

# 確率幾何学とアドホックネットワークについての考察

米山 寛二, 田中裕顕<sup>1</sup>, 石井 博昭<sup>1</sup>

社会システム環境学大講座、大阪大学大学院情報科学研究科<sup>1</sup>

## Stochastic Geometry and Ad hoc Networks

Kanji YONEYAMA, Hiroaki TANAKA<sup>1</sup>, Hiroaki ISHII<sup>1</sup>

Laboratory of Environment for Social System,

School of Human Science and Environment,

University of Hyogo,

1-1-12 Shinzaike-honcho, Himeji, Hyogo 670-0092 Japan

Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University<sup>1</sup>

**Abstract** An ad hoc network is a network made of a collection of mobile nodes that gather spontaneously and communicate without requiring a pre-existing infrastructure. Of course an ad hoc network uses a wireless communication medium. It can be applied in military, rescue and emergency operations, and high speed access to internet. It was recently shown that stochastic geometry can be used for the modeling and performance evaluation and the cost analysis of several classes of communication networks. The general idea consists in representing all objects of a large network as realizations of point or random set processes; e.g. mobiles or base stations as point processes, local areas as random cells etc. This paper introduces stochastic geometry models for an ad hoc network. We first summarize the basic theory in stochastic geometry for the modeling of communication networks. We mainly provide an application of stochastic geometry to medium access, routing and power efficiency in an ad hoc network.

**key words:** stochastic geometry, ad hoc network, medium access, routing, power efficiency

## 1 はじめに

アドホックネットワークは、インターネットや携帯電話網などのような固定的なインフラや集中管理機構がないネットワークとして注目されている。現在、政府によってユビキタス社会が提案され、今後センサを中心としたセンサネットワークが社会へ益々浸透していくものと思われる。センサネットワークはアドホックネットワークの一形態としてある。アドホックネットワークは、その実ネットワークとしてあるセンサネットワークを包括するネットワークの一「形態」として益々研究や実用化が進むものと考えられる [1]。

一方、これまで電話の誕生以来トラフィックの解析は主に待ち行列理論を援用して解析されてきた。しかし、第3世代携帯電話の登場によって、従来のチャネル割当てに基づく呼損系のモデルでは性能評価することができず、基地局からの距離や干渉率など種々のパラメータによる呼の位置に依存した空間的な電力分布によって性能評価する必要がある。そのためには動植物や河川など天然資源の管理に主に応用されてきた確率幾何学が通信分野にも適用されるようになった [2]。

アドホックネットワークは、自己編成機能を持ち適応性を備えている。そのためにはスペクトル割り当て、メディアアクセス、ルーティング、マルチキャスト、電力

効率など多くの問題を解決する必要がある [3]。

本論文では、まずアドホックネットワークの特徴を述べたあと、通信網のモデル化によく用いられる基本的な確率幾何学の理論について述べる。次にメディアアクセス、ルーティング、電力効率に対して確率幾何学を応用した事例について述べ、最後にまとめを行う。

## 2 アドホックネットワークとは

アドホックネットワークとは「一時的で、固定的なインフラや集中管理機構がないネットワーク」と説明される。固定的なインフラがないということで、インターネットも携帯電話網もアドホックネットワークでない。また、集中管理機構がないということでは、従来型のクライアント・サーバ型ではなく、自律分散、対等通信 (Peer to Peer) が基本となる。現在、アドホックネットワークを定義づける特徴として、(A) 固定的なネットワークインフラが存在しない、(B) 集中管理機構がない、(C) ネットワークトポロジが頻繁に変化 (無線通信・モバイル環境が前提)、(D) マルチホップネットワーク、が挙げられている。図1にアドホックネットワークにおける通信の様子の例を示す。円は通信エリア、円の中心の白丸はノードを表す。このように経路が動的に変化 (アドホック) し、リレー式に転送 (マルチホップ) する。

アドホックネットワークは、アドホックの意味する「その場限りの」通信を行うネットワーク、即ち実ネットワークではなくネットワークの「形態」を表す。この意味で、センサ群を接続した実ネットワークであるセンサネットワークと、同一軸で比較できるものではない。しかし、センサネットワークがこれらの特徴を満たせばアドホックネットワークということになる。

一般には、センサネットワークが、(ア) センスしたデータのみを扱う、(イ) モバイル環境を前提としない、(ウ) 末端のセンサ同士の対等型通信よりは末端のセンサと基地局に相当するノードあるいはアクセスポイントとの間の階層型の通信が中心、(エ) IP による通信を前提としない、という特徴を持つので、これらの点からセンサネットワークとアドホックネットワークを区別することもある。

アドホックネットワークの研究は、1970年代初頭の米国の DARPA における軍事研究を起源としている。既にアドホックネットワークの研究は約30年以上の間研究されてきたが、軍用などの特殊目的を除き、まだほとんど実用には至っていない。アドホックネットワークは、戦場という苛酷な通信環境における無線通信の研究を起源とするため、比較的近い環境にある、公共的なサービスとしての災害時におけるライフラインとしての応用が考えられている。また、民間のビジネスとしては、商品倉庫管理、建築工事現場、農場、イベント会場、高度道路交通システムなどへの応用が検討されている。

