



Estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en matemática

Didactic strategy to improve the quality of communication in mathematics

M. Sc. Estrella Sobrado Cárdenas

estrella.sobrado@reduc.edu.cu

M. Sc. Delia Sarduy Nápoles

delia.sarduy@reduc.edu.cu

Dr. C. Arnaldo Espindola Artola

arnaldo.espindola@reduc.edu.cu

Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", Cuba

Sobrado Cárdenas y **Sarduy Nápoles** son máster en Investigación Educativa y ostentan la categoría docente de profesor Auxiliar. Laboran como profesoras de Matemática en la Universidad de Camagüey. **Espindola Artola** es investigador del Centro de Estudios para la Calidad Educativa y Empresarial de la Universidad de Camagüey. Es Doctor en Ciencias Pedagógicas y Máster en Enseñanza de la Matemática.

RESUMEN

Diversos documentos normativos del Ministerio de Educación cubano precisan la necesidad de potenciar la calidad de la comunicación. En tal sentido, la Matemática juega un rol fundamental por su reconocida contribución al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes. Sin embargo, al analizar diversos resultados investigativos se pudo comprobar que ese objetivo de formación presenta un déficit en los diversos niveles del sistema de educación, con mayor incidencia en la universidad. El presente artículo tiene como objetivo evaluar una estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación en matemática de los estudiantes universitarios. Se emplean diversos métodos teóricos y se asumen algunos postulados relacionados con la comunicación en matemática. Ello permitió el diseño de la estrategia didáctica, implementada en tres carreras universitarias (Licenciatura en Educación especialidad Matemática, Ingeniería Civil y Arquitectura). Los resultados obtenidos permitieron corroborar su validez a los fines de mejorar la calidad de la comunicación en matemática de los estudiantes universitarios.

Palabras clave: Matemática educativa, habilidades comunicativas, interacción, comunicación oral.

ABSTRACT

Several directives of the Cuban Ministry of Education give arguments favoring the need to enhance the quality of communication. In this respect, Mathematics plays a fundamental role for its recognized contribution to the development of logical thinking of students. However, the analysis of the related research findings proves there are

still difficulties in achieving such formative task at all level of education, especially at the university. The objective of this article is to evaluate a didactic strategy to improve the quality of communication in mathematics of university students. Theoretical methods and some principles related to communication in mathematics were used to construct a framework. This allowed the design of a didactic strategy, applied to three university majors (Bachelor of Education in Mathematics, Civil Engineering and Architecture). The findings prove it to be pertinent in improving the quality of communication in mathematics of university students.

Keywords: Mathematics instruction, communicative skills, interaction, oral communication.

En Cuba, diversos documentos normativos del sistema de Educación evidencian que el problema de la calidad de la comunicación constituye un tema de reconocida importancia en la actualidad. Al respecto, el Ministerio de Educación proyecta como parte de los objetivos de formación general para la enseñanza primaria, secundaria básica y preuniversitaria: *“Demostrar el nivel alcanzado en la comunicación con el empleo de diversos lenguajes (verbal, corporal, audiovisual, algorítmico, entre otros), con creatividad e independencia [...]”*. (Ministerio de Educación, 2016^{a, b, c}).

Al respecto la Matemática cumple un rol decisivo en la consecución de los objetivos generales de formación, por su reconocida contribución al desarrollo del pensamiento lógico, que se expresa en forma oral, escrita o gráfica, mediante la utilización del lenguaje matemático.

Dichos objetivos precisan que los estudiantes demuestren el desarrollo de habilidades comunicativas para exponer sus ideas y argumentaciones de forma coherente y convincente, con un léxico, ortografía y estructuras gramaticales adecuadas; con el uso de la terminología y simbología matemáticas, así como su aplicación en la interpretación del lenguaje de los recursos de las tecnologías de la información y las comunicaciones y de otras fuentes con las cuales interactúa (Ministerio de Educación, 2016^{a, b, c}).

Lo anterior establece que los estudiantes de cualquier nivel del sistema de educación, deben saber utilizar adecuadamente el vocabulario técnico de la matemática, conocer su forma de notación y su estructura para expresar y entender ideas y relaciones. Visto así, se puede inferir que existen dos dimensiones sobre las cuales se establece la base de la comunicación en matemática, ellas son: comprender y expresar ideas matemáticas.

La comprensión en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática supone captar los significados que otros han transmitido. En ella, el sujeto percibe un conjunto de sonidos o letras que debe identificar perfectamente, capta su configuración, reconociendo palabras y símbolos, descubre relaciones entre las palabras y las oraciones, decodifica y capta su significado, lo que le permite representarse el objeto o proceso real (Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca, 2016).

