otros objetos. Se le denomina clustering a la detección de subespacios (clusters) en el espacio de datos.

Los datos son observaciones de procesos físicos y son organizados en una matriz Z por concatenación de una matriz que contiene en sus columnas los regresores y un vector que contiene la información de los regresandos [1]. Por ejemplo un sistema SISO de segundo orden de la forma

$$y(k) = F(y(k-1), y(k-2), u(k-1), u(k-2))$$

al que se le hicieron N medidas, es organizado en la matriz Z , de la siguiente forma:

$$Z = \begin{bmatrix} y(2) & y(3) & \dots & y(N-1) \\ y(1) & y(2) & \dots & y(N-2) \\ u(2) & u(3) & \dots & u(N-1) \\ u(1) & u(2) & \dots & u(N-2) \\ y(3) & y(4) & \dots & y(N) \end{bmatrix}$$

Donde las primeras 4 filas contienen los regresores ($y(k-1)$, $y(k-2)$, $u(k-1)$ y $u(k-2)$) y la última fila el regresando $y(k)$.

El vector en la k -ésima columna de la matriz Z será denotado z_k . Este vector contiene la información completa acerca del sistema en el instante de tiempo k , es decir el estado del sistema.

La mayoría de algoritmos de clustering difuso están basados en la optimización de la siguiente función objetivo

$$J(Z;V,U) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{i,k})^m d^2(z_k, v_i)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^c \mu_{i,k} = 1, \quad k = 1, \dots, N,$$

$$0 < \sum_{k=1}^N \mu_{i,k} < N, \quad i = 1, \dots, c$$

Donde $\mu_{i,k}$, representa el grado de pertenencia de cada dato z_k al centro del prototipo de cluster v_i .

La determinación de los clusters se hace a partir de la matriz Z , y se puede realizar de varias formas como por ejemplo:

- El Algoritmo Fuzzy C-Means. La forma de los clusters obtenidos mediante este algoritmo es circular debido a que la matriz que contiene las distancias desde el centro de cluster a los datos (matriz de forma inducida A) es la identidad. [11]
- El Algoritmo Gustafson-Kessel. La estructura propia (valores propios l_i y vectores propios asociados f_i) de la matriz de covarianza de cluster provee información acerca de la forma y la orientación del cluster. [6]

IV. CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO (GPC)

GPC se basa en la minimización del siguiente criterio:

$$J(N1, N2, NU, \lambda) = \sum_{j=N1}^{N2} e^2(t+j) + \lambda \sum_{j=1}^{NU} \Delta u^2(t+j-1) \quad (1)$$

sujeto $\Delta u(t+j) = 0$ a para $j = NU, \dots, N2$

En donde: $N1$: Mínimo horizonte de costo.

$N2$: Máximo Horizonte de Costo.

NU : Horizonte de Control

$$e(t+j) = w(t+j) - y(t+j)$$

$$\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$$

Siendo $w(t + g)$ una futura secuencia de set-point conocida.

El resultado de esta minimización produce un vector

$$\tilde{\mu} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+NU-1)]$$

pero solamente $\Delta u(t)$ es aplicado, y en el tiempo $t+1$ un nuevo problema de optimización es resuelto. El objetivo de la ley predictiva es determinar una función de control para el tiempo futuro de tal manera que el sistema controlado alcance el valor de la referencia. Adicionalmente es importante la elección de $N1, N2, \lambda$ y tiempo de muestreo en donde presentan un gran efecto sobre la robustez y estabilidad [9].

Con el fin de obtener la solución del criterio de optimización expuesto en (1), GPC utiliza el modelo CARIMA (Controlled Autoregressive and Integrated Moving Average) para representar el comportamiento de la planta de tal forma que se puedan realizar unas buenas predicciones. El modelo es como sigue:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\frac{\xi(t)}{\Delta} \quad (2)$$

Donde $u(t)$ es la entrada de control, $y(t)$ es la salida y el polinomio $C(q^{-1})$ representa los disturbios. Por facilidad se escoge $C(q^{-1}) = 1$.

Además del modelo CARIMA para la solución de (1), se va a determinar el Banco de Predictores que es una ecuación que relaciona $y(t+j)$ en función de $u(t+j-1)$, para esto se hace uso de la ecuación de Diophantine:

$$C(q^{-1}) = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (3)$$

Utilizando las ecuaciones (2) y (3) la ecuación del Banco de Predictores es:

$$y(t+j) = G_j\Delta u(t+j-1) + F_j y(t) \quad (4)$$

Desarrollando esta ecuación con base en la información anterior, el vector $\tilde{\mu}$ resultante es:

$$\tilde{u} = (G^T G + I)^{-1} G^T (w - f) \quad (5)$$

Finalmente de la ecuación (5) se obtiene la ley de control que cumple con el criterio de optimización, en el cual solo se toma la primera fila que corresponde a la acción de control en el tiempo presente t .

Control Predictivo Basado En Modelos Difusos.

Actualmente existen varias estrategias de control Predictivo no lineal basadas en modelos difusos tipo Takagi-Sugeno [2], [12].

A continuación se presenta una de las estrategias que se aplican en GPC difuso.

Planteamiento por CIPRIANO & RAMOS [1].

El controlador se diseña usando las mismas premisas del antecedente del modelo difuso mientras que el consecuente corresponde a una ley de control GPC lineal derivada de la salida para cada regla, de la siguiente forma:

$$R_i \quad \text{Si } y(t-1) \text{ } A1_i \text{ } y \dots y \text{ } y(t-n_y) \text{ es } An_{yi} \\ \text{y } u(t-1) \text{ es } B1_i \text{ } y \dots y \text{ } u(t-n_u) \text{ es } Bn_{ui} \\ \text{entonces } u_i(t) = f_i(u(t-1), \dots, y(t), y(t-1), \dots)$$

De esta forma la ley de control difusa se determina así

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^M w_i u_i(t)}{\sum_{i=1}^M w_i}$$

Esta estrategia tiene la ventaja que es de fácil y rápida implementación y tiene la desventaja de que no siempre se obtiene el mínimo global, aunque si se garantiza un mínimo local para cada regla.

V. RESULTADOS OBTENIDOS

La planta utilizada para la aplicación de clustering, consistió en dos tanques acoplados, uno de los cuales era no lineal y se modeló la relación entre la salida h_2 y el flujo de entrada q_i

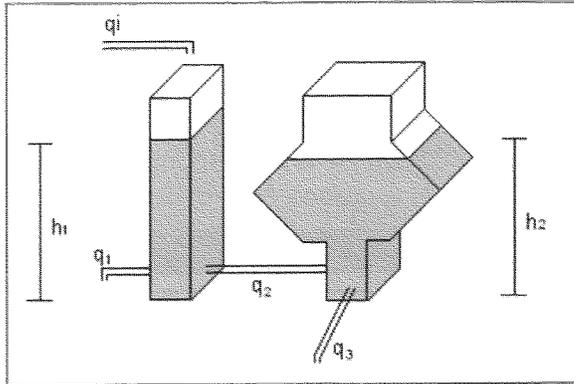


Figura No.2 Planta Real

El rango de las variables de entrada y salida es:

$$q_i(t) \longrightarrow 0 < q_i(t) \leq 0.000045 \frac{m^3}{s}$$

$$h_2(t) \longrightarrow 0 \leq h_2(t) \leq 0.35m$$

El modelo matemático que representa la relación entre $\frac{h_2}{q_i}$ es:

Para el Tanque 1

$$\dot{h}_1(t) = \frac{1}{A_1} [q_i - q_1 - q_2]$$

$$q_1 = 0.000025318 \sqrt{h_2(t)}$$

donde $q_2 = 0.00038547(h_1(t) - h_2(t))$

$$A_1 = 0.01$$

Para el Tanque 2

$$\dot{h}_2(t) = \frac{1}{A} [q_2 - q_3]$$

$$q_3 = 0.000041169 \sqrt{h_2(t)}$$

$$A = \begin{cases} h_2(t) < 0 & A = 0 \\ 0 \leq h_2(t) < 0.1 & A = 0.01 \\ 0.1 \leq h_2(t) < 0.2 & A = 0.2h_2(t) \\ 0.2 \leq h_2(t) < 0.3 & A = 0.08 - 0.2h_2(t) \\ h_2(t) \geq 0.3 & A = 0.02 \end{cases}$$

donde

q_2 es laminar y q_1 y q_3 son turbulentos.

A este modelo se le aplicó la técnica de clustering, excitando el sistema y tomando los datos de entrada y los datos de salida:

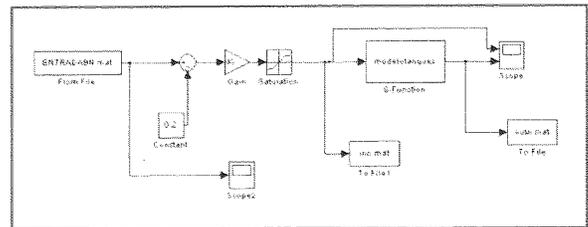


Figura No. 3 Toma de datos del modelo teórico

Los resultados obtenidos trabajando con el modelo teórico comparados con los resultados de la simulación (figura 4) del modelo difuso de la planta fueron similares y se muestran en la figura 5.

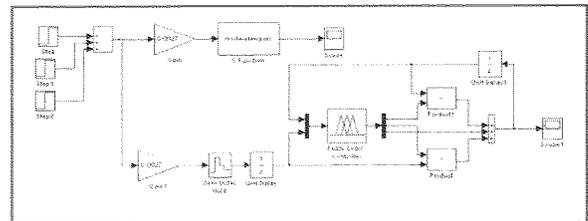


Figura No 4. Simulación Modelo Difuso

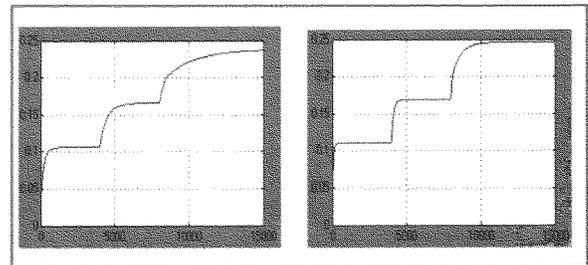


Figura No. 5 Salida Planta – Salida Modelo Difuso

Ahora aplicando el algoritmo de clustering a la planta real, es decir excitando la planta con una señal persistente y tomando los datos a la entrada y la salida de la misma, se obtuvo el siguiente espacio entrada-salida.

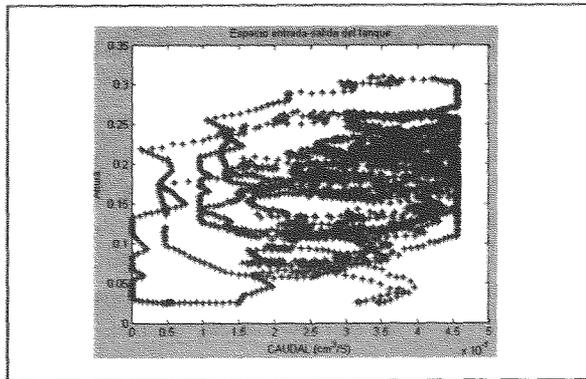


Figura No. 6 Espacio Entrada – Salida Planta Real

Las funciones de pertenencia generadas por el algoritmo se muestran a continuación:

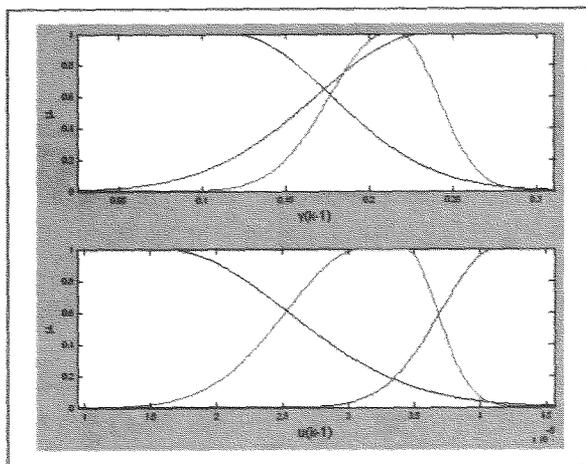


Figura No. 7 Funciones de Pertenencia Planta Real

Y por ultimo la estimación de los parámetros del consecuente, arrojó como resultado el siguiente conjunto de reglas:

1. If $y(k-1)$ is A_{11} and $u(k-1)$ is A_{12} then

$$y(k) = 9.92 \cdot 10^{-1} y(k-1) + 9.94 \cdot 10^1 u(k-1) - 1.30 \cdot 10^{-3}$$
2. If $y(k-1)$ is A_{21} and $u(k-1)$ is A_{22} then

$$y(k) = 9.88 \cdot 10^{-1} y(k-1) + 5.85 \cdot 10^1 u(k-1) + 5.75 \cdot 10^{-4}$$
3. If $y(k-1)$ is A_{31} and $u(k-1)$ is A_{32} then

$$y(k) = 9.95 \cdot 10^{-1} y(k-1) + 6.16 \cdot 10^1 u(k-1) - 9.40 \cdot 10^{-4}$$

Al simular este modelo difuso de la planta real con diferentes amplitudes de entradas paso, para excitar la planta en varios puntos de operación se obtuvo:

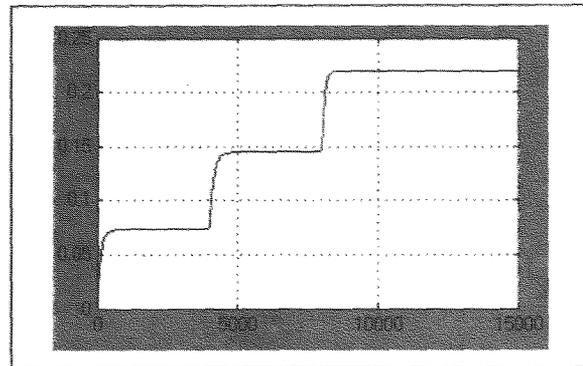


Figura No. 8 Salida Modelo Difuso

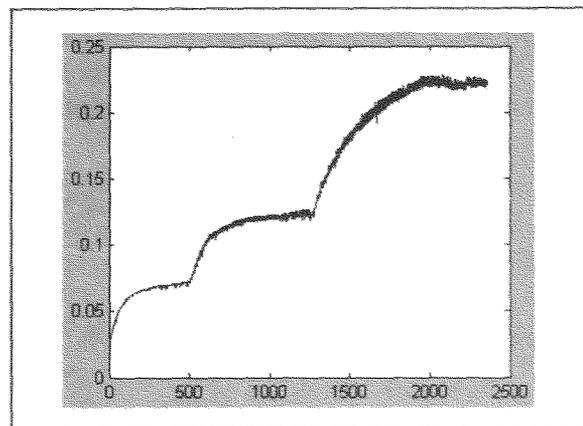


Figura No. 9 Salida Planta Real

Comparando las figuras 8 y 9, se puede observar que el modelo obtenido es válido principalmente en los puntos de estado estable. En el segundo punto de operación se observa el mayor error. Esto es debido a que faltó excitar un poco más la planta por estos puntos.