アドホックネットワークが直面している問題としては、(a) スペクトルの割当てと購入、(b) メディアアクセス、(c) ルーティング、(d) マルチキャスト、(e) 電力効率、(f) TCP パフォーマンス、(g) サービスロケーション、プロビジョン、アクセス方法、(h) セキュリティとプライバシーが挙げられる。特に、アドホックネットワークでは (b) において、同じメディアを複数のモバイルアドホックノードが共有するため、共通チャネルへのアクセスを MAC プロトコルによって、分散方式で制御しなければならない。MAC プロトコルは、チャネルへのアクセス権を競い合うのと同時に、隣接ノードとの衝突をできる限り回避しなければならない。このとき、モビリティ、隠れ端末問題、さらし端末問題を必ず考慮しなければならない。また、アドホックネットワークでは、自由に移動できないパケット無線ネットワークと違って、動的にトポロジが変化する。既存の距離ベクトルやリンク状態に基づいたルーティングプロトコルは、アドホックネットワーク内で頻繁に起きるリンクの変化をとらえることができず、結果として品質の悪いルーティングや非常に低いスループットを招くことになる。このため (c) において、新たなルーティングプロトコルが必要なのである。さらに、多くのネットワークプロトコルは、中心となるホストやルータが静的であるため、電力消費の問題は考えなくてよい。しかし、今日のモバイル端末のほとんどはバッテリーで稼動してい

る。特に、アドホックネットワークにおいて、モバイル端末はエンドシステムと中継ノードとして両方の役割を果たさなければならない。このため (e) において、消費電力管理は重大な問題となる。

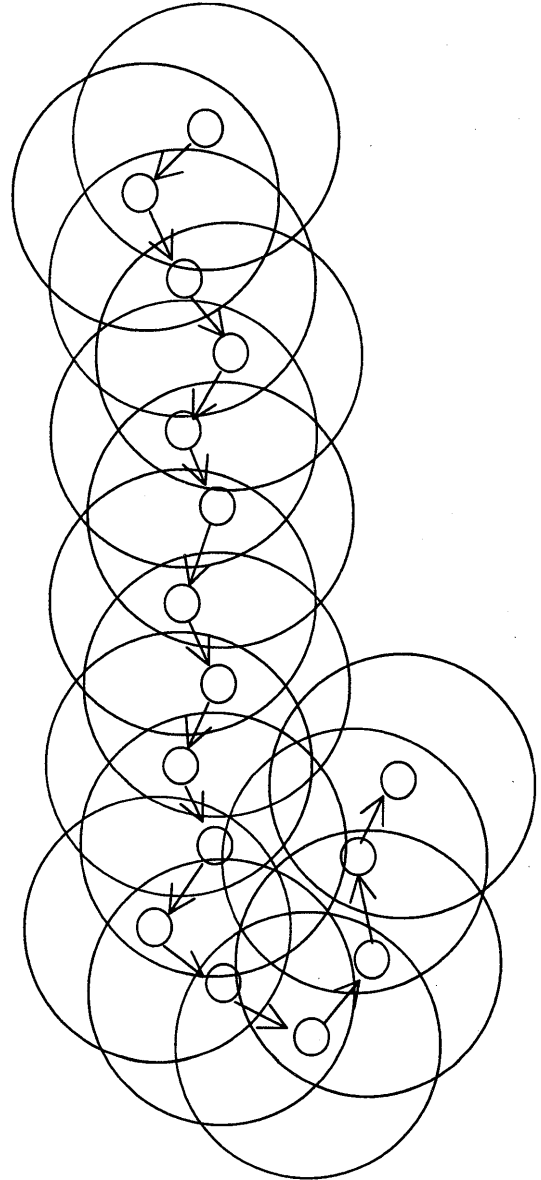


図1 アドホックネットワークにおける通信の様子

### 3 基本的な確率幾何学の理論

確率幾何学のアドホックネットワークへの応用を述べる前に、通信網のモデル化によく用いられる基本的な確率幾何学の理論について述べる [4].

#### 3.1 ポアソン点過程

強度  $\lambda$  の平面ポアソン点過程を  $\Phi$  とすると、平面の部分集合  $B$  内の  $\Phi$  の点の数  $\Phi(B)$  はパラメータ  $\lambda|B|$  のポ

アソン確率変数で

$$Pr\{\Phi(B) = k\} = e^{-\lambda|B|} \frac{(\lambda|B|)^k}{k!}, \quad (1)$$

但し、 $|\cdot|$  は平面上のルベーク測度である。また、互いに素な集合内の  $\Phi$  の点の数は独立である。

ポアソン点過程のラプラス変換は

$$\mathcal{L}_\Phi(h) = \mathbf{E}[e^{\int h(x)\Phi(dx)}] = e^{-\lambda \int \{1 - e^{-h(x)}\} dx}, \quad (2)$$