La expresión es el proceso inverso, se trata de representar en el lenguaje natural y/o simbólico un objeto o proceso y compartir o transmitir esa representación al otro. O sea, al expresar ideas, se entretienen significados, expresiones y sonido o imagen, porque el significado se construye con palabras y se exterioriza como expresión oral o escrita (Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca, 2016).

El tema de la comunicación, desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, es identificado como un enfoque didáctico por algunos autores. Por ejemplo, Mola (2013) propone un modelo teórico, el cual contextualiza en una estrategia didáctica para la comprensión de los objetos del Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería. Por su parte, Espindola, Gutiérrez, Castellanos, Yordi, & Miranda (2012), González, Mendoza, García, & Travieso (2016) implementan propuestas didácticas para que los médicos sistematicen de forma integrada la comunicación resolviendo problemas matemáticos con enfoque biomédico. También se han desarrollado diversas propuestas para que los profesores en formación mejoren la calidad de la comunicación desde la perspectiva del empleo de términos y símbolos matemáticos, la explicación, argumentación, interpretación y el uso de asistentes matemáticos (Sarduy, 1998; Montes de Oca, 1998, 2001; Álvarez, Alonso, & Salgado, 2016; Gómez, Guirette, & Morales, 2017; Pérez, & Hernández, 2017).

Sin embargo, pese a los aportes significativos realizados en cada uno de esos estudios, en la práctica aún se manifiestan algunas insuficiencias, que se reflejan en dificultades para traducir un problema de la realidad a uno matemático (Vergel, 2014; Mallart, & Deulofeu, 2017); y en el empleo incorrecto de términos y símbolos matemáticos (Álvarez, Alonso, & Salgado, 2016). Por otra parte, se aprecia que las proposiciones expresadas no fundamentan la veracidad del juicio o proposición matemática a argumentar, al utilizar argumentos falsos o no suficientes, así como la sustitución de premisas y/o tesis por otras no equivalente (Álvarez, Alonso, & Salgado, 2016; Gómez, Guirette, & Morales, 2017; Pérez, & Hernández, 2017). Se distingue además la expresión de rasgos, propiedades y nexos no esenciales en las definiciones, proposiciones y procedimientos que se formulan (Fernández, & Brito, 2018).

Una mirada retrospectiva de este problema deja ver cómo, en la Educación Superior, se reflejan aquellos aspectos aún no logrados con respecto a la expresión de ideas matemáticas. En consecuencia, el presente artículo tiene como objetivo evaluar una estrategia didáctica para mejorar la calidad de la comunicación matemática de los estudiantes universitarios.

Métodos

El estudio se desarrolló en dos fases. La primera, se enfocó en una revisión bibliográfica para valorar algunas experiencias pedagógicas propuestas por investigadores cubanos y extranjeros; y así garantizar las condiciones básicas que permitieron el diseño de la estrategia didáctica. Sobresalieron como métodos teóricos el análisis-síntesis y la inducción-deducción, empleados durante el análisis crítico de la bibliografía, los programas de la disciplina Matemática Superior y el modelo del profesional de las carreras seleccionadas para la implementación práctica de la estrategia (Licenciatura en Educación especialidad Matemática; Ingeniería Civil y Arquitectura). Ese estudio permitió determinar los núcleos del contenido matemático y sus posibles aplicaciones, potenciando un enfoque comunicativo de la enseñanza.

Se empleó la modelación para diseñar la estrategia didáctica. En la misma se tuvo en cuenta el carácter procesual de la evaluación. Ello permitió mantener el objetivo de cada etapa dentro de una trayectoria previamente definida, lo cual incidió de manera positiva en la autocorrección de las dificultades que se presentaron.

La segunda fase se desarrolló en el período comprendido entre los meses de enero a diciembre de 2017, en la Universidad de Camagüey. La misma se proyectó a la implementación práctica de la estrategia didáctica desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

La selección de la muestra fue intencional, quedando compuesta por un grupo de primer año de cada carrera (Licenciatura en Educación especialidad Matemática; Ingeniería Civil y Arquitectura). El criterio aplicado se basó en que eran los grupos de clases de los autores. Es de significar que, al emplearse un muestreo de tipo no probabilístico, no se pudo calcular el error estándar; por tanto, resultó imposible determinar con qué nivel de confianza se hace una estimación. Por tal razón se decidió realizar una caracterización de los principales resultados obtenidos con el empleo de los recursos que brinda la estadística descriptiva.

El estudio se centró en la valoración de aspectos, que, en opinión de los autores, favorecen la calidad de la comunicación en matemática, a través del proceso de enseñanza-aprendizaje. Respondió a un diseño cuantitativo, pero se trabajó con cuatro variables cualitativas de tipo ordinal, definidas para evaluar la calidad de la expresión de ideas matemáticas, y que fueron asumidas de Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca (2016). Ellas son:

- **Precisión:** Significa atribuir a cada término y símbolo matemático usado, el significado exacto y un sentido determinado. No existe ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo. Esta variable fue evaluada de bien, regular o mal de acuerdo al grado de presencia/ausencia de ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo.
- **Argumentación:** Significa dar razones para afirmar o refutar la veracidad de un juicio dado a partir del cumplimiento de los elementos necesarios y suficientes. Se evaluó de bien, regular o mal de acuerdo al grado de presencia/ausencia de elementos necesarios y suficientes en las respuestas e intervenciones del estudiante.
- **Jerarquización de ideas:** Es exponer las ideas importantes de forma ordenada. Se evaluó de bien, regular o mal de acuerdo al grado de presencia/ausencia de exposición de ideas importantes siguiendo un orden lógico.
- **Concreción:** Significa declarar lo esencial de las ideas. Se evaluó de bien, regular o mal de acuerdo al grado de presencia/ausencia de lo esencial en las ideas expuestas por el sujeto.

Para obtener una valoración completa del estudio, se aplicó la escala de evaluación de la calidad de la expresión de ideas matemáticas, propuesta por Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca (2016). Esa escala establece cuartetos ordenados donde el primer componente se refiere a la precisión, el segundo a la argumentación, el tercero a la jerarquización y el cuarto a la concreción. En total, resultan 81 cuartetos diferentes que no guardan un orden natural entre sí. Las mismas solo permiten ubicar a cada estudiante, según la escala ordinal (Muy alto; Alto; Medio; Bajo o Muy bajo). Esas categorías son los valores que indican el nivel de desarrollo alcanzado en cuanto a calidad de la expresión de ideas matemáticas.

Finalmente, la información obtenida permitió la valoración en los estudiantes de la calidad de la expresión al comunicarse en matemática antes y después de aplicadas las actividades previstas en la

estrategia didáctica. Dicha información se procesó estadísticamente con la ayuda de la aplicación Microsoft Excel y la misma sólo fue utilizada para los fines exclusivos de la investigación.

Resultados

Resultados de la fase I del estudio. Diseño teórico de la estrategia didáctica

La revisión bibliográfica permitió asumir, que la comunicación de ideas matemáticas se refleja como el proceso de interacción entre dos ó más personas utilizando el vocabulario, la terminología y la simbología de esta ciencia y su estructura (definiciones, teoremas, procedimientos, etc.), para transmitir y hacer comprender ideas matemáticas y relaciones entre ellas, presentadas en forma oral, escrita y/o, simbólica o gráfica.

De lo anterior se infiere que la comunicación de ideas matemáticas es parte integrante del conocer y usar la matemática. En dicho proceso, la expresión, permite distinguir cuánto difiere la exactitud de lo conocido, del error; su calidad se sustenta en el ordenamiento adecuado de las ideas, su manifestación con seguridad, en forma concreta, y con argumentos suficientes. En fin, es estructurar y expresar adecuadamente el mensaje, empleando la terminología y simbología matemática.

En todo ese proceso comunicativo es necesario tener en cuenta que mientras más clara sea una idea matemática en el pensamiento, mejor será su expresión a través de la palabra; es decir, su estructura será más completa. De aquí resulta una idea clave para la propuesta didáctica; el profesor debe insistir en todo momento en que los estudiantes dominen los conceptos, definiciones, teoremas y procedimientos de la matemática, ya que a medida que en el lenguaje se va materializando de forma lógica y coherente una idea, mejor será comprendida por el propio sujeto y por los que le rodean.

Otro elemento importante es la realización de actividades de aprendizaje que requieran el empleo de diferentes registros de representación semiótica, el cambio de un registro de representación semiótica a otro y la relación entre ellos; así como un tratamiento y control adecuado por parte del profesor.

La estrategia didáctica propuesta por los autores para mejorar la calidad de la comunicación en matemática, quedó estructurada de la siguiente forma:

1. Etapa de planificación

1.1. Objetivo: Proyectar el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática a partir del diseño de actividades docentes que favorezcan la comunicación matemática.

1.2. Acciones:

- Definir los objetivos de la actividad docente, orientados hacia la realización de acciones comunicativas.
- Precisar el contenido matemático de cada actividad docente y sus posibles formas de expresión.
- Diseñar actividades de aprendizaje con contenido matemático que potencien la comunicación.
- Seleccionar métodos, procedimientos y medios de enseñanza-aprendizaje que faciliten las acciones bilaterales y/o grupales, y propicien el carácter dialógico e interactivo de la clase.
- Diseñar la evaluación en correspondencia con los objetivos de las actividades diseñadas.

