



Evaluación de la expresión del profesor en formación al comunicarse en matemática

Assessing the expression of teachers under training when communicating in a mathematical context

M. Sc. Estrella Sobrado Cárdenas

estrella.sobrado@reduc.edu.cu

M. Sc. Delia Sarduy Nápoles

delia.sarduy@reduc.edu.cu

Dr. C. Nancy Montes de Oca Recio

nancy.montes@reduc.edu.cu

Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz"

Sobrado Cárdenas y Sarduy Nápoles son profesoras Auxiliares del Departamento de Ciencias Exactas de la Facultad Ciencias Pedagógicas Profesorado Superior, de la Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", ambas tienen una maestría Investigación Educativa. **Sobrado Cárdenas** actualmente se desempeña como profesora principal de la disciplina Álgebra, en la carrera Matemática-Física. **Sarduy Nápoles** posee la condición docente especial de Profesor Consultante, una y otra son investigadoras del proyecto de investigación "La formación integral del profesional de Matemática-Física desde el enfoque interdisciplinario". **Nancy Montes de Oca Recio** es profesora Titular del Centro de Estudios "Enrique José Varona" de la Universidad de Camagüey "Ignacio Agramonte Loynaz", Doctora en Ciencias Pedagógicas y Máster en Investigación Educativa. Forma parte de los Comités Académicos de la Maestría en Ciencias de la Educación Superior, de la Maestría de Enseñanza de la Matemática y del Doctorado tutelar en Ciencias Pedagógicas que se imparten en la Universidad de Camagüey. Coordinó el proyecto Internacional de mejora de enseñanza de la Matemática de la Universidad APEC de Santo Domingo. Se desempeña como árbitro internacional del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, árbitro de la revista Humanidades Médicas y de la revista Cuadernos de Pedagogía de República Dominicana.

RESUMEN

El presente artículo muestra resultados de una investigación que da respuesta a las insuficiencias que presenta la comunicación sobre temas de matemática, particularmente en la dimensión expresión, del profesor en formación de la carrera Licenciatura en Educación especialidad Matemática-Física. Tiene como objetivo ofrecer un marco de referencia acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y una escala valorativa para evaluar la calidad de la referida expresión. Se emplearon como métodos la observación en la determinación de las insuficiencias de la expresión, la revisión bibliográfica en la determinación de los presupuestos teóricos-metodológicos acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje, el análisis-síntesis al contextualizar dichos presupuestos en la enseñanza aprendizaje de la Matemática, la validación de expertos en la precisión de los indicadores, y la modelación en la construcción de la escala. Se describen los resultados, diagnóstico de las insuficiencias en la comunicación en Matemática, marco de referencia que incluye una caracterización de la comunicación en Matemática y presupuestos teóricos-metodológicos, indicadores y una escala para evaluar la calidad de la expresión al comunicarse en matemática.

Palabras clave: matemática, expresión, escala ordinal valorativa

ABSTRACT

This article describes the findings of a research in tended to face current shortcomings in communication in mathematics, particularly in the formative process of mathematic would-be teachers' expression. The article aims to provide a framework about communication in the teaching and learning of mathematics and aerating scale for assessing the quality of that expression .Several method were used. Observation in determining the limitations of expression; literature review, analysis and synthesis in the construction of a framework related to communication in the teaching-learning process of mathematics, expert surveying to evaluate the accuracy of the indicators, and modeling in the construction of the scale. The findings include the diagnosis of short comings in communication in Mathematics, the framework just mentioned, indicators and a scale for assessing the quality of expression to communicate in mathematics.

Keywords: Communication in mathematics, mathematical expression, valuation ordinal scale

La comunicación ha pasado a ser en estos tiempos un punto focal de atención de los estudiosos de muchas ciencias, se relaciona con la psicología, la cibernética, la lingüística, entre otras, y tiene aplicación en diferentes ámbitos de la vida social como la educación, la computación, el arte, el periodismo, la publicidad, el diseño gráfico, y otras ramas. Al valorar la comunicación humana es necesario retomar que sus bases se encuentran en las relaciones que se establecen entre sujetos, constituyendo un recurso de participación que propicia el desarrollo y crecimiento personal entre aquellos que se implican en las situaciones comunicativas específicas, pues genera experiencias y conocimientos válidos para toda la vida.