但し、 $h(x)$  は平面上の実数値関数で  $\int h(x)\Phi(dx) = \sum_{X_i \in \Phi} h(X_i)$ 。

ポアソン点過程は通信網の確率幾何モデルの基本である。このモデリングはある与えられたネットワークのアーキテクチャを(斉次な)確率モデルとして扱い、それを統計的手法によって解析したいがために行う。このようなアプローチではネットワーク要素の物理的な意味はモデルに保存され反映されるが、幾何学的な位置はもはや固定的でなく、確率的な点すなわち斉次な平面ポアソン点過程によってモデル化される。その結果、位置のいかなる特別なパターンも関心はない。むしろ、これらの点過程の密度を通して、ネットワーク性能の空間的な特性をつかむことに関心がある。

### 3.2 ポロノイ図とドロネイグラフ

平面上の点の集まり  $\Phi = \{X_i\}$  とある点  $x$  が与えられたとき、この点のポロノイセル  $C_x = C_x(\Phi)$  を  $\Phi$  の任意の点に対してより  $x$  に近い全ての位置からなる平面の部分集合として定義する。

$$C_x(\Phi) = \{y \in \mathbf{R}^2 : |y - x| \leq |y - X_i| \forall X_i \in \Phi\}. \quad (3)$$

$\Phi = \{X_i\}$  がポアソン点過程のとき、 $\{C_{X_i}(\Phi)\}$  をポアソン・ポロノイ図と言う。図2にポロノイ図の例を示す [5]。

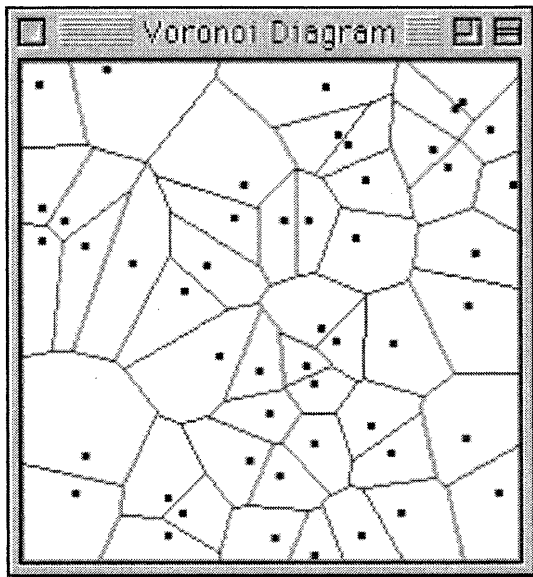


図2 ポロノイ図の例

また、ドロネイグラフの枝は隣接するセルの種子を結んだものである。

ポロノイ図は平面分割の一般的なモデルとして使われる。点はネットワークの種々の構造的な要素あるいは装置(例えば、携帯電話網における基地局やネットワークコントローラ、固定電話網の集線装置、アドホックネットワークのアクセスノードなど)の位置を記述する。また、セルはこれらの装置によってサービスされる平面の排他的な領域を記述する。

### 3.3 ブーリアンモデル

$\tilde{\Phi} = \{(X_i, G_i)\}$  をマーク付きポアソン点過程とする。但し、 $\{X_i\}$  は点を、 $\{G_i\}$  は独立で同一な確率閉集合 (grains) を表す。ブーリアンモデルを和集合

$$\Xi = \bigcup X_i \oplus G_i \quad (4)$$

で定義する。但し、 $x \oplus G = \{x + y : y \in G\}$ 。

このとき、任意の集合との積集合にある grains の数がポアソン分布となることと、ある与えられた集合を完全に被覆する確率の  $\lambda \rightarrow \infty$  のときの漸近解が知られている。

ブーリアンモデルは一般的な被覆モデルである。点はネットワークの種々の構造的な要素あるいは装置の位置を記述する。grains はこれらの装置によってサービスされる平面の独立な領域を記述する。無線通信網においては干渉を考慮しない単純なモデルとなる。

### 3.4 ショットノイズモデル

$\tilde{\Phi} = \{(X_i, S_i)\}$  をマーク付き点過程とする。但し、 $\{X_i\}$  は点を、 $\{S_i\}$  は独立で同一な確率変数を表す。平面上の距離に関するある実数値反応関数  $L(\cdot)$  が与えられたとき、ショットノイズ場を

$$I_{\tilde{\Phi}}(y) = \sum_i S_i L(y - X_i) \quad (5)$$

で定義する。 $\tilde{\Phi}$  がマーク付きポアソン点過程のとき、 $I_{\tilde{\Phi}}$  をポアソン・ショットノイズと言う。

ショットノイズは無線通信網における干渉に対するよいモデルとなっている。マーク  $S_i$  は出力電力に対応する。反応関数  $L$  はアンテナ関数に対応する。

## 4 メディアアクセスへの応用

### 4.1 アドホックネットワークの定義

空間的に分布するランダムなユーザ集合があり、通常の周波数を分け合う。ユーザはアドホックなネットワークを構成してマルチホップで情報を伝播する任務を負う。ユーザは発信者になったり受信者になったりする。このとき、マルチホップとは次のことを指す。

- 発信者は幾つかのホップである与えられた方向にパケットを送信する.
- パケットはある数 (0 の場合もある) の隣接する受信者によって受信される.
- そのうちの最適な受信者は次の発信時刻にこのパケットを転送する任務を負う.
- もし誰も受信しない場合は発信者は次の認められた時刻に再送する.

しかし、発信者や受信者は多数いるので次のような環境が存在する.

- 発信者はある電力を放出するパケットを送る.
- 伝播距離はこの放出電力のアンテナ関数によって決まる.
- 放出電力は全ての受信者に対し干渉を引き起こす.
- もし受信者に対する干渉信号電力比 (SIR) が十分大きければ受信は成功する.

#### 4.2 干渉問題のモデル化

ノードはポアソン点過程  $\Phi = \{X_i\}$  に従って平面上 (あるいはその部分集合) に分布する. ノード  $X_i$  はある方法によってマーク付け (必ずしも独立でなくてよい) される. 例えばノードが発信者のとき  $e_i = 1$  を, そうでない (一時的な受信者) ととき  $e_i = 0$  をマーク付けする. このようにして,  $\Phi^1$  と  $\Phi^0$  を

- $\Phi^1 = \{X_i \in \Phi : e_i = 1\}$ : 発信者
- $\Phi^0 = \{X_i \in \Phi : e_i = 0\}$ : 受信者

とおく. ノードに対してマーク  $e_i$  をどちらに選ぶかの方法をメディアアクセスコントロールと言う. このとき以下の2つの可能性が考えられる.

- ある中央機関が任意の与えられたノード構成に対して (ある最適な方法で) マーク  $e_i$  を割り当てる場合で,  $\{e_i\}$  はある方法で依存関係を持つ.
- 任意のノードは独立にモード  $e_i = 1$  とモード  $e_i = 0$  を切り替える場合で, あるノード構成が与えられたとき独立な関係になる.

##### (i) ボロノイ図

ボロノイ図はプロトコルのモデル化に役立つ. ノード  $X_i \in \Phi^1$  が電波を発信するとき, もし

$$|X_j - X_i| \leq (1 + \Delta)|X_j - X_k| \quad \forall X_k \in \Phi^1 \quad (6)$$

(但し,  $\Delta \geq 0$  はある定数) ならばノード  $X_j \in \Phi^0$  によって受信される. これは次のことと必要十分である.

$$X_j \in \text{修正ボロノイセル } C_{X_i}(\Phi^1) \quad (7)$$

##### (ii) ハードコア過程

次にハードコア過程はいわゆるキャリアセンスモデルに役立つ. これは無線 LAN の規格 IEEE 802.11 にインプリメントされたプロトコルに近い. ノード  $X_i \in \Phi^1$  が電波を発信するとき, もし

$$|X_j - X_i| \leq R \text{ かつ } |X_k - X_i| > R_{CS} \quad \forall X_k \in \Phi^1 \quad (8)$$

(但し,  $R_{CS} > R \geq 0$  はある定数) ならばノード  $X_j \in \Phi^0$  によって受信される. これは次のことと必要十分である.

”伝播領域  $R$  内の任意の通信は半径  $R_{CS} > R$  内にある発信機を中心とする排他的な円板によって妨害される (これは受信者と発信者・受信者両方を中心とする排他的な円板を持つモデルと考えるとよい).”

また, メディアアクセスのモデル化として次のものがある.

- Matérn ハードコアモデル: ノードはまず区間  $[0, 1]$  内の補助的なマークによって独立にマーク付けされる. もし補助的なマークがレンジ  $R_{CS}$  の近傍にあるすべての補助的なマークより大きければ, ノード  $X_i$  は発信者 ( $e_i = 1$ ) となり, そうでなければ受信者 ( $e_i = 0$ ) となる.
- Gibbs ハードコアモデル: ノードは空間出生死滅過程に従う. ノードが生まれるとき, もしレンジ  $R_{CS}$  の近傍内であればノード  $X_i$  は発信者 ( $e_i = 1$ ) となり, そうでなければ受信者 ( $e_i = 0$ ) となる.

しかしキャリアセンスモデルは確率幾何学の道具立てではまだ解析されていない.

##### (iii) SINR

Baccelli [6] 等は携帯電話網に応用した信号対雑音電力比 (SINR) の物理モデル [7] をアドホックネットワークに拡張した.

- $X_i$ : iid に分布する点を表し, 信号を発信する際に電力を表現する  $S_i \geq 0$  によってマーク付けされている.
- $l(r)$ : 信号のアンテナ関数で距離だけに依存し,  $l(r) = (Ar)^{-\beta}$  とする.
- $T$ : SINR 閾値.
- $W$ : 外部雑音で  $W > 0$  とする.
- $\theta$ : 干渉ファクターで  $\theta > 0$  とする.