1.3. Orientaciones metodológicas para la etapa de planificación:

El objetivo de cada actividad docente debe ser expresado en términos de aprendizaje, teniendo en cuenta que éstos a la vez definen hacia qué aspecto debe dirigirse la evaluación. Resulta imprescindible graduarlos en forma ascendente según los niveles de complejidad de las acciones a realizar; tal es el caso de explicar, argumentar, demostrar, describir, caracterizar, valorar, entre otras.

Una de las cuestiones básicas para el diseño de las actividades de aprendizaje, desde el punto de vista didáctico, es el trabajo con los diferentes registros de representación semiótica, el cambio de uno a otro y la coordinación entre ellos; pues eso constituye un elemento fundamental para facilitar el aprendizaje, al ofrecer procedimientos de interpretación.

La realización de actividades debe caracterizarse por propiciar el protagonismo del estudiante en la interacción con el contenido matemático, donde tengan que expresar, unos a otros sus ideas, puntos de vista, ofrecer explicaciones, argumentaciones, etc. Pueden ser actividades que se desarrollen en la clase o fuera de esta, mediante la realización de acciones y operaciones específicas (individuales y colectivas), asociadas al logro de un objetivo en el aprendizaje, que combinen la reflexión y esfuerzo mental de cada estudiante, en su interacción con los miembros del grupo o equipo de trabajo y con el profesor. Un ejemplo de actividades para un contenido matemático específico aparece en el anexo 1.

Resulta importante resaltar que las actividades de aprendizaje que se diseñen deben conducir a la fijación, profundización e integración de los conocimientos. Así mismo a la formulación de conjeturas y/o suposiciones, a la búsqueda de información y al análisis de diferentes vías de solución; así como asumir y defender posiciones hasta llegar a conclusiones, con el fin de propiciar el aprendizaje desarrollador, la comprensión y la expresión de ideas matemáticas.

Los métodos, procedimientos y medios de enseñanza-aprendizaje que se seleccionen deben facilitar el flujo de información en uno y otro sentido, a partir de alternativas que exijan el desempeño de diferentes roles comunicativos por parte de los estudiantes y que propicien el desarrollo del lenguaje oral, escrito y/o simbólico y gráfico. Es por ello que se propone el empleo de métodos de enseñanza-aprendizaje tales como la elaboración conjunta y el trabajo en equipo. Como procedimiento se pueden emplear técnicas participativas, las que a su vez pueden ser complementadas con la ayuda de asistentes matemáticos que puedan tener los estudiantes en sus teléfonos móviles, tabletas, laptop, etc.

Al diseñar la evaluación debe concebirse la valoración personal y social del contenido que se estudia, de modo que propicie la regulación de la forma de pensar y actuar. Para evaluar la calidad de la expresión al comunicarse en matemática se proponen los indicadores propuestos por Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca (2016).

2. Etapa de organización

2.1. Objetivo: Establecer un orden lógico y coherente al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, a partir de la estructuración interna de las funciones de cada estudiante en las actividades que deben desarrollar y los elementos del contenido matemático que se van a trabajar en atención al tiempo, condiciones y recursos.

2.2. Acciones:

- Determinar y distribuir la frecuencia y periodicidad de las actividades a realizar.

- Valorar la forma de organización de cada actividad.
- Garantizar las condiciones y recursos necesarios para la realización de las actividades docentes.

2.3. Orientaciones metodológicas para la etapa de organización:

Es necesario determinar y distribuir la frecuencia y periodicidad de las actividades docentes a realizar de modo que exista un balance adecuado de la carga docente de los estudiantes y profesores, para evitar excesos de actividades, así como su dispersión en el tiempo. Ambos aspectos influyen de forma negativa en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se precisa valorar la forma de organización que requiere la actividad docente a realizar, lo que posibilita la asignación adecuada de locales y tiempo.

Para garantizar el desarrollo exitoso de las actividades docentes y de aprendizaje, deben asegurarse las condiciones y recursos tanto materiales como organizativos, con suficiente anterioridad, para poder prever cualquier imprevisto y evitar la afectación al proceso.

3. Etapa de ejecución-evaluación

3.1. Objetivo: Implementar el sistema de actividades diseñado teniendo en cuenta que el mismo se dirige a garantizar la consecución de los objetivos, de forma tal que se rectifiquen los objetivos aún no alcanzados y se proyecte el proceso de enseñanza-aprendizaje a alcanzar nuevos objetivos.

3.2. Acciones:

- Orientar las actividades hacia la consecución del objetivo comunicativo.
- Realizar la orientación comunicativa del contenido, método, medio y evaluación.
- Evaluar la calidad de la expresión de ideas matemáticas.

3.3. Orientaciones metodológicas para la etapa de ejecución-evaluación.

La orientación hacia la consecución del objetivo en la actividad propicia que el estudiante comprenda lo que debe lograr en la misma, así como lo que debe comunicar en la interacción con el docente y los demás estudiantes para socializar los resultados obtenidos. Por tanto, la ejecución de las actividades debe iniciarse con un carácter eminentemente social, continuar con un carácter individual para luego volver al entorno social de la clase en un nivel superior, donde la comprensión y expresión de ideas matemáticas juegan un papel esencial.

En relación con el contenido se debe hacer explícito a los estudiantes, que el mismo se presenta mediante actividades de aprendizaje propiciadoras de la comunicación en matemática, tanto por la realización de acciones comunicativas, como por la forma de organización individual y/o colectiva. Dichas actividades exigen de su protagonismo, teniendo que expresar unos a otros sus ideas, puntos de vista, ofrecer explicaciones, argumentaciones, etc.

Los métodos, procedimientos y medios de enseñanza-aprendizaje seleccionados, deben promover la reflexión y valoración acerca de “qué se dice” (contenido) y “cómo se dice” (forma). Las preguntas o ayudas que se realicen deben estar dirigidas a orientar, estimular y controlar la ejecución del estudiante.

La evaluación de la calidad de la expresión de ideas matemáticas debe realizarse según la escala propuesta por Sobrado, Sarduy, & Montes de Oca (2016). Dicha evaluación debe estar encaminada a valorar el significado que los estudiantes otorgan a los conceptos y procedimientos; al significado y

sentido de los términos y símbolos matemáticos empleados; a la expresión de ideas matemáticas suficientemente argumentadas y lógicamente ordenadas; y a la concreción de las ideas representadas en forma oral, escrita y/o simbólica o gráfica.

Es necesario tener en cuenta que las actividades de aprendizaje diseñadas inicialmente pueden estar sujetas a modificaciones, de acuerdo a las condiciones cambiantes de cada grupo en lo particular y de cada estudiante en lo singular.

Resultados de la fase II del estudio. Implementación práctica de la estrategia didáctica

En la etapa inicial de la implementación de actividades que exigían al estudiante el cambio de diferentes registros de representación semiótica, su conversión de un registro de representación a otro, o la relación entre ellos; se pudo comprobar que sobresalían problemas relacionados con el insuficiente dominio de los conceptos, definiciones, axiomas, teoremas y procedimientos que se empleaban. Ello provocaba confusiones en cuanto al objeto matemático al que se referían y su forma de usarlo, como consecuencia del empleo ambiguo e indeterminado de los términos y símbolos matemáticos.

El trabajo inicial se centró en el dominio conceptual de los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos. Ello incidió de manera favorable en la manifestación de progresos de los estudiantes en la atribución del significado exacto y el sentido apropiado de su expresión. Dichos resultados se muestran a continuación.

Tabla 1. Distribución de los estudiantes según la precisión mostrada al atribuir a cada término y símbolo matemático usado el significado exacto y un sentido determinado

Precisión	Carreras universitarias											
	Lic. en Educ. esp. Mat.				Ingeniería Civil				Arquitectura			
	Antes		Después		Antes		Después		Antes		Después	
	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%
Bien	-	-	1	33,33	-	-	1	2,13	1	1,92	6	11,54
Regular	-	-	1	33,33	3	6,38	37	78,72	7	13,46	41	78,85
Mal	3	100,0	1	33,33	44	93,62	9	19,15	44	84,62	5	9,62
Total	3	100,0	3	100,0	47	100,0	47	100,0	52	100,0	52	100,0

Fuente: Análisis de contenido

Con respecto a la argumentación de las respuestas de los estudiantes a las preguntas que se formulaban o en la propia explicación de la solución del ejercicio que realizaban, se pudo comprobar que al inicio el débil dominio de la conceptualización de los objetos matemáticos y los elementos de la lógica que subyacen en la matemática, incidieron de manera negativa en las razones que exponían para afirmar o refutar la veracidad de un juicio determinado. Ello provocó que, durante el intercambio de los mensajes contentivos de las ideas matemáticas, predominara la presencia de elementos innecesarios e insuficientes en los argumentos que se mostraban para justificar las respuestas.

Al respecto se trabajó en función del dominio del aparato conceptual del tema en cuestión y en los elementos de la lógica correspondientes a la estructura lógica de los enunciados; con énfasis en las condiciones necesarias y suficientes en conceptos y teoremas. Luego se insistió en que el estudiante, al

presentar alguna duda o durante su explicación, debía argumentar empleando las propias definiciones, teoremas, axiomas o procedimientos de la matemática. En la siguiente tabla aparece detallado el nivel de evolución de esa variable.

Tabla 2. Distribución de los estudiantes según la argumentación mostrada en sus respuestas

Argumen- tación	Carreras universitarias											
	Lic. en Educ. esp. Mat.				Ingeniería Civil				Arquitectura			
	Antes		Después		Antes		Después		Antes		Después	
	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%
Bien	-	-	-	-	-	-	6	12,77	-	-	15	28,85
Regular	-	-	3	100,0	5	10,64	38	80,85	17	32,69	37	71,15
Mal	3	100	-	-	42	89,36	3	6,38	35	67,31	-	-
Total	3	100	3	100,0	47	100	47	100,0	52	100,0	52	100,0

Fuente: Análisis de contenido

Resulta válido señalar que el propio hecho de que el estudiante argumentara sus respuestas empleando las definiciones, teoremas, axiomas o procedimientos de la matemática, favoreció la jerarquización de ideas, al exponer la respuesta de los ejercicios. Este proceso se apoyó en la profundización de la deducción e ilación lógica de proposiciones y su estructura, en el empleo de mapas conceptuales y en la valoración colectiva de las exposiciones realizadas por los estudiantes, atendiendo a las cualidades en la secuencia de las ideas. En la tabla siguiente se muestra la evolución de la variable jerarquización de ideas en la exposición de ideas matemáticas.

Tabla 3. Distribución de los estudiantes según la jerarquización de ideas demostrada en sus respuestas

Jerarqui- zación de ideas	Carreras universitarias											
	Lic. en Educ. esp. Mat.				Ingeniería Civil				Arquitectura			
	Antes		Después		Antes		Después		Antes		Después	
	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%
Bien	-	-	1	33,33	-	-	4	8,51	-	-	19	36,54
Regular	-	-	2	66,67	9	19,15	37	78,72	14	26,92	33	63,46
Mal	3	100	-	-	38	80,85	6	12,77	38	73,08	-	-
Total	3	100	3	100,0	47	100,0	47	100,0	52	100,0	52	100,0

Fuente: Análisis de contenido

De igual forma quedó evidenciado que cuando se logra la comprensión de los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos, se produce un avance significativo en cuanto a la concreción de la expresión. Esto puede ser verificado a propósito de la materialización, de forma lógica y coherente, de una idea en el lenguaje. Como resultado de esta es posible expresar mejor las ideas matemáticas, al declarar lo esencial de las mismas. En la tabla 4 se muestra la evolución positiva de la variable concreción en la exposición de ideas matemáticas.

Tabla 4. Distribución de los estudiantes según la concreción demostrada en sus respuestas, declarando lo esencial de las ideas

Concreción	Carreras universitarias											
	Lic. en Educ. esp. Mat.				Ingeniería Civil				Arquitectura			
	Antes		Después		Antes		Después		Antes		Después	
	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%

Bien	-	-	1	33,33	-	-	4	8,51	-	-	21	40,38
Regular	-	-	2	66,67	5	10,64	34	72,34	9	17,31	31	59,62
Mal	3	100	-	-	42	89,36	9	19,15	43	82,69	-	-
Total	3	100	3	100,0	47	100,0	47	100,0	52	100,0	52	100,0

Fuente: Análisis de contenido

Al valorar la incidencia de cada una de las variables, según la escala empleada, se pudo establecer y mantener un control de los niveles de calidad de la expresión de ideas matemáticas que fueron evidenciando los estudiantes. Se aclara que durante el proceso investigativo se realizaron cinco cortes para determinar los niveles de calidad. En la tabla 5 solo se muestran el primero y el último de ellos, por ser considerados los más significativos a los fines del estudio que se realiza.

Tabla 5. Distribución de los estudiantes según la calidad de la expresión de ideas matemáticas demostrada en sus respuestas

Calidad de la expresión de ideas matemáticas	Carreras universitarias											
	Lic. en Educ. esp. Mat.				Ingeniería Civil				Arquitectura			
	Antes		Después		Antes		Después		Antes		Después	
	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%	Cant.	%
Muy alto	-	-	-	-	-	-	1	2,13	-	-	6	11,54
Alto	-	-	1	33,33	1	2,13	5	10,64	1	1,92	14	26,92
Medio	-	-	2	66,67	7	14,89	29	61,70	6	11,54	23	44,23
Bajo	-	-	-	-	16	34,04	7	14,89	14	26,92	6	11,54
Muy bajo	3	100	-	-	23	48,94	5	10,64	31	59,62	3	5,77
Total	3	100	3	100,0	47	100,0	47	100,0	52	100,0	52	100,0

Fuente: Análisis de contenido

Discusión

Los resultados obtenidos confirman que aspectos de tipo normativo como la precisión, concreción, argumentación y jerarquización de ideas en la construcción del mensaje con contenido matemático que se quiere transmitir, inciden en gran medida, en la calidad de la expresión de ideas matemáticas. Al respecto, se coincide con Mola (2013) en que las mismas son el fundamento de la estructura social que destaca las funciones comunicativa e interactiva del lenguaje, en el cual los sujetos involucrados intercambian diversos registros de representación semiótica, los cuales constituyen el medio para que el estudiante pueda materializar y comunicar sus conocimientos. Por demás, estos resultan esenciales para la apropiación de los conceptos por parte del estudiante.

Al respecto, se concuerda con Mola (2013); Pérez & Hernández (2017) y Báez, Heredia & Pérez (2017), en que la comprensión e interiorización de estos registros de representación semiótica y la transferencia entre ellos, son herramientas útiles para el trabajo matemático, debido a la generalidad de los objetos matemáticos; ya que los conceptos matemáticos no son directamente accesibles a la percepción del estudiante y no es posible enseñarlos sin recurrir a la noción de representación.

Estas ideas se sustentan en los planteamientos de Duval (2006), quién establece que el conocimiento matemático tiene características propias que hacen imposible su acceso sin el recurso de una variedad de registros de representación semiótica, entre los cuales la lengua materna juega un rol esencial.

De igual forma se coincide con Sarduy (1998); Montes de Oca (1998, 2001); Pérez, & Hernández (2017) en que el problema básico está en saber dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática de modo que se aprenda a usar el lenguaje matemático. Ello significa, según defienden Mola (2013); Fernández, & Brito (2018) y otros, la necesidad de desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el cual la comunicación verbal juegue un papel decisivo, pues mediante el lenguaje verbal se produce el intercambio de información que constituye el contenido de enseñanza. Ese intercambio de información exige un ordenamiento lógico y una estructuración en sistema que permita la obtención y aseguramiento del conocimiento matemático en el estudiante, implicándose de forma activa en este proceso; donde tanto la expresión oral como escrita deben ser capaces de comunicar lo esencial de forma precisa, clara y correcta, proceso que requiere una preparación y organización de las ideas, reforzadas por el correcto empleo del lenguaje matemático.

También se concuerda con Vergel (2014), en que la perspectiva triádica de Vygotsky [sujeto-signo-objeto] aporta elementos que resultan claves para entender el pasaje de lo interindividual y de lo colectivo a lo individual, dándole un lugar central a la interacción y permitiendo un avance importante en la conceptualización de la interacción social. Esta idea refuerza el criterio de los autores de que el profesor debe insistir en todo momento en que los estudiantes dominen los conceptos, definiciones, axiomas, teoremas y procedimientos de la matemática, ya que a medida que en el lenguaje se va materializando de forma lógica y coherente una idea, mejor será comprendida por el propio sujeto y por los que le rodean.

Conclusiones

La calidad de la comunicación en matemática de los estudiantes universitarios se puede mejorar de manera progresiva, si se concibe el proceso de enseñanza-aprendizaje potenciando el lenguaje verbal; y eso es posible, si se diseña el sistema de actividades y de evaluación a partir de la definición de objetivos orientados al desarrollo de la expresión de ideas matemáticas y argumentación de forma coherente y convincente. Ese aspecto hace preciso los posibles canales de comunicación del contenido matemático; y permite, la selección adecuada de los métodos, procedimientos y medios de enseñanza-aprendizaje que facilitan el carácter dialógico e interactivo de la clase.

El profesor debe lograr que los estudiantes dominen los conceptos, definiciones, axiomas, teoremas y procedimientos de la matemática, utilizando el vocabulario, la terminología y la simbología de esta ciencia y su estructura de forma acertada. Ello hace que en el lenguaje se vaya materializando de forma lógica y coherente una idea, lo cual incide de manera favorable en su comprensión.

La disponibilidad y uso de diversos sistemas de representación semiótica, sus transformaciones y conversiones, se consideran imprescindibles en la generación y desarrollo de los objetos matemáticos; y son el medio para que el estudiante pueda materializar y comunicar sus conocimientos.

Los resultados obtenidos permitieron corroborar la validez de la estrategia didáctica a los fines de mejorar la calidad de la comunicación en matemática de los estudiantes universitarios.

Recibido: febrero de 2018.