En cualquier esfera del desempeño profesional, el dominio de la información se demuestra al expresarla mediante la utilización adecuada del lenguaje verbal, es decir, mediante palabras. Esto requiere poseer un amplio vocabulario, precisión en la expresión de ideas así como ordenarlas según la lógica que sigue la construcción y exposición de lo que se dice (Fernández, Álvarez, Reynoso y Duran, 2002).

En el proceso de enseñanza aprendizaje la comunicación verbal juega un papel decisivo, es mediante el lenguaje verbal que se produce el intercambio de información que constituye el contenido de la enseñanza.

Específicamente, la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, es identificada como un enfoque didáctico por algunos autores (Galindo, M. 1992; Fernández, M., 1994; Garnica, I., 1990). Entre los principales rasgos característicos de este enfoque se considera la adquisición del nuevo conocimiento, producida en la interacción del estudiante con los objetos cognitivos, el profesor y otros estudiantes. Otros investigadores como Duval (1999), Godino, J. (2003), Godino, J., Contreras, A. y Font, V. (2006), Neshet, (2000), González, M. (2010), han hecho alusión a la importancia que reviste, para estudiantes y docentes, el hecho de dominar la terminología para lograr la construcción de los significados matemáticos.

Como se aprecia, las perspectivas teóricas recientes reconocen la necesidad de enfocarse en el

aprendizaje de la matemática como un proceso que necesariamente tiene en cuenta el uso del lenguaje, lo cual conlleva a la necesidad de desarrollar normas socio-matemáticas de discurso y comunicación en el aula (Cobb, Yackel y McClain, 2000).

Además de lo expresado, en Cuba se han desarrollado investigaciones por diferentes autores, entre otros, Sarduy, D. (1998), Sobrado, E. (1998); Montes de Oca, N. (1998, 2001); Rojas, E. (2009), relacionadas con la comunicación en el proceso docente-educativo de la Matemática de los docentes en formación; en las mismas se han realizado propuestas para favorecer la comunicación en Matemática desde la perspectiva del desarrollo de habilidades necesarias e imprescindibles como son: emplear términos y símbolos matemáticos, explicar y argumentar.

Por otra parte, el Modelo del Profesional del Plan de Estudio "D" de la Carrera de Licenciatura en Educación especialidad Matemática-Física (2012), en sus objetivos generales y por año, manifiesta las aspiraciones referidas a la comunicación, propias de este profesional, el cual debe saber expresar, comprender y evaluar críticamente sus ideas y las de otros, sobre la base de una adecuada utilización de la lengua materna y del vocabulario técnico de las disciplinas.

Del análisis efectuado se infiere que la tendencia es a asumir cada vez más el aprendizaje de la matemática desde una perspectiva social, donde la comunicación juega un papel primordial; sin embargo, en la búsqueda de investigaciones enfocadas al estudio del tema, no se encontraron resultados sistematizados referidos a la evaluación de la calidad de la expresión en la formación del profesional de la educación que enseña matemática.

A partir de lo expresado anteriormente, y en contraposición a las insuficiencias que aún presenta la comunicación en matemática del profesor en formación, particularmente en la dimensión expresión, las autoras se proyectaron hacia la búsqueda de una solución científica que diera respuesta a tales exigencias. En consecuencia, el objetivo de este artículo es ofrecer un marco de referencia acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y una escala valorativa para evaluar la calidad de la referida expresión.

Métodos

Se realizó una observación del desempeño de los profesores en formación en actividades docentes, en la práctica laboral y en pruebas orales, para determinar las insuficiencias en la comunicación en matemática, con el empleo de un guión elaborado con criterios que indicaron la presencia de cualidades de la comunicación sobre la base de la experiencia de las investigadoras.

Se utilizó el análisis documental y la revisión bibliográfica, para valorar las cualidades que requiere la comunicación en este contexto de actuación.

A su vez la revisión bibliográfica y el análisis-síntesis posibilitaron la determinación del marco de referencia acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y los presupuestos teóricos-metodológicos.