以上の仮定からノード  $X_i \in \Phi^1$  が電波を発信するとき、もし

$$\frac{S_i l(|X_j - X_i|)}{W + \theta I_{\Phi^1 \setminus X_i}(X_j)} \geq T \quad (9)$$

ならばノード  $X_j \in \Phi^0$  によって受信される。但し、 $I_{\Phi^1}$  は  $\Phi^1$  のショットノイズ過程で

$$I_{\Phi^1}(y) = \sum_{X_k \in \Phi^1} S_k l(|y - X_k|). \quad (10)$$

(9) 式は次のことと必要十分である。

”もし SINR が閾値  $T$  よりも大きいならば、通信は成功する。”

### 4.3 メディアアクセスコントロールに関する最適化問題

発信者  $X_0 = 0$  が実軸に沿って無限に情報を送る必要があるものとする。1 ホップで届く有効距離は次式で与えられ、progress という。

$$D = \max_{X_j \in \Phi^0} \{\delta(X_j, 0, \Phi^1) |X_j| (\cos(\arg(X_j)))^+\} \quad (11)$$

この式において、 $\delta(X_j, 0, \Phi^1)$  は (9) 式が成立する定義関数で、通信が成功したかどうかを示す。また  $|X_j| \cos(\arg(X_j))$  は 1 ホップで届く有効距離を表す。

さらに修正 progress を次式で定義する。

$$\bar{D} = \max_{X_j \in \Phi^0} \{p_{|X_j|}(\lambda p) |X_j| (\cos(\arg(X_j)))^+\} \quad (12)$$

この式において、 $p_{|X_j|}(\lambda p)$  は 1 ホップで通信が成功する確率を表す。ここで、 $d(\lambda, p) = \mathbf{E}[D]$ 、 $\bar{d}(\lambda, p) = \mathbf{E}[\bar{D}]$  と書くことにする。

以上から、ある単位エリア内で初期化された全ての伝播において 1 ホップで伝播する平均距離 (progress の密度と言う) は、 $\lambda p d(\lambda, p)$  に等しい。同様に、修正 progress については  $\lambda p \bar{d}(\lambda, p)$  に等しい。また、全ての  $\lambda, p > 0$  に對して、

$$d(\lambda, p) \geq \bar{d}(\lambda, p) \quad (13)$$

が成り立つ。

$z \in [0, 1]$  に対して補助関数を次式で定義する。

$$G(z) = 2 \int_{\{t: e^t / \sqrt{2et} \leq 1/z\}} \arccos\left(\frac{ze^t}{\sqrt{2et}}\right) dt \quad (14)$$

$W = 0$  の M/M モデル、即ち外部雑音がなく、発信者、受信者が共にポアソン点過程に従うとき、修正 progress の分布は次式で与えられる。

$$F_{\bar{D}}(z) = Pr(\bar{D} \leq z) = e^{\lambda(1-p)(r_{\max}(\lambda p))^2 G(z/\rho(\lambda p))} \quad (15)$$

但し、

$$r_{\max}(\lambda p) = \max_{r \geq 0} \arg\{rp_r(\lambda p)\}, \quad (16)$$

$$\rho(\lambda p) = \max_{r \geq 0} \{rp_r(\lambda p)\} \quad (17)$$

で前者を best range attempt, 後者を best mean range とする。

一方、修正 progress の期待値は次式で与えられる。

$$\bar{d}(\lambda, p) = \mathbf{E}[\bar{D}] \quad (18)$$

$$= \frac{1}{T^{1/\beta} \sqrt{2\lambda p e C}} \int_0^1 [1 - \exp\{(1 - \frac{1}{p}) \frac{G(z)}{2T^{2/\beta} C}\}] dz,$$

但し

$$C = \{2\pi\Gamma(2/\beta)\Gamma(1 - 2/\beta)\}/\beta \quad (19)$$

結局解くべき最適化問題は、”固定された  $\lambda$  に対して、MAP(Medium Access Probability)  $p$  に関して progress の密度  $\lambda p d(\lambda, p)$  を最適化する”ことである。ここで  $d$  を  $\bar{d}$  に置き換えることは progress の密度に関する conservative bound になることを意味する。

修正 progress の密度の最大値は次式を満たす  $p$  となる。

$$\int_0^1 (1 + \frac{G(z)}{pT^{2/\beta} C}) \exp\{(1 - \frac{1}{p}) \frac{G(z)}{2T^{2/\beta} C}\} dz = 1 \quad (20)$$

## 5 ルーティングへの応用

経路制御は主に 2 通りに分類することができる。1 つは通信を始める際に経路を探索するリアクティブ型プロトコルである。もう 1 つは、定期的な情報交換により経路を決定しておくプロアクティブ型プロトコルである。インターネットの国際標準化機関である IETF(Internet Engineering Task Force) の MANET(Mobile Ad hoc NETwork)WG では、2004 年以降リアクティブ型もプロアクティブ型も共に、一本化しようとする検討が進められている。リアクティブプロトコルでは、相対的にインターネットと親和性が高くネットワークポロジの変化に強い AODV, プロアクティブプロトコルでは、相対的に制御がシンプルでシミュレーションによる評価が進展している OLSR をそれぞれベースとするプロトコルに一本化される模様である。

### 5.1 OLSR とは

OLSR(Optimized Link State Routing) の最大の特徴は、MPR(Multi-Point Relay) 集合と呼ばれる仕組みを利用してフラッディングを効率化している点である。従来のフラッディングはすべてのノードが必ず一度だけ中継するのに対して、MPR 集合を利用したフラッディングでは、必要最低限のノードだけがパケットを中継する。しかし、MPR 集合を選択する最適化アルゴリズムは「NP 完全」問題であるので、現在の OLSR ドラフトでは最適性にはこだわらない高速アルゴリズムを提案している。

### 5.2 MPR 集合選択の解析への応用

もともと OLSR はフランスの INRIA(国立コンピュータサイエンス・制御研究所) から提案されたプロトコル

である [8].