Aprobado: abril de 2018

Bibliografía

- Álvarez, J., Alonso, I., & Salgado, A. (2016). Resolución de problemas matemáticos en la Licenciatura en Educación Matemática-Física. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 4(1), 67-82. Recuperado el 14 de noviembre de 2017, de <http://www.runachayecuador.com/refcale/index.php/refcale/article/view/481/668>
- Espindola, A., Gutiérrez, M., Castellanos, X., Yordi, I., & Miranda, M. (2012). Estrategia didáctica para la dinámica del proceso docente educativo de la Matemática en la especialidad Bioestadística. *Humanidades Médicas*, 12(2), 347-359. Recuperado el 2 de abril de 2017, de <http://www.scielo.sld.cu/pdf/hmc/v12n2/hmc15212.pdf>
- Fernández, M., & Brito, R. (2018). Los errores cognitivos y sus causas: una mirada desde la didáctica de las ciencias exactas. *Transformación*, 14(1), 81-89. Recuperado el 5 de enero de 2018, de <https://www.revistas.reduc.edu.cu/index.php/transformacion/article/view/1677/pdf>
- Gómez, A. L., Guirette, R., & Morales, F. (2017). Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. *Educación Matemática*, 29(3), 189-224. Recuperado el 5 de enero de 2018, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262017000300189
- González, M. A., Mendoza, R., García, L., & Travieso, Y. (2016). Propuesta didáctica para perfeccionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en la formación de residentes en Ciencias Básicas Biomédicas. *Revista Educación Médica Superior*, 30(1), 75-90. Recuperado el 14 de noviembre de 2017, de <http://www.ems.sld.cu/index.php/ems/article/view/675/323>
- Mallart, A., & Deulofeu, J. (2017). Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 193-222. Recuperado el 18 de diciembre de 2017, de https://www.researchgate.net/profile/Albert_Mallart/publication/318820812_Estudio_de_indicadores_de_creatividad_matematica_en_la_resolucion_de_problemas/links/59f4db66aca272607e2a885c/Estudio-de-indicadores-de-creatividad-matematica-en-la-resolucion-de-pr
- Ministerio de Educación. (2016a). *Plan de Estudio de la Educación Primaria*. La Habana, Cuba: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación. (2016b). *Plan de Estudio de la Educación Secundaria Básica (4ta versión)*. La Habana, Cuba: Ministerio de Educación.

- Ministerio de Educación. (2016c). *Plan de Estudio de la Educación Preuniversitaria*. La Habana, Cuba: Ministerio de Educación.
- Mola, C. E. (2013). *Estrategia didáctica para la comprensión de los objetos del Álgebra Lineal en las carreras de ingeniería de la Universidad de Camagüey, Tesis doctoral inédita*. Camagüey, Cuba: Universidad de Camagüey. Recuperado el 17 de diciembre de 2017, de <http://www.bdigital.reduniv.edu.cu/index.php?page=13&id=597&db=2>
- Montes de Oca Recio, N. (1998). *La habilidad de expresión oral en el lenguaje matemático en la asignatura Geometría I. Tesis de maestría inédita*. Ciudad de La Habana, Cuba: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Montes de Oca Recio, N. (2001). *La argumentación en el lenguaje de la matemática: su contextualización en la asignatura de Geometría I. Tesis doctoral inédita*. Ciudad de La Habana, Cuba: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Pérez, K., & Hernández, J. E. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 20(2), 223-248. Recuperado el 18 de diciembre de 2017, de <http://www.clame.org.mx/relime/201704b.pdf>
- Sarduy, D. (1998). *Propuesta metodológica para el desarrollo de la habilidad, empleo de términos y símbolos matemáticos en la formación del profesor de matemática. Tesis de maestría inédita*. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Sobrado, E., Sarduy, D., & Montes de Oca, N. (2016). Evaluación de la expresión del profesor en formación al comunicarse en matemática. *Transformación*, 12(1), 101-111. Recuperado el 17 de diciembre de 2017, de <http://www.revistas.reduc.edu.cu/index.php/transformacion/article/view/1493/1472>
- Vergel, R. (2014). El signo de Vygotski y su vínculo con el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. *Folios*(39), 65-76. Recuperado el 18 de diciembre de 2017, de <http://www.scielo.org.co/pdf/folios/n39/n39a05.pdf>

Anexo

Anexo 1. Ejemplificación de dos actividades para mejorar la calidad de la expresión de ideas matemáticas

El ejemplo está concebido relacionando dos actividades para ser realizadas por dos equipos.

Al primer equipo se le asigna la actividad 1, que indica describir el gráfico de una función lineal que está dada por su ecuación. Primeramente, deben transferir de la forma de representación, mediante la ecuación, a la forma de representación gráfica, para luego realizar la descripción.

Luego, el segundo equipo tomará la descripción hecha por el primero y se le asignará la actividad 2, que consiste en representar la función descrita mediante su ecuación. En este caso también debe transferir

de una forma de representación a otra, lo que obliga a graficar según la descripción y luego determinar la ecuación que representa la función.

Al concluir el trabajo de los dos equipos debe resultar que la ecuación dada al primer equipo y la obtenida por el segundo, sean iguales. En ese momento, a través del debate, debe realizarse la valoración de los procesos de comprensión y expresión de ideas matemáticas.

Copyright ©Transformación/ (CC BY-NC-SA 4.0)