Tomando en consideración las sugerencias brindadas en *Indicadores e Investigación Educativa* (Campistrous y Rizo, 1998), se utilizó la valoración de expertos para validar los indicadores de la calidad

de la expresión en el contexto referido, del mismo modo, se construyó la escala valorativa, con el empleo de la modelación.

Resultados y discusión

La observación del desempeño de los profesores en formación permitió obtener un diagnóstico de las insuficiencias en la comunicación en Matemática, las que se manifestaron de la manera siguiente:

- Empleo incorrecto de términos y símbolos matemáticos. Uso incorrecto de las operaciones lógicas del cálculo proposicional, del cálculo de predicado y de los artículos determinados e indeterminados.
- Las proposiciones expresadas no fundamentan la veracidad del juicio o proposición matemática a argumentar, al utilizar argumentos falsos o no suficientes, así como la sustitución de premisas y/o tesis por otras no equivalente.
- Expresión de rasgos, propiedades y nexos no esenciales en las definiciones, proposiciones y procedimientos que se formulan.
- Establecimiento incorrecto del nexo lógico entre premisa y conclusión.

En ellas se aprecia una inadecuada utilización del vocabulario técnico de la matemática, así como dificultades en la construcción del mensaje que se quiere transmitir, lo que distorsiona las ideas que se expresan y por tanto, no podrán ser perfectamente comprendidas por otros.

Una comunicación con estas características no permite realizar una valoración crítica correcta de lo expresado, ni hará posible la comprensión de significados que deriven en conceptos, convicciones, etc.

El diagnóstico realizado ofreció una valoración general del fenómeno observado, lo cual no permitió establecer niveles para evaluar la calidad de la expresión en matemática y motivó la búsqueda de indicadores que permitieran determinar el grado de adecuación de la expresión con respecto a un modelo establecido. Por consiguiente, el accionar investigativo se dirigió a la determinación del marco referencial acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y los presupuestos teóricos-metodológicos.

El tema de la comunicación ha sido abordado por diversos autores en las diferentes épocas. Al igual que muchos otros conceptos no es posible encontrar una definición de comunicación única aceptada por todos. L.S. Vigotski interpreta *la comunicación como un intercambio de pensamientos, sentimientos y emociones*. Una de sus ideas centrales en relación con la comunicación es aquella citada por M. I. Álvarez según la cual [...] *“los seres humanos se desarrollan en [...] la propia actividad [...] y es por medio de [ella] que se produce el desarrollo de los procesos psíquicos y la consiguiente apropiación de la cultura, por lo cual la actividad humana es siempre social e implica [...] la relación con otras personas, [dando lugar al] mundo espiritual de cada uno, [a] su personalidad”* (2002, pág.1).

También el tema ha sido estudiado por diversos autores cubanos que han aportado resultados en la investigación educativa, desde enfoques teóricos o prácticos, tales como Domínguez, I. (2003), Báez, M. (2006), Reinoso, C., Fernández, A. M., Álvarez, M. I., Gutiérrez, G., Valcárcel, N., Domínguez, I. et al. (2007); entre otros, los que han ampliado el conocimiento, distinguiendo ideas esenciales acerca de la comunicación.

Según González, F. “*la comunicación es la interacción de las personas que entran en ella como sujeto. No sólo se trata del influjo de un sujeto en otro (aunque esto no se excluye) sino de la interacción. Para la comunicación se necesitan como mínimo dos personas, cada una de las cuales actúa como sujeto*” (1995, pág. 6).

Por su parte González, V. plantea: “[...] *la comunicación es un proceso de interacción social a través de símbolos y sistemas de mensajes que se producen como parte de la actividad humana (aunque no debe confundirse con ella)[...]*” (1989, pág.1).

De las referencias anteriores se infiere que la actividad es la relación sujeto-objeto, y la comunicación constituye la expresión de las relaciones entre sujetos, es decir, son formas de relación humana con la realidad. Ellas constituyen una unidad dialéctica por su carácter complementario e interdependiente.

Las autoras implicadas en esta investigación, asumen las ideas de González, V. expresadas anteriormente, por considerarse apropiadas según el contexto de actuación, al entender el proceso de enseñanza aprendizaje como proceso comunicativo, que se caracteriza por el intercambio de información (verbal y no verbal) que constituye el contenido de enseñanza y por las relaciones entre los sujetos implicados en él.

El objeto de estudio de la matemática como ciencia son las relaciones cuantitativas y espaciales de la realidad objetiva. Su carácter abstracto se materializa además, en un lenguaje de términos y símbolos especializados. Desde el punto de vista marxista, la actividad matemática se concibe como un proceso en el cual el individuo opera, no con el mundo que lo rodea de forma directa, sino con objetos ideales y sus representaciones a través del lenguaje matemático, es decir, el sistema de acciones para actuar no puede desligarse del uso de la terminología y simbología especializada del lenguaje matemático, que se define a través del contenido matemático, en los conceptos, las relaciones que se establecen entre ellos, las propiedades, las inferencias lógicas, las representaciones geométricas, etc.

La matemática puede ser expresada en ideas, de forma oral, escrita o gráfica, cada una de estas formas tiene sus características propias, pero tienen en común la intención comunicativa; ellas se interrelacionan y se complementan y son indispensables para la comunicación en matemática.

De la indagación teórica acerca de la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje y de los resultados del proyecto de investigación donde participaron las autoras del presente artículo, se aporta la siguiente caracterización:

Comunicación en matemática significa utilizar su vocabulario, su forma de notación y su estructura para expresar y entender ideas y relaciones, es decir, expresar ideas matemáticas hablando, escribiendo y representándolas visualmente así como entender, interpretar y juzgar ideas matemáticas presentadas en forma escrita, oral o visual. (Álvarez, A., Sobrado, E., Sarduy, D., Montes de Oca, N., Quintero, G., Fernández, M., 2005, pág. 54)

Así entendida la comunicación en matemática es posible distinguir en ella dos dimensiones: *comprender* y *expresar* ideas matemáticas. La comprensión en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática supone captar los significados que otros han transmitido. En ella, el sujeto percibe un conjunto de sonidos o letras que debe identificar perfectamente, capta su configuración, reconociendo palabras y símbolos,

descubre relaciones entre las palabras y las oraciones entre sí, decodifica y capta su significado, lo que le permite representarse el objeto o proceso real. La expresión es el proceso inverso, se trata de representar en el lenguaje natural y/o simbólico un objeto o proceso y compartir o transmitir esa representación al otro.

También en dicho proceso al expresar ideas, se entretajan significados, expresiones y sonido o imagen. Esto se explica porque el significado se construye con palabras y se exterioriza como expresión oral o escrita.

Del análisis de la relación existente entre la comprensión y la expresión fue posible reconocer que en ambas está presente la utilización del lenguaje matemático, así como la relación existente entre pensamiento y lenguaje.

En su obra *Pensamiento y Lenguaje*, Vigotski (1996), reconoce la importancia del lenguaje en la formación de los procesos psíquicos y describe la relación entre el lenguaje y el pensamiento dentro de una zona de intersección, a la cual le corresponde el pensamiento verbal, es decir, el que se construye con palabras.

Desde el punto de vista materialista dialéctico, la relación entre el pensamiento y el lenguaje es frecuentemente expresada por la frase de Marx y Engels (s/a) *“el lenguaje es la envoltura material del pensamiento”* (pág. 84). Así mismo Vigotski, L.S. (1996) se refiere a dicha relación de la manera siguiente: *“El pensamiento no se expresa simplemente en palabras, sino que existe a través de ellas”* (pág 139)

En relación con estas ideas González, V. ha aportados dos comentarios que cobran especial validez para la comprensión y expresión del contenido de la matemática. En el primero se refiere a que *“mientras más clara es una idea en el pensamiento, su expresión a través de la palabra es más completa, mientras en el lenguaje se materialice de forma más lógica y coherente una idea, mejor será comprendida por el propio sujeto y por los que lo rodean* (1995, pág. 173). La segunda destaca como *“de esta manera se hace ver al lenguaje como la forma fundamental de existencia del pensamiento, esto se explica porque en el lenguaje se formula el pensamiento y al formularlo se forma así mismo.* (1995, pág. 245).