INRIA の Busson [9] 等は OLSR における MPR 集合選択の解析に確率幾何学を応用した. (但し, 本論文では提案された貪欲アルゴリズムの説明は省略する.)

今, 原点 0 に位置する「典型的なノード」だけに注目し, そこから 1 ホップで接続するノードと 2 ホップで接続するノードを考える. ノードは強度  $\lambda > 0$  の閉球  $B(0, 2R)$  上のポアソン点過程に従うものとする. 但し,  $d$  次元ユークリッド空間上の 2 点  $u = (u_1, u_2, \dots, u_d), v = (v_1, v_2, \dots, v_d)$  のユークリッド距離は

$$d(u, v) = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + (u_2 - v_2)^2 + \dots + (u_d - v_d)^2} \quad (21)$$

で中心  $a$ , 半径  $r$  の閉球  $B(a, r)$  は

$$B(a, r) = \{u \in \mathbf{R}^d : d(u, a) \leq r\} \quad (22)$$

で与えられる [10].

今, MPR 集合選択アルゴリズムを解析するためのノード 0 を加える. これにより 2 つのノードが接続可能であると仮定することは  $d(u, v) \leq R$  であることと必要十分である. 但し,  $d(u, v)$  は 2 点  $u$  と  $v$  のユークリッド距離で  $R \in \mathbf{R}^+$  である. かくしてノード 0 が接続可能なノードは  $B(0, R)$  内にあるポアソン点過程に従うノードから構成される.

ノード  $u$  に対し, 1 ホップで接続するノードの集合を  $N_1(u)$ , 2 ホップで接続するノードの集合を  $N_2(u)$  とする. ノード  $v \in N_1(u)$  に対し,  $N_1(v)$  内にある  $N_2(u)$  のノードの数を  $d_u^+(v)$  で表す. 即ち

$$d_u^+(v) = |N_2(u) \cap N_1(v)|. \quad (23)$$

また, ノード  $v \in N_2(u)$  に対し,  $N_1(v)$  内にある  $N_1(u)$  のノードの数を  $d_u^-(v)$  で表す. 即ち

$$d_u^-(v) = |N_1(u) \cap N_1(v)|. \quad (24)$$

ノード  $u$  は  $N_2(u)$  を被覆するノードの集合  $N_1(u)$  の中から接続するノードを選ぶ. ノード  $u$  によって選ばれる集合を  $MPR(u)$  と書くと,  $MPR(u)$  は次のようになる.

$$\bigcup_{v \in MPR(u)} N_1(v) = u \cup N_1(u) \cup N_2(u). \quad (25)$$

中心間の距離が  $r$  の半径  $R$  の 2 つの閉球の結びのエリアを  $A(r)$  で表すと

$$A(r) = 2R^2 \arccos\left(\frac{r}{2R}\right) - r\sqrt{R^2 - \frac{r^2}{4}} \quad (26)$$

となる. これは, 図 3 の上図において, 2 つの円の結びの部分にあたる. また, 中心間の距離が  $r$  の半径  $R$  と半径  $u$  の 2 つの円の和のエリアを  $A_1(u, r, R)$  で表すと

$$A_1(u, r, R) = rR\sqrt{1 - \left(\frac{R^2 - u^2 + r^2}{2Rr}\right)^2} - R^2 \arccos\frac{u^2 - R^2 - r^2}{2Rr} - u^2 \arccos\frac{R^2 - u^2 - r^2}{2ur} \quad (27)$$

となる. これは, 図 3 の下図において, 2 つの円の和の部分にあたる.

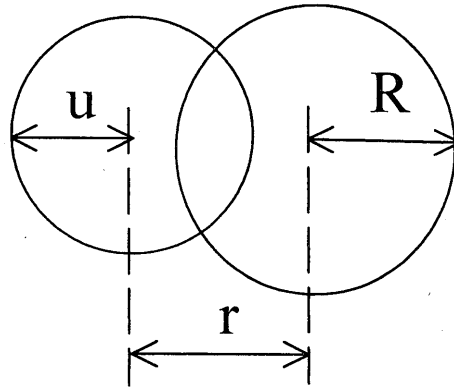
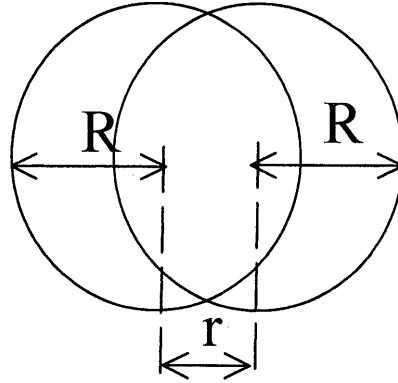


図 3 エリア  $A(r)$  と  $A_1(u, r, R)$

次の定理は 1 ホップの MPR 集合  $MPR_1$  の平均ノード数の上限と下限を与える.

**定理 1** ノード  $u$  は  $B(0, R)$  に一様に分布しているものとする

$$\mathbf{E}[|MPR_1|] \geq 2\lambda\pi Pr(d_0^+(u) > 0) \quad (28)$$

$$\times \int_0^R \int_R^{R+r} f(x, r, R) \times \exp\{-\lambda(2\pi R^2 - A_1(R, x, R))\} r dx dr,$$

$$\mathbf{E}[|MPR_1|] \leq 2\pi\lambda^2 \int_R^{2R} A(r) \exp\{-\lambda A(r)\} r dr \quad (29)$$

となる。但し

$$f(x, r, R) = -\frac{\lambda}{1 - \exp\{-\lambda(A_1(R, r, R) - \pi R^2)\}} \quad (30)$$

$$\times \left[ \frac{\partial}{\partial x} A_1(x, r, R) - 2\pi x \right] \exp\{-\lambda(A_1(x, r, R) - \pi x^2)\}.$$

また、次の定理はノード  $u$  が 1 ホップの MPR 集合  $MPR_1$  に属する確率の上限と下限を与える。

**定理 2** ノード  $u$  を原点 0 から距離  $r (r \leq R)$  にあるノードとする。原点 0 とノード  $u$  を固定し、これらと独立に閉球  $B(0, 2R)$  内にポアソン点過程を分布させる。このとき

$$Pr(u \in MPR_1) \geq (1 - \exp\{-\lambda(\pi R^2 - A(r))\}) \quad (31)$$

$$\times \int_R^{R+r} f(v, r, R) \exp\{-\lambda(2\pi R^2 - A_1(R, v, R))\} dv,$$

$$Pr(u \in MPR_1) \leq 1 - \left[ 1 - \exp\{-\lambda \frac{A(R+r)}{2}\} \right]^2 \quad (32)$$

となる。

なおシミュレーション結果によると、MPR 集合の約 75% は  $MPR_1$  に含まれる。即ちアルゴリズムの第 1 ステップ中に選ばれるという。

## 6 電力効率への応用

Baek [11] [12] 等はアドホックネットワークの効率的な電力消費を実現するマルチパス・ルーティングの方法に確率幾何学を適用した。

### 6.1 確率幾何モデル

ノードの位置は  $\mathbf{R}^2$  平面上の点過程  $\Phi$  に従うものとする。任意のノード  $x_i \in \Phi$  は  $\Phi$  によって生成されたポロノイ図内のセル  $C_{x_i}(\Phi)$  の種子 (seed) として振舞う。但し

$$C_{x_i}(\Phi) = \{y \in \mathbf{R}^2 : |x_i - y| \leq |x_j - y| \forall x_j \in \Phi\}. \quad (33)$$

もし  $C_{x_i}(\Phi) \cap C_{x_j}(\Phi)$  が空集合でないならば、 $C_{x_i}(\Phi)$  と  $C_{x_j}(\Phi)$  を「隣接セル」、 $x_i$  と  $x_j$  を「隣接ノード (neighbors)」という。ドロネイグラフとはノード集合が  $\Phi$  で枝が隣接ノードを接続したグラフである。ドロネイグラフを  $G(\Phi, E)$  と書く。但し、 $E$  はドロネイ枝の集合である。以下で議論するルートはドロネイグラフに基づくので「ドロネイルート」と呼ぶ。

### 6.2 マルチパス・ルーティング構成法

ドロネイグラフに基づくマルチパス・ルーティングを考察する。最小の長さ、即ちその枝のユークリッド距離を持つ 2 つのノード  $x_i, x_j \in \Phi$  を接続するドロネイルートを考える。この経路は「最短ドロネイルート (SDR)」と呼ば

れ、その長さは  $x_i$  と  $x_j$  を直接結んだ線分のよい近似になっている [13] [14]。

SDR はユークリッドノルムに基づいているため、SDR は必ずしも最小ホップルートとは一致しない。

SDR に基づき、2 つのノード  $S, D \in \Phi$  の間に追加の経路を以下の方法で決定する。

ア)  $S$  と  $D$  の間に線分  $d(S, D)$  を引き、 $d(S, D)$  に垂直に  $S$  と  $D$  を通る 2 本の直線を引く。線分  $d(S, D)$  の上方と下方をそれぞれ  $R_0(S, D), R_1(S, D)$  と書く。

イ)  $S$  から  $D$  への SDR に含まれるノードの集合を  $M_1(S, D)$  と書き、このルートを「レベル 1 ルート」という。このときの  $S$  と  $D$  を「レベル 1 コネクタ」という。