Diseño del controlador no lineal

Con base en la identificación anterior (Modelo real) se diseña el controlador no lineal utilizando las mismas funciones de pertenencia del antecedente y linealizando (Eliminando offset) el conjunto de reglas del consecuente. Es decir:

$$M1 \rightarrow y(k) = 0.992y(k-1) + 99.4u(k-1)$$

$$M2 \rightarrow y(k) = 0.988y(k-1) + 58.5u(k-1)$$

$$M3 \rightarrow y(k) = 0.995y(k-1) + 61.6u(k-1)$$

Debido a las limitaciones que tiene el flujo de entrada de la planta, el parámetro λ para este diseño es de mucha importancia por que permite ajustar la salida del controlador.

Para cada modelo local se diseño una ley de control predictiva. A continuación se muestra el resultado para un modelo local

Ajustando al modelo CARIMA se obtiene:

$$y(k) = \frac{58.5}{1 - 0.988z^{-1}} u(k-1)$$

Asignando $N_1 = N_2 = N_u = 1$ y con un valor óptimo de λ , los resultados fueron los siguientes:

$$R = 0.0214 - 0.0107z^{-1}$$

$$T = 0.0108$$

Tomando como setpoint un escalón de 0.2. La salida del sistema es:

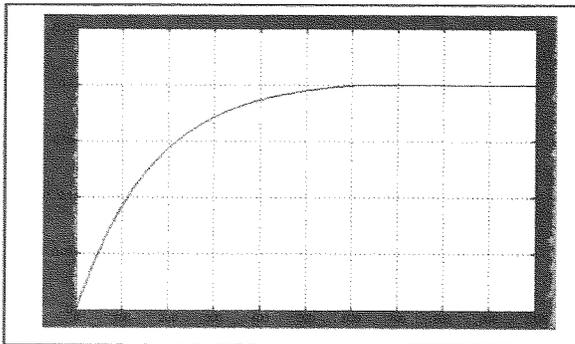


Figura 10. Salida Modelo Local 2

Después del diseño de los controladores para cada uno de los modelos locales, los resultados obtenidos en simulación (figura 11) del controlador TS se muestran en la figura 12:

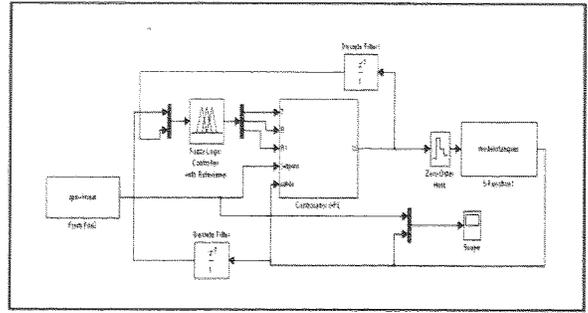


Figura 11. Esquemático Ponderación ley de control

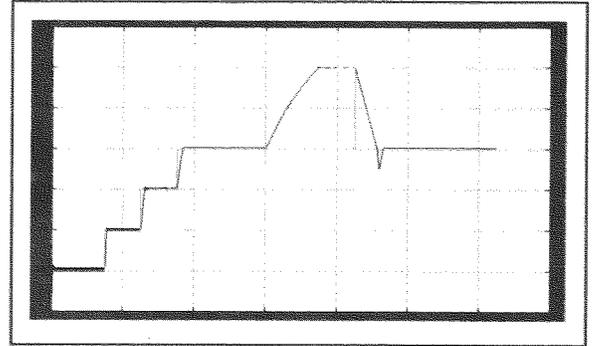


Figura 12. Salida Ponderación ley de control

Al realizar la implementación en la planta de laboratorio se encontró el siguiente resultado:

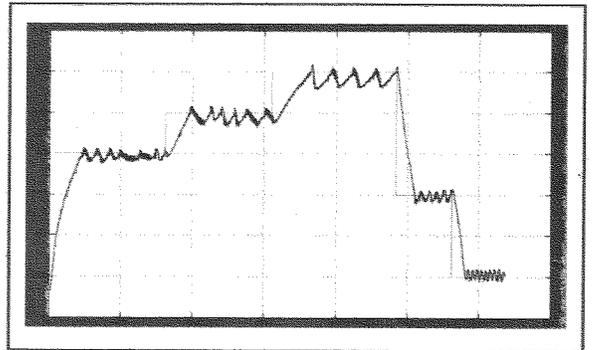


Figura 13. Salida Ponderación ley de control en la planta real

Los resultados obtenidos (Figura 13) muestran una oscilación en los puntos de operación. Este fenómeno se debe a las limitaciones del flujo de entrada que producen conmutaciones bruscas en los parámetros. Al comparar con los resultados de la Figura 12 (Simulación) existen diferencias apreciables debido a que no se in-

cluyó en el modelo teórico el retardo generado por la bomba de entrada.

VI. CONCLUSIONES

El algoritmo de clustering da una buena aproximación de plantas no lineales, siempre y cuando la señal de entrada, para la identificación, recorra la mayoría de los puntos de operación como también excite localmente el sistema.

Aplicar el algoritmo de clustering difuso en plantas reales o industriales es bastante lento, debido a que es necesario encontrar una señal que recorra la mayoría de los puntos de operación.

GPC (que es utilizado en cada modelo local) es una estrategia de control de fácil implementación, y es un algoritmo robusto que se adapta a pequeñas variaciones que puedan llegar a presentarse en la planta. Adicionalmente es posible ajustar la acción de los actuadores modificando el horizonte de predicción.

La formulación GPC está basada en modelos. Cuando se cometen errores en la obtención de modelos a procesos complejos no lineales, se presentan complicaciones en el control de la planta. Por esta razón es importante el uso de control predictivo difuso con el propósito de aprovechar las características del control GPC y la capacidad de interpolación de los modelos difusos.

Actualmente se están continuando los estudios de control de procesos no lineales usando modelos difusos acoplados a varias técnicas de control.

VII. REFERENCIAS

1. ABONY, J. and BABUSKA, R. and SZEIFERT, F. «*Modified Gath-Geva Fuzzy Clustering for Identification of Takagi-Sugeno Fuzzy Models.*» Submitted 2001
2. CIPRIANO, A. RAMOS, M. «*Fuzzy Model Based Control for a Mineral Flotation Plant.*» Journal on Automatic Control, Vol.36, No.2 pp.29-36.
3. CLARKE, D. W. «*Generalized Predictive Control. Part I. The Basic Algorithm.*» Automática Vol.23 No.2. 1987. Pág. 137 – 148.
4. CLARKE, David W. «*Application of Generalized Predictive Control to Industrial Processes.*» IEEE Control Systems Magazine. Abril 1988.
5. DRIANKOV, D. HELLENDORRN, H. «*Fuzzy Model Identification.*» Springer 1997.
6. GUSTAFSON, D.E. and W.C. Kessel. «*Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix.*» Proceedings of IEEE. Cdc. San Diego 1979
7. HABER, R. and KEVICZKY, L.. «*Nonlinear System Identification – Input-Output Modeling Approach.*» Kluwer Academic Publishers. 1999
8. HANG, C. Chang. «*Adaptive Control.*» Instrument Society of America. ISA. 1993.
9. HENSON, Michael A. «*Nonlinear Process Control.*» Prentice Hall. 1997.
10. LJUNG, Lennart. «*System Identification: Theory for the user.*» Prentice Hall. 1999
11. PASSINO, Kevin. YURKOVICH, Stephen. «*Fuzzy Control.*» Addison-Wesley. 1998
12. ROUBOS, J. A., BABUSKA R. «*Predictive control by local linearization of Takagi-sugeno fuzzy model.*» Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems. 1998. pp.37-42
13. TAKAGI, T. SUGENO, M. «*Fuzzy Identification of systems and its applications to modeling and control.*» IEEE Transactions on systems, man, and Cybernetics. Vol. SMC-15. 1985. pp.116-132.