Todo el estudio realizado permitió a las autoras obtener las inferir que la comunicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática implica comprender y expresar ideas, usar pensamiento y lenguaje (bases del aprendizaje), así como que la comunicación en matemática es parte integrante del conocer y usar la matemática, mediante la expresión es posible valorar la comunicación en matemática y contribuir a su desarrollo en el referido proceso y finalmente que la expresión en la comunicación en matemática, es identificada como la dimensión a la cual dirigir el accionar investigativo.

Al considerar que el objeto de trabajo del profesional de esta carrera es el proceso educativo y en particular, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y la física, en las diferentes educaciones, resulta indiscutible que en su formación, la dimensión *expresión* debe constituir una práctica consciente, sistemática y dirigida a: ordenar adecuadamente las ideas, emplear acertadamente el vocabulario, los términos y símbolos matemáticos, manifestar las ideas con seguridad y en forma concreta, expresar argumentos suficientes, en fin, estructurar y expresar adecuadamente el mensaje.

Mediante el estudio de las fuentes referidas sobre la comunicación y otras relacionadas con Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., García, M. , 1992), Cobb, y McClain (2000), Nesher (2000), se determinaron los indicadores, para evaluar la calidad de la expresión en matemática.

Los indicadores validados (Álvarez A. et al., 2005, págs. 130-133), fueron definidos como sigue:

- **Precisión (I_1):** Atribuir a cada término y símbolo matemático usado, el significado exacto y un sentido determinado. No existe ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo.
- **Argumentación (I_2):** Dar razones para afirmar o refutar la veracidad de un juicio dado, a partir del cumplimiento de los elementos necesarios y suficientes.
- **Jerarquización (I_3):** Exponer las ideas importantes ordenadamente.
- **Concreción (I_4):** Declarar lo esencial de las ideas.

Luego se caracterizó el nivel de dominio de cada indicador y se construyó una escala valorativa (Campistrous y Rizo, 1998) como instrumento que auxilia la observación externa, en el estudio de la calidad de la expresión al comunicarse en matemática (Reinoso et al., 2007; Bermúdez, R. y Rodríguez, M., 1996).

El nivel de dominio de cada indicador fue medido en una escala ordinal de tres valores: bien, regular, mal. (ANEXO I). A partir de la medida de cada indicador es posible tener un criterio sobre su comportamiento, lo que indica parcialmente la calidad de la expresión que se desea evaluar. Sin embargo, para obtener una valoración completa de ella, debe atenderse a todos los indicadores en conjunto.

En consecuencia, los valores de la calidad de la expresión en matemática son cuartetos ordenados donde la primera componente se refiere a la precisión (I_1), la segunda a la argumentación (I_2), la tercera a la jerarquización (I_3) y la cuarta a la concreción (I_4), por lo que resultan 81 cuartetos diferentes, las que no guardan un orden natural entre ellas.

Para lograr la evaluación deseada, se construyó una escala ordinal estableciendo una correspondencia, que asoció a cada cuarteto de valores de los indicadores, una de las cinco categorías, a saber: muy alto; alto, medio; bajo y muy bajo. Estas categorías son los valores que indican la calidad de la expresión en matemática de cada alumno evaluado (ANEXO II)

Esta escala puede ser empleada como instrumento para dirigir la observación externa, contrastando la ejecución del alumno con los indicadores referidos, y también como medio de autovaloración, toda vez que puede ser entregada a este, para que evalúe su propia expresión al comunicarse en matemática.

Mediante la utilización de dicha escala, puede lograrse un diagnóstico diferenciado de cada indicador, así como de la calidad de la expresión al comunicarse en matemática. Esta forma de diagnosticar posibilita detectar las dificultades y definir hacia donde debe ir encaminado el accionar pedagógico.

Conclusiones

Los resultados de la investigación realizada, apoyados en los criterios teóricos metodológicos adoptados han permitido concluir que como la comunicación en matemática significa utilizar su vocabulario, su forma de notación y su estructura para expresar y entender ideas y relaciones, entonces, ella puede considerarse parte integrante del conocer y usar la matemática.

El profesional de la especialidad Matemática-Física tiene como objeto de trabajo el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en consecuencia resulta un imperativo que la expresión precisa, argumentada, jerarquizada y concreta, constituya una meta a lograr en su formación.

La expresión en la comunicación en matemática se identificó como la dimensión a la cual dirigir el accionar investigativo, ya que mediante ella es posible valorar esa comunicación y contribuir a su desarrollo en el referido proceso. Los indicadores y escala propuesta, se determinaron a partir de los presupuestos teóricos-metodológicos asumidos y de la consulta al registro de sistematización de las autoras en el contexto de la formación del profesional de la educación de la especialidad correspondiente.

La escala construida puede ser empleada como instrumento que auxilia la observación externa, y como medio de autovaloración. Mediante su utilización se logra un diagnóstico diferenciado de cada indicador y se evalúa la calidad de la expresión en matemática, atendiendo a todos los indicadores en conjunto, lo que posibilita detectar las dificultades y definir hacia donde debe ir encaminado el accionar pedagógico.

Recibido: abril 2015

Aprobado: noviembre 2015

Bibliografía

- Álvarez, A., Sobrado, E., Sarduy, D., Montes de Oca, N., Quintero, G., & Fernández, M. (2005). *La enseñanza aprendizaje de la matemática y su contribución a la formación del profesional de la educación del área de ciencias. Informe de investigación*. Camagüey: Instituto Superior Pedagógico "José Martí".
- Báez, M. (2006). *Hacia una comunicación más eficaz*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester, S., Santana, H., Hernández, S., Cruz, I., Arango, C., & García, M. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática (Vol. I)*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Cobb, Y., & McClain, K. (2000). *Symbolizing and Communications in Mathematics Classrooms*. London: Lawrence Erlbaum Associated.
- Domínguez, I. (2003). *Comunicación y discurso*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?*. Ciudad México: Iberoamérica. .
- Fernández, A. M., Álvarez, M. I., Reynoso, C., & Duran, A. (2002). *Comunicación Educativa*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Fernández, M. (1994). Sobre los diversos lenguajes Matemáticos y del paso de unos a otros. *Suma* (16), 35-47.
- Galindo, M. (1992). Conjeturas y pruebas: el uso de gráficos en la enseñanza de la Matemática. *IV Simposio Intencional sobre investigación en Educación Matemática*. Madrid.
- Garnica, I. (1990). Acerca de la noción del proceso de transferencia de significados matemáticos comunidad de análisis para la investigación en Matemática Educativa. *IV Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación*. Ciudad de La Habana.

- Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico- semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Recuperado el 20 de enero de 2014, de Didáctica de la Matemática: [http://www.ugr.es/local/jgodino/ indice- tfs. htm](http://www.ugr.es/local/jgodino/indice-tfs.htm).
- González, M. (2010). *Estrategia didáctica sustentada en un modelo matemático-comunicativo para favorecer la argumentación en matemática. Tesis doctoral inédita*. Camagüey: Universidad de Camagüey.
- Marx, C., & Engels, F. (s.f.). *Obras Completas (Vol. 2)*. (Vol. II). Moscú: Lenguas extranjeras.
- Ministerio de Educación. (2010). *Modelo del Profesional. Plan de Estudio "D". Carrera de Licenciatura en Educación, especialidad Matemática – Física*. Ciudad de La Habana.
- Montes de Oca, N. (1998). *La habilidad de expresión oral en el lenguaje matemático en la asignatura Geometría I. Tesis de maestría inédita*. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).
- Montes de Oca, N. (2001). *La argumentación en el lenguaje de la matemática: su contextualización en la asignatura de Geometría I. Tesis doctoral inédita*. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).
- Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió, J. Deulofeu, & A. Bishop, *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (págs. 109-124). Barcelona: Graó.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically*. New York: Routledge and Kegan Paul.
- Reinoso, C., Fernández, A. M., Álvarez, M. I., Gutiérrez, G., Valcárcel, N., & Domínguez, I. (2007). *Técnicas para el estudio y desarrollo de la competencia comunicativa de los profesionales de la Educación*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación. .
- Rojas, E. (2009). *Estrategia metodológica para la preparación de los docentes en el tratamiento de la habilidad argumentar en la Matemática del segundo ciclo de la escuela "Rafael María de Mendive". Tesis de maestría inédita*. Camagüey: Universidad de Ciencias Pedagógicas José Martí.
- Sarduy, D. (1998). *Propuesta metodológica para el desarrollo de la habilidad, empleo de términos y símbolos matemáticos en la formación del profesor de matemática. Tesis de maestría inédita*. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).
- Sobrado, E. (1998). *Propuesta metodológica para el desarrollo de la habilidad explicar en la formación del profesor de matemática. Tesis de maestría inédita*. Ciudad de La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (ICCP).
- Vigotski, L. S. (1996). *Pensamiento y Lenguaje*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

ANEXO 1

Indicadores para evaluar la expresión de ideas matemáticas

Precisión (I₁): Atribuir a cada término y símbolo matemático usado el significado exacto y un sentido determinado. No existe ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo.