ウ)  $M_1(S, D)$  に隣接し、 $R_0(S, D)$  内にあるノードの集合  $M_2(S, D)$  を見つける。ドロネイ枝を使って集合  $M_2(S, D)$  内のノードを連結したルートを作成する。このルートの各々の端に位置する 2 つのノードを「レベル 2 コネクタ」という。

エ) 最も近いレベル 1 コネクタに隣接するレベル 2 コネクタの SDR を構成し、他のコネクタについても同じ操作を繰り返す。もしこの SDR が新しいノードをクロスすることがあれば  $M_2(S, D)$  にこれらのノードを加え、 $M_2(S, D)$  を更新する。 $M_2(S, D)$  のノードと  $S$  と  $D$  がドロネイルートとして連結され「レベル 2 ルート」という。

オ)  $M_1(S, D)$  に隣接し  $R_1(S, D)$  内にあるノードの集合  $M_3(S, D)$  を見つける。上記と同様の操作で「レベル 3 コネクタ」を見つけ、 $M_3(S, D)$  を更新し、「レベル 3 ルート」を構成する。

カ)  $w \geq 4$  に対して、 $M_{w-2}$  に隣接し  $R_{(w \bmod 2)}$  内にあるノードの集合  $M_w(S, D)$  を見つける。以下、上記のステップを繰り返し「レベル- $w$  ルート」が構成される。

以上の構成法を proximity-based マルチパス・ルーティングといい、電力負荷が分散するようにトラフィックを分布させる一連の経路を与える。

## 7 まとめ

本論文では通信ネットワークのモデル化で用いられる基本的な確率幾何学の理論を列挙したあとアドホックネットワークのメディアアクセス、ルーティング、電力効率に対する確率幾何学の応用について述べた。昨年 4 月にキプロスで開催されたワークショップ SPASWIN (Spatial Stochastic Models in Wireless Networks) も第 3 回目になった [15]。今後ますます通信ネットワークのモデル化に確率幾何学が応用されていくものと思われる。

## 参考文献

- [1] 阪田史郎 編著, ユビキタス技術 センサネットワーク (Ohmsha, 2006).

- [2] Stochastic Geometry: A Tool for Modeling of Telecommunication Networks,  
<http://www.di.ens.fr/~mistralsg/>
- [3] C-K. Toh 著, アドホックモバイルワイヤレスネットワーク (共立出版, 2003).
- [4] B. Błaszczyszyn, Stochastic geometry and communication networks (tutorial lecture), Performance conference, Juan-les-Pins, France, October 3-7, 2005,  
<http://www.di.ens.fr/~blaszczy/PerformanceT1B-Blaszczyszyn.pdf>
- [5] 二次元のポロノイ図とドロネー図  
<http://www.sra.co.jp/people/aoki/Voronoi2dDiagram/>
- [6] F. Baccelli, B. Błaszczyszyn and P. Muhlethaler, An Aloha protocol for multihop mobile wireless networks, *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(2) (2006) 421–436.
- [7] F. Baccelli and B. Błaszczyszyn, On a coverage process ranging from the Boolean model to the Poisson-Voronoi tessellation, with applications to wireless communications, *J. Appl. Prob.* 33 (2001) 293–323.
- [8] Project-Team hipercom, High PERFORMANCE COMMUNICATION, requencourt, Activity Report, INRIA, 2005,  
<http://www.inria.fr/rapportsactivite/RA2005/hipercom/hipercom.pdf>
- [9] A. Busson, N. Mitton and E. Fleury, An analysis of the Multi-Point Relays selection in OLSR, Rapport INRIA, vol. RR-5468, January 2005,  
<http://www.inria.fr/rrr/rr-5468.html>.
- [10] D. Stoyan, W. S. Kendall and J. Mecke, *Stochastic Geometry and its Applications (2nd edition)* (John Wiley & Sons, 1995).
- [11] S. J. Baek and G. de Veciana, Spatial energy balancing through proactive multipath routing in multihop wireless networks, Tech. Rep., Wireless Networking and Communications Group(WNCG), University of Texas at Austin, TX 2004,  
<http://www.ece.utexas.edu/~gustavo>
- [12] G. de Veciana and S. J. Baek, Spatial models for ad hoc wireless and sensor networks, Optimizing for energy efficiency, Stochastic Networks Conference 2004,  
<http://www.crm.umontreal.ca/Stochastic2004/Level2/pdf/DeVeciana.pdf>
- [13] F. Baccelli, K. Tchoumatchenko and S. Zuyev, Markov paths on the Poisson-Delaunay graph with application to routing in mobile networks, *J. Appl. Prob.* 32 (2000) 1–18.
- [14] D. P. Dobkin, S. J. Friedman and K. J. Supowit, Delaunay graphs are almost as good as complete graphs, *Discrete and Computational Geometry* 5 (1990) 399–407.
- [15] SpaSWIN 2007, Workshop on Spatial Stochastic Models in Wireless Networks, April 16, 2007, Limassol, Cyprus,  
<http://www.spaswin.org/spaswin-cfp.htm>

(平成19年 9月28日受付)