

---

## SIMULASI ANTRIAN : SUATU TINJAUAN KONSEP PUSTAKA

---

*Hendy Tannady, ST., MT*

*E-mail: [htannady@bundamulia.ac.id](mailto:htannady@bundamulia.ac.id)*

---

### Penulis

*Hendy Tannady* adalah dosen tetap program studi Teknik Industri Universitas Bunda Mulia. Latar belakang pendidikan ditempuh pada bidang Teknik Industri di perguruan tinggi swasta di Jakarta.

Bidang peminatan: *Simulasi, Antrian dan Perancangan Fasilitas*.

---

### Abstract

Queuing is an inevitable event in our daily life, such as payment at cashier, traffic jam, etc. Queue appears because the necessity of service that exceeds service capacity or the available servers, so arrived customers cannot be served immediately. Some solution can be implemented to solve the problems. One of the solutions is by adding the service facilities can be given to minimize queue or to prevent queue. But, by adding the service facilities, will minimized the profit until accepted levels. On the contrary, the long delay of queue will cause the loss of customers. This paper discusses about how to estimate the right solution to prevent queue without adding many service facilities and reach optimal condition of service.

---

### Keywords

*Queue, Customers, Service Facilities*

## PENDAHULUAN

### Definisi

Analisis antrian pertama kali diperkenalkan oleh A.K. Erlang (1913) yang mempelajari fluktuasi permintaan fasilitas telepon dan keterlambatan pelayanannya. Saat ini analisis antrian banyak diterapkan di bidang bisnis (bank, supermarket), industri (pelayanan mesin otomatis), transportasi (pelabuhan udara, laut, kantor pos) dll. Seperti halnya analisis *Markov*, analisis antrian memberikan informasi probabilitas yang dinamakan *opening characteristics*, yang dapat membantu pengambil keputusan dalam merancang fasilitas pelayanan antrian untuk mengatasi permintaan pelayanan yang fluktuatif secara acak dan menjaga keseimbangan antara biaya pelayanan dan biaya menunggu.

## STUDI PUSTAKA

### Komponen Proses Antrian

#### Kedatangan

Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, atau panggilan telepon untuk dilayani. Unsur ini sering dinamakan proses *input*. Proses *input* meliputi sumber kedatangan atau biasa dipanggil *calling population* dan cara terjadinya kedatangan yang umumnya merupakan proses acak.

#### Pelayan

Pelayan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan, atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Contoh : pada sebuah kasir pada suatu supermarket terkadang hanya ada seorang pelayan, tetapi bisa juga diisi seorang kasir dengan pembantunya untuk memasukkan barang – barang ke kantong plastik. Sebuah bank dapat memperkerjakan seorang atau banyak *teller*. Di samping itu, perlu diketahui cara pelayanan dirampungkan, yang kadang – kadang merupakan proses acak.

#### Antri

Inti dari analisis antrian adalah antri itu sendiri. Timbulnya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan. Penentu antrian lain yang penting adalah disiplin antri. Disiplin antri adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pengantri, misalnya, datang awal dilayani dulu yang lebih dikenal dengan singkatan FCFS,

datang terakhir dilayani dulu LCFS, berdasar prioritas, berdasar abjad, berdasar janji, dll. Jika tidak ada antrian berarti terdapat pelayan yang menganggur atau kelebihan fasilitas pelayanan.

**Biaya pelayanan**

Suatu supermarket yang ingin menambah *checkout counter* perlu membiayai seluruh perlengkapan *counter* tambahan dan menggaji pelayan baru. Ini berarti jika tingkat pelayanan diperbaiki, biaya pelayanan akan bertambah.

Biaya pelayanan juga dapat dilihat dari sisi pandang yang lain. Jika tingkat pelayanan bertambah, waktu menganggur pelayan diperkirakan juga bertambah, yang berarti suatu kenaikan dalam *opportunity cost* karena tidak mengalokasikan pelayan ke kegiatan produktif yang lain.

Cara yang digunakan untuk menghitung biaya pelayanan dapat berbeda untuk kasus yang berbeda. Cara apapun yang dipakai seharusnya memberikan jumlah yang sama.

**Biaya menunggu**

Umumnya terdapat hubungan terbalik antara tingkat pelayanan dan waktu menunggu. Namun terkadang sulit untuk menyatakan secara eksplisit biaya menunggu per unit waktu. Biaya menunggu dapat diduga secara sederhana sebagai biaya kehilangan keuntungan bagi pengusaha, atau biaya turunnya produktivitas bagi pekerja. Ini berarti serupa dengan biaya pelayanan, dimana penentuannya dapat berbeda dari kasus satu ke kasus lain. Sehingga, masalah keputusannya merupakan konflik antara biaya menunggu bagi pengantri melawan biaya pelayanan. Dan model keputusan masalah antrian dirumuskan sebagai :

Minimumkan  
 $E(C) = IC_i + WC_w \dots \dots \dots (1)$

Keterangan :

- $E(C)$  = total expected cost untuk tingkat pelayanan tertentu
- I = waktu pelayan menganggur yang diharapkan
- Ci = biaya pelayan menganggur per unit waktu
- W = waktu menunggu yang diharapkan untuk semua kedatangan
- Cw = biaya pengantri menunggu per unit waktu
- n = jumlah orang yang masuk ke dalam antrian

**Elemen Model Antrian**

Aktor utama dalam suatu antrian adalah pelanggan dan pelayan. Pelanggan berasal dari suatu sumber. Saat tiba dalam suatu fasilitas

pelayanan, pelayan dapat langsung memberikan pelayanan atau menunggu dalam antrian bila fasilitas pelayanan sedang sibuk. Ketika fasilitas menyelesaikan pelayanan, akan secara otomatis “menarik” pelanggan yang sedang menunggu, bila terdapat suatu antrian. Bila antrian kosong, maka fasilitas pelayanan akan menganggur sampai ada pelanggan yang tiba.

Dari sudut pandang penganalisaan antrian, kedatangan pelanggan diwakili oleh waktu antar kedatangan antara pelanggan, dan pelayanan diwakilkan oleh waktu pelayanan tiap pelanggan. Umumnya waktu antar kedatangan dan pelayanan merupakan probabilitistik.

Ukuran antrian memiliki peran yang dalam analisa antrian dan mungkin memiliki jumlah yang terbatas seperti dalam area *buffer* antara dua mesin atau dapat tidak terbatas seperti dalam fasilitas pesanan surat menyurat.

Disiplin antrian, yang mewakili urutan dimana pelanggan dipilih dari antrian, merupakan faktor yang penting dalam analisa model antrian. Disiplin yang paling umum adalah *First come first served* (FCFS). Prinsip lainnya adalah *last come, first served* (LCFS) dan *Serviced in Random Order* (SIRO). Pelanggan dapat dipilih dari antrian berdasarkan prioritasnya. Contoh : pekerjaan yang mendadak diproses terlebih dahulu dari pekerjaan biasa.

Sifat antrian dari pelanggan memainkan peran dalam analisa jalur menunggu. “Manusia” dapat berpindah dari satu antrian ke antrian yang lainnya dengan harapan mengurangi waktu menunggu. Mereka dapat juga berhenti bergabung dalam suatu antrian karena keterlambatan yang lama, atau dapat juga melanggar antrian karena telah menunggu terlalu lama.

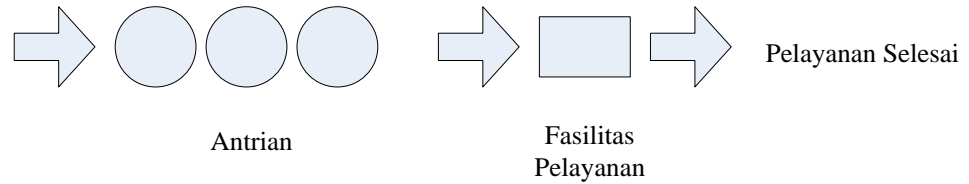
Desain dari fasilitas pelayanan dapat termasuk *server* parallel (contoh: kantor pos, bank). *Server* dapat pula diatur secara *series* (pekerjaan yang diproses dalam mesin), atau dapat berupa jaringan (contoh : jaringan komputer).

Sumber pelanggan dapat terbatas atau tidak terbatas. Antrian terbatas membatasi pelanggan yang datang. Antrian yang tidak terbatas selamanya berkecukupan.

Variasi dalam tiap elemen antrian membuat macam – macam model antrian.

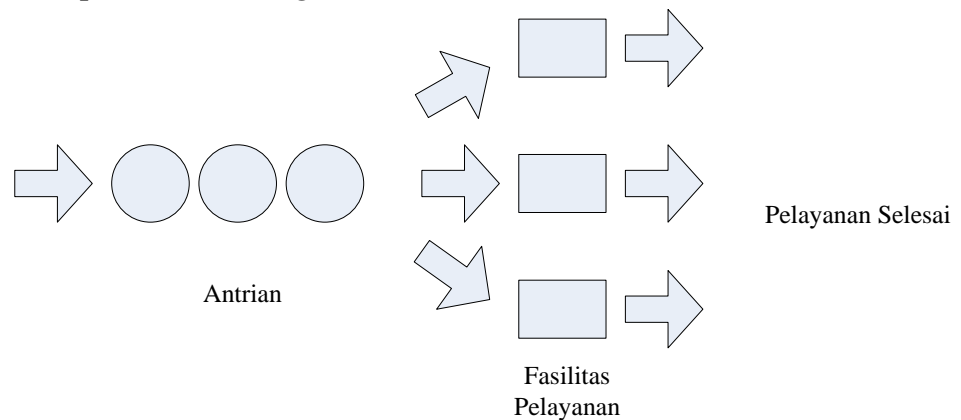
### Model Antrian

#### *Single Channel Single Server*



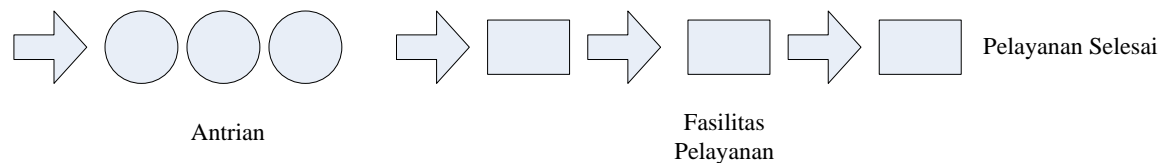
Disini fasilitas yang dilayani akan datang, masuk dan membentuk antrian pada satu baris/aliran pelayanan dan selanjutnya akan berhadapan dengan satu fasilitas operasi pelayanan.

#### *Multiple Channel Single Server*



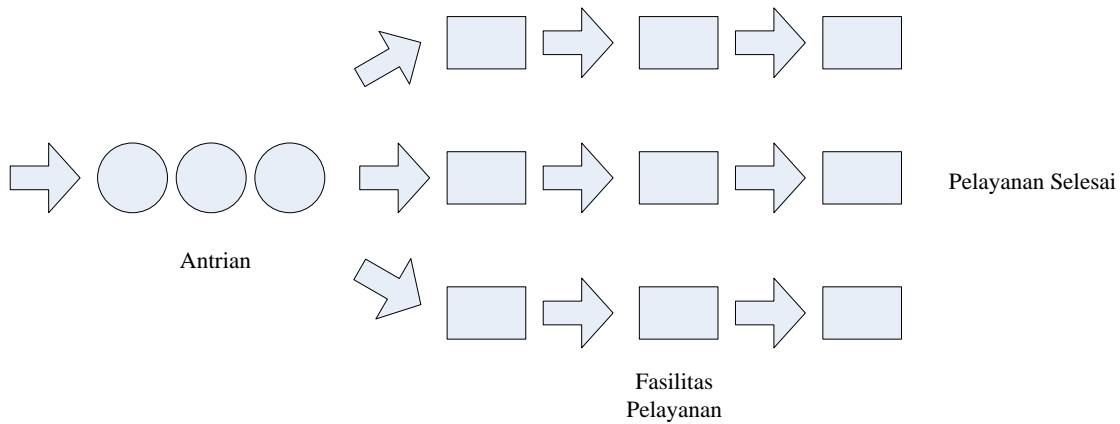
Dalam model ini maka fasilitas yang dilayani akan datang, masuk dan membuat antrian pada satu baris/aliran pelayanan dan selanjutnya akan berhadapan dengan beberapa fasilitas pelayanan.

#### *Single Channel Multiple Server*



Dalam model ini kedatangan fasilitas yang akan dilayani akan masuk dalam sistem pelayanan yang dioperasikan dari satu fasilitas terus menuju ke fasilitas pelayanan yang lain.

### **Multiple channel Multiple Server**



Dalam model ini terdapat beberapa jalur antrian memasuki beberapa tahap pelayanan dengan 2 atau lebih fasilitas pelayanan.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **Model Kasus**

Toko Roti “G” merupakan sebuah toko roti yang menyediakan roti tawar dengan dua pilihan isi yaitu krim meises dan srikaya, serta jajanan khas lainnya, toko ini beroperasi dari pukul 09.00 – 20.00 hari Senin – Jumat. Toko roti ini selalu ramai pengunjung yang ingin membeli oleh – oleh berupa roti tawar dan jumlah pembelian biasanya tidak sedikit, karena itu sering terjadi antrian yang mengakibatkan pelanggan kesulitan untuk melakukan pembelian maupun pembayaran. Toko memiliki 5 orang pegawai yang bertugas menyiapkan roti pesanan pelanggan dan kemudian pelanggan tersebut akan mengambil roti – roti pesanan mereka di kasir. Karena itu para pegawai dituntut untuk cepat dalam menyiapkan roti – roti tersebut. Prosedur yang dilakukan pegawai dalam menyiapkan roti berupa: pemotongan roti tawar, pengolesan bahan isi, pengemasan roti. Dan data roti yang mampu disiapkan oleh 5 orang pegawai selama seminggu adalah sebagai berikut :

Tabel 1.1 Data Permintaan Satu Minggu

No	Hari	Server				
		1	2	3	4	5
1	Senin	112	116	104	109	108
2	Selasa	123	107	118	116	111
3	Rabu	106	94	96	91	108
4	Kamis	112	91	109	87	104
5	Jumat	117	112	122	107	105
6	Sabtu	149	151	141	135	146
7	Minggu	164	154	149	138	153

Dari data yang telah dikumpulkan tersebut, dilakukan pengolahan data untuk mengetahui tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan yang dimiliki oleh toko tersebut saat ini :

Tabel 1.2 Rekapitulasi Data Permintaan Satu Minggu

Hari	Server					Total
	1	2	3	4	5	
Senin	112	116	104	109	108	549
Selasa	123	107	118	116	111	575
Rabu	106	94	96	91	108	495
Kamis	112	91	109	87	104	503
Jumat	117	112	122	107	105	563
Sabtu	149	151	141	135	146	722
Minggu	164	154	149	138	153	758
Total	883	825	839	783	835	4165

Tingkat kedatangan :

$$\lambda = \frac{\text{Total jumlah kedatangan}}{\text{Jumlah pegawai} \times \text{jam kerja}} = \frac{4,165}{5 \times 11} = 75.73 \approx 76 \text{ pesanan/jam}$$

Tingkat pelayanan :

Diketahui bahwa waktu standar untuk membuat roti pada kondisi saat ini adalah selama 3 menit.

$$\mu = \frac{\text{Waktu}}{\text{Waktu Standar}} = \frac{60}{3} = 20 \text{ roti/jam}$$

Probabilitas tidak adanya pesanan roti dalam antrian :

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right\} + \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left( \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \frac{1}{0!} \left( \frac{76}{20} \right)^0 + \frac{1}{1!} \left( \frac{76}{20} \right)^1 + \frac{1}{2!} \left( \frac{76}{20} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{76}{20} \right)^3 + \frac{1}{4!} \left( \frac{76}{20} \right)^4 \right\} + \frac{1}{5!} \left( \frac{76}{20} \right)^5 \left( \frac{5 \cdot 20}{5 \cdot 20 - 76} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{(1+3.8+7.22+9.145+8.690)+27.514}$$

$$P_0 = 0.017$$

Jumlah pesanan rata – rata dalam antrian :

$$L = \frac{\lambda \mu (\lambda / \mu)^c}{(c - 1)! (c\mu - \lambda)^2} \cdot P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = \frac{76 \cdot 20 (76/20)^5}{(5 - 1)! (5 \cdot 20 - 76)^2} \cdot 0.017 + \frac{76}{20}$$

$$L = 1.48 + 3.8 = 5.28 \approx 6 \text{ pesanan}$$

Jumlah rata – rata pesanan dalam antrian :

$$L_q = L - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = 5.28 - \frac{76}{20}$$

$$L_q = 2.2 \approx 3 \text{ roti}$$

Waktu rata – rata yang dihabiskan dalam antrian :

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

$$W = \frac{5.28}{76} = 0.069 \text{ jam} = 4.14 \text{ menit}$$

Waktu menunggu dalam antrian :

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{2.2}{5.28} = 0.42 \text{ jam} = 25.2 \text{ menit}$$

Probabilitas pegawai sibuk :

$$P_w = \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \cdot \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \cdot P_0$$



$$P_w = \frac{1}{5!} \left( \frac{76}{20} \right)^5 \cdot \frac{5 \cdot 20}{5 \cdot 20 - 76} \cdot 0.017$$

$$P_w = 0.0022$$

Bila pihak toko dapat mengurangi waktu standar dari 3 menit menjadi 2 menit maka hasilnya adalah sebagai berikut :

Probabilitas tidak adanya pesanan roti dalam antrian :

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right\} + \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^c \left( \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{\left\{ \frac{1}{0!} \left( \frac{76}{30} \right)^0 + \frac{1}{1!} \left( \frac{76}{30} \right)^1 + \frac{1}{2!} \left( \frac{76}{30} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left( \frac{76}{30} \right)^3 + \frac{1}{4!} \left( \frac{76}{30} \right)^4 \right\} + \frac{1}{5!} \left( \frac{76}{30} \right)^5 \left( \frac{5 \cdot 30}{5 \cdot 30 - 76} \right)}$$

$$P_0 = \frac{1}{(1 + 2.53 + 3.2 + 2.70 + 1.707) + 1.751}$$

$$P_0 = 0.08$$

Jumlah pesanan rata – rata dalam antrian :

$$L = \frac{\lambda \mu (\lambda / \mu)^c}{(c - 1)! (c\mu - \lambda)^2} \cdot P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L = \frac{76 \cdot 30 (76/30)^5}{(5 - 1)! (5 \cdot 30 - 76)^2} \cdot 0.017 + \frac{76}{30}$$

$$L = 0.143 + 2.53 = 2.673 \approx 3 \text{ pesanan}$$

Jumlah rata – rata pesanan dalam antrian :

$$L_q = L - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = 2.673 - \frac{76}{30}$$

$$L_q = 0.467 \approx 1 \text{ roti}$$

Waktu rata – rata yang dihabiskan dalam antrian :

$$W = \frac{L}{\lambda}$$

$$W = \frac{2.673}{76} = 0.035 \text{ jam} = 2.11 \text{ menit}$$

Waktu menunggu dalam antrian :

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{0.467}{76} = 0.175 \text{ jam} = 10.5 \text{ menit}$$

Probabilitas pegawai sibuk :

$$P_w = \frac{1}{c!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot \frac{c\mu}{c\mu - \lambda} \cdot P_0$$
$$P_w = \frac{1}{5!} \left( \frac{76}{30} \right) \cdot \frac{5 \cdot 30}{5 \cdot 30 - 76} \cdot 0.08$$
$$P_w = 0.003$$

## SIMPULAN

Beberapa usulan perbaikan yang dapat dilakukan pihak toko antara lain :

1. Melakukan pelatihan lagi bagi pegawai yang kurang terampil agar dapat menyiapkan pesanan roti dengan lebih cepat.
2. Sebaiknya roti tawar yang akan digunakan sudah dibelah terlebih dahulu oleh karyawan pihak dapur sehingga dapat menghemat waktu dan tidak perlu menambah karyawan yang baru.
3. Alat – alat yang diperlukan untuk menyiapkan roti seperti: pisau, spatula dan kertas pembungkus sebaiknya diletakkan di tempat mudah dijangkau oleh masing – masing karyawan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Dimiyati, Tarliah, T., Dimiyati, A. (1992). Operations Research Model-Model Pengambilan Keputusan. Bandung : Sinar Baru.
- Faisal, F. (2005). Pendekatan Teori Antrian : Kasus Nasabah Bank Pada Pukul 08.00-11.00 WIB di Bank BNI 46 Cabang Bengkulu. Jurnal Gradien, Vol 1(2) : 90-97.
- Heizer, J., Render, B. (2005). Operation Management. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.
- Mulyono, Sri. (2007). Riset Operasi, Jakarta : Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Taha, Hamdy A. (2007). Operations Research, Upper Saddle River: Pearson Education, Inc.
- Wignjosoebroto, Sritomo. (1995). Ergonomi: Studi Gerak dan Waktu. Surabaya : Prima Printing.