- Bien: No existe ambigüedad, indeterminación, confusión en cuanto al objeto matemático al que se refiere o la forma de usarlo.
- Regular: Presenta ambigüedad, confusión al referirse algún objeto matemático o a la forma de usarlo.
- Mal: Presenta ambigüedad, confusión al referirse algún objeto matemático y también en la forma de usarlo.

Argumentación (I₂): Dar razones para afirmar o refutar la veracidad de un juicio dado a partir del cumplimiento de los elementos necesarios y suficientes.

- Bien: Da razones necesarias y suficientes.
- Regular: Da razones necesarias o suficientes.
- Mal : Da razones que no son necesarias ni suficientes

Jerarquización de ideas (I₃): Exponer las ideas importantes ordenadamente.

- Bien: Expone las ideas importantes ordenadamente.
- Regular: Expone ideas importantes no ordenadamente.
- Mal: Expone ideas no importantes y no ordenadamente.

Concreción (I₄): Declarar lo esencial de las ideas.

- Bien: Declara siempre lo esencial de las ideas
- Regular: Declara lo esencial de las ideas algunas veces.
- Mal: No declara lo esencial de las ideas.

ANEXO 2

TABLA 1				
Escala para evaluar la calidad de la expresión en Matemática (I ₁ , I ₂ , I ₃ , I ₄)				
Muy alto	Alto	Medio	Bajo	Muy bajo
(B, B, B, B)	(B, B, R, B) (B, R, B, B)	(B, B, M, B) (B, R, R, B) (B, R, M, B) (B, M, B, B) (B, M, R, B) (B, M, M, B) (B, B, B, R) (B, B, R, R) (B, B, M, R)	(B, M, M, R) (B, B, B, M) (B, B, R, M) (B, B, M, M) (B, R, B, M) (B, R, R, M) (B, R, M, M) (B, M, B, M) (B, M, R, M)	(R, M, M, M) (M, B, M, B) (M, R, M, B) (M, M, B, B) (M, M, R, B) (M, M, M, B) (M, B, M, R) (M, R, M, R) (M, M, B, R)

		(B, R, B, R)	(B, M, M, M)	(M, M, R, R)
		(B, R, R, R)	(R, M, M, R)	(M, M, M, R)
		(B, R, M, R)	(R, B, B, M)	(M, B, B, M)
		(B, M, B, R)	(R, B, R, M)	(M, B, R, M)
		(B, M, R, R)	(R, B, M, M)	(M, B, M, M)
		(R, B, B, B)	(R, R, B, M)	(M, R, B, M)
		(R, B, R, B)	(R, R, R, M)	(M, R, R, M)
		(R, B, M, B)	(R, R, M, M)	(M, R, M, M)
		(R, R, B, B)	(R, M, B, M)	(M, M, B, M)
		(R, R, R, B)	(R, M, R, M)	(M, M, R, M)
		(R, R, M, B)	(M, B, B, B)	(M, M, M, M)
		(R, M, B, B)	(M, B, R, B)	
		(R, M, R, B)	(M, R, B, B)	
		(R, M, M, B)	(M, R, R, B)	
		(R, B, B, R)	(M, B, B, R)	
		(R, B, R, R)	(M, B, R, R)	
		(R, B, M, R)	(M, R, B, R)	
		(R, R, B, R)	(M, R, R, R)	
		(R, R, R, R)		
		(R, R, M, R)		
		(R, M, B, R)		
		(R, M, R, R)		

Leyenda: (I₁, I₂, I₃, I₄)

Indicadores:

Precisión (I₁) Argumentación (I₂) Jerarquización de ideas (I₃) Concreción (I₄)