Ontologically Founded Causal Sets: Constraints for a Future Physical Theory of Everything

Winfried Blau
Dresden, Germany
winfried_blau@hotmail.com

Abstract

The paper is located on the border between physics, mathematics and philosophy (ontology). The latter is required to embed the dualistic by nature mathematics into a monistic metatheory. It is shown, that a consequent philosophical monism and an approach which starts from the origin of the universe imposes significant constraints on a physical Theory-of-Everything. This may be helpful for finding such a theory. A philosophical system that is monistic and at the same time structured clear enough to be compatible with mathematical thinking is the Hegelian dialectic logic. With the aid of this logic the necessary existence of a causal chain embedded in the general, unconditional and timeless being is proved constructively. In the causal chain our entire reality is coded. It is termed by Hegel as determinate being in contrast to being. The chain has a beginning, representing the birth of the universe (big bang) and the beginning of time. It is isomorphic to the natural numbers. The half-ring structure of the natural numbers induces a secondary causal network. Thus the ontological approach results in a special version of the theory or causal sets. The causal network is topologically homeomorphic to an infinite dimensional Minkowski cone. Each prime number corresponds to a dimension. Hypothetical small "bumps" of 4D spacetime (Brane) in the direction of the extra dimensions of the Minkowski manifold mean topological defects, which can be interpreted as curvature of spacetime. This means a bridge to the general theory of relativity. On the other hand, the bumps may be interpreted as objects with which one can handle similar to the strings in string theory.

Zusammenfassung

Die Arbeit bewegt sich im Grenzgebiet zwischen Physik, Mathematik und Philosophie (Ontologie). Letztere wird benötigt, um die vom Wesen her dualistische Mathematik in eine monistische Metatheorie einzubetten. Es wird gezeigt, dass ein konsequenter philosophischer Monismus und ein Denken vom Ursprung des Universums her einer physikalischen Theorievon-Allem erhebliche Randbedingungen auferlegen. Für das Auffinden einer solchen Theorie kann das hilfreich sein. Ein philosophisches System, dass monistisch ist und zugleich klar genug strukturiert um mit der mathematischen Denkweise kompatibel zu sein ist die Hegelsche dialektische Logik. Unter Zuhilfenahme dieser Logik wird die notwendige Existenz einer in das allgemeine, unbedingte und zeitlose Sein eingebetteten, aber vom Chaos dieses Seins unbeeinflussten kausalen Kette konstruktiv bewiesen. In dieser kausalen Kette ist unsere gesamte Realität codiert, von Hegel als Dasein im Gegensatz zum Sein bezeichnet. Die Kette hat einen Anfang, der den Anfang des Universums und den Anfang der Zeit darstellt. Sie ist isomorph zu den natürlichen Zahlen. Deren Halbring-Struktur induziert ein sekundäres kausales Netzwerk. Somit ist das Ergebnis der ontologischen Herangehensweise eine spezielle Version der Theorie der kausalen Mengen. Das Netzwerk ist topologisch homöomorph

ist zu einem unendlich dimensionalen Minkowski-Kegel. Jeder Primzahl entspricht eine Dimension. Hypothetische kleine "Ausbeulungen" oder "Bumps" der 4D-Raumzeit (Brane) in Richtung der Extradimensionen der Minkowski-Mannigfaltigkeit bedeuten topologische Baufehler, die sich als Krümmung der Raumzeit interpretieren lassen und eine Brücke zur allgemeinen Relativitätstheorie darstellen. Auf der anderen Seite lassen sich die Ausbeulungen der Brane als Objekte deuten, mit denen man ähnlich umgehen kann wie mit den Strings der Stringtheorie.

1 Einführung

Seit Urzeiten versucht die Menschheit eine Erklärung für unsere Welt und ihre Entstehung zu finden. Waren diese Erklärungsversuche anfangs in religiöse Mythen eingebunden und schuf später die Philosophie unterschiedlichste Denksysteme, so macht es heute die Physik zu ihrer Aufgabe, eine Theorie-von-Allem (Theory-of-Everything, TOE) bzw. eine "Weltformel" zu finden.

Befragen wir zwei Physiker, was ihrer Meinung nach Ziel und Anspruch einer künftigen Theorie-von-Allem sein sollte: Briane Greene (Green, 2002) und Stephen Hawking (Hawking, 1988), (Hawking, et al., 2010). Sie äußern in Übereinstimmung mit der wissenschaftlichen Community, das Ziel sei die vier Grundkräfte Elektromagnetismus, Schwache Kernkraft, Starke Kernkraft und Gravitation geltenden Einzeltheorien in einer "Großen Vereinheitlichung" (GUT) zusammenzufassen. Diese vereinheitlichte Theorie würde sowohl die Einzelkräfte als auch deren Wechselwirkung beschreiben und würde auch für extreme Situationen wie das Innere von Schwarzen Löchern und die Entstehung des Universums gelten.

Briane Green charakterisiert die TOE als "eine Theorie, die auf keine tiefere Erklärungsebene zurückgeführt werden kann" (Green, 2002 S. 31). Unter Berufung auf Albert Einstein fordert er die "logische Einfachheit" und "Unvermeidbarkeit" der Theorie: "Die letztgültige Theorie müsste die Form, die sie hat, besitzen, weil sie das einzige Erklärungsmodell wäre, welches das Universum beschreiben könnte, ohne an inneren Widersprüchen oder logischen Absurditäten zu scheitern." (Green, 2002 S. 327).

Stephen Hawkings verlangt darüber hinaus von einer "letztgültigen Theorie, wenn es sie denn gibt" (Hawking, et al., 2010 S. 15): "Um das Universum auf fundamentaler Ebene zu verstehen, müssen wir nicht nur wissen, *wie* sich das Universum verhält, sondern auch *warum*:

- 1. Warum gibt es etwas und nicht einfach nichts?
- 2. Warum existieren wir?
- 3. Warum dieses besondere System von Gesetzen und nicht irgendein anderes?"

Hawking hat einen hohen Anspruch. Die ersten beiden seiner Warum-Fragen sind schon keine Fragen der Physik mehr. Es sind Fragen der Metaphysik, einer zentralen Teildisziplin der Philosophie. Die dritte Frage ist nur eine andere Formulierung der Frage nach der Theorie-von-Allem.

Das Ziel unserer Arbeit ist, eine Antwort auf die zweite Warum-Frage zu geben und einen Lösungsansatz für die dritte Frage vorzuschlagen. Die erste der Warum-Fragen lässt sich prinzipiell nicht eindeutig beantworten, wie sich zeigen wird.

Wir bewegen uns dabei im Grenzgebiet zwischen Philosophie, Mathematik und Physik. Um zu eigenen Antworten zu kommen, müssen wir uns zunächst entscheiden, von welchen philosophischen und wissenschaftsmethodischen Grundpositionen wir ausgehen wollen. Und wir müssen die Antworten, die Hawking, Greene und andere gegeben haben, in Bezug auf diese Grundpositionen einordnen.

2 Philosophischer und wissenschaftsmethodischer Hintergrund

2.1 Dualistische oder monistische Grundposition.

Die Frage von Dualismus und Monismus ist die Grundfrage der Philosophie¹. Grundfrage deswegen, weil von ihrer Beantwortung Antworten in allen Teildisziplinen der Philosophie wie Metaphysik, Ontologie, Erkenntnistheorie, Ethik usw. abhängen. Ob man von einer dualistischen oder monistischen Grundposition ausgeht und wie konsequent man in dieser Hinsicht ist, ist entscheidend dafür, ob eine Theorie den eben genannten hohen Zielen einer Theorievon-Allem gerecht werden kann.

In der Philosophie wird als Dualismus eine weltanschauliche Grundposition bezeichnet, in der das *Sein* in einander ausschließende Sphären bzw. Substanzen zerfällt: Materie und Geist, Körper und Seele, Stoff und Form u. ä. Es gibt verschieden Varianten des Dualismus, je nach Art, ob und wie die Sphären oder Substanzen miteinander wechselwirken. Die klassische Variante behauptet, dass sich die Welt in eine materielle und eine immaterielle Sphären aufteilt, die jedoch in kausaler Wechselwirkung miteinander stehen. In der Regel dominiert dabei die immaterielle Sphäre die materielle Sphäre. Bekannte Vertreter dieses "interaktionistischen Dualismus" waren im 18. Jahrhundert der Aufklärungsphilosoph Decartes und im 20. Jahrhundert Karl Popper. Eine dualistische, vielfach auch pluralistische Weltsicht ist die Grundlage der meisten Religionen. Zwingend ist das jedoch nicht. Spinozas Religionsphilosophie ist beispielsweise monistisch (Identität von *Gott* und *Substanz*) und auch Einsteins spärliche Äußerungen zu derartigen Fragen lassen vermuten, dass er monistisch dachte.

Die Gegenposition zum Dualismus ist die des Monismus. Seine Grundthese ist, dass die Welt mit all ihren Seinsformen und Erscheinungen eine Einheit bildet. Implizit bedeutet das auch, dass die Welt keine äußere Ursache hat und es keine zusätzliche Einwirkung von außen geben kann, da es kein Außen gibt. Wenn die Welt erklärbar ist, dann nur aus sich selbst heraus. Auch hier begegnen uns verschiedene Varianten. Die populärste Position ist die des Materialismus oder Physikalismus. Hiernach ist alle Realität außerhalb unseres Bewusstseins eine einheitliche Materie, die sich nach einheitlichen physikalischen Gesetzen verhält. Das sogenannte Geistige wäre nur ein Produkt des menschlichen Denkens, welches kausal letztlich auf physikalisch-chemische Vorgänge im Gehirn zurückgeht. Die meisten Naturwissenschaftler gehen in ihrer wissenschaftlichen Arbeit von einer materialistischmonistischen Position aus, unabhängig davon, welche Weltanschauung sie im Privatleben vertreten, ob sie sich z. B. religiös gebunden fühlen oder nicht. Aus Sicht der heutigen Naturwissenschaft können alle empirisch beobachteten Wechselwirkungen durch von materiel-

¹ Es gibt unterschiedliche Auffassungen was die Grundfrage der Philosophie sei. Nach Meinung des Autors ist die Frage ob ein philosophisches System monistisch oder dualistisch aufgebaut ist fundamentaler als z. B. die Frage nach dem Verhältnis von Materie und Bewusstsein, worin der Marxismus die Grundfrage sieht.

len Quellen ausgehende materielle Felder hinreichend erklärt werden. Es besteht kein Anlass zusätzlich Wechselwirkungen mit einer immateriellen Sphäre anzunehmen, abgesehen davon, dass sich eine solche Wechselwirkung jedem Erklärungsversuch verweigert. Beweisen können wir diese These allerdings nicht. Es wäre ein Widerspruch in sich, wenn wir die Position des Monismus von einer übergeordneten Position aus beweisen wollten.

Dualismus in der Physik

Paradoxerweise ist die theoretische Physik entgegen der philosophischen Grundposition der meisten Physiker in der täglichen Praxis vorwiegend dualistisch strukturiert. Auf der einen Seite gibt es materielle Substanzen (Elementarteilchen im Mikrokosmos oder Sterne und Galaxien im Makrokosmos), auf der anderen Seite die physikalischen Gesetze, nach denen die Wechselwirkung und die Bewegung der Substanzen ablaufen. Vergegenwärtigen wir uns ganz grob die Geschichte der Physik, seit sie durch Galilei und Newton zu einer exakten Naturwissenschaft wurde:

- Für Newton gibt es auf der einen Seite die materiellen Körper und die Kräfte, die sie aufeinander ausüben, einschließlich der Gravitationskraft, die sich Newton ebenfalls materiell vorstellte. Auf der anderen Seite gibt es das Gravitationsgesetz und die Bewegungsgleichungen.
- Das 19. Jahrhundert brachte die Entdeckung der elektrischen und magnetischen Felder und der elektromagnetischen Wellen. Die Felder stellte man sich ebenfalls materiell vor, als "Äther". Die physikalischen Gesetze, welche die Form dieser Felder und ihre Bewegung beschreiben, sind die Maxwellschen Gesetze.
- Das 20. Jahrhundert brachte die Quantenmechanik. Die Newtonschen Bewegungsgleichungen und die Maxwellsche Elektrodynamik waren nicht in der Lage, die innere
 Struktur der Atome und deren Wechselwirkung mit dem Licht zu beschreiben. Die
 "Substanzen" dieser neuen Mechanik sind Materiewellen bzw. Quanten, deren Bewegung durch die Schrödingergleichung und deren relativistische Erweiterungen beschrieben wird.
- Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts gab es zusätzlich zum Dualismus von Substanz und Bewegungsgesetz noch einen Dualismus von Substanz auf der einen Seite sowie Raum und Zeit auf der anderen Seite. Es war ein großer Schritt in Richtung eines monistischen physikalischen Weltbildes, als Albert Einstein zu Beginn des 20. Jahrhunderts zunächst in der speziellen Relativitätstheorie Raum und Zeit sowie Masse und Energie "vereinheitlichte". Mit der allgemeinen Relativitätstheorie (ART) gelang ihm dann die Vereinheitlichung der vierdimensionalen Raumzeit und der Gravitation, indem er das Gravitationsfeld und dessen materielle Quellen auf Krümmungen der nichteuklidischen 4-dimensionalen Raumzeit zurückführte. Die Bewegung der Massen erfolgt dann entlang der geodätischen Linien, d.h. der kürzesten Verbindungen in diesem nichteuklidischen Raum. Trotz dieses Teilerfolges blieb der Dualismus zwischen Raumzeit und Materie auf der einen Seite, deren Einheit in den Einsteinschen Feldgleichungen beschrieben wird, und dem Bewegungsgesetz (bzw. dem zugrunde liegenden Hamiltonschen Extremalprinzip) auf der anderen Seite bestehen.

Die Vereinheitlichung von Materie und Raumzeit in der ART war das große Vorbild für alle weiteren Versuche, auch die elektromagnetischen Felder und die verschiedensten Kernkräfte zusammen mit der Gravitation und der Raumzeit in einer "Großen Vereinheitlichung (GUT)" gemeinsam zu beschreiben. Einstein widmete sich dieser Aufgabe sein ganzes restliches Forscherleben, ohne dieses Ziel zu erreichen. Ein wichtiger Teilerfolg war die Formulierung der *elektroschwachen Theorie* durch Glashow, Weinberg und Salam in den sechziger Jahren des 20. Jahrhunderts, in der die elektromagnetische Wechselwirkung und die *schwache Kernkraft*, die für die β–Radioaktivität verantwortlich ist, zusammengefasst wurden.

Der zurzeit populärste Ansatz für die "Große Vereinheitlichung" aller Kräfte ist die *Stringtheorie*. Die Stringtheorie erweitert die 4-dimensionale Raumzeit um weitere Extradimensionen, die allerdings nicht offen sind, sondern mikroskopisch eingerollt und dem Experiment mit den heutigen Mitteln nicht zugänglich. Das Ziel ist es aus Schwingungen von eindimensionalen *Strings* und mehrdimensionalen *Branen* das Spektrum der Elementarteilchen abzuleiten und dabei gleichzeitig allgemeine Relativitätstheorie und Quantentheorie zu vereinheitlichen.

Um auf Green und Hawkings zurückzukommen, für beide ist die Stringtheorie bzw. ihre Verallgemeinerung als M-Theorie mehr als nur eine vereinheitlichte Feldtheorie, sondern die Theorie-von-Allem selbst. Brian Green schreibt unmissverständlich: "Zum ersten Mal in der Geschichte der Physik haben wir damit *(mit der Stringtheorie)* ein System, mit deren Hilfe sich jede bedeutsame Eigenschaft des Universums erklären lässt. Aus diesem Grund wird die Stringtheorie manchmal auch als Theory of Everything (TOE), als 'allumfassende', 'endgültige' Theorie oder schlicht als 'Weltformel' bezeichnet." (Green, 2002 S. 31).

Diese Aussage ist doch etwas verwunderlich. Die Stringtheorie bzw. M-Theorie ist mathematisch äußerst komplex und enthält viele ad-hoc-Annahmen, z. B. die Strings selbst. "Logisch einfach" wie von Green gefordert (s. o.) ist sie jedenfalls nicht und auch ihre "Unvermeidbarkeit" ist nicht unmittelbar einsichtig. Solange ihr nicht eine weitere, wesentlich einfachere Theorie vorgelagert ist, ist sie mit den Mitteln der Logik nicht herleitbar. Entweder wir behandeln eine solche Stringtheorie im Sinne des Positivismus als mathematisches Modell, das die Welt nur beschreibt und verzichten auf eine Erklärung, oder wir müssen annehmen ihre Gesetze regierten die reale Welt von außen. Und das wäre wieder eine dualistische Position.

Hawkings spricht wörtlich von der "Herrschaft des Gesetzes" (Hawking, et al., 2010 S. 17 ff.). Das ist nicht etwa nur eine sprachliche Nachlässigkeit, sondern tatsächlich so gemeint, wie man beim weiteren Lesen feststellt. Ihm geht es vor allem um den Anfang der Zeit und die Erklärung der Entstehung des Universums bzw. eines Multiversums von vielen Einzeluniversen, die auf Grund von quantenmechanisch bedingten Zufällen mit unterschiedlichen Details in den physikalischen Gesetzen und mit unterschiedlichen Naturkonstanten ausgestattet sind. Unter Bezug auf eine gemeinsam mit James Hartle zwecks Beseitigung der Urknall-Singularität entwickelten Theorie der Quantengravitation (Hartle, et al., 1983) schreibt Hawking, "dass der Anfang des Universums von den Gesetzen der Wissenschaft bestimmt wurde und nicht von irgendeinem Gott angestoßen werden musste" (Hawking, et al., 2010 S. 135) und gerät genau hier in die Falle des Dualismus, denn seine Theorie erläutert er wie folgt: "Wenn der Ursprung des Universums ein Quantenereignis war, muss er sich mit Hilfe von Feynmann-Summen über alle Geschichten exakt beschreiben lassen." Hiernach war die Quantentheorie schon "vor" dem Universum (bzw. den Paralleluniversen) und dem Anfang der Zeit da, steht also außerhalb des Universums. Wer erklärt nun den Ursprung der Quan-

tentheorie, d. h. beantwortet Hawkings dritte Warum-Frage (s.o.): Warum dieses besondere System von Gesetzen und nicht irgendein anderes?

Dualismus in der Mathematik

Betrachten wir eine mathematische Theorie wie beispielsweise die Theorie der natürlichen Zahlen oder die Mengenlehre. Eine solche Theorie wird durch ein Menge von Objekten (Variablen, Konstanten, Relationen, Funktionen) sowie eine Menge von Axiomen und daraus abgeleiteten Aussagen über Beziehungen zwischen diesen Objekten in Form mathematischer Formeln beschrieben. Wir nennen die Ebene dieser Theorie die Objektebene und die mathematische Sprache, in der sie formuliert ist, die Objektsprache.

Ob diese Theorie hingegen widerspruchsfrei ist oder abgeschlossen, d. h. nicht durch weitere Axiome widerspruchsfrei erweiterbar, kann innerhalb der Objektebene und allein mit den Mitteln der Objektsprache nicht geklärt werden, sondern nur im Rahmen einer Metatheorie, z. B. der klassischen Logik. Die Formeln der Objektebene sind in der Regel Objekte der 1. Metaebene (Rautenberg, 2008). Die Formeln der Metatheorie beschreiben dann Beziehungen zwischen den Formeln der Objektebene, insbesondere, welche Formeln aus welchen anderen Formeln, z. B. einem Basissatz von Axiomen, *gefolgert* werden können. Ob aber die 1. Metatheorie korrekt, widerspruchsfrei und vollständig ist, kann erst im Rahmen einer 2. Metaebene geklärt werden usw.

Jede Metaebene verfügt über einen eigenen Wahrheitsbegriff, z. B. *gültig/nicht gültig, folgerbar/nicht folgerbar*, mit dem sie ihre aus der jeweils unteren Ebene stammenden Objekte bewertet. Die Kommunikation zwischen den Ebenen erfolgt nur mit Hilfe dieser Wahrheitsbegriffe. Ansonsten sind die Objekt- und Metatheorien völlig unabhängig voneinander.

Das alles bedeutet letztlich, dass die Grundposition der Mathematik in der täglichen Praxis dualistisch ist und auch so sein muss.

Prinzipiell könnte man diese Hierarche der Metatheorien bis ins Unendliche fortsetzen. In der Praxis durchbricht man die Hierarchie irgendwann und setzt als oberste Ebene die Alltagssprache. Der zu dieser Ebene gehörige Wahrheitsbegriff könnte lauten "der bisherigen Erfahrung nach widerspruchsfrei" oder noch pragmatischer "in der menschlichen Praxis erfolgreich anwendbar".

Fassen wir zusammen:

- Aus Sicht der Erfahrung ist die Position des Monismus hinreichend die reale Welt zu erklären. Auf der Basis der Vernunft lässt sich der Monismus aber nicht beweisen. Es wäre ein Widerspruch in sich, wenn wir den Monismus von einer übergeordneten Position aus beweisen wollten.
- 2) Eine Weltsicht, nach der die reale Welt sozusagen "von außen" regiert wird, sei es durch die Ideen Platos oder die Universalien der Scholastiker, oder sei es durch physikalische Gesetze bzw. eine einheitliche Weltformel, ist philosophisch gesehen in gleicher Weise eine dualistische Weltsicht. Als Physiker sollte man erwarten, dass die Bewegungsgesetze des Universums gemeinsam mit dem Universum entstehen, in seiner Struktur codiert sind und aus der Struktur in ihrer komplexen mathematischen Form ablesbar sein müssen. Das wäre der einfachste Weg "Unvermeidbarkeit" zu ga-

- rantieren. Wenn man sich für die Position des Monismus entschieden hat, sollte man auch in dieser Frage konsequent sein.
- 3) Es gehört zum Wesen der Mathematik, dass eine mathematische Theorie immer in übergeordnete Metatheorien eingebettet sein muss. Ihre erkenntnistheoretische Grundposition ist somit letztlich dualistisch. Daher kann sich die theoretische Physik bei der Frage nach der Entstehung des Universums oder bei der Formulierung einer Theorie-von-Allem nicht allein auf die Mathematik als Hilfswissenschaft stützen. Man benötigt zusätzlich eine vorgelagerte Theorie, in die die Mathematik eingebettet ist und die ihrerseits keiner übergeordneten Metatheorie bedarf.

2.2 Induktiver oder deduktiver Erkenntnisweg

Die bisher so erfolgreiche induktive Erkenntnismethode der Physik scheint in eine Krise geraten zu sein. Solange wir uns der Theorie-von-Allem nur ausgehend von den Ergebnissen der experimentellen Physik aus nähern, wird die Theorie mathematisch immer anspruchsvoller, je tiefer wir in den Mikrokosmos eindringen, ihre "Unvermeidbarkeit" aber kaum einsichtiger. Äußeres Zeichen des Dilemmas ist die Vielzahl der nebeneinander existierenden Varianten der Stringtheorie, die sich in ihren ad-hoc-Annahmen unterscheiden und welche die Wirklichkeit trotzdem alle gleich gut bzw. gleich schlecht beschreiben.

Zugleich wird die experimentelle Verifizierung einer Theorie immer schwieriger. In den letzten hundert Jahren lieferten die experimentelle Kernphysik und die Elementarteilchenphysik mit ihren immer größeren Beschleunigern ausreichend experimentelle Daten, um zwischen alternativen Theorien zu entscheiden. Dem sind jedoch Grenzen gesetzt. Um die Natur der schwachen Kernkraft aufzuklären, mussten Strukturen in der Größenordnung von 10⁻¹⁶ cm untersucht werden. Um hingegen eine Quantentheorie der Gravitation experimentell zu bestätigen, müsste man 10⁻³⁵ m auflösen (Planck-Länge). Auf Grund der Komplementarität von Länge und Impuls und der quantenmechanischen Unschärferelation würde man einen Beschleuniger mit der 10¹⁶-fachen Energie des Large Hadron Colliders bei Genf benötigen, des derzeit größten Beschleunigers. Er würde die Dimensionen unseres Sonnensystems sprengen.

Soll man nun deswegen den induktiven Erkenntnisweg verlassen und deduktiv vorgehen, ausgehend von "reiner Vernunft" und Logik? Wir stoßen hier erneut auf die Grundfrage der Philosophie, hier in ihrem Teilgebiet Erkenntnistheorie. Unsere monistische Grundposition verbietet uns in der Frage der Entstehung des Universums den deduktiven Erkenntnisweg. Es gibt keine übergeordneten Grundwahrheiten außerhalb des Seins, von denen aus eine Deduktion möglich wäre.

2.3 Ein erweiterter induktiver Ansatz

Ein Ausweg ist ein erweiterter induktiver Ansatz. Eine Theorie, die wirklich die Bezeichnung Theorie-von-Allem verdient, kann nur eine Angelegenheit der Wissenschaft insgesamt sein, nicht allein der Physik. Unser erweiterter Ansatz besteht darin, neben den Ergebnissen der experimentellen Physik auch allgemeinste Erfahrungen der Wissenschaft etwa folgender Art zur empirischen Grundlage der Theorie zu machen:

- 1. Die Erfahrung des eigenen Daseins sowie eines Daseins außerhalb von uns, mit dem wir im Austausch stehen.
- 2. Die Erfahrung, dass sich dieses Dasein kausal nach objektiven Gesetzen verhält.

3. Die Erfahrung, dass eine monistische Grundposition bisher immer hinreichend war die Erscheinungen des Daseins zu erklären.

Die Ontologie – die Lehre vom Sein - hat es sich zur Aufgabe gemacht, derartige allgemeinste Erfahrungen der Einzelwissenschaften in ein philosophisches System zu bringen. Wir wollen eine physikalische Theorie, deren mathematische Struktur sich mit Notwendigkeit aus derartigen Erfahrungen ergibt, als "ontologisch fundiert" bezeichnen.

Zugleich hätten wir in der Ontologie – sofern sie monistisch ist – u. U. eine Metatheorie, in die wir wie gefordert die für die TOE benötigte Mathematik einbetten könnten. Dazu müssten allerdings Ontologie und mathematische Physik methodisch anschlussfähig sein, was hohe Ansprüche an das ausgewählte philosophische System stellt. Unter den klassischen Philosophen scheint einzig Friedrich Hegel diesem Anspruch zu genügen.

Die an dritter Stelle genannte Erfahrung ist ein Anwendungsbeispiel für einen Teilaspekt des "Satzes vom zureichenden Grunde", das "Gesetz der Homogenität" (Schopenhauer, 1847). Dieses Gesetz, oft auch "Ockhams Rasiermesser" (Ockham, 1288-1347) genannt, besagt sinngemäß: Wenn zwei Theorien bestimmte Phänomene gleich gut beschreiben, so ist der einfacheren von ihnen der Vorzug zu geben. Einfacher ist eine Theorie auch dann, wenn sie mit weniger Voraussetzungen auskommt. Bezogen auf unsere Aufgabe bedeutet das: Wenn es gelingt, das Dasein auf monistischer Basis in einfachster Weise zu erklären, sind weitere Zusatzannahmen wie sie für dualistische Herangehensweisen typisch sind überflüssig².

Der Preis für eine in dieser Weise "ontologisch fundierte" Theorie-von-Allem ist, dass sie wie alle induktiv hergeleiteten Theorien im strengen Sinne nicht beweisbar sein wird, ebenso wie unsere monistische Grundposition oder der Satz vom zureichenden Grunde.

Um sowohl allgemeinste Grunderfahrungen wie experimentelle Detailergebnisse erklären zu können müsste die Theorie-von-Allem vermutlich einen hierarchischen Aufbau haben. Am Ende der Hierarchie könnte durchaus eine mathematisch komplexe Theorie wie die M-Theorie oder eine der konkurrierenden Theorien stehen, am Anfang aber eine Vorstufe von höchster "logischer Einfachheit", um mit Einstein zu reden. Es ist nicht unser Ziel an dieser Stelle die Theorie-von-Allem vollständig auszuarbeiten. Schon Randbedingungen, denen diese Theorie genügen muss, können sehr nützlich sein, indem sie die Willkür der zusätzlichen Annahmen einschränken.

Bevor wir uns Friedrich Hegel zuwenden, wird es sehr lehrreich sein, dass wir uns mit Immanuel Kants "Kritik der reinen Vernunft" (Kant, 1956) beschäftigen. Kant demonstriert hier sehr anschaulich, warum uns in Fragen der Kosmologie der deduktive Erkenntnisweg verschlossen bleibt.

2.4 Immanuel Kants "Kritik der reinen Vernunft"

Die wichtigsten Thesen der 1781 erschienenen "Kritik der reinen Vernunft" sind

1. Allein die *sinnliche Anschauung* (Kant, 1956 S. B33) ist eine verlässliche Quelle der Erkenntnis.

² Dieses Gesetz entspricht gemäß dem Sprichwort "Doppelt hält besser" nicht immer unserem Alltagsempfinden.

In der Analyse der Anschauung werden zu deren Beschreibung in *progressiver* Weise "*reine Verstandesbegriffe"* entwickelt, und auch diese sind verlässlich.

2. Die reinen Vernunftbegriffe hingegen, die regressiv aus der Anschauung entwickelt werden, um die anschaulichen Erscheinungen zu erklären sind unzuverlässig, sobald wir versuchen, das allem bedingten Sein (mundus phenomena) zu Grunde liegende und unserer sinnlichen Anschauung nicht zugängliche unbedingte Sein (mundus nuomena) zu erklären.

Kant demonstriert die zweite These an vier von ihm so bezeichneten unbedingten "Weltbegriffen" oder "kosmologischen Ideen", welche die Grundlagen unserer realen Welt betreffen. Versucht man diese vier kosmologischen Ideen zu formulieren, so kann man mit den Mitteln der reinen Vernunft zu jeder Thesis auch die entgegengesetzte Antithesis "beweisen", letztlich also gar nichts. Es sind dies die vier Antinomien der reinen Vernunft (Kant, 1956 S. B454), die aus Sicht der heutigen Kosmologie wie auch der gesuchten Theorie-von-Allem aktueller sind denn je:

1. Antinomie (Endlichkeit oder Unendlichkeit)³

Thesis Die Welt hat einen Anfang in der Zeit, und ist dem Raum nach auch in Grenzen.

Antithesis Die Welt hat keinen Anfang, und keine Grenzen im Raume, sondern ist, sowohl in Ansehung der Zeit als auch des Raumes, unendlich.

2. Antinomie (Atomismus oder Kontinuum)

Thesis Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts als das Einfache oder das, was aus diesem zusammengesetzt ist.

Antithesis Kein zusammengesetztes Ding in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts Einfaches in derselben.

3. Antinomie (Determinismus oder Zufall)

Thesis Die Kausalität nach Gesetzen der Natur ist nicht die Einzige, aus welchen die Erscheinungen der Welt insgesamt abgeleitet werden können. Es ist noch eine Kausalität durch Freiheit zu Erklärung derselben anzunehmen notwendig.

Antithesis Es gibt keine Freiheit, sondern alles in der Welt geschieht nach den Gesetzen der Natur.

4. Antinomie (Monismus oder Dualismus)

Thesis Zu der Welt gehört etwas, das, entweder als ihr Teil, oder ihre Ursache, ein schlechthin notwendiges Wesen ist.

Antithesis Es existiert überall kein schlechthin notwendiges Wesen, weder in der Welt, noch außer der Welt, als ihre Ursache.

³ Jeweils in Klammern eine Beschreibung des Problems aus heutiger Sicht durch zwei alternative Begriffe.

Kants "bewies" die Thesen wie der Antithesen auf Basis des naturwissenschaftlichen Wissens von 1786 und dessen was damals als *reine Vernunft* galt und führte damit diese sogenannte *reine Vernunft* ad absurdum. Wir werden sorgfältig trennen müssen, was beim Stand der heutigen Wissenschaft noch *reine Vernunftbegriffe* sind und was empirisch gesicherte, nach Kant also aus der *Anschauung* abgeleitete *Verstandesbegriffe* sind. Auf das *unbedingte* und damit unserer Meinung nach sogar chaotische *Sein* trifft Kants Argumentation auf jeden Fall zu. Wir werden mit Hegel einen Weg finden, das *bedingte*, d. h. von Notwendigkeit bestimmte reale *Dasein* von dem *unbedingten Sein* abzutrennen und beziehen uns in unseren späteren Aussagen allein auf dieses *Dasein*. Wir werden Kants Warnung immer beachten, lassen uns aber dadurch nicht von unserem Vorhaben abbringen.

2.5 Friedrich Hegels Ausweg

Friedrich Hegel entwickelte in seiner 30 Jahre nach der "Kritik der reinen Vernunft" erschienen "Wissenschaft der Logik" (Hegel, 1963) in Weiterentwicklung der Gedanken des von ihm sehr verehrten Kant eine philosophische Methodik, die sich als Ausweg aus dem Dilemma der *reinen Vernunft* erweisen sollte. Im Unterschied zur klassischen Aussagenlogik handelt es sich bei Hegel um eine dialektische Logik. Die Dialektik geht schon auf Aristoteles zurück und auch Kant bezieht sich darauf. Sie war aber bis dahin mehr ein didaktisches Prinzip. Hegel baute sie zu einem philosophischen System aus. Wesentliche Grundsätze seiner Logik sind:

- Die klassische Logik abstrahiert von der Zeit. Jede Aussage ob wahr oder falsch gilt auf immer und ewig.
 - Hegels System hingegen enthält nach den Kategorien *Sein* und *Nichts* schon an dritter Position das *Werden*, die Evolution.
- 2. Widersprüche sind nicht wie in der klassischen Logik etwas unerlaubtes, was es zu eliminieren gilt. Sie sind eine Grunderscheinung des Seins und der uns umgebenden realen Welt
- In der klassischen Logik sind Widerspräche unversöhnlich. Die Dialektik betont die übergeordnete Einheit des Widerspruchs. Die Aufhebung der Widersprüche in ihrer Einheit auf der einen Seite und die Spaltung des Einheitlichen auf der anderen sind die Grundlage des Werdens.
- 4. Die *Negation* der *Negation* führt nicht wie in der klassischen zweiwertigen Logik wieder auf die ursprünglichen Aussage zurück, sondern auf eine höhere Ebene, weil nebenher *Werden* stattgefunden hat. Dies ist der Elementarschritt für den Aufbau von Hierarchien: Hierarchien von Stufen der Evolution, von Seinsebenen, von relativen Wahrheiten und dergleichen.

Bei Hegel gibt es keine Dogmen. Aus Sicht der Hegelschen Philosophie sind die Kantschen Antinomien und auch der eingangs besprochene Widerspruch von Dualismus und Monismus nicht unversöhnlich.

Entscheidet man sich allerdings für ein monistisches Weltmodell, wird man nahezu zwangsläufig zu Hegel geführt. Wenn es keine übergeordnete Metatheorie gibt, keine *reine Vernunft*, die zu entscheiden gestattet, was real und was virtuell ist, was wahr und was falsch, was gut und was böse, benötigen wir einen Seins-Begriff, der umfassender ist als bei den meisten von Hegels Vorgängern.

Folgen wir also dem Aufbau des Hegelschen Kategoriengebäudes, das beim *Sein* beginnt (Hegel, 1963 S. 66 ff.).

1) Das Sein

Das ganze Erste Buch "Die Lehre vom Sein" von den drei Büchern der "Wissenschaft der Logik" handelt vom *Sein* und daraus abgeleiteten Kategorien. Zunächst sagt Hegel nichts zum Inhalt des *Seins*, lässt alles offen, es ist *unbestimmtes Sein*. Er definiert das *Sein* als Negation des *Nichts* und umgekehrt. Darüber hinaus behauptet er – an dieser Stelle zunächst unverständlich "Das reine Sein und das reine Nichts ist also dasselbe" (Hegel, 1963 S. 67). Erst mit dem Zweiten Buch ("Das Wesen") wird klar, was er hiermit meint. Das *Sein* benötigt nach Hegel keine *Substanz* oder Materie als Grundlage sondern nur das *Nichts*, ist also in gewissem Sinne nicht viel mehr als das *Nichts*.

Auf die Differenzierung

- in das *Sein* als *Wesen*, das identisch ist mit dem *Dasein*, also der realen Welt, wie wir sie als Subjekt durch Anschauung und *Reflexion* erleben, und
- das Sein als Schein, das unwesentliche oder wesenlose Sein,

geht Hegel erst im Zweiten Buch der Logik ein. Aber auch hier vermeidet Hegel, dies durch Beispiele zu illustrieren. Im Folgenden soll trotzdem versucht werden, das *Sein* näher zu charakterisieren. Wir halten uns dabei an Kants Empfehlung, keine Spekulationen unserer Vernunft zuzulassen, die in ihren Konsequenzen nicht durch unsere empirisch-sinnliche Anschauung überprüft werden könnten.

Bei Zugrundelegung des Monismus gibt es oberhalb der Sphäre des *Seins* keine weiteren Metaebenen von Regeln, Wahrheitskriterien usw. die das Sein beherrschen könnten. Dieses Sein ist in seiner Gesamtheit also unbedingtes Sein (Kant, 1956 S. 543), wobei Teile dieses *Seins* durchaus durch andere Teile bedingt sein können.

Zum *Sein* ist damit alles zugelassen was denkbar und undenkbar, möglich und unmöglich oder aus der Sicht unserer begrenzten menschlichen Vernunft wahr oder falsch erscheint:

- neben dem realen Dasein (s. u.) auch Gedanken, Phantasiewelten und Träume, die zwar aus dem Dasein geboren sind, indem sie auf physikalisch-chemischen Prozessen im Gehirn beruhen, in ihrer Semantik aber zum Schein gehören,
- darüber hinaus alle nicht gedachten, aber prinzipiell möglichen Gedanken, Phantasiewelten und Träume
- daneben alles was uns unserer Erfahrung nach unmöglich erscheint, also neben jeder Aussage zugleich auch deren Negation
- und letztlich bloßes zufälliges Rauschen, welches sich jeder Deutung widersetzt

Zu diesem *Sein* gehören also auch – friedlich nebeneinander - die Thesen und Antithesen von Kants Antinomien. Wir verstehen diese also nicht wie bisher üblich als Zeichen der Ohnmacht der reinen Vernunft, sondern deuten sie positiv: Das *unbedingte Sein* ist in

seiner Gesamtheit letztlich das Chaos. In der obersten Sphäre des gesetzlosen Seins sind prinzipiell keine Entscheidungen möglich.

Skeptiker mögen einwenden, wie soll man sich ein *Sein* von Ideen oder virtuellen Welten ohne materiellen Träger vorstellen. Die Antwort: Auch Informationsträger sind denkbar, also *sind* sie, dazu Wörterbücher und Lexika mit Illustrationen zur Erklärung der Begriffe, so dass selbst Außerirdische den Sinn einer Botschaft verstehen könnten ohne unsere Sprache zu sprechen.

Einige weitere Eigenschaften dieses allgemeinsten Seins:

- i. In diesem *Sein* ist alles mit jedem verknüpft. Selbst wenn wir sagen würden: Ein *Etwas* und ein *Anderes* sind nicht miteinander verknüpft, so stellt allein diese Aussage auf der nächsthöheren Metaebene, die gemäß der umfassenden Definition des *Seins* auch zum *Sein* gehört, eine Verknüpfung dar.
- ii. Da wir unendlich viele Metaebenen übereinander schichten können, ist mathematisch gesehen das *Sein* von unendlicher Mächtigkeit und geht damit weit über die Mächtigkeit der realen Welt hinaus.
- iii. Wenn sich alles miteinander verknüpft ist, kann es nur ein einziges Sein geben (Monismus).
 Das allgemeine Sein hat somit etwas mit der Allklasse in der Mathematik zu tun, ist jedoch mehr als das. Der Begriff der Klasse ist aus Sicht der nächsthöheren Metatheorie durch gewissen Axiome und Definitionen eingeschränkt. Für das Sein gibt es jedoch im Sinne des Monismus keine übergeordnete Metatheorie.
- iv. Unsere Erfahrung legt überdies die Annahme nahe, dass dieses *Sein* objektiv und unabhängig vom denkenden Subjekt ist. Bewiesen werden kann das allerdings ebenso wenig wie die Position des Monismus.

2) Das Nichts

Hegel definiert das *Sein* in Gegenüberstellung und als Negation des *Nichts* und umgekehrt: *Nichts* gehört nicht zum *Sein*, und damit gehört <u>alles</u> zum *Sein*.

Mit dem Begriff des *Nichts* muss man allerdings vorsichtig umgehen, um nicht in die Falle einer Antinomie zu geraten: Wenn *Nichts* nicht zum *Sein* gehört, *ist* (d. h. "gibt es") dann überhaupt das *Nichts*? In der Tat *"ist*" nur die *Reflexion* des *Nichts*, und daraus entstehend der (*subjektive*) *Begriff* des *Nichts*, nicht aber das *Nichts* selbst. Die *Reflexion* oder der *Begriff* des *Nichts* ergeben sich aus der *Reflexion* des *Seins* als deren *Negation* (*vgl.* Punkt 6: *Reflexion*).

3) Das Werden

Das *Nichts* ist die *Negation* des *Seins* und das *Sein* die *Negation* des *Nichts*. Durch diese gegenseitige Bezogenheit bilden *Sein* und *Nichts* - auf höherer Ebene - eine *Einheit*. Diese *Einheit* ist die *Negation* der (erstgenannten) *Negation*. Nach Hegel bedeutet diese Einheit *Werden*: *Sein vergeht* in *Nichts* und *Sein entsteht* aus *Nichts*.

Dieses Werden nach Hegel ist ein sehr spezielles Werden. Man hätte auch eine allgemeinere Definition wählen können: Ein Etwas, das sich von einem Anderen unterschei-

det, stellt dadurch eine *Negation* des *Anderen* dar und bildet auf diese Weise verbunden mit dem *Anderen* eine *Einheit*. Diese *Einheit* ist im allgemeinen Falle mehr als die *Summe* des *Etwas* und des *Anderen*, und dieses "mehr" bedeutet *Werden*.

Während das reine *Sein* und der Begriff des *Nichts* unbedingt und zeitlos in der Ewigkeit angesiedelt sind und keines *Grundes* bedürfen (unbedingtes Sein), bringt - wie wir sehen werden - das *Werden Kausalität* und damit die *Zeit* in die Welt.

Dass Hegel das *Werden* so eingeschränkt definiert, hat seinen Grund. Durch das *Werden* soll als Teil des allgemeinen *Seins* das *Dasein* entstehen, die *reale* Welt in der wir leben. Hegel ist überzeugt, dass dieses *Dasein* nur aus dem *Nichts* entstehen kann. Eine Begründung gibt er nicht dafür und er zeigt auch nicht wie das geschehen soll. Wir holen die Begründung hier nach. Sie ist heuristisch vom Ziel her abgeleitet: Wenn sich das reale *Dasein* streng nach physikalischen Gesetzen verhalten soll, darf es nicht schon vom Ursprung her durch das gesetzlose Chaos des allgemeinen *Seins* kontaminiert sein. Mit Sicherheit ist aber nur das *Nichts* nicht kontaminiert.

Wir wissen allerdings, das *Nichts ist* nicht, es ist nicht Teil des *Seins*. Nur der *Begriff* des *Nichts* ist Teil des *Seins*. So werden wir automatisch auf die Kategorie des *Begriffs* gelenkt. Bevor wir uns ihm zuwenden besprechen wir zunächst das *Dasein*.

4) Das Dasein⁴

Das reine *Sein* ist schon nach Kant ein unbestimmtes *Sein*. Hegel beruft sich auf Kant (Hegel, 1963 S. 72) und zitiert aus der "Kritik der reinen Vernunft", dass "das *Sein* keine Eigenschaft oder kein *reales Prädikat sei, d. i. ein Begriff von etwas, was zu dem Begriffe eines Dinges hinzukommen könne*" und weiter: "Und so enthalte das Wirkliche nicht mehr als das bloß Mögliche. Hundert wirkliche Taler enthalten nicht das mindeste mehr als hundert mögliche" (Kant, 1956 S. B626-B627). Letzteres widerspricht natürlich völlig unserer "materiellen" Erfahrung. Demnach benötigen wir einen untergeordneten Seins-Begriff – nach Hegel das *Dasein*, um das Wirkliche vom Möglichen abzutrennen. "Erst das *Dasein* enthält den realen Unterschied von *Sein* und *Nichts*, nämlich das *Etwas* und ein *Anderes*" (Hegel, 1963 S. 73).

Merkmale des *Daseins* sind nach Hegel:

- Das Dasein ist bestimmtes Sein, indem es aus dem Werden hervorgeht. Diese These Hegels werden wir weiter unten konstruktiv beweisen.
- Das Dasein hat als bestimmtes Sein Qualitätsmerkmale. Deren erstes ist Realität.
- Indem es bestimmtes Sein ist, haben wir erstmalig die Möglichkeit im Dasein Etwas und Anderes zu unterscheiden, unscharf noch und nicht eindeutig, weil ein Etwas immer mit seiner Negation untrennbar verbunden ist, so dass diese auf höherer Ebene eine Einheit bilden. Wir können im Rahmen des Daseins also noch nicht von Dingen reden. Dazu bedarf es eines weiter einschränkenden Seins-Begriffs, der Existenz.

_

⁴ Von anderen Philosophen als das *Seiende* im Gegensatz zum *Sein* bezeichnet.

Trotz dieser Abgrenzung ist dieses *bestimmte Sein* weiterhin Bestandteil des allgemeinen, in seiner Gesamtheit *unbestimmten Seins*. Wir verlassen also nicht unsere monistische Grundposition.

Wie können wir das verstehen, dass unbestimmtes, reines *Sein* keine Eigenschaft oder ein reales Prädikat sei. Diese These hat erstmals Aristoteles formuliert.

Gegenstände oder Ereignisse gehören schon dadurch zum *Sein*, dass sie benannt oder beschrieben werden, unabhängig davon, ob sie real sind, nur möglich oder nur eine Fiktion. Mehr bedeutet "*Sein*" nicht. *Sein* ist geradezu banal. Es verbirgt sich nichts Mysteriöses dahinter. Wir können also unter Bezug auf das *unbestimmte Sein* nicht sagen: "Dieser Gegenstand *ist nicht.*" Und damit bringt auch die Aussage: "Dieser Gegenstand ist" nichts Neues.

Unter Bezug auf das konkrete, bestimmte *Dasein* hingegen kann etwas real sein und damit zum *Dasein* gehören oder es kann nicht real sein, d. h. virtuell, und gehört damit nur zum *Sein*.

5) Das Wesen

Es ist charakteristisch für Hegels dialektische Methode, dass er denselben komplexen und widersprüchlichen Gegenstand "Sein" – um ihn zu ergründen - von verschiedenen Blickwinkeln aus betrachtet und nach unterschiedlichen Kriterien filtert:

- Filtert er nach dem Kriterium der Wirklichkeit, erhält er als Ergebnis das Dasein.
- Filtert er nach dem Kriterium der Wahrheit, erhält er das Wesen.
- Filtert er nach dem Kriterium des subjektiven Erkennens, erhält er die Existenz.

Hegel schreibt: "Die Wahrheit des *Seins* ist das *Wesen*. Das *Sein* ist das Unmittelbare. Indem das Wissen das Wahre erkennen will, was das *Sein an und für sich ist*, so bleibt es nicht beim Unmittelbaren und dessen Bestimmungen stehen, sondern dringt durch dasselbe hindurch mit der Voraussetzung, dass *hinter* diesem *Sein* noch etwas anderes ist als das *Sein* selbst, dass dieser Hintergrund die *Wahrheit* des *Seins* ausmacht (Hegel, 1963 S. 3, II.Teil)."

Damit stellt das *Wesen* (Zweites Buch des Ersten Bandes) den Übergang zwischen der *Objektiven Logik* oder der *Lehre vom Sein* (Erstes Buch) und der *Subjektiven Logik* oder dem *Begriff* (Zweiter Band) von Hegels "Logik" dar.

6) Die Reflexion

Damit das *Subjekt* das *Wesen* erkennt bedarf es der *Reflexion* (*Widerspiegelung*). Die *Reflexion* kann aber wie das *Subjekt* immer nur endlich und begrenzt sein, im Gegensatz zum *Sein* in seinem universellen Zusammenhang. Das Subjekt kann das *Wesen* nie vollständig erfassen sondern nur näherungsweise, wenn auch möglicherweise schrittweise immer besser. *Wesen* und *Reflexion* werden zusammen mit dem *Sein* im ersten Band der Logik behandelt - der objektiven Logik, und nicht im zweiten Band – der subjektiven Logik. Hegel begründet nicht, warum er sich für diese Zuordnung entschieden hat. Aus unserer heutigen Sicht erscheint die Zuordnung jedenfalls logisch. Analoge Begriffe zur *Reflexion* in der Philosophie sind die *Abbildung* in der Mathematik (z. B. die Abbildung

einer Menge auf eine andere Menge) und der *Messprozess* in der Physik (z. B. Aufnahme und Speicherung eines Fotos auf einem Speicherchip). Beide Prozesse sind objektivierbar und erfordern nicht unbedingt ein denkendes Subjekt. Eine Fotokamera kann, ausgelöst durch einen Bewegungssensor, Fotos völlig automatisch aufnehmen. Diese Objektivierbarkeit und Loslösung vom Subjekt wird weiter unten wichtig sein für die Konstruktion (das *Werden*) des *Daseins*.

7) Der Begriff

Bei der Definition des *Begriffs* bezieht sich Hegel ausdrücklich auf Kant. Während die *Reflexion* ein Produkt der sinnlichen Anschauung ist und auch unbewusst erfolgen kann, ist der *Begriff* ein Produkt des Verstandes, indem die Mannigfaltigkeit der *Anschauungen* zu einem Gegenstand (*Reflexionen* nach Hegel) durch das *Denken* zu einer *Einheit* verknüpft wird (Kant, 1956 S. 137 ff.).

Konsistenz der Herangehensweise

Wir zeigen, dass die Anwendung der Hegelschen Dialektik auf unser Problem erlaubt ist, und zwar mit den Mitteln dieser Dialektik selbst

• Freiheit von Zirkelschlüssen

Die Kantsche und die Hegelsche Philosophie, deren Kategorien wir voraussetzten, sowie die eigenen Gedanken, die wir hinzufügen, sind Produkte des menschlichen Geistes, also aus dem *Dasein* geboren. Wenn wir diese Philosophie anwenden um die Existenz des *Daseins* zu beweisen, ist das trotzdem kein Zirkelschluss. Das *Sein* ist in seiner Gesamtheit unbedingt. Wie wir oben festgestellt haben, gehören nicht nur unsere realen menschlichen Gedanken und Ideen dazu, sondern auch alles das was prinzipiell gedacht werden kann. Das gilt auch für die Ideen der Philosophie. Somit sind diese Ideen als menschliche Gedanken nicht nur *bedingtes Sein*, sondern daneben auch zeitloses (s.u.), *unbedingtes Sein*. Ein konkretes denkendes Subjekt muss dafür nicht vorausgesetzt werden.

Monismus

- Zu jeder Kategorie der Hegelschen Logik ist auch deren Negation Teil des *Seins*. Hegels Logik stellt keine Metatheorie mit definiten Axiomen dar, deren Konsistenz in einer übergeordneten Metatheorie noch zu beweisen wäre. Sie ist nur ein Ordnungsschema zur Klassifikation des *Seins* und seiner Phänomene. Wenn wir dieses Schema anwenden, verstoßen wir nicht gegen den Grundsatz des Monismus, auf derartige Metatheorien zu verzichten.
- Wir verstoßen auch nicht gegen Kants Grundsatz, keine Aussagen zu Phänomenen zu machen, die empirisch nicht zugänglich sind. Die Dialektik lässt nebeneinander These und Antithese einer Antinomie zu, zumindest als Ausgangspunkt einer Disputation, um sie kreativ zu verarbeiten. In der Tat werden wir am Ende sehen, dass sowohl die Thesen wie die Antithesen von Kants Antinomien "wahr" sind - in unterschiedlichen Gültigkeitsbereichen.

Auf dieser Basis können wir jetzt einen konstruktiven Existenzbeweis für das Dasein liefern.

3 Das *Werden* des realen *Daseins* aus dem *Sein*

3.1 Existenz- und Eindeutigkeitsbeweis für den Anfang des Daseins

Wenn wir uns jetzt dem philosophischen Begriff des *Daseins* widmen, so geht es um nicht mehr und nicht weniger als das Universum (in der Sprache der Kosmologie) bzw. die uns umgebende reale Welt (in der Sprache der Philosophie). Der angekündigte konstruktive Existenzbeweis mag etwas gekünstelt und zufällig erscheinen - wie die meisten Existenzbeweise. Das soll nicht irritieren. Es geht nur um das "Ja" der Existenz. Es wird nicht ausgeschlossen, dass es vielleicht noch andere Existenzbeweise gibt. Auf welche Weise der Beweis erfolgt ist am Ende sekundär.

Nachdem wir mit Hegel versucht haben das *Nichts* zu definieren, stellen wir sofort die Frage nach dem *Wesen* des *Nichts*. Hat dieses *Nichts* eine Existenz, und wenn ja welche.

Das *Nichts an sich* "existiert" natürlich nicht, wie wir oben schon festgestellt haben. Wohl aber existiert der (subjektive) *Begriff* des *Nichts*. Der *Begriff* des *Begriffes* und der spezielle *Begriff* des *Nichts* sind zunächst Teil des allgemeinen *Seins*. Können wir unter diesen Voraussetzungen überhaupt zu eindeutigen Ergebnissen kommen, wo doch das *Sein* in seiner Gesamtheit gesetzlos ist, es keinen verbindlichen Wahrheitsbegriff gibt und auch jedes *Etwas* des *Seins* auf Grund des universellen Zusammenhang mit allem *Anderen* im *Sein* mit dieser Gesetzlosigkeit kontaminiert sein könnte?

Es zeigt sich, dass ist der Kantsche "Begriff des Begriffes", auf den sich Hegel bezieht, relativ robust ist gegenüber allen Störungen von außen. Das einzige was Kant verlangt ist, dass alle Reflexionen (bei Kant Anschauungen) zu dem betreffenden Gegenstand gedanklich verknüpft werden, und das ist dann der "Begriff". Es werden keine Regeln und keine Reihenfolge vorgegeben und nicht einmal verlangt, dass alle Widersprüche zwischen den Reflexionen eliminiert werden.

Unter allen Begriffen ist der *Begriff des Nichts* sogar absolut robust gegen Störungen und ist eindeutig, wie wir an einem Gedankenexperiment demonstrieren wollen:

Zwei Freunde sitzen beim Bier, haben schon reichlich getrunken und können nicht mehr ganz klar denken. Aber auch nüchtern sind sie keine Geistesgrößen. Überdies neigen sie zum Aufschneiden und belügen einander auch zuweilen. Die Metasprache, der sie sich bedienen, gehorcht keinen eindeutigen und verbindlichen Regeln. Sie kann somit als Bestandteil des unbestimmten chaotischen Seins gelten. Das heißt, unsere Versuchsanordnung ist mit der Position des Monismus verträglich. Die beiden Freunde kommen ins Philosophieren und unterhalten sich darüber was das Nichts sei.

Da das Nichts nichts aus dem Sein enthält, können die beiden Freunde auch nicht verschiedener Meinung über den Inhalt des Nichts sein. Sie mögen u. U. unterschiedliche Sprachen sprechen und das Nichts mit vielen Ausschmückungen beschreiben. Ein aufmerksamer Zuhörer wird feststellen, dass beide im Kern denselben Begriff vom Nichts haben. Die Ausschmückungen, seien sie aus Sicht des Zuhörers treffend oder nicht, oder vielleicht sogar unlogisch, verhalten sich neutral zum Begriff des Nichts. Dieser Begriff kann also durch das Chaos des Seins nicht kontaminiert werden.

Wir können alle unterschiedlichen, im Kern aber dieselben Beschreibungen des

Nichts zu einer einzigen Klasse zusammenfassen, dem "Begriff des Nichts an sich". Das heißt zugleich, es gibt nur einen einzigen "Begriff des Nichts".

Somit haben wir aus dem *Sein* zwanglos ein Objekt herausdestilliert, welches weiteres *Sein* kausal beeinflussen kann, jedoch selbst durch dieses übrige *Sein* nicht beeinflusst und vor allem nicht kontaminiert wird.

Im Rahmen eines dualistischen Weltbildes, wenn wir dem *Sein* die Logik und die Metasprache derer wir uns bedienen als außerhalb und unabhängig vom *Sein* existierend gegenüberstellen würden, wäre der Beweis einfacher gewesen: Angenommen wir hätten mehrere Formen des Nichts und somit auch mehrere Begriffe dafür. Da jedes Nichts "nichts" enthält, wären diese Formen nicht unterscheidbar. Nach Leibnitz' Gesetz der "Identität des Ununterscheidbaren" gibt es somit nur ein einziges Nichts und nur genau einen Begriff davon. Dieser Beweis ist analog zu dem mathematischen Beweis, dass es zwar eine unendlich mächtige Menge verschiedenster Mengen gibt, jedoch nur eine einzige "leere Menge", d. h. eine Menge, die keine Elemente enthält.

Wir fragen, ob es nicht auch weitere Objekte oder Schemata gibt, die in einem monistischen Weltbild unter der Voraussetzung der Gesetzlosigkeit des allgemeinen Seins eindeutig definierbar sind. Wir bemühen wieder unsere beiden Versuchspersonen:

Die beiden Freunde unterhalten sich über die Filme, die jeder am vergangenen Abend im Fernsehen gesehen haben, der eine abends zur Premiumzeit, der andere im Nachtprogramm. Sie erzählen sich den Inhalt und kommen zu dem Schluss, sie hätten denselben Film gesehen. Der im Nachtprogramm wäre also nur eine Wiederholung des Films im Abendprogramm.

In Wirklichkeit war der Film im Abendprogramm in dieser oder jener Szene ein wenig gegenüber dem Nachtprogramm gekürzt. Genau genommen waren es also zwei verschieden Filme.

Dem einen der beiden Freunde erschienen die zusätzlich gesehen Sekunden unwesentlich und er berichtete nicht darüber, der andere kam gar nicht auf die Idee er hätte einiges nicht gesehen.

Ein digital gesendeter Fernsehfilm enthält nur endlich viele Bits. Prinzipiell hätte also mit eindeutigem Ergebnis geprüft werden können, ob es dieselben Filme waren. In der realen Welt jedoch sind fast alle Erscheinungen des Seins auf Grund der Verknüpfung jeder Erscheinung mit allen anderen von unendlicher Mächtigkeit und nicht einmal abzählbar, geschweige denn endlich. Es ist also nicht möglich, sie mit Hilfe einer Definition eindeutig aus dem allgemeinen Sein herauszulösen und eindeutig zu identifizieren. Nur das nicht zum Sein gehörige Nichts verhält sich anders.

Damit haben wir zunächst genau ein "Objekt" als Teil des *Seins*, das in völliger Reinheit von keinen anderen Erscheinungen abhängt. Es auf Grund dieser Eigenschaft einerseits geeignet, den Ausgangspunkt eines kausalen Universums zu bilden, d. h. weiterer "Objekte", die sich zwangsläufig aus ihm ableiten und denen es seine kausale Unabhängigkeit vom allgemeinen, durch Gesetzlosigkeit charakterisierten *Sein* vererbt.

Andererseits ist hiermit neben der Existenz auch die Eindeutigkeit für den Anfang des Daseins bewiesen und damit auch, dass es - unter Voraussetzung einer monistischen Grundposition - nur ein einziges Universum geben kann. Hier noch einmal zusammengefasst die Argumentationskette: Nur das Nichts ist vom chaotischen Sein unbeeinflusst \rightarrow es gibt nur einen einziges Nichts und damit nur einen einzigen Nichts vom chaotischen Sein unbeeinflusst Nichts es gibt nur einen

einzigen zulässigen Anfangspunkt als Start einer nicht vom Chaos beeinflussten Kausalordnung → es gibt nur ein einziges (kausales) Universum.

Ordnen wir das Ergebnis abschließend ideengeschichtlich ein. Die christliche Theologie behauptet, dass die Welt aus dem *Nichts* geschaffen wurde ("*creatio ex nihilo*"), anders als die antike griechische Mythologie, die einen ewigen und ungeordneten Stoff voraussetzte, das "Chaos"⁵. Es war (und ist immer noch) unvorstellbar, dass etwas aus "nichts" entstehen könne ("*ex nihilo nihil fit*"). In unserer obigen Darstellung ist der Widerspruch zwischen These und Antithese dialektisch "aufgehoben": In Anerkennung der Argumente der Antithese ersetzen wir in der These "creatio ex nihilo" das "*Nichts*" durch den "*Begriff des Nichts*", und von der Antithese übernehmen wir die Entstehung aus dem Chaos - nur ein anderes Wort für das allgemeine, unbedingte und damit gesetzlose *Sein*, in dem u. a. auch der *Begriff des Nichts* angesiedelt ist.

Für jemanden, der mit der klassischen Philosophie weniger vertraut ist, wird es erfahrungsgemäß schwer sein zu akzeptieren, dass es keine a-priori-Substanz geben soll, sondern dass alle sogenannte Substanz die Emanation eines voraussetzungslosen, sehr abstrakten und in populärer Sprache eher "geistigen" Seins sei. Je mehr man darüber nachdenkt, desto klarer wird allerdings, dass hierzu keine vernünftige Alternative gibt.

3.2 Die Kausalkette als Primärraum

Obwohl sich die Mathematik und speziell die Mengenlehre nicht als Werkzeug eignen ein monistischen Weltbild zu entwerfen, weil die Mathematik nicht ohne Axiome und übergeordnete Metatheorien wie z. B. die klassische Logik auskommt, gibt es nützliche Analogien, wie sich beim Vergleich des *Nichts* mit der leeren Menge bereits zeigte. Wir machen im Folgenden eine weitere Anleihe.

Anfang des 20. Jahrhunderts setzte sich die Auffassung durch, dass sich sämtliche Einzeldisziplinen der Mathematik auf die Mengenlehre zurückführen lassen. Ein Betrag des ungarischen Mathematikers John von Neumann zu diesem Programm war, die Theorie der natürlichen Zahlen (genauer der Ordinalzahlen) auf die Theorie der Mengen zurückzuführen. Er definierte jede hinzukommende neue Zahl in der Folge der natürlichen Zahlen einschließlich der Null durch die Menge aller vorangegangenen Zahlen, symbolisch

(1)
$$n+1 = \{0,1,2,\dots,n\}$$
 ($\{\dots\}$ sei die Mengenbildungsoperation)

Da die Null keinen Vorgänger hat, entspricht sie konsequenterweise der leeren Menge

$$(2) 0 \coloneqq \{\} \equiv \emptyset$$

In weiterer Folge erhalten wir durch Ineinanderschachtelung von Mengen die Definitionen $1 := \{0\} \equiv \{\emptyset\}$

$$2 \coloneqq \{0,1\} \equiv \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

 $3 \coloneqq \{0,1,2\} \equiv \cdots$

u.s.w.

Als Kind erlernt man die Zahlen durch Zählen von Klötzchen, Früchten oder dergleichen, d. h. zunächst als Kardinalzahlen. In der Theorie der Mengen gibt es a-priori keine Objekte, die

⁵ Da die erste Generation der griechischen Götter direkt und ohne Umwege dem Chaos entstammen sollte, darf der Pluralismus dieser Götterwelt nicht verwundern.

man zählen könnte. Die Theorie ist sehr abstrakt durch die Zermelo-Fraenkelschen Axiome definiert. Über die möglichen Elemente der Mengen wird nichts gesagt. Wohl aber gestattet die Mengenbildungsoperation $\{....\}$ die Bildung hierarchisch strukturierter Mengen wie beispielsweise $\{a, \{b, \{c, \{d, e\}\}\}\}$. Diese Hierarchien können wir *abzählen* (im Unterschied zum *zählen*). Dabei erhalten wir Ordinalzahlen.⁶

Die Analogie zu unserer anstehenden Aufgabe ist offensichtlich. Auch das allgemeine *Sein* enthält zunächst keine wohldefinierten zählbaren Objekte. Da jedes mit allem verknüpft ist, haben wir keine Möglichkeit ein *Etwas* von einem *Anderen* scharf abzugrenzen (Nichtentscheidbarkeit). Wohl aber haben wir mindestens eine Hierarchie, die wir abzählen können, die Hierarchie der Begriffe, indem schon vorhandene Begriffe in die Definition neuer Begriffe "höherer Ordnung" einbezogen werden. Zwischen der mathematischen Kategorie "Menge" und der philosophischen Kategorie "Begriff" gibt es eine enge Beziehung, indem Begriffe Namen für Klassen oder Mengen sind. Wir kommen in analoger Weise wie von Neumann zu einer Abzählung von Hierarchie-Ebenen, wenn wir im von Neumannschen Algorithmus an jeder Stelle "Menge" durch "Begriff" ersetzen.

An dieser Stelle müssen wir einfügen, dass es zwei unterschiedliche Definitionen der Menge der natürlichen Zahlen gibt: die heute zumeist bevorzugte Definition als Menge $\mathbb N$ beginnend mit der 0, die auch von Neumann voraussetzte, und die ursprüngliche Definition in der Fassung der Peano-Axiome von 1889 beginnend mit der 1, heute oft als $\mathbb N^+$ bezeichnet. Wir verwenden hier $\mathbb N^+$, wofür zwei Gründe maßgebend sind.

- Wir verwenden die natürlichen Zahlen hier als Ordinalzahlen. Da ist es logischer, das erste Element mit 1, das zweite Element mit 2 zu bezeichnen usw. als das erste Element mit 0 usw.
- Wenn man von N⁺ ausgeht, ist eine Erweiterung der Theorie einfacher (vgl. Anhang 7.1)

Nach dem Austausch "Menge" durch "Begriff" wäre {...} dann die Begriffsbildungsoperation (z. B. nach Kant) und die leere Menge Ø entspräche dem "Begriff des Nichts". Somit können wir die obigen Formeln uminterpretieren und beginnen dabei außerdem mit der Zahl 1 anstelle der 0. Jede der verbalen Erläuterungen im Anschluss an die Formelausdrücke verstehen wir als die entsprechende Begriffsdefinition:

2 := {1} ≡ {∅} <u>Der Begriff vom "Begriff des Nichts"</u>: Er wird gebildet, indem wir die Eigenschaften des "Begriffes des Nichts" besprechen. Wir hatten oben am Beispiel der beiden Freunde, die sich beim Bier über das Nichts unterhielten, demonstriert, dass der Begriff des Nichts absolut robust ist gegen Kontamination durch das Chaos des Seins. Deshalb durften wir ihn als Ausgangspunkt für die Konstruktion des Daseins wählen.

_

⁶ Auch von Neumanns Existenzbeweis der natürlichen Zahlen wirkt gekünstelt und nicht unmittelbar evident. Muss es ausgerechnet eine Hierarchie von Potenzmengen sein, die man abzählt, weit weg von den Erfahrungen des täglichen Lebens? Man wird sich wohl damit abfinden müssen.

$$3 := \{1,2\} \equiv \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\$$

<u>Wir erhalten einen weiteren Begriff</u>, indem wir die Eigenschaften des "*Begriffes des Nichts*" im Unterschied zum "Begriff vom "Begriff des Nichts" besprechen.

$$4 \coloneqq \{1,2,3\} \equiv \cdots$$
 u.s.w.

Wir kommen also zu einer Folgezahl, indem wir stets die gleiche Operation ausführen. Sie wird in der Theorie der natürlichen Zahlen als Nachfolgeoperation oder Schrittfunktion *S* bezeichnet:

(3)
$$n + 1 := Sn = \{0,1,2,...n\}$$

Aus Sicht der Gruppentheorie ist die 1 das *erzeugende Element* der Halbgruppe der natürlichen Zahlen.

Der von Neumannsche Algorithmus oder allgemeiner der lineare Aufbau von Hierarchien erfordert nur das Ordnungsschema der Hegelschen Dialektik und keine fundierte, konsistente Metatheorie. Wir sagen dasselbe wie oben noch einmal in der Sprechweise Hegels:

- Jedes neue Objekt stellt einen Widerspruch dar zum Vorangegangen einschließlich des Nichts.
- Aus der Einheit dieses Widerspruchs resultiert ein weiteres Folgeelement.

Im Grunde ist der von Neumannsche Algorithmus zur Aufzählung von Hierarchien sehr universell. Vielleicht gibt es andere, fundamentalere Hierarchien als die Hierarchie von Begriffen, wie sie hier Verwendung findet. Dieser Weg ist nur der "natürlichste", d. h. der dem menschlichen Denken angemessenste Weg. Auch folgendes Argument mag gelten: Wenn es schon der *Begriff des Nichts* war, der uns von dem nicht seienden *Nichts* zu einem seienden *Etwas* verhalf, so erscheint es nur natürlich, die Hierarchie mit weiteren Begriffen fortzusetzen. Also auch aus Sicht der Hegelschen Dialektik: Wir verstoßen nicht gegen die Grundforderung des Monismus keine Metatheorien vorauszusetzen.

Dass die so erzeugten Objekte wirklich die Menge der natürlichen Zahlen №⁺ bilden (bzw. zu ihr isomorph sind), zeigt sich daran, dass sie auf Grund der Eigenschaften des Algorithmus automatisch die fünf Peano-Axiome in der Fassung von 1889 erfüllen

- 1. $1 \in \mathbb{N}^+$ ist das Startelement
- 2. $n \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow n+1 \in \mathbb{N}^+$ Anwendung der Schrittfunktion
- 3. $n \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow Sn \neq 1$ Die 1 hat keinen Vorgänger: Das *Nichts* gehört schon nicht mehr zum *Sein*. Erst recht hat es keine Bestandteile, die als Vorgänger dienen könnten
- 4. $m, n \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow ((m+1=n+1) \Rightarrow (m=n))$ Der Algorithmus erzeugt eine total geordnete Folge ohne Verzweigungen. Wenn also zwei Nachfolger identisch sind, müssen auch die Vorgänger identisch sein.
- 5. Induktionsschema: Gilt eine von den natürlichen Zahlen abhängige Aussage 1. für die 1.
 - 2. auch für jedes n + 1, sofern sie für n gilt,
 - 3. so gilt sie "für alle n"

Wie man leicht nachprüft, ist das Induktionsschema erfüllt, weil wir per Konstruktion eine einzige Folge von Objekten vorliegen haben, die alle ihren letzten Ursprung in

der 1 haben. Lägen beispielsweise zusätzlich zu der Kette geschlossene Zyklen von aufeinanderfolgenden Objekten vor, würden zwar die Axiome (1) bis (4) gelten, nicht aber in jedem Fall das Induktionsschema.

Wir verwenden das Induktionsschema um zu beweisen, dass die als Begriffshierarchie konstruierte Kette von Objekten frei ist von Kontamination durch das im *Sein* herrschende Chaos:

- 1. Die 1, d. h. der *Begriff des Nichts*, ist wie schon gezeigt frei von Kontaminationen.
- 2. Wir haben weiterhin gesehen, dass der "Begriff des Begriffes" relativ robust ist gegen Störungen. Wir setzen voraus dass alle Objekte ≤ n frei sind von Kontaminationen. Das (n+1)-te Objekt definieren wir als neuen, unter Verwendung aller bisherigen Objekte (Begriffe) gebildeten Begriff. Weitere u. U. kontaminierte Begriffe aus dem allgemeinen Sein werden nicht benötigt. Somit ist auch dieser neue Begriff kontaminationsfrei.
- 3. Durch Induktion schließen wir, dass alle diese neuen Objekte kontaminationsfrei sind.

Bei Voraussetzung der Peano-Axiome lassen sich anschließend die Operationen Addition und Multiplikation der natürlichen Zahlen definieren sowie die für diese Operationen gültigen Regeln ableiten. Die Eigenschaften der Assoziativität und Kommutativität ergeben sich aus der hochgradigen Symmetrie der natürlichen Zahlen, und diese wiederum hängt damit zusammen, dass alle Zahlen durch wiederholte Anwendung einer einzigen erzeugenden Funktion entstehen, der Schrittfunktion S. Anschaulich: Wenden wir die Schrittfunktion mehrmals an, formelmäßig $SSS \dots Sn$, so könnten wir in der Folge der S beliebige Klammern setzten oder Vertauschungen vornehmen, ohne dass sich etwas ändert.

Dass sich die Peano-Axiome aus der Konstruktionsvorschrift ableiten lassen und nicht apriori im Rahmen einer Metatheorie vorausgesetzt werden müssen, ist im Sinne des Monismus wichtig. Hierzu ein Kommentar. Es gibt grundsätzlich zwei Wege, zu einer mathematischen Theorie zu gelangen:

- Beim axiomatischen Weg werden die Axiome der Theorie vorangestellt. Deren Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit, Vollständigkeit u. ä. ist im Rahmen einer Metatheorie zu überprüfen. Anschließend sucht man nach Modellen, die diese Axiome erfüllen, zumeist mathematische Strukturen aus Mengen von Variablen, Funktionen u.a.
- Beim konstruktiven Weg konstruiert man zunächst einen Repräsentanten unter den Strukturen, die die Theorie erfüllen sollen. Hierzu benötigt man keine formale und garantiert widerspruchsfreie Metatheorie, sondern nur die Alltagslogik und eine mathematisch angereicherte Alltagssprache. Anschließend sucht man nach Aussagen, insbesondere Axiomen, die durch die Struktur erfüllt werden.
 - Eine Verabsolutierung dieses Prinzips führt zur sogenannten konstruktiven Mathematik. Soweit wollen wir aber hier nicht gehen.

Die neuen miteinander verketteten Objekte haben auf Grund ihrer Kontaminationsfreiheit eine neue *Qualität* gegenüber dem allgemeinen *Sein*. Wir fassen sie mit Hegel unter dem Begriff *Dasein* zusammen. Die Kontaminationsfreiheit ist die Voraussetzung dafür, dass sich die Realität, in der wir leben, ausnahmslos streng nach (physikalischen) Gesetzen verhält.

Welche Eigenschaften hätte dieses so gewonnene Dasein:

- Wir können die verketteten Objekte als Weltpunkte auffassen, die einen eindimensionalen diskreten Halbraum bilden. Wir bezeichnen ihn als Primärraum⁷.
- Die Weltpunkte bilden eine kausale Kette, indem jeder Weltpunkt mit Ausnahme des Startpunktes seine Ursache in vorangegangen Weltpunkten hat. Kausalität ist ein fundamentalerer Begriff als Zeit. Aus der Relativitätstheorie folgt, dass Zeitmessungen vom Bezugssystem abhängen. Vergangenheit und Zukunft werden aber beim Wechsel des Bezugssystems nicht vertauscht, d. h. die Kausalität wird nicht verletzt.
- Mit der kausalen Kette schreitet auch die Zeit voran. Wir können somit die Weltpunkte des Primärraums als diskrete Zeitmarken interpretieren. Der Primärraum hätte damit nur eine Zeitdimension ("Primärzeit") und keine Ortsdimensionen.

Die Schrittfunktion oder allgemeiner die Addition erzeugen eine sogenannte "strenge Totalordnung" der kausalen Kette. Die Ordnungsrelation < ist definiert durch

(4)
$$x < y$$
 genau dann, wenn $y = x + z$ mit $z \ne 0$

Eine strenge Totalordnung hat die Eigenschaften

(5)
$$x < y \land y < z \Rightarrow x < z$$
 (Transitivität)

(6)
$$entweder x < y \ oder y < x \ oder x = y$$
 (Trichotomie)

Auf Grund der Trichotomie ist eine strenge Totalordnung immer linear.

Verallgemeinern wir das gelernte, so scheint es, dass Kausalität und Kausalordnung sehr abstrakt etwas mit der Staffelung von Hierarchien zu tun hat, in diesem Fall der Hierarchie von Begriffen oder Mengen. Auch in einem anderen Gebiet der Mathematik wird dieser Zusammenhang deutlich. Topologie wird ebenfalls über Hierarchien definiert, und zwar über die Hierarchie von Potenzmengen.

Wir fragen, ob die natürlichen Zahlen der einzige Kandidat sind oder ob es noch andere und u. U. besser geeignete mathematische Strukturen geben kann, die unter Voraussetzung des Monismus aus dem unbedingten *Sein* ableitbar sind und damit die Grundlage eines *Daseins* bilden könnten, also eines Universums.

Wir gehen zurück auf die Ebene der Ontologie und zeigen zunächst, dass wir bei allen derartigen Prozessen mit einem einzigen Startelement auskommen müssen. Wir nennen dies die Startbedingung:

1. Es unmöglich, zwei *Etwas* des unbedingten *Seins*, die kontaminationsfrei sind und zugleich nichts miteinander zu tun haben sollen, zu einem *Etwas* des *Daseins* zusammen-

⁷ Mit "Raum" ohne Zusatz meinen wir immer einen physikalischen Raum. Aus Sicht der Mathematik handelt es sich im speziellen Fall um einen *topologischen Raum*, der durch Zusatzannahmen zu einem *metrischen Raum* werden kann oder auch nur zu einer *Mannigfaltigkeit mit Rand* (wie z. B. der Minkowski-Kegel). Zwecks besserer Anschaulichkeit kann man alle diese Räume oder Mannigfaltigkeiten in einen *euklidischen Raum* einbetten.

zufügen. Anschaulich gesprochen, sie wären "blind" füreinander. Oder physikalisch: es gibt keine Wechselwirkung, es sei denn unter Zuhilfenahme einer übergeordneten Metaebene, über die für beide eine Verknüpfung definiert ist. Das wäre aber Dualismus und kein Monismus mehr.

- 2. Somit müssen beide *Etwas* schon durch ihren Entstehungsprozess verknüpft sein, indem z. B. ein neues *Etwas* durch einen oder mehrere Prozesse aus einem vorhandenen *Etwas* erzeugt wird.
- 3. Verfolgen wir den Prozess rückwärts, kommen wir zu den so genannten "erzeugenden Flementen"
- 4. Mit denselben Argumenten wie oben müssen diese erzeugenden Elemente miteinander kausal verknüpft sein:
 - a. Entweder sie lassen sich über einen weiteren, anderen Prozess auf ein einziges erzeugendes Element zurückführen.
 - b. Oder, falls keinem dieser erzeugenden Elemente eine kausale Vorzugsposition eingeräumt werden kann, sollten sie durch eine innere Symmetrie miteinander verknüpft sein.
 - 5. Im letzteren Fall wäre es zweckmäßig, die erzeugenden Elemente zu einem mehrkomponentigen Startelement zusammenzufassen⁸.

Diese Startbedingung ist notwendig, aber nicht hinreichend für eine monistische und ontologisch-fundierte Erklärung des Universums. Zusätzlich müssen wir fordern, dass alle benötigten Erzeugungsprozesse bzw. die innere Symmetrie der erzeugenden Elemente eine zwangsläufige ontologische Erklärung finden.

Tatsächlich würden wir zu einem zweikomponentigen Startelement kommen, wenn wir *Nichts* und dessen logische Negation, ein *Etwas* (bzw. die *Begriffe* davon) zusammenfassen würden. Auf jeder Hierarchieebene hätten wir dann jeweils zwei Begriffe, die komplementär zueinander wären. Neben dem Prozess der Hierarchiebildung hätten wir mit dem Prozess der logischen Negation einen zweiten Prozess, der aus Sicht der Ontologie nicht nur erlaubt sondern sogar unverzichtbar ist. Schon Hegel weist darauf hin, dass *Sein* und *Nichts* nur gemeinsam unter Bezug aufeinander definiert werden können (Hegel, 1963 S. 67). Allerdings ist dieser Prozess nicht kausal, schon daran ablesbar, dass er zyklisch ist (Ordnung 2).

In Anhang 7.1 werden wir ausführlicher darauf eingehen. Dabei zeigt sich, dass alle zulässigen mathematischen Strukturen vom Typ der sogenannten faktoriellen Ringe und Halbringe als Faktor-Struktur die natürlichen Zahlen enthalten bzw. sich surjektiv auf diese abbilden lassen. In dieser Arbeit soll es nur darauf ankommen, die grundsätzliche Eignung "kausal" geordneter mathematischer Strukturen als Basis des *Daseins* zu demonstrieren. Wir beschränken uns deshalb zunächst auf die natürlichen Zahlen, selbst wenn sich am Ende zeigen sollte, dass diese mathematische Struktur noch zu einfach ist, um alle physikalischen Erscheinungen darauf zurückführen zu können.

Ordnen wir auch das Ergebnis dieses Abschnittes ideengeschichtlich ein. In der Antike war die Schule der Pythagoreer (6. – 5. Jahrhundert v. Chr.) der Auffassung, dass der Kosmos und die in ihm geltenden Gesetzmäßigkeiten auf der Harmonie von Zahlen beruhen. Selbst Johannes Kepler nahm noch an, es könne nicht mehr als die damals bekannten 7 Planeten geben, weil 7 als magische Zahl galt.

⁸ In der Theorie der Ringe wäre dies die Einheitengruppe (vgl. Anhang 7.1).

3.3 Faltung zum Sekundärraum

Soll es tatsächlich möglich sein, dass eine hochsymmetrische eindimensionale Struktur, die allein durch Wiederholung immer derselben Schrittfunktion entsteht, den Hintergrund unserer komplexen Realität mit 4-dimensiolnaler Raumzeit, einem differenzierten Spektrum von Elementarteilchen und den zugehörigen physikalischen Gesetzen bildet?

Die hohe Symmetrie gilt nur, wenn wir als alleinige Verknüpfung zwischen den Zahlen die Addition zulassen. Lassen wir auch die Multiplikation zu, wird diese Symmetrie gebrochen. Ein deutliches Zeichen des Symmetriebruchs ist die unregelmäßige Folge der Primzahlen. Deren Folge überlagert auf zweiter Ebene die Hintergrundstruktur der regelmäßigen Folge aller Zahlen.

Diese unregelmäßige Folge von Primzahlen und Nicht-Primzahlen können wir uns als Code vorstellen, in dem die Struktur unseres Universums codiert ist, ähnlich wie Bauplan und Funktion lebender Organismen in der Folge der Basen eines DNA-Moleküls. Besprechen wir das etwas ausführlicher, wir werden die Analogie noch im heuristischen Sinne benötigen.

Die Molekularbiologen haben erforscht, wie ein eindimensionales DNA-Molekül in eine eindimensionale Kette von Aminosäuren transformiert wird und daraus durch Faltung ein 3-dimensionales Eiweißmolekül entsteht. Verkürzt läuft das folgendermaßen ab. Je drei Basen des DNA-Moleküls sind der Code für eine bestimmte Aminosäure. Die Basenfolge des DNA-Moleküls wird mit Hilfe der Ribosomen in eine Kette von Aminosäuren umgesetzt, indem sich die saure Carboxy-Gruppe der letzten Aminosäure mit der basischen Aminogruppe der nächsten Aminosäure verbindet. Diese Primärstruktur des Eiweißmoleküls ist instabil. Über Wasserstoffbrückenbindungen werden zunächst längere Abschnitte der Kette zu relativ steifen flächigen Gebilden gefaltet (Sekundärstruktur). Die Sekundärstruktur wird nochmals gefaltet, jetzt zu einem 3-dimensionalen Gebilde, indem sich Schwefelgruppen von je zwei Aminosäuren zu einer Disulfid-Brücke verbinden (Tertiärstruktur).

In der Tat erzeugt die Multiplikation zusätzlich zu der von der Addition erzeugten primären, linearen Ordnung eine zweite, sekundäre Ordnung, die allerdings nur vom Typ einer strengen Halbordnung ist. Wir wählen < als Symbol für diese Ordnungsrelation, die definiert ist durch

(7)
$$x < y$$
 genau dann, wenn $y = x * z \text{ mit } z > 1$

Wegen z > 1 ist die Relation irreflexiv, also eine strenge Ordnung

(8)
$$\neg (x < x)$$

Außerdem gilt weiterhin die Transitivität

(9)
$$(x < y) \land (y < z) \Rightarrow x < z$$

Dass die Trichotomie (vgl. Formel (6)) nicht gilt und es sich um eine Halbordnung handeln muss, zeigt sich schon bei den Primzahlen: für zwei voneinander verschiedene Primzahlen p und q gilt weder p < q noch q < p oder p = q. Nehmen wir ein weiteres Beispiel. Obwohl sowohl gilt 1 < 2 < 10 als auch 1 < 5 < 10, kann weder die 5 in die erste Kette noch die 2 in die zweite Kette eingeordnet werden. Ab der 1 verzweigt sich also die kausale Ordnung in zwei Teilketten, die sich bei 10 wieder vereinigen und auf diese Weise eine Masche bilden.

Den Graphen, der eine derartige Halbordnung beschreibt, nennt man ein Hasse-Diagramm. Abb. 1 zeigt das Hasse-Diagramm der Halbordnung der durch Potenzierung und Multiplikation der Primzahlen 2 und 5 entstehenden Untermenge der natürlichen Zahlen.

Eine Relation *R* zwischen zwei Elementen *x* und *y* einer Menge *M* physikalischer Objekte soll als *kausal* bezeichnet werden, wenn gilt

- 1. y geht aus x bzw. x aus y durch einen realen oder virtuellen Prozess hervor.
- 2. Die Relation ist aus mathematischer Sicht eine strenge (d. h. irreflexive) Ordnungsrelation.

Die Forderung der Irreflexivität ist wichtig, damit Zyklen xRy, yRz,, uRx ausgeschlossen werden. Wir bezeichnen die Menge M selbst als kausal, wenn alle Elemente irreflexiv sind

(10)
$$\forall x \neg (xRx)$$

und wenn sich alle Elemente kausal auf einen genau einen Ursprung x_0 zurückführen lassen

$$(11) \qquad \exists! \, x_0 \forall x \neq x_0 (x_0 R x)$$

Formel (11) ist die Forderung des Monismus in mathematischer Form.

Alle Forderungen sind für die sekundäre Ordnung der natürlichen Zahlen erfüllt. Wir haben somit neben der primären Kausalordnung noch eine sekundäre Kausalordnung, der allerdings nur ein virtueller Prozess zugrunde liegt. Die natürlichen Zahlen sind ja bereits durch den von Neumannschen Schrittprozess erzeugt worden und müssen real nicht noch einmal erzeugt werden.

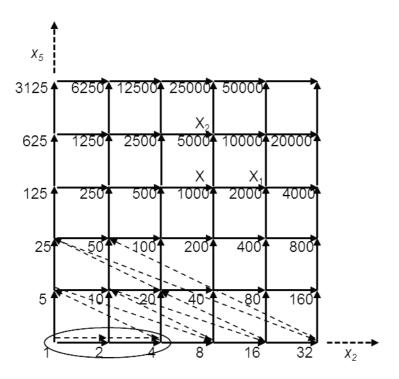


Abb. 1 Hasse-Diagramm der sekundären Kausalordnung (Ausschnitt) mit überlagerter primärer Kausalkette (gestrichelt)

Die Symmetrie des Hasse-Diagramms Abb. 1 legt nahe, die Knoten durch Koordinaten in einem 2-dimensionalen Gitter zu beschreiben. Die Gittervektoren bzw. kartesischen Koordinaten der Knoten sind jedoch nur ein praktisches Hilfsmittel für die einfache Beschreibung des Hassediagramms. Physikalische Realität besitzt der zugehörige euklidische Raum nicht, sondern nur der darin eingebettete Graph, den wir auch als topologischen Raum auffassen können. Wir müssen deshalb bei der Diskussion der Eigenschaften dieses Raumes vorsichtig sein. Abstände und Winkel haben keine reale Bedeutung. Wir wollen dem Raum noch keine Metrik zuordnen, sondern nur eine Topologie, d. h. die Topologie des Hassediagramms.

Mit jeder neuen Primzahl kommt eine neue Raumdimension hinzu, so dass der Raum am Ende unendlich viele Dimensionen hat. Dieser Raum – genauer dessen 1. Orthant mit ausschließlich nicht-negativen Koordinaten - wäre ein möglicher Kandidat für den Sekundärraum⁹.

Kurt Gödel hatte 1931 in Zusammenhang mit seinem Beweis des Unvollständigkeitssatzes der Arithmetik mathematische Formeln durch natürliche Zahlen codiert, heute als Gödelzahlen bezeichnet. Jeder Position in einer durch eine Zeichenkette dargestellten Formel wird dabei eine Primzahl zugeordnet. In den Potenzen dieser Primzahlen in der Primzahlzerlegung der Gödelzahl sind die Zeichen des Alphabets der entsprechenden mathematischen Sprache codiert (Rautenberg, 2008 S. 194).

Hier ordnen wir den *Komponenten eines Sekundärraum-Vektors* eine Primzahl zu. Deren Potenz entspricht der Zahl der Einheits-Schritte in Richtung dieser Komponente. Beispielsweise entspricht der Zahl $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0 \cdot 7^1$ des Primärraumes der Gittervektor (2,2,0,1) des Sekundärraums und umgekehrt. Auf Grund dieser Analogie wollen wir den in dieser Weise aus dem Hasse-Diagramm der natürlichen Zahlen abgeleiteten Sekundärraum Gödelraum nennen und die entsprechenden Koordinaten Gödelkoordinaten.

Der Primärraum überträgt seine sekundäre kausale Ordnung auf den Sekundärraum. Anders als im Primärraum sind sekundär-kausal aufeinander folgende Punkte jetzt jedoch unmittelbar benachbart (Abb. 1). Die primäre Kausalordnung tritt in den Hintergrund. Auch die sekundäre Kausalordnung lässt die Vereinbarung einer (sekundären) Zeit zu, die mit der Kausalität voranschreitet. Diese Vereinbarung ist allerdings nicht eindeutig und hängt ab vom Bezugssystem, in dem wir uns befinden.

Primär- und Sekundärraum sind ist hoch geordnet, geradezu kristallin. Mit anderen Worten, wenn wir die Entstehung des Universums und mit ihm der Raumzeit durch einen Urknall beschreiben wollen, dann wäre es ein "kalter" Urknall. Die astronomischen Beobachtungen und kosmologischer Rechenmodelle gemäß Stand der Wissenschaft sprechen hingegen für einen heißen Urknall. Derzeit reichen die empirischen Daten bis an die Phase der Nukleosynthese hinan, das wären etwa 10³ s nach dem angenommenen Urknall. Aus dem Gewichtsanteil von Helium zu Wasserstoff im Universum folgt, dass die Temperatur zu diesem Zeitpunkt ca. 10³ K betrug. Die Rechenmodelle reichen zurück bis zum Zeitpunkt 10⁻¹⁰ s, wo die Temperatur etwa 10¹³ K betragen sollte (Ulmschneider, 2014). Setzt man einen Einzel-Schritt im Sekundärraum mit der Planck-Zeit (5,391·10⁻⁴⁴ s) gleich, dem kleinsten physikalisch sinnvol-

⁹ Im strengen mathematischen Sinne handelt es sich auf Grund der Beschränkung auf den 1. Orthanten nicht um einen Raum im engeren Sinne, sondern um eine *Mannigfaltigkeit mit Rand*.

len Zeitabschnitt, sind es 10³⁴ Schritte um bis 10⁻¹⁰ s zu gelangen, in deren Verlauf viel passieren kann. Vielleicht kam es irgendwann zu einem Symmetriebruch nach Art einer Phasenumwandlung, bei der sich der kristalline und kalte Urzustand in ein heißes Plasma von GUT- Elementarteilchen umwandelte. Unmittelbar zum Beginn der Zeit ist ein heißes Universum aus kausalen Gründen schwer vorstellbar¹⁰.

Mit der totalgeordneten primären kausalen Kette und dem halbgeordneten sekundären kausalen Netzwerk haben wir ontologisch fundierte Strukturen sehr ähnlich zu denen erhalten, wie sie in der sogenannten 'Theorie der kausalen Mengen' (L. Bombelli, 1987 S. 521), (Sorkin, 2009 S. 012018) hypothetisch eingeführt wurden, um darauf aufbauend eine Theorie der Quantengravitation zu entwickeln. Man könnte also sagen, unsere Theorie ist der Theorie der kausalen Mengen vorgelagert. Sie stellt die ontologische Fundierung der Theorie der kausalen Mengen dar. Die ontologische Fundierung hat allerdings zur Folge, dass unsere kausalen Mengen in ihrer Variabilität gegenüber dem allgemeinen Fall stark eingeschränkt sind. Am Ende gibt es wahrscheinlich nur eine einzige kausale Menge, die als Basis unserer Realität in Frage kommt. Eine wesentliche Besonderheit ist beispielsweise, dass hier über derselben Trägermenge zwei Kausalordnungen definiert sind, eine Totalordnung und eine Halbordnung.

Im Folgenden werden wir uns mit den Konsequenzen beschäftigen, die aus diesen Besonderheiten jetzt schon ablesbar sind. Wir werden dabei "kausale Menge" nur als Oberbegriff verwenden und für Mengen mit spezieller Ordnung weiterhin die Begriffe Kette, Baum, Netzwerk usw.

4 Randbedingungen für die Struktur des Tertiärraums

Sekundärräume auf der Basis der natürlichen Zahlen oder auch komplexerer mathematischer Strukturen besitzen zwar einige vielversprechende Eigenschaften, sind aber noch zu einfach, als dass man aus ihrer Struktur beispielsweise die Gleichungen der Quantenchromodynamik oder der Allgemeinen Relativitätstheorie ableiten könnte. Wenn überhaupt, dann höchstens aus einem durch weitere Operationen umgeformten Raum - wir wollen ihn in Analogie zur Molekularbiologie Tertiärraum nennen. Eine wesentliche Eigenschaft des Tertiärraumes wird sein, dass es sich nicht mehr nur um einen topologischen Raum, sondern schon um einen metrischen Raum handelt. Auch wenn wir diesen Raum jetzt noch nicht im Detail kennen, einigen aus Primär- und Sekundärraum ableitbaren Randbedingungen sollte er jedoch prinzipiell genügen.

4.1 Anfang der Zeit

_

Die primäre wie auch die sekundäre Kausalordnung des Primärraumes werden sich nach der Transformation im Tertiärraum wiederfinden. Die Topologie soll bei der Transformation zum Tertiärraum nicht zerstört werden. Somit schreitet auch die Tertiärzeit – es ist die reale Zeit des Bezugssystems in dem wir uns befinden – mit der Kausalität voran. U. U. ist auf Grund metrischer Verzerrungen die Gleichzeitigkeit für die Tertiärzeit anders definiert als für die Sekundärzeit, aber das ist für die folgenden Überlegungen unwesentlich.

Vielleicht beruht in manchen Fällen die de-facto-Annahme es gebe ein "Davor" vor dem Urknall (vgl. Hawking) auf der vorschnellen Gleichsetzung der Entstehung des Universums mit dem heißen Urknall.

Die primäre Kausalkette hat einen Anfang und damit auch die reale Zeit als Komponente des durch Transformation aus dem Primärraum erzeugten vieldimensionalen Tertiärraumes. Diese Kausalkette und damit auch die reale Zeit sind nur für das *Dasein* definiert. Für das unbedingte *Sein*, in welches das *Dasein* eingebettet ist, existiert keine Zeit. Wie kann man sich das veranschaulichen?

Da es im unbedingten *Sein* keinen Ablauf einer Zeit gibt, sind von dort aus gesehen alle Weltpunkte des *Daseins* "gleichzeitig". Aus der Perspektive des *Seins* können wir uns das *Dasein* wie einen Filmstreifen vorstellen, den wir von der Seite betrachten. Wir sehen alle Einzelbilder gleichzeitig und nicht nacheinander, wie wenn wir den Film abspielen würden. Als Abspielung erleben wir den Film nur im *Dasein*.

Wenn wir das *Dasein* als das "Zeitliche" bezeichnen, gibt es einen Begriff, der die in dieser Beziehung andere Natur des *Seins* treffend beschreiben würde? Der römische Theologe und Philosoph Aurelius Augustinus (354 – 430), der sich in seinen philosophischen Schriften ausführlich mit dem Phänomen der Zeit beschäftigt hat, nennt es "Ewigkeit" ¹¹ (s. u.).

Ob die Zeit einen Anfang hat oder nicht ist seit der Antike Gegenstand einer immer noch andauernden Kontroverse unter Philosophen und Theologen. Bei Immanuel Kant ist es die 1. Antinomie der reinen Vernunft. Kant ist sogar der Meinung, die Frage könne mit den Mitteln der Vernunft grundsätzlich nicht entschieden werden.

Leider ist diese Auseinandersetzung sowohl von religiösen Dogmen wie von ideologischen Vorurteilen belastet und nicht immer rational-sachlich. Weil einige Theologen sagen, der Urknall und mit ihm der Anfang der Zeit sei die Bestätigung eines göttlichen Schöpfungsaktes und damit sogar ein Gottesbeweis, sind andere aus dem atheistischen Lager genau aus diesem Grunde strikt dagegen, ohne dass sie die positiven Hinweise aus Astronomie und Physik wirklich prüfen würden. In der Sowjetunion erhielten zur Stalin-Zeit einige Wissenschaftler sogar den Auftrag, die Theorie des Urknalls zu wiederlegen, weil sie mit der atheistischen Staatsdoktrin nicht vereinbar sei.

Hinzu kommt, dass es dem menschlichen Denken tatsächlich Mühe macht, sich einen Anfang des Universums vor endlich langer Zeit vorzustellen. Der französische Physiker und Wissenschaftsphilosoph Etienné Klein, Spezialist zum Begriff der Zeit in der Physik, bekannte in einem Vortrag auf einem TEDx-Event am 15. Januar 2011 in Paris (Klein, 2011):

Wenn das Universum einen Ursprung hat, wären wir dann in der Lage, über ihn zu sprechen? Wären wir in der Lage, ihn zu denken? Wären wir in der Lage, ihn zu erklären? Meine Antwort lautet: Nein. Denn um den Ursprung erklären zu können, also wie aus dem Nichts oder aus dem Nicht-Sein das Sein werden konnte, um dies erklären zu können, müssen wir dem Nichts Eigenschaften zuordnen, die dann aber das Nichts zu einem "Etwas" werden lassen.

Es ist dies die oben schon erwähnte klassische Position des "ex nihilo nihil fit". Wir haben uns aus dem Dilemma befreit, indem wir statt des Nichts den Begriff des Nichts zum Ausgangspunkt machten.

_

¹¹ Während Ewigkeit in der naiven Alltagssprache so viel wie "unendlich lange Zeit" bedeutet, ist sie bei Augustinus und seinen Schülern "zeitlos" im wörtlichen Sinne.

Bei derartigen gedanklichen Schwierigkeiten bleibt es nicht aus, dass manche Äußerung bei genauer Betrachtung im Widerspruch zur eigenen Doktrin steht. Etienné Klein berichtet (Klein, 2011), Papst Johannes Paul II. hätte bei einer Audienz zu Stephen Hawking gesagt: "Herr Hawking, wir sind uns doch einig, nach dem Urknall seid ihr zuständig, und für alles davor, wir." Der Gebrauch des Wortes "davor" impliziert, dass Seine Heiligkeit der Auffassung war, es hätte vor dem Schöpfungsakt - identisch mit dem Urknall - eine Zeit gegeben. Hätte er seinen Kirchenvater Augustinus besser gelesen. Dieser sagt in seinen Confessiones im 12. und 13. Kapitel des 11. Buches unmissverständlich, dass Gott nicht in der Zeit sei, sondern in der Ewigkeit. Die Zeit sei Teil der Schöpfung und habe mit ihr einen Anfang.

4.2 Pseudozufall statt Zufall

Der wohl wesentlichste Unterschied der Quantenmechanik gegenüber der klassischen Mechanik ist, dass der Ablauf physikalischer Vorgänge nicht exakt vorausberechnet werden kann. Es können nur Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die zu erwartenden Messgrößen angegeben werden. Die Naturkonstante, die diese Unschärfe regelt, ist das Plancksche Wirkungsquantum.

Diese Tatsache ist experimentell gesichert, darin ist sich die Wissenschaft einig, nicht aber hinsichtlich ihrer theoretischen und philosophischen Interpretation.

Die Kontroverse darüber ist 90 Jahre nach Formulierung der Quantenmechanik immer noch aktuell. Extreme Positionen, zwischen denen es viele Übergänge gibt, sind:

- "Kopenhagener Interpretation"
 Quantenphysikalische Phänomene sind indeterministisch, d. h. sie werden vom absoluten Zufall regiert.
 Die Wellenfunktion hat keine Realität. Sie ist nur ein mathematisches Hilfsmittel um Messwerte in den Grenzen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen vorauszusagen.
- "Theorie der verborgenen Parameter"
 Dass man die Entwicklung eines quantenphysikalischen Systems nicht exakt voraussagen kann, ist nur Ausdruck der Unvollkommenheit der gegenwärtigen Theorie. Im Hintergrund würden reale deterministische Prozesse ablaufen. Die Unschärfe der Messwerte gelte nicht a priori, sie ist nur einer Folge der quantenhaften Wechselwirkung mit dem ebenfalls quantenmechanisch zu beschreibenden Messgerät.

Verfolgt man die Kopenhagener Interpretation in aller Konsequenz weiter und setzt den ontologischen Grundsatz "Alles was möglich ist existiert auch" voraus, kommt man zur Viele-Welten-Theorie: Bei jeder Zufallsentscheidung spaltet sich das Universum in weitere Universen auf, in denen je eine der zufälligen Möglichkeiten realisiert wird.

Albert Einstein hat die unter den Physikern dominierende Kopenhagener Interpretation der Quantentheorie Zeit seines Lebens nicht akzeptiert, obwohl er die Quantentheorie selbst mit begründet hat und dafür den Nobelpreis erhielt. Berühmt geworden ist sein Ausspruch "Der Alte (gemeint ist Gott) würfelt nicht".

In Informationstechnik und numerischer Mathematik werden an vielen Stellen zufällige Folgen natürlicher Zahlen, sogenannte Zufallszahlen benötigt. Beispiele für Anwendungen sind die Kryptografie oder die numerische Simulation von Verkehrsströmen. Um zu einer Folge von Zufallszahlen zu kommen, gibt es zwei Wege.

Indeterministische Zufallszahlengeneratoren
 Es handelt sich um physikalische Geräte in denen zur Erzeugung der Zahlen Quanteneffekte genutzt werden. In einem Gerätetyp wird z. B. das stark abgeschwächte

Licht eines Lasers über einen Strahlteiler auf zwei Detektoren geleitet. Je nachdem welcher Detektor als nächster anspricht, wird in einer binären Folge eine 1 oder eine 0 erzeugt. Durch Gruppierung dieser unendlichen Binärfolge zu Zahlen mit fester Stellenzahl erhält man eine Folge von binären Zufallszahlen.

Deterministische Zufallszahlengeneratoren (Pseudozufallszahlen)
 Die Zahlenfolgen werden ausgehend von einem Startwert nach einem deterministischen Algorithmus erzeugt. Als Unterprogramm sind diese Algorithmen in allen Programmiersprachen verfügbar. Sie sind kostengünstiger und schneller als die indeterministischen Generatoren, haben aber in Bezug auf die Kryptografie den Nachteil, dass sie gegenüber einem Hackerangriff nicht 100%ig sicher sind. Aus Sicht der numerischen Mathematik haben diese so genannten Pseudozufallszahlen den Vorteil, dass man dieselbe Zahlenfolge immer wieder erzeugen kann, wichtig z. B. beim Test neuer Programme.

Der verallgemeinerte von Neumannsche Prozess zur Konstruktion des *Daseins* ist streng deterministisch. Aus Sicht der Ontologie darf das auch nicht anders sein. Das *Dasein* ist bedingtes *Sein*. "Bedingt" aber ist nur ein anderes Wort für determiniert. Nur das übergeordnete *unbedingte Sein* enthält Zufall, und den in reichlichem Maße. Sobald man im *Dasein* diesem echten Zufall ein einziges Mal die Tür öffnete, herrschte auch hier totales Chaos.

Zufall kann also nur in Form von Pseudozufall auftreten. In der Tat bilden die Abstände der Primzahlen oder die Primzahlenzerlegungen der natürlichen Zahlen Pseudozufallszahlenfolgen. Dass ab der 3 nur gerade Zahlen als Primzahlen auftreten, der Abstand 2 besonders häufig auftritt (Zwillinge) und der mittlere Abstand mit der Größe zunimmt, ändert grundsätzlich nichts daran. Physikalisch gesprochen: Jede neue Primzahl stört das bisherige Schema.

Wir kennen zwar den Algorithmus zur Berechnung der jeweils nächsten Primzahl, kennen aber nur die Größenordnung der natürlichen Zahl, bei der wir derzeit im Primärraum angelangt sein sollten: mindestens 10^{6E+59} , d. h. eine Zahl mit knapp 10^{60} Stellen. Wir sind nicht einmal in der Lage, eine derartig große Zahl als Integer-Zahl auf einem Computer unterzubringen, geschweige denn, dass wir mit ihr rechnen könnten. Die größte derzeit (2016) bekannte Primzahl ist $2^{57.885.161}$ -1. Und jede Planck-Zeit kommen neue Zahlen hinzu, deren Menge im Sekundärraum dem räumlichen Volumen des Universums in Planck-Einheiten entspricht. Im Primärraum wäre es sogar eine Potenz jener Zahl! Die aus den in der Gegenwart aktuellen Primzahlen oder Primzahlenzerlegungen abgeleiteten Pseudozufallszahlen lassen sich somit aus Sicht der Praxis nicht von "echten", indeterministischen Zufallszahlen unterscheiden.

Die Primzahlen sind also aus zwei Gründen für unser Modell wichtig. Im Bereich kleiner Zahlen sind sie der "Code", in dem die raumzeitliche Struktur (Faltung) des Raumes einschließlich der Extradimensionen verschlüsselt ist. Im Bereich größerer Zahlen bringen sie Zufall und Symmetriebrechung in die physikalischen Abläufe.

4.3 Hintergrundfreier diskreter Raum

Der Primärraum ist ein eindimensionaler Halbraum aus diskreten Punkten. Die Menge der Raumpunkte ist somit abzählbar unendlich. Die Menge der Punkte bis zur Gegenwart ist sogar nur endlich. Da man eine endliche Menge nicht isomorph auf ein dichtes Kontinuum abbilden kann, sollten Sekundärraum und Tertiärraum ebenfalls diskret sein. In der physikalischen Literatur werden derartige Räume auch als Gitterräume bezeichnet.

Eine Gitterstruktur des Raumes bedeutet, dass es eine kleinste Länge geben sollte. Wenn man die Quantentheorie und die allgemeine Relativitätstheorie zu einer einheitlichen Theorie verbindet (Quantengravitation), muss man tatsächlich eine derartige kleinste Länge einführen, unterhalb der zumindest die heutige Physik nicht mehr gültig ist. Ursprünglich gerieten die Quantentheorie und die Allgemeine Relativitätstheorie nicht in Konflikt miteinander. Erstere war für den Mikrokosmos ausgearbeitet worden, letztere für den Makrokosmos. Wenn es allerdings um sehr kleine Schwarze Löcher geht oder um das Universum unmittelbar nach dem Urknall, müssen beide Theorien berücksichtigt werden. Eine kritische Größe ist die Planck-Länge, eine Kombination der Naturkonstanten, die beiden Theorien zu Grunde liegen

(12)
$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,616 \cdot 10^{-35} m,$$

mit \hbar Plancksches Wirkungsquantum, G Gravitationskonstante, c Lichtgeschwindigkeit

Bei Objekten dieser Größe würde auf Grund der Heisenbergschen Unschärferelation derartig große Fluktuationen von Impuls und Energie (also Masse) auftreten, die ein Kollabieren des Objektes zu einem Schwarzen Loch zur Folge hätten. Oder wie andere das Phänomen beschreiben: die Krümmung der Raumzeit würde so extrem sein, dass die Topologie des Raumes zerstört würde ("Quantenschaum").

Allerdings ist es ein Unterschied, ob die kleinste Länge als eine Ortsunschärfe in einem Kontinuum definiert ist oder als Gitterkonstante eines Gitterraumes. Ein "hintergrundfreies" diskretes Raumzeit-Netzwerk bricht gänzlich mit unseren klassischen Vorstellungen vom physikalischen Raum. Man fragt sofort, was denn "zwischen" den Gitterpunkten sei. Falsch wäre die Antwort: "Dazwischen ist Nichts". Denn wie wir oben schon betont haben, das Nichts gibt es nicht in der Realität, sondern höchstens den Begriff des Nichts. Man kann vom Nichts nicht sagen "Es ist ...". Richtig wäre die Antwort: "Es gibt – räumlich gesehen – kein 'dazwischen' ". In einem diskreten topologischen Raum ist dieser Begriff irrelevant. Wenn wir der besseren Handhabbarkeit diskrete kausale Mengen in ein euklidisches oder riemannsches Raum-Kontinuum einbetten, so dürfen wir letzteres nicht für die Realität halten. In Kap. 5.3 werden wir auf die Frage des Realitätsgehaltes von Abbildungen physikalischer Strukturen durch mathematische Strukturen noch einmal eingehen. "Zwischen den Gitterpunkten" - das ist der Schritt von einem Gitterpunkt zum nächsten. In der primären Kausalkette ist es die Einordnung einer Hierarchieebene in die nächsthöhere Ebene. Im sekundären kausalen Netzwerk ist es die Multiplikation mit einer Primzahl. Ein solcher Schritt ist ein Prozess und kein räumlicher Schritt im klassischen Sinne.

Trotz der erwähnten gedanklichen Schwierigkeiten ist die Idee des diskreten physikalischen Raumes so attraktiv, dass schon vor längerer Zeit begonnen wurde, die Physik in derartigen Räumen zu formulieren. Diskrete Räume sind nicht nur wegen der Möglichkeit zur Regularisierung der Theorie, sondern auch aus folgendem Grund attraktiv: Vielleicht ist die "Quantelung der Kausalität" die gemeinsame Basis für die Quantisierung der Raumzeit, für die Quantisierung der Wirkung in Einheiten des Planckschen Wirkungsquantums h (1. Quantisierung) und für die Teilchenquantelung (2. Quantisierung).

Als erstem gelang es Werner Heisenberg und seinen Schülern die bis dahin im Kontinuum in Form partieller Differentialgleichungen oder auch Integralgleichungen formulierte relativistische Quantenfeldtheorie in den Gitterraum zu übertragen (Bopp, 1967). In der Quantenfeldtheorie der elektroschwachen und starken Wechselwirkung ist man nicht

notwendig auf die Einführung einer kleinsten Länge angewiesen, wohl aber in der Theorie der Quantengravitation. Hier sind es die sogenannten hintergrundfreien Theorien wie Schleifenquantengravitation (Bojowald, 2011), das Modell der kausalen Mengen (L. Bombelli, 1987 S. 521), (Sorkin, 2009 S. 012018) und das Modell der kausalen dynamischen Triangulation (CDT) (Loll, 2000), die in letzter Konsequenz nur diskreten Räumen eine Realität zusprechen.

Aus Sicht dieser Arbeit ist ein als diskreter topologischer Raum interpretiertes kausales Netzwerk sogar "greifbarer" als ein kontinuierlicher riemannscher Raum, weil wir seine Entstehung im Gegensatz zu letzterem ontologisch erklären können.

4.4 Topologie des Tertiärraumes - zwei Kausalordnungen

Welche Aussagen können wir zur Topologie des Tertiärraumes machen, d.h. welche Punkte des Tertiärraumes gelten als kausal benachbart.

Unsere monistische Grundposition fordert, keine zusätzlichen ad-hoc-Annahmen zu machen. Dann stellen die zwei oben besprochenen Kausalordnungen des Primärraumes und des Sekundärraumes die bisher einzige Möglichkeit dar auch im Tertiärraum eine Topologie zu vermitteln und damit die Nachbarschaft von Punkten zu definieren.

Unsere Anschauung findet in der 4-dimensionalen Raumzeit statt. Hier beobachten wir viele parallel laufende und zugleich vernetzte Kausalketten, entweder entlang der Weltlinien klassischer makroskopischer Körper oder entlang der Pfadintegral-Wege der Quantenmechanik in Feynmann-Darstellung. Diese vernetzten Kausalketten stellen aus mathematischer Sicht eine Halbordnung dar. Also ordnen wir dieser Kausalität die mit der Multiplikation der natürlichen Zahlen verknüpfte kausale Halbordnung zu. Die entsprechend dieser Kausalordnung im Sekundärraum "benachbarten" Punkte sollen auch im Tertiärraum als benachbart gelten.

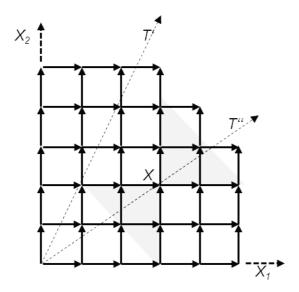


Abb. 2 Sekundärraum (Gödelraum) und Minkowski-Kegel

Wir betrachten das Hasse-Diagramm dieser Halbordnung und betten dieses der Anschaulichkeit wegen in den Gödelraum ein. Irgendein 4-dimensionaler Unterraum dieses Raumes wäre die 4-dimensionale Raumzeit, welcher, ist hier nicht wichtig.

Abb. 2 zeigt einen 2-dimensionalen Schnitt durch diesen 4-dimensionalen Unterraum mit den Koordinatenachsen X_1 und X_2 . Nur der 1. Quadrant ist mit Weltpunkten belegt. Mit jedem Kausalschritt wächst - gemessen in Schritt-Einheiten - der kausale Abstand vom Ursprung. Somit kann jede Weltlinie durch den Ursprung als Zeitachse definiert werden. Um Invarianz gegenüber Zeitverschiebungen zu gewährleisten, verwenden wir Geraden. Betrachten wir zwei Zeitachsen T' und T'', so sehen wir, dass sich diese voneinander entfernen, gemessen an der Zahl der zwischen ihnen liegenden Knoten. Diese Zeitachsen repräsentieren somit zwei verschiedene Inertialsysteme. Der Winkel zwischen ihnen ist ein Maß für die Relativgeschwindigkeit. Eine maximale, nicht überschreitbare Relativgeschwindigkeit liegt vor, wenn eine der Zeitachsen auf die Koordinatenachsen X_1 oder X_2 fällt¹². Diese Maximalgeschwindigkeit ist unabhängig von den zur Raumzeit orthogonalen Extradimensionen, die gemäß Stringtheorie etwas mit der Art der Materie zu tun haben könnten. Die Geschwindigkeit ist in diesem Sinne also universell. Abb. 2 ist somit eine Darstellung der kausalen Topologie des Minkowski-Diagramms (der Einstein-Kausalität) im Gitterraum – zunächst nur des Zukunftskegels, denn es gibt keine Vergangenheit vor dem Ursprung des Universums. Wir wollen diesen Kegel den Urkegel nennen.

Außerhalb des Urkegels gibt es keine Raumzeit. Wie schon erwähnt handelt es sich aus mathematischer Sicht bei der 4-dimensionalen Raumzeit nicht um einen üblichen euklidischen oder riemannschen Raum, sondern um eine *Mannigfaltigkeit mit Rand*.

Für einen Punkt X zu späterer Zeit gibt es sowohl einen Zukunfts- wie einen Vergangenheitskegel (schraffiert). Dieser Doppelkegel ist in eine Hintergrund-Raumzeit eingebettet. Ein von X ausgehender Schritt $\Delta X = (\Delta X_1, \Delta X_2)$ zu einem Punkt X' ist

- zeitartig in Richtung Zukunft, wenn alle Komponenten von ΔX positiv sind,
- zeitartig in Richtung Vergangenheit, wenn alle Komponenten negativ, d. h. entgegen der Kausalität gerichtet sind, bzw.
- raumartig, wenn die Komponenten gemischt positiv und negativ sind
- lichtartig, wenn mindestens eine Komponente Null ist und die anderen positiv.

Die Gitterstruktur des Raumes hat zur Folge, dass jeder Elementarschritt mit Maximalgeschwindigkeit erfolgt. Makroskopische Geschwindigkeiten, die kleiner sind als die Maximalgeschwindigkeit, werden durch eine "Zitterbewegung" in positiver und negativer Richtung ermöglicht. Es sei daran erinnert, dass nach Erwin Schrödinger aus der relativistischen Dirac-Theorie des Elektrons folgt, dass dieses um seine makroskopische Bahn herum eine solche "Zitterbewegung" ausführt. Die Dirac-Theorie ergibt, dass die Geschwindigkeit dieser Bewegung der Lichtgeschwindigkeit entspricht, die Amplitude der Comptonwellenlänge

$$\lambda_C = \frac{h}{mc}$$

1

¹² In der Relativitätstheorie werden diese Koordinaten Lichtkegel-Koordinaten genannt, weil sie in Richtung der Lichtausbreitung weisen. Ausgedrückt in Lichtkegel-Koordinaten werden in der Stringtheorie viele Formeln einfacher. Ursprünglich nur ein mathematisches Hilfsmittel, so zeigt sich hier, dass die Lichtkegel-Koordinaten aus physikalischer Sicht offenbar fundamentaler sind als die üblichen "Laborkoordinaten". Da die Stringtheorie die Metrik des Raumes schon voraussetzt, kann sie nur zwei Dimensionen durch Lichtkegel-Koordinaten beschreiben. Für die restlichen dazu orthogonalen Achsen müssen gewöhnliche Koordinaten gewählt werden. Im Gödelraum, der noch keine Metrik hat, sind alle Koordinaten Lichtkegelkoordinaten.

Unter der Voraussetzung, dass jede kausale Bewegung mikroskopisch nur mit Lichtgeschwindigkeit erfolgt, ergibt eine einfache Abschätzung tatsächlich die Comptonwellenlänge für die Größe der Zitteramplitude. Wir betrachten ein ruhendes oder sich mit geringer Geschwindigkeit v gegenüber dem Laborsystem bewegendes Teilchen mit Masse m. Bei einer Zitterbewegung mit Lichtgeschwindigkeit c muss durch Fluktuation des Vakuums eine Zusatzenergie ΔE in Größenordnung der Ruhenergie mc^2 aufgebracht werden. Zusammen mit der Heisenbergschen Unschärferelation

(14)
$$\Delta E \cdot \Delta t > h$$

erhält man als zeitliche Unschärfe für die Passage des Teilchens durch den Ort x

$$\Delta t > \frac{h}{mc^2}$$

und daraus als Ortsunschärfe $\Delta x = c\Delta t$ die Comptonwellenlänge

(16)
$$\Delta x > \lambda_C = \frac{h}{mc}$$

Für ein Elektron wären das $2,43\cdot10^{-12}$ m, was um den Faktor 10^{23} größer ist als die Planck-Länge.

Für masselose Teilchen, die sich immer mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, müssen solche Energie-Fluktuationen nicht aufgebracht werden. Sie führen also keine mesoskopische Zitterbewegung aus. Wie die Bewegung mikroskopisch abläuft ist noch unklar. Aller Voraussicht nach sind die Teilchen nicht punktförmig, sondern sie haben eine räumliche Ausdehnung mindestens von der Größe der Planck-Länge. Der "Bewegungsablauf", sofern überhaupt definierbar, ist sicher komplexer als eine einfache Zitterbewegung.

Die sekundäre Kausalordnung entspricht also der Einstein-Kausalität. Welche physikalische Bedeutung könnte dann die primäre, lineare Kausalordnung haben?

In Abb. 1 sind die ersten Schritte der primären Kausalkette in der aus den Primzahlen 2 und 5 abgeleiteten X_2X_5 -Ebene des Gödelraums dargestellt. Da die primäre Kausalordnung linear ist und die sekundäre über viele verzweigte Ketten vermittelt wird, muss erstere die Raumpunkte mit wesentlich höherer Taktfrequenz berühren als letztere. Innerhalb einer Einheit der realen (sekundären) Zeit muss die primäre Kette alle Punkte des Weltraumes neu erzeugen, zuzüglich neuer Punkte auf Grund der Expansion des Weltraumes. Dabei müssen ungeheure Entfernungen zurückgelegt werden, was nur mit Überlichtgeschwindigkeit möglich ist, also durch eine "raumartige" Bewegung. In Anhang 7.2 wird gezeigt, dass in einer endlich dimensionalen Brane in genügender Entfernung vom Ursprung der Brane jeder Schritt im Sekundärraum von einem Punkt X entlang der primären Kausalkette zu einem Punkt X' raumartig ist (vgl. Abb. 1). Erst zwei aufeinander folgende Primär-Schritte können in der Summe zeitartig sein. Diese raumartige Bewegung steht nicht in Widerspruch zur Einstein-Kausalität. Durch eine lineare Kausalkette können keine Signale übertragen werden, sondern nur durch verzweigte Kausalketten bzw. Netzwerke, deren Knoten Wechselwirkun-

_

¹³ Die detaillierte Rechnung auf Basis der Dirac-Theorie zeigt, dass diese Energie-Fluktuationen mit virtuellen Antiteilchen-Anregungen aus dem Vakuum heraus verbunden sind, die sich kurzzeitig mit der Wellenfunktion des realen Teilchens mischen.

gen beschreiben und wo ein Signal in einen bestehenden Übertragungskanal eingekoppelt und auch wieder ausgekoppelt werden kann.

Liegt hier eventuell der Schlüssel zum Verständnis des mysteriösen Welle-Teilchen-Dualismus der Quantenmechanik? Gemäß Kopenhagener Interpretation hat nur das Teilchen eine materielle Realität, nicht hingegen das Wellenfeld. Letzteres ist nur so etwas wie ein Protokoll, in dem aufgezeichnet ist, an welchen Orten sich das Teilchen mit welcher Wahrscheinlichkeit aufhält. Wird in einem 1-Photonenexperiment das Photon an irgendeiner Stelle durch Absorption vernichtet, muss diese Zustandsänderung augenblicklich dem gesamten Wellenfeld mitgeteilt werden (Quanten-Nichtlokalität), damit das Photon an einem anderen Ort nicht noch einmal vernichtet werden kann. In der Kopenhagener Interpretation spricht man anschaulich von einem "Kollaps des Wellenfeldes". Wie an räumlich ausgedehnten Versuchsanlagen insbesondere mit Photonen experimentell nachgewiesen wurde, muss dieser Kollaps mit Überlichtgeschwindigkeit erfolgen.

Anstatt von einem "Kollaps der Wellenfunktion" zu sprechen könnte man auch sagen, das Teilchen selbst bewege sich stochastisch mit Überlichtgeschwindigkeit in den Grenzen des Wellenfeldes, so dass es "nahezu" (aber nicht wirklich) überall gleichzeitig ist. Auf diese Weise teilt es jedem Ort seine Existenz und seinen Zustand (z. B. Polarisation) mit.

Dieses Bild entspricht genau jener Bewegung, welche die primäre Kausalkette im Sekundärraum ausführt (vgl. Abb. 1). Wenn diese Deutung richtig ist, beschreibt die primäre Kausalkette das Schicksal sämtlicher Teilchen des Universums. Art der Teilchen, Spin usw. wären in den Extradimensionen kodiert. In der heutigen Kommunikationstechnik würde man so etwas als zeitmultiplexe Übertragung auf einem einzigen Kanal bezeichnen.

Bemerkenswert ist, dass dieser Welle-Teilchen-Dualismus schon sehr früh in der strukturellen Evolution des *Daseins* angelegt ist, noch vor der Faltung des Primärraumes zum Tertiärraum und auch bevor von einer Quantisierung die Rede ist. Ursache des Dualismus wäre letztlich die banale Tatsache, dass man natürliche Zahlen über zwei Operationen verknüpfen kann - Addition und Multiplikation - und infolgedessen nebeneinander zwei verschiedene Arten von Kausalität existieren. Im Sinne Albert Einstein wäre es vielleicht das, was er als "Einfachheit ihrer Prämissen" von einer Theorie verlangte (Schilpp, 1951).

In mesoskopischen räumlichen und zeitlichen Maßstäben wird das Gitter nicht mehr aufgelöst und wird unsichtbar. Es verliert seine Bedeutung als ausgezeichnetes Bezugssystem. Angemessener ist jetzt eine Kontinuumsdarstellung der Raumzeit. Die - bisher noch unbekannten – Formeln zur Beschreibung aller Bewegungen und Wechselwirkungen im Gitterraum sollten entsprechend Korrespondenzprinzip je nach Art der Näherung übergehen in die partiellen Differentialgleichungen der Quantenfeldtheorie oder die Einsteinschen Gleichungen der ART. Die Zitterbewegung der massebehafteten Teilchen ist der letzte verbleibende experimentelle Hinweis auf die mikroskopische Gitterstruktur des Raumes.

Schließlich folgen aus der Topologie der sekundären Kausalordnung auch Aussagen zur Topologie des Universums.

Wir stellen das kausale Netz in einem 4-dimensionalen Unterraum des Gödelraumes mit den Koordinaten X_1, X_2, X_3, X_4 dar und vereinbaren wie in der Theorie der kausalen Mengen üblich die Zeit T durch die Zahl der kausalen Elementarschritte in Entfernung vom Ursprung. Es ist die Wahl der geringsten Willkür und zugleich eine Invariante bei homöomorphen Abbil-

dungen. Um T zu erhalten, müssen wir alle Elementarschritte in die verschiedenen Richtungen X_1, X_2, X_3, X_4 addieren. Der zu T gehörige Ortsraum ist definiert durch alle Knoten des kausalen Netzes zur gleichen Zeit T. Im Gödelraum liegen diese Knoten auf der durch

$$(17) X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = T$$

definierten Hyperebene senkrecht zur Raumdiagonalen.

Unter der Zusatzbedingung, dass alle kausalen Knoten des Universums im vom kausalen Ursprung ausgehenden Zukunftskegel oder auf dessen Rand liegen müssen $(X_1, X_2, X_3, X_4 \ge 0)$, liegen die Knoten des Ortsraumes im oder auf dem Rand eines Tetraeders. Für die anschauliche Darstellung wählen wir einen 3-dimensionalen Unterraum mit 2 Ortskoordinaten und betrachten die Schnittebene senkrecht zur T-Achse. (Abb. 3). Die Knoten des Ortsraumes formieren sich zu einem gleichseitigen Dreieck.

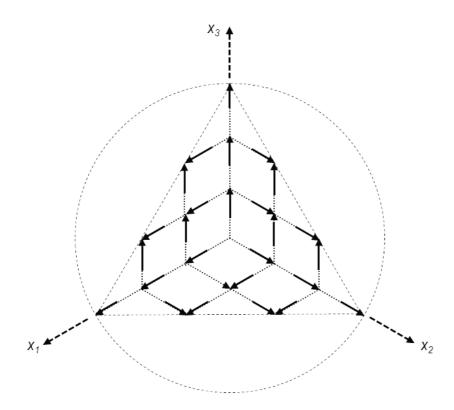


Abb. 3 Schnitt senkrecht zur *T*-Achse in einem 3-dimensionalen Ausschnitt aus der Raumzeit (die Knoten liegen alle in einer Ebene und sind nur indirekt miteinander verbunden.)

Gehen wir vom Gitterraum zur Kontinuumsdarstellung über, so ist die Topologie des Tetraeders identisch mit der Topologie einer Kugel: ein einfach zusammenhängender 3-dimensionaler Körper mit Rand. Die beiden Mannigfaltigkeiten Tetraeder und Kugel sind durch eine homöomorphe Abbildung miteinander verknüpft. Die unregelmäßige Form des Tetraeders im Vergleich zu einer Kugel soll nicht irritieren – wir haben noch keine Metrik eingeführt und haben die Freiheit über diese zu verfügen. In Kapitel 4.6 werden wir zeigen, dass sich der

Sekundärraum bei Erhalt der Topologie des Netzwerkes so auf einen Tertiärraum mit Minkowski-Metrik abbilden lässt, dass aus dem Tetraeder eine Kugel wird.

Lange Zeit wurde als Modell des Universums die sphärische Lösung der Friedmann-Gleichung bevorzugt, ein in sich gekrümmter geschlossener 3-dimensionaler Raum ohne Rand. Dessen Topologie ist von der Topologie einer Vollkugel grundverschieden. Schreitet man in einer Vollkugel bei konstanter Zeit virtuell in immer derselben Richtung voran (real ist das nicht möglich) kommt man irgendwann zum Rand der Kugel. Bei einem in sich gekrümmten geschlossenen Raum kommt man irgendwann wieder am Ausgangspunkt an.

Die astronomischen Beobachtungen der letzten Jahre zeigen tatsächlich, dass das Universum großräumig gesehen "flach" ist, also nicht gekrümmt. Die Auswertung der mit dem PLANCK-Satelliten vermessenen 3K-Hintergrundstrahlung ergab, dass die Abweichung von einer flachen Geometrie höchstens 0,5 % beträgt. (Mukhanov, 2015). Aus der Friedmann-Theorie folgt dann, dass dies nur bei einer "Feinabstimmung" der Masse des Universums (5 % Baryonen, 28 % dunkle Materie und zu 68 % die noch hypothetische dunkle Energie) möglich wäre. Unsere Ergebnisse zeigen, dass diese Feinabstimmung kein Zufall sein kann. In Umkehrung des Zusammenhangs ist in der Evolution des Universums die flache Geometrie frühzeitig durch die Topologie des kausalen Netzwerkes festgelegt. Aus dieser Randbedingung leitet sich dann die heutige Masse des Universums (bzw. die Größe von Einsteins kosmologischer Konstante) ab.

4.5 Extradimensionen und Branen

Interpretiert man das Hassediagramm der sekundären Kausalordnung als Sekundärraum, dann hat dieser Raum nicht nur drei Orts- und eine Zeitdimension, sondern unendlich viele Dimensionen.

Zusätzliche Extradimensionen sind ein gemeinsames Kennzeichen verschiedenster Ansätze zu einer vereinheitlichten Theorie. Die bekannteste ist die Stringtheorie. Erstmalig wurden Extradimensionen 1919 von Theodor Kaluza eingeführt, um die Einsteinsche Gravitationstheorie und die Maxwellsche Elektrodynamik einheitlich zu beschreiben. Folgt man Lisa Randall (Randall, 2006), so steht jetzt schon fest, dass Extradimensionen in einer künftigen Großen Vereinheitlichung (GUT) unverzichtbar sein werden, unabhängig davon, welcher Ansatz am Ende erfolgreich sein wird.

Die Besonderheit von Extradimensionen gegenüber zusätzlichen vom Ortsraum unabhängigen Messgrößen wie z. B. Ladungen ist, dass sich Extradimensionen über vieldimensionale Drehungen mit Orts- und Zeitkoordinaten mischen lassen und dass sie gemeinsamen Symmetrien gehorchen. Diese Mischbarkeit bedeutet, dass Ortsraum-Punkte und Materieteilchen letztlich denselben Ursprung haben.

Unser Raum in dem wir leben ist jedoch 3-dimensional. Felix Klein schlug deshalb 1926 in Ergänzung von Kaluzas Theorie vor, dass die Extradimensionen zu geschlossenen mikroskopischen Mannigfaltigkeiten "eingerollt" und deshalb makroskopisch unsichtbar sind. Dieses Einrollen zu einer zyklischen Koordinate ist auch eine Grundannahme der meisten Varianten der heutigen Stringtheorie. Leider sind endliche Mannigfaltigkeiten mit zyklischer Ordnung mit den ontologisch erlaubten Erzeugungsprozessen von Räumen bzw. Mannigfaltigkeiten nur sehr begrenzt vereinbar (vgl. Anhang 7.1).

Im Randall-Sundrum-Modell (Randall, et al., 1999) hingegen sind auch die Extradimensionen unendlich, d. h. kompatibel mit der sekundären Kausalordnung. Der Raum ist in Richtung der Extradimensionen extrem gekrümmt, was zu einer exponentiell abnehmenden Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elementarteilchen (Gravitonen) führt. Dadurch wären die Extradimensionen makroskopisch ebenfalls nicht beobachtbar. Nach L. Randall sind die Extradimensionen auf Grund der Krümmung gleichfalls eingerollt, jedoch nicht zyklisch nach Art eines Ringes sondern nach Art einer Garnrolle (Randall, 2006). Das bedeutet eine gänzlich andere Topologie.

Warum unsere Welt ausgerechnet drei offene Ortsraum-Dimensionen hat, diese Frage konnte bisher von keiner Theorie gültig beantwortet werden, unabhängig davon ob in dieser Theorie Extradimensionen vorkommen oder nicht. Man kennt momentan keine Gründe für die Bevorzugung der Zahl 3, es sei denn man beruft sich auf das anthropische Prinzip (Hawking, et al., 2010). Es gibt Argumente dafür, dass sich nur in einer 3-dimensionalen Welt hochentwickeltes Leben entwickeln kann. Möglicherweise existieren noch weitere Subuniversen¹⁴ mit anderer Dimensionalität - notwendigerweise leben wir aber in einem mit drei Ortsdimensionen

Lisa Randall (Randall, 2006) spricht von einer 3-dimensionalen Tasche oder Brane, in der wir leben und die in ein vieldimensionales Bulk mit wechselwirkenden benachbarten Branen eingebettet ist. Derartige Branen sind als Baustein durchaus passfähig zu unserem Modell eines vieldimensionalen kausalen Netzwerkes. Der in Abb. 1 gezeigte Schnitt durch den Sekundärraum wäre in der üblichen Nomenklatur eine 1-D-Brane, d. h. eine Brane mit einer Ortsdimension neben der Zeitdimension. Da die Brane durch den Ursprung des Netzes geht und jeder Knoten durch Angabe von Ort und Zeit vollständig beschrieben ist, könnten wir sie auch als Vakuumbrane bezeichnen. Eine dazu parallele (d. h. schnittfreie) benachbarte Brane erhalten wir, wenn wir jede Zahl der Primärkette mit einer festen Primzahl multiplizieren, z. B. mit 7. L. Randall und R. Sundrum setzten in ihrem Branen-Modell des Universums (Randall, et al., 1999) kontinuierliche Koordinaten voraus. Der Abstand zweier Branen wäre also frei wählbar. In unserem Raum sind die Branen diskret und abzählbar. Man kann somit jeder Brane einen eindeutigen Namen geben, z. B. 7-Brane oder 7²-Brane.

4.6 Symmetrie und Metrik

Wir haben bisher ausschließlich Aussagen zur Topologie des Raumes gemacht und Aussagen zur Metrik bewusst vermieden. Hier beginnt die eigentliche Arbeit Brücken zu den experimentell bestätigten Theorien der Meso- bzw. Makrowelt zu schlagen.

Metrik und Symmetrie hängen eng zusammen. Werden beispielsweise Entfernungen in der 4-dimensionalen Raumzeit durch die Minkowski-Metrik definiert¹⁵,

(18)
$$d^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - ct^2$$

-

¹⁴ Der Begriff eines "Multiversums", das aus vielen Universen oder Parallelwelten bestehen soll, ist unglücklich gewählt. Wie wir oben gezeigt haben gibt es - zumindest aus Sicht des philosophischen Monismus - nur einen einzigen Startpunkt für das Dasein und damit nur ein einziges Universum (von unum, lat. eins). Dass sich dieses sich später in Subuniversen aufspalten kann, soll damit nicht ausgeschlossen sein.

¹⁵ Koordinaten des Sekundärraumes werden mit großen Buchstaben, des Tertiärraumes mit kleinen Buchstaben bezeichnet.

ist die zugehörige Symmetrie, welche die Entfernung d invariant lässt, die Lorentz-Symmetrie. Eine Untergruppe der Lorentz-Gruppe ist die Gruppe der Drehungen im 3-dimensionalen Ortsraum SO(3). Invarianz gegenüber Drehungen bedeutete Isotropie des Ortsraumes. Zusätzlich muss die 4-dimensionale Raumzeit translationsinvariant sein. Lorentz-Gruppe und Translationsgruppe bilden zusammen die Poincaré-Gruppe.

Nach J. Henson (Henson, 2008) sind die meisten auf diskreten Strukturen definierten Theorien nicht Lorentz-invariant. Der Grund ist, dass in einem regelmäßigen Gitter immer bestimmte Richtungen ausgezeichnet sind. Einzig in der Theorie der kausalen Mengen würde es gelingen, durch einen als "Coarse-graining" und "Sprinkling" bezeichneten Prozess Lorentz-Invarianz zu erreichen. Hierbei wird aus der Menge der regelmäßig angeordneten Gitterpunkte mit einem Poisson-Prozess eine zufällige Auswahl getroffen und die Theorie über dieser Auswahl definiert. Nach einem solchen Prozess weist die diskrete kausale Menge keine ausgezeichneten Richtungen mehr auf, welche die Lorentz-Symmetrie zerstören könnten (Bombelli, 2006). Anschaulich bedeutet es eine Amorphisierung des Gitters.

Wir betrachten zunächst die Symmetrie des Sekundärraumes und fragen anschließend was daraus für den Tertiärraum und seine Metrik folgen könnte:

- Die Kanten des Graphen haben alle die Richtung der Lichtausbreitung. Die Gödelkoordinaten des Sekundärraumes sind Lichtkegelkoordinaten. Bei Wechsel des Inertialsystems bleiben diese Richtungen invariant.
- Jeder Zeitschritt ist mit genau einem räumlichen Schritt verbunden und umgekehrt. Die Abstände der Knoten definieren also den Betrag der Lichtgeschwindigkeit, und auch dieser ist invariant.

Wir berechnen versuchsweise die Entfernung in Elementarschritten, die ein Lichtstrahl ausgehend vom Nullpunkt in der Zeit *T* zurücklegt. In unserem Netzwerk hat jeder kausale Elementarschritt nicht nur eine zeitliche, sondern auch eine räumliche Komponente. Ein Schritt, mit dem sich der Lichtstrahl auf dem Rand des Kegels vom Ursprung entfernt, soll unabhängig von der Richtung deshalb sowohl als zeitlicher wie als räumlicher Schritt gezählt werden.

Die Randflächen des Tetraeders (bzw. Ränder des gleichseitigen Dreiecks in Abb. 3) sind dadurch definiert, dass eine der Koordinaten gleich Null ist. Wir wählen z. B. die Fläche mit $X_4 = 0$, d. h. aus Formel (17) folgt für die Knoten am Rand

$$(19) 0 = X_1 + X_2 + X_3 - T$$

Formel (19) hat Ähnlichkeit mit der Minkowski-Metrik (18) im Fall eines lichtartigen Abstandes d=0. In gewisser Weise lässt sich also auch für einen topologischen Raum mit Halbordnung eine "Metrik" definieren.

 $X_1 + X_2 + X_3$ ist gemäß Vereinbarung gleich der Zahl der räumlichen Schritte, und zugleich auch gleich T und damit konstant auf dem Rand. Die "Messung" der Entfernung ergibt also anders als es die Darstellung des Hassediagramms im Gödelraum zunächst vermuten lässt (vgl. Abb. 3), dass der Rand die Oberfläche einer Kugel bildet. In meso- und makroskopischen Maßstäben, wenn die diskrete Struktur des Randes nicht mehr aufgelöst wird, ist der Ortsraum demnach isotrop.

In der Makrowelt messen wir Entfernungen gemäß euklidischer Metrik entlang glatter Geraden und nicht entlang einer Zick-Zack-Linie aus Elementarschritten. Wir können jetzt durch

eine homöomorphe Abbildung des Sekundärraumes auf den Tertiärraum das kausale Netzwerk in Abb. 3 so deformieren, dass im Tertiärraum die euklidische Metrik gilt und der Rand des Tetraeders auf dem Kreis liegt. Andererseits gilt auch die Netzwerk-Metrik gemäß (19), wenn wir weiterhin kausale Schritte zählen.

Bei allgemeinen Lorentz-Transformationen mit Wechsel des Inertialsystems wird Lorentz-Invarianz hingegen nur erreicht, wenn beim Übergang von der disktreten Dynamik zu den Differentialgleichungen der Kontinuumstheorie der Lichtausbreitung (Maxwellsche Gleichungen) mikroskopische Richtungsänderungen der elementaren kausalen Schritte herausgemittelt werden.

In Abb. 2 kann jeder Knoten *X* Ausgangspunkt eines Minkowski-Doppelkegels sein. Der hier als Sekundärraum gewählte Gödelraum ist also zumindest topologisch zeitlich und räumlich homogen. Die Annahme der geringsten Willkür wäre, dass auf Grund der topologischen Translationsinvarianz Formel (19) nicht nur beim Ursprung als Startpunkt gilt, sondern bei beliebigen Startpunkten *X*.

Im Hintergrund, sozusagen als verborgener, der Messung nicht zugänglicher Parameter, bleibt aber immer noch die *Unterscheidbarkeit* der Primärzahlen und damit der Koordinaten bestehen. Das bedeutet Symmetriebrechung, insbesondere in jenen Momenten, wenn mit fortschreitender Zeit neue Primzahlen hinzukommen.

5 Wertung der Ergebnisse

5.1 Aus Sicht der Philosophie

Nachdem wir einige Eigenschaften des *Daseins* hergeleitet haben, die unter Voraussetzung eines monistischen und kausal orientierten Weltbildes unvermeidlich erscheinen, wenden wir uns erneut den Kantschen Antinomien zu.

Dabei stellen wir mit einiger Überraschung fest, dass sowohl die Thesen wie die Antithesen nebeneinander gültig sind, wenn wir den Gültigkeitsbereich entweder auf das unbedingte *Sein* oder auf das bedingte *Dasein*, d. h. unsere reale Welt einschränken. In Tab. 1 sind die Argumente – von Beweisen wollen wir nicht sprechen - zusammengestellt.

Die Widersprüche zwischen den Thesen und den Antithesen werden bei Aufspaltung des *Seins* in ein allgemeines unbedingtes *Sein* und das bedingte *Dasein* nach Hegel im dialektischen Sinne unter gewissen Bedingungen aufgehoben.

Damit sei nichts gegen Kants grundsätzliche Kritik an dem Vermögen der "reinen Vernunft" gesagt, im Gegenteil. Der Unterschied ist, dass die "reine Vernunft" meint, auf empirische Gegebenheiten verzichten zu können. Wir aber betrachten Monismus und Kausalität (beide hängen eng zusammen) als Ergebnis unserer Erfahrung und haben damit hinsichtlich der 4. Antinomie eine Vorentscheidung getroffen. Daraus leiten sich dann im Rahmen unseres Modells zwangsläufig auch Antworten zu den Antinomien 1 - 3 ab.

Bleiben wir noch bei der 4. Antinomie. Von der Position des *unbedingten Seins* aus gesehen ist Monismus das richtige Weltbild. Das steckt schon in dem Attribut "unbedingt", d. h. ohne Voraussetzung. Von der Position des *Daseins* aus muss jedoch etwas anderes, außerhalb des *Daseins* existierendes vorausgesetzt werden (das *unbedingte Sein*), um das *Dasein* er-

klären zu können. Somit ist der Dualismus in der Negation seiner ursprünglichen Negation (nämlich des Monismus) dialektisch "aufgehoben".

Antinomie	Thesis	Antithesis
1	Die Welt hat einen Anfang in der Zeit, und ist dem Raum nach auch in Gren- zen	Die Welt hat keinen Anfang, und keine Grenzen im Raume, sondern ist, sowohl in Ansehung der Zeit als auch des Raumes, unendlich.
	Das <u>Dasein</u> hat einen Anfang und ist bis zur Gegenwart endlich.	Das unbedingte <u>Sein</u> hat keinen Anfang und kein Ende
2	Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts als das Einfache oder das, was aus diesem zusammengesetzt ist.	Kein zusammengesetztes Ding in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts Einfaches in derselben.
	Das <u>Dasein</u> besteht aus diskreten kausalen Elementarschritten.	lm <u>Sein</u> ist alles mit allem überabzählbar un- endlich oft verknüpft. Jedes <i>Etwas</i> ist somit unendlich oft teilbar.
3	Die Kausalität nach Gesetzen der Natur ist nicht die Einzige, aus wel- chen die Erscheinungen der Welt insgesamt abgeleitet werden können. Es ist noch eine Kausalität durch Frei- heit zu Erklärung derselben anzu- nehmen notwendig.	Es gibt keine Freiheit, sondern alles in der Welt geschieht nach den Gesetzen der Natur.
	Das <u>Sein</u> als Ganzes ist gesetzloses Chaos. Es ist sogar der absolute Zu- fall, also die absolute Freiheit.	Das <u>Dasein</u> ist deterministisch. Was als Zufall erscheint, ist Pseudozufall.
4	Zu der Welt gehört etwas, das, ent- weder als ihr Teil, oder ihre Ursache, ein schlechthin notwendiges Wesen ist.	Es existiert überall kein schlechthin notwendiges Wesen, weder in der Welt, noch außer der Welt, als ihre Ursache.
	Das <u>Dasein</u> ist Teil des <u>unbedingten</u> <u>Seins</u> , für sich jedoch <u>bedingtes</u> <u>Sein</u> . Es leitet sich aus dem <u>Sein</u> als Hierar- chie von Begriffen ab, die robust ist gegenüber Kontamination durch das Chaos. Am Anfang der Hierarchie steht der <u>Begriff</u> des Nichts.	Das <u>Sein</u> ist unbedingtes Sein und in sich abgeschlossen (Monismus).

Tab. 1 Aufhebung des Widerspruchs zwischen den Thesen und Antithesen der Kantschen Antinomien

Als grundsätzliche, allgemeine Weltsicht entspricht der Dualismus nicht unserer Erfahrung und gemäß Satz vom zureichenden Grunde können wir darauf verzichten. Von der niedrigeren Position des *Daseins* aus, also der realen Welt, wäre er jedoch die richtige Herangehensweise. Ohne diese Herangehensweise käme man am "*ex nihilo nihil fit*" nicht vorbei. Diese "niedrigere" Position des *Daseins* ist vergleichbar mit der Situation der Höhlenbewohner in Platons Höhlengleichnis.

Vielleicht ist es diese vertrackte Verschränkung von Dualismus und Monismus – ihre dialektische Einheit, dass sich die Vertreter beider Weltsichten über Jahrtausende nicht einigen konnten: Beide Parteien hatten jede für sich in gewisser Weise Recht.

5.2 Aus Sicht der Physik

Mitte der 30er Jahre des vergangenen Jahrhunderts arbeitete der damals noch junge japanische Philosoph Mituo Taketani eng mit der Arbeitsgruppe des späteren Nobelpreisträgers Hideki Yukawa in Osaka zusammen (insbesondere mit dem später durch die Theorie des "dreifachen Weges" bekannt gewordenen Elementarteilchenphysiker Shoichi Sakata) und beriet Yukawas Gruppe in methodologischen Fragen.

Yukawa hatte das Ziel eine Theorie der kurzreichweitigen Kraft zwischen Proton und Neutron im Atomkern auszuarbeiten und hatte für die Vermittlung dieser Kraft ein neues massebehaftetes Elementarteilchen eingeführt. Unter den westlichen Physikern stieß dieses Herangehen auf Ablehnung. Die meisten waren der Meinung, Proton, Neutron und Elektron müssten als Elementarteilchen zur Beschreibung der Welt ausreichen. Taketani zeigte anhand von Beispielen aus der Geschichte der Physik, dass die Einführung einer neuen Substanz bzw. neuer Eigenschaften bekannter Substanzen ein bewährtes Mittel bei Ausarbeitung einer neuen Theorie ist (Taketani, 1971) (deutsche Übersetzung in dem Sammelband (Taketani, 1982)). Taketani hatte sich mit Hegel beschäftigt und unter Anlehnung an Hegels Dialektik fasste er seine Erkenntnisse in einem Drei-Stadien-Modell der Evolution neuer physikalischer Theorien zusammen:

1. Phänomenologisches Stadium

Begrenzte Erweiterung einer bekannten Theorie, um auch neuere empirische Ergebnisse beschreiben zu können. Ein grundsätzlich besseres Verständnis wird dadurch nicht erreicht. Irgendwann stößt dieses Vorgehen an seine Grenzen.

Bespiel: Beschreibung der Planetenbewegung durch Epizykeln (Tycho Brahe)

2. Substanzialistisches Stadium

Um ein besseres Verständnis zu erreichen, Einführung einer neuen Substanz oder neuer Eigenschaften bekannter Substanzen; oft ist die Beschreibung zunächst weniger präzise als die phänomenologische Beschreibung

Beispiel: Neue Eigenschaft der Sonne, im Zentrum des Planetensystems zu stehen (Kopernikus). Kopernikus Beschreibung der Planetenbewegung durch Kreise ist weniger genau als Brahes phänomenologische Beschreibung durch Epizykeln.

3. Wesensbeschreibendes Stadium

Grundsätzlich neue Theorie bei Wahrung des Korrespondenzprinzips; besseres Verständnis und zugleich bisher unerreichte Präzision bei Beschreibung der empirischen Ergebnisse

Beispiel: Newtons Bewegungsgleichungen und Gravitationstheorie

Unter den gegenwärtigen Theorien der Mikrowelt beschreibt das Standardmodell der Elementarteilchenphysik die experimentellen Ergebnisse quantitativ am genauesten. Von ihren Grundlagen her ist sie eine nichtlineare Quantenmechanik, die in ihren wesentlichen Bestandteilen Ende der vierziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts fertig ausgearbeitet war: Beschreibung der Bewegung und der Wechselwirkungen durch nichtlineare Operatorengleichungen bzw. Streumatrizen, Postulierung von Vertauschungsrelationen. Das Standardmodell befindet sich gegenwärtig im phänomenologischen Stadium. Durch punktuelle Erweiterung (neue Symmetrien bis hin zur Supersymmetrie, Higgs-Teilchen, dunkle Materie) gelingt

es immer wieder neue Phänomene im Rahmen des Standardmodells zu beschreiben. Freie Parameter der Theorie wie Massen und Wechselwirkungsstärken werden durch Anpassung an empirische Ergebnisse bestimmt. Den meisten Physikern ist jedoch klar, dass die Theorie spätestens bei der Großen Vereinheitlichung der Kräfte (GUT) die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit erreicht haben wird.

Um die bekannten Schwächen der Theorie zu überwinden, werden parallel dazu Theorien entworfen, die sich durch Einführung grundsätzlich neuer substanzartiger Elemente (also nicht nur weiterer Elementarteilchen) auszeichnen: Extradimensionen, Strings, Branen, Quanten-Schleifen, kausale Mengen usw. Diese Theorien sind vom Ansatz her zunächst substanzialistisch, befinden sich aber schon auf dem Wege der Ausarbeitung zu einer wesensbeschreibenden Theorie. Gemeinsamer Nachteil ist, dass die Quantisierungsvorschriften wie in der alten Quantentheorie ad-hoc eingeführt werden müssen ohne ihre Herkunft erklären zu können.

Nach diesen Vorbemerkungen können wir die hier vorgestellte Modellvariante der kausalen Mengen methodologisch besser einordnen. Mit dem ontologisch fundierten Existenzbeweis von kausalen Ketten und Netzen als Grundlage des *Daseins* befinden wir uns ebenfalls im substanzialistischen Stadium.

Dieses Modell ist bisher nur der Ansatz zu einer Theorie, wirklich ausgearbeitet ist diese damit noch nicht. Wir kennen nur einige Randbedingungen, die sich auf die kausale Topologie der Raumzeit beschränken. Diese sind allerdings strenger als in der allgemeinen Theorie der kausalen Mengen:

- 1. Mikroskopische Ebene
 - Diskrete, abzählbare Kausalstruktur
 - 2 Kausalordnungen
 - Primäre Totalordnung
 - Sekundäre Halbordnung, deren Hassediagramm sich als physikalischer Raum deuten lässt
 - Extradimensionen
 - Nur eine Signalausbreitungsgeschwindigkeit (Lichtgeschwindigkeit)
 - Vollständiger Determinismus: Pseudozufall statt absoluter Zufall
- 2. Mesoskopische Ebene
 - Zitterbewegung für kleinere Geschwindigkeiten als Lichtgeschwindigkeit
 - Einfache Metrik für den massefreien Raum
 - Isotropie des Ortsraumes nach Übergang zur Kontinuumsbeschreibung
- 3. Makroskopische Ebene
 - Flaches (euklidisches) Universum

Einiges wird durch dieses Modell verständlicher, insbesondere die nahezu zwangsläufige Entstehung des Universums, einzig ausgehend von einer monistischen Grundposition ohne weitere Zusatzannahmen. Viele Fragen sind aber noch offen.

5.3 Aus Sicht der Mathematik

Eine mathematische Struktur \mathcal{M} wie z. B. der Halbring der natürlichen Zahlen \mathbb{N} , der Körper der reellen Zahlen \mathbb{R} oder auch Graphen wie die oben besprochenen Hassediagramme sind

definiert durch eine Menge M als Träger der Struktur sowie Mengen von Relationen r_i^M und Operationen f_i^M zwischen Tupeln M_{n_i} von jeweils n_i Elementen des Trägers M

(20)
$$\mathcal{M} = (M, \{r_i^M\}, \{f_i^M\})$$

Die Beschreibung einer realen physikalischen Struktur $\mathscr{D}=(P,\{r_i^P\},\{f_i^P\})$ z. B. der Raumzeit durch eine mathematische Struktur \mathscr{M} ist in der Sprache der Mathematik eine Abbildung. Eine solche Abbildung $\varphi\colon \mathscr{D} \mapsto \mathscr{M}$ sollte auf jeden Fall homomorph sein. Das bedeutet: Gilt die Relation r_i^P für ein n_i -Tupel $P_n \in P$, so muss das Bild der Relation $r_i^M = \varphi r_i^P$ von r_i^P notwendig für das Bild $M_n \in \mathscr{M}$ von P_n gelten. Dasselbe wird für die Operationen f_i^M gefordert.

Diese Arbeit zeigt allerdings deutlich, dass solche Abbildungen nicht in jedem Falle surjektiv sind. Dass bedeutet, es kann Elemente des Trägers von $\mathcal M$ oder Relationen aus $\mathcal M$ geben, für die es im Urbild $\mathscr O$ keine Entsprechung gibt. Die Gründe dafür sind teils historischer, teils sehr praktischer Art. Hierfür drei Beispiele:

- (1) Klassisch werden physikalische Vorgänge in euklidischen oder riemannschen Räumen über den reellen Zahlen ℝ dargestellt. Der Raum wäre hiernach ein Kontinuum und die Menge der Raumpunkte überabzählbar groß. Ontologisch fundiert sind aber nur Räume mit abzählbar vielen Raumpunkten. Trotzdem ist in mesoskopischen und makroskopischen Maßstäben auch weiterhin eine Kontinuumsnäherung sinnvoll. Sie ermöglicht es, physikalische Objekte und Vorgänge sehr rationell durch Differential-und Integralgleichungen zu beschreiben.
- (2) Weiterhin handelt es sich bei diesen Räumen allgemein gesprochen um offene Mannigfaltigkeiten, d. h. jeder Punkt besitzt eine Umgebung welche homöomorph zu einer offenen Teilmenge des euklidischen Raumes \mathbb{R}^n ist. Man kann also von jedem Punkt aus in allen Koordinaten sowohl in positiver wie negativer Richtung fortschreiten. Eine ontologisch fundierte Realität hat jedoch einen Anfang in der Zeit, und auch der vom Ursprung des Daseins ausgehende Minkowski-Kegel hat einen Rand, von dem aus nur in positiver Richtung weitere (physikalische) Raumpunkte definiert sind. Trotzdem kann es aus Gründen der Anschaulichkeit weiterhin angebracht sein, derartige Mannigfaltigkeiten mit Rand in übliche euklidische oder riemannsche Räume einzubetten.
- (3) Bildet man die primäre Kausalkette auf die natürlichen Zahlen ab, so entsprechen nur die Schrittfunktion und die Addition realen physikalischen Vorgängen, nicht jedoch die Subtraktion. Praktisch wird die Subtraktion aber benötigt, wenn man mit Entfernungen zwischen Punkten operieren will.

Auch wenn praktische Gründe dafür sprechen, man sollte sich stets bewusst sein, dass eine nicht-surjektive Abbildung die Gefahr einer Überinterpretation des mathematischen Modells in sich birgt. Die Umkehrung der mathematischen Abbildung enthält u. U. nicht nur das reale Urbild, sondern auch Phantombilder. Diese Gefahr ist aus Sicht der Erkenntnistheorie deswegen so groß, weil wir das Urbild nie wirklich kennen, sondern immer nur versuchen vom Bild auf das Urbild schließen.

6 Ausblick

Bis zur Herleitung der Existenz eines kausalen Netzwerkes folgten unsere Schlussfolgerungen einer strengen inneren Logik und waren weitgehend frei von Spekulationen. Die Eigenschaften des Sekundärraum und die daraus ableitbaren Randbedingungen für den Tertiär-

raum stimmten optimistisch, dass ein derartiges kausales Netzwerk tatsächlich die Basis unseres realen Daseins sein könnte.

Ein Ansatz, wie mit der gleichen Strenge aus der Struktur der primären Kausalkette und des sekundären kausalen Netzwerkes sowie einem vermutlich in den Primzahlen verborgenen Code auch die bekannten Gesetze der Relativitätstheorie, der Quantenmechanik und der Elementarteilchenphysik herleitbar wären, ist gegenwärtig nicht sichtbar.

Mit ein paar Zusatzannahmen, die später einmal durch eine strenge Deduktion zu ersetzen wären, kommt man jedoch zu Ergebnissen, die ermutigend sind.

6.1 Brücke zur ART

Die ART ist fundamentaler als die Quantentheorie, zumindest die Feldgleichungen. Physikalische Größen wie Impuls, Energie und Gravitationsfeld lassen sich als geometrische Eigenschaften des Raumes verstehen. Bei der Quantentheorie steht die Geometrisierung noch aus. Deshalb sollte als erstes für die ART geprüft werden, ob und bei welchen Zusatzannahmen sich diese aus unserem ontologisch fundierten kausalen Netz ableiten ließe.

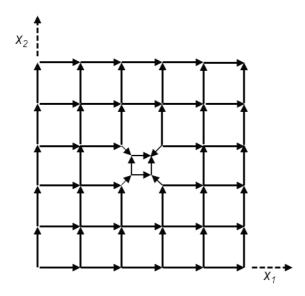


Abb. 4 Vakuumbrane mit elementarer Ausbeulung (perspektivische Darstellung)

Im Gegensatz zu den anderen Varianten der Theorie kausaler Mengen ist unser sekundäres kausales Netzwerk a-priori von höchster Regelmäßigkeit. Lokale Krümmungen des Raumes, wie sie von der ART benötigt werden, können hingegen nur durch topologische Baufehler entstehen, und die gibt es nicht in diesem Netzwerk.

Einen Ausweg bieten die Extradimensionen. Die materiefreie 4D-Raumzeit sei eine flache 3-Brane im vieldimensionalen Raum. Lokale Krümmungen entstehen z. B., wenn man diese Brane in Richtung einer Extradimension "ausbeult" (Abb. 4). Die Dimension der Brane (3+1) soll dabei erhalten bleiben.

Die Ausbeulung in Richtung einer Extradimension bedeutet in der Sprache der Differentialgeometrie eine äußere Krümmung. Bei Einbettung des ausgebeulten Netzes in eine 4D-Raumzeit wird aus der Ausbeulung ein topologischer Baufehler, der durch zusätzliche Elementarschritte im Netzwerk gekennzeichnet ist. Die zusätzlichen Schritte bedeuten eine lokale Veränderung der Metrik, und das ist mit einer inneren (Riemannschen) Krümmung verbunden, die gemäß ART etwas mit Masse, Energie und Impuls zu tun hat. Eine Frage, die in allen mit Extradimensionen operierenden Theorien trotz vieler ad-hoc-Annahmen letztlich immer noch unbeantwortet ist: Welcher Mechanismus verhindert, dass wir unsere Brane verlassen und tiefer in die Extradimensionen eindringen können?

6.2 Ein Angebot an die Stringtheorie

Eine solche Ausbeulung oder "Bump" einer Brane hat viel mit einem Stringobjekt gemeinsam

Warum ist die Stringtheorie so attraktiv als Kandidat für die Erweiterung des Standardmodells der Elementarteilchen? Im Rahmen des phänomenologischen Standardmodells war es nicht nur gelungen mit Hilfe der unitären Symmetriegruppe SU(3)xSU(2)xU(1) Ordnung in den Zoo der Elementarteilchen zu bringen. Mit den Mitteln der Quantenchromodynamik lassen sich unter Voraussetzung dieser Symmetrie und bei zweckmäßiger Wahl einiger Massen und Kopplungskonstanten alle anderen Massen und Wechselwirkungen mit hoher Genauigkeit berechnen.

Auf der anderen Seite beschreiben die speziellen unitären Gruppen SU(n) komplexe Drehungen im n-dimensionalen Raum. Die Stringtheorie bietet mit ihren Extradimensionen Räume bzw. Mannigfaltigkeiten an, in denen derartige Drehungen real stattfinden können. Die Elementarteilchen sind im Bild der Stringtheorie vieldimensionale Polarisationszustände von Anregungen, die durch komplexe Drehungen ineinander transformiert werden.

Allerdings sind Schwingungen einer massebelegten und gespannten Saite als Modell für derartige Anregungen doch etwas mysteriös. Unbefriedigend an diesem Saitenmodell ist zunächst, dass die Strings zusätzliche Objekte im Raum sind. Wir entfernen uns dabei von dem Ziel der ART, alle materiellen Objekte auf die Geometrie des Raumes zurückzuführen. Dass man das Modell der schwingenden Saite nicht wörtlich nehmen darf, erkennt man am besten am Problem der Ruhemasse eines Strings.

Diese Ruhemasse des Strings muss in die Masse des Elementarteilchens eingehen, das der String entsprechend seines Polarisationszustandes beschreibt. Das Standardmodell verlangt allerdings, dass nicht nur Photonen und Gravitonen, sondern auch die übrigen "nackten" Eichbosonen und Fermionen keine Ruhemasse haben, bevor sie über den Higgs-Mechanismus mit einer Masse ausgestattet werden.

Die Ruhemasse m eines Strings in der Form einer schwingenden Saite, genauer das Massenquadrat gemäß der relativistischen Formel

(21)
$$m^2c^2 = p_ip^i, i = 0, ..., D-1$$

D Dimension der Raumzeit einschließlich der Extradimensionen p^i Impulskomponenten

setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen:

Massenäquivalent der potentiellen Energie des Strings

Das ist die Arbeit $T_0 \cdot l_S$, die man benötigt, um einen String mit der Spannung T_0 von Null auf die Stringlänge l_S zu spannen (Zwiebach, 2007 S. 106). Zumeist wird angenommen, dass diese Masse mit der trägen Masse der schwingenden Saite übereinstimmt. Letztere wird also erst während des Spannens der Saite generiert und muss nicht gesondert hin-

zugerechnet werden.

Bei bestimmten Randbedingungen geht dieser Beitrag (1) nicht unmittelbar in die Masse ein, sondern nur implizit über die Beiträge (2-4).

- 2. Rotationsanteil, sofern die Randbedingungen eine freie Rotation erlauben
- 3. Beiträge aller angeregten Oszillatoren des Strings

Die Beiträge (2) und (3) lassen sich zunächst klassisch-relativistisch berechnen und anschließend quantisieren. Ob und in welcher Größe die Beiträge auftreten hängt von den Randbedingungen ab (geschlossene periodische oder antiperiodische Strings, offene Strings mit frei beweglichen oder in Branen verankerten Enden).

Allen Beiträgen gemeinsam ist ein Faktor

$$(22) \qquad \frac{1}{\alpha'} = 2\pi T_0 \hbar c$$

 α' ist der sogenannte Slope-Parameter, mit dem sich in den Anfängen der Stringtheorie die Spektren von Hadronen-Resonanzen phänomenologisch beschreiben ließen. Die Beiträge 2 und 3 sind positiv definit und können sich trotz des einheitlichen Faktors (22) nicht zu Null kompensieren.

4. <u>Quantenmechanischer Beitrag der Nullpunktschwingungen aller Oszillatoren</u> In der Hamiltonfunktion der Oszillatoren hat dieser Beitrag die Form (Ibáñez, 2012 S. 78)

(23)
$$E_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} n$$

wobei die Summe (i) über alle (D-2) Dimensionen ohne die Lichtkegelkoordinaten läuft ("Polarisationen" des Strings) und die Summe (n) über alle Oszillatoren.

Der Beitrag zum Quadrat der Ruhemasse (21) ist dann $\frac{2}{\alpha t}E_0$.

Diese Summe (23) divergiert, weil die Zahl der Oszillatoren – im Gegensatz beispielsweise zur Debye-Theorie der spezifischen Wärme der Festkörper – nicht künstlich begrenzt wird. In der Stringtheorie wird eine Begrenzung mit dem Argument abgelehnt, dass ein String ein elementares Objekt sein soll ohne innere Strukturen. Stattdessen führt man eine sogenannte Zeta-Regularisierung durch, eine Prozedur, die in allen Varianten der Stringtheorie grundsätzlich ähnlich abläuft.

Man ersetzt die Summe (23) durch eine komplexe, von einem Parameter ϵ abhänge Zetafunktion $\zeta(\epsilon)$, deren Wert bei $\epsilon \to 0$ mit (23) übereinstimmt. Die Zetafunktion wird in eine Laurantreihe entwickelt und bei einigen Autoren der divergierende Anteil ohne Begründung weggelassen (Ibáñez, 2012). Andere Autoren führen Argumente aus der Theorie komplexer Funktionen an (Zwiebach, 2007 S. 221). Der nicht singuläre Teil der Laurantreihe hängt im Grenzwert $\epsilon \to 0$ nur von der Dimension D ab, ist negativ (!) und kann je nach Variante der Theorie (d. h. den Randbedingungen) bei entsprechender Wahl der Dimension (z. B. 10, 11, 26) den Beitrag genau einer Oszillatoranregung gemäß (23) zu Null kompensieren.

Es gibt andere Zugänge zur Massenformel als den über die Hamiltonfunktion, z. B. über die Ladungserhaltung (Zwiebach, 2007 S. 229). Aber auch hier benötigt man eine Zeta-Regularisierung.

Aus Sicht der Stringtheorie wäre also das Ziel masselose Strings zu erzeugen erreicht. Es gibt eine stille Übereinkunft in der String-Community an der Zeta-Regularisierung nicht zu zweifeln. Für den Außenstehenden ist das Vorgehen jedoch aus mehreren Gründen nicht überzeugend:

- 1. Es gibt kein physikalisches Argument für die mathematische Prozedur der Regularisierung, im Gegensatz z. B. zur Regularisierung in der Quantenfeldtheorie, wo zwecks Beseitigung der sogenannten UV-Divergenz eine kleinste Länge eingeführt wird. Letztlich war die Beseitigung der UV-Divergenz über die endliche Größe der Strings eines der Argumente für die Einführung der Stringtheorie (Ibáñez, 2012 S. 68). Wir haben nun die paradoxe Situation, dass wir dafür eine andere Divergenz in Kauf nehmen müssen, ohne für deren Regularisierung ein physikalisches Argument zu haben.
- 2. Unendlich große Anregungszahlen für die Oszillatoren, das bedeutet im Saitenmodell unendlich kleine Wellenlängen und damit Unvereinbarkeit von Quantentheorie und ART.

Das Modell der schwingenden Saite ist hier offenbar überfordert. Man sollte die schwingende Saite nur als Platzhalter verstehen für etwas, was aus mikroskopischer Sicht noch zu erklären wäre¹⁶.

Wir konzentrieren uns also auf das was wesentlich an der Stringtheorie ist und trennen uns von dem, was verzichtbar erscheint und höchstens zu Schwierigkeiten führt. Dabei beschränken wir uns auf die Variante einer Stringtheorie mit D-Branen (Ibáñez, 2012 S. 155 ff.).

Als wesentlich werden folgende Merkmale dieser Theorie angesehen:

- Quasi-linienartige Objekte außerhalb einer Brane, die entweder benachbarte Branen verbinden oder auf derselben Brane beginnen und enden Vielfach wird angenommen, dass die Länge des Objektes der Planck-Länge entspricht. Zwingend ist das aber nicht (Ibáñez, 2012).
- 2. Anregungszustände dieses Objektes mit u. U. mehreren Polarisationen, die durch vieldimensionale Polarisationsvektoren beschrieben werden.
- 3. Nichtlineare Kopplung dieser Anregungen und Polarisationen

All dies könnte auch eine Ausbeulung der Brane oder ein "Bump" in Richtung einer benachbarten Brane leisten, und zwar ohne das Ruhemassen-Problem und konform mit der ART:

- Die Richtung einer Ausbeulung im Unterraum der Extradimensionen k\u00f6nnte der Polarisation der Stringmoden zugeordnet werden, die H\u00f6he in Einheiten der Elementarl\u00e4nge der Anregungsquantenzahl.
 Vieles von dem was man in der Stringtheorie \u00fcber die Symmetrieklassen von Anregun-
 - Vieles von dem was man in der Stringtheorie über die Symmetrieklassen von Anregungen gelernt hat könnte auch hier gültig bleiben.
- 2. Um die Ausdehnung realer Objekte und deren Bewegung auf die 4D-Raumzeit zu begrenzen, müssen die Extradimensionen nicht unbedingt aufgerollt sein wie in der Klein-Kaluza-Theorie oder den meisten Varianten der Stringtheorie. Das Konfinement auf den unmittelbaren Rand der 4D-Raumzeit könnte bei Fermionen eine Folge des Pauliverbots sein und bei Bosonen energetische Gründe haben.
- 3. Wie oben besprochen, sollten im wechselwirkungsfreien Fall alle Moden masselos sein, d. h. sie liegen auf dem Rand eines Minkowski-Kegels und in dessen unmittelbarer Umgebung.
- 4. Zunächst sind diese Anregungen nur Objekte der ART und noch nicht der Quantentheorie, die gemäß unserer Hypothese auf den Voraussetzungen der ART aufbauen sollte.

_

¹⁶ Auch die eindimensionalen Elektronenbahnen des Bohr-Sommerfeldschen Atommodells waren nur Platzhalter für die später eingeführten de-Broglie-Schrödingerschen Wellenfunktionen.

5. Der Betrag der Ausbeulung beträgt bei elementaren Moden eine Elementarlänge. Um trotzdem unterschiedliche Impulse und die entsprechenden inneren Krümmungen des Raumes zu ermöglichen sollten die Ausbeulungen eine innere Struktur haben. Bei einer periodischen Struktur würden z. B. pro Halbwelle dem topologischen Baufehler je zwei Kanten hinzugefügt werden (vgl. Abb. 5).

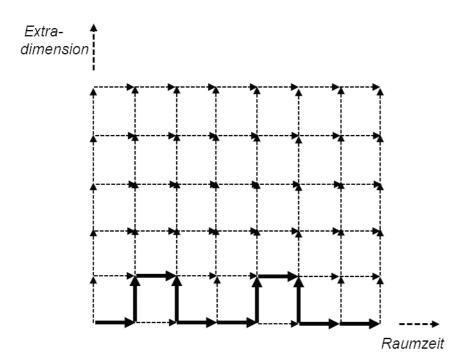


Abb. 5 Hypothetische periodische Struktur eines Bumps

Für den Außenstehenden ist es etwas frustrierend, dass verschiedene Ansätze der Stringtheorie mit z. T. sehr unterschiedlichen Zusatzannahmen zu ähnlichen Ergebnissen hinsichtlich des Spektrums der Elementarteilchen führen. Auch die sogenannte M-Theorie, die alle diese Subtheorien vereinen soll, ist bis jetzt nicht überzeugend. Vielleicht kann eine Umdeutung der Strings durch die hier beschriebenen Ausbeulungen oder "Bumps" die Willkür dieser Zusatzannahmen etwas eindämmen.

6.3 Brücke zur Quantenmechanik

Wenn die Planck-Länge mit der Elementarlänge des sekundären kausalen Netzwerkes gleichgesetzt wird, wird das Plancksche Wirkungsquantum in Umkehrung zu Formel (8)

$$\hbar = \frac{c^3 l_P^2}{G}$$

Formel (24) kann man als Aufforderung verstehen, die Quantentheorie aus der Verknüpfung der Feldgleichungen der ART mit dem Modell der kausalen Netzwerke herzuleiten. Energie und Impuls sind als Ergebnis der ART bereits verfügbar und damit die Definition der Wirkung. Die Hypothese ist, dass neben der Teilchenquantelung auch die Wirkungsquantelung mit der Quantelung der Raumzeit zusammenhängt.

Wesentliche offene Fragen sind beispielsweise:

- 1. Grund für die Beschreibung von Observablen durch unitäre hermitesche Operatoren
- 2. Herleitung der Vertauschungsrelationen und der Wirkungsquantelung aus der Quantelung der Raumzeit

6.4 Ausbau der Grundlagen

Es ist sehr unwahrscheinlich, dass die aufgezählten offenen Fragen allein auf Grundlage der bis hierher ausgearbeiteten Kausalstruktur beantwortet werden können. Grundsätzlich sollten die bisherigen Ergebnisse jedoch optimistische stimmen, die Existenz des Universums, seine Entstehung und seine Physik mit dem Modell der kausalen Netzwerke auf monistischer Basis erklären zu können. Was für Möglichkeiten hätte man noch:

- (a) Die mathematische Struktur der natürlichen Zahlen hat noch genügend Potenzial für einen Ausbau der Theorie. Bisher wurde nur die Eigenschaft der Primzahlen genutzt, Primelemente zu sein. Ihre tatsächlichen Werte spielten keine Rolle. U. U. gelingt es durch Kombination von Zahlentheorie und Gruppentheorie, weitere einschränkende Bedingungen herzuleiten.
- (b) Die Struktur der natürlichen Zahlen ist noch zu simpel, d. h. komplexere mathematische Strukturen sind auf ihre Eignung zu prüfen. Die bisherigen Erkenntnisse legen nahe, sich bei der Suche zunächst auf die Klasse der faktoriellen Ringe zu konzentrieren (vgl. Anhang 7.1).
 Die meisten Ringe besitzen Primelemente analog zu den Primzahlen der natürlichen Zahlen. Jede Vertauschung von zwei Primelementen eines kommutativen Ringes bei ihrer Multiplikation führt zum Aufbau einer neuen Masche in einem halbgeordneten, d. h. kausalen Netzwerk mit Minkowski-Topologie. Die Unterschiede bestehen darin, aus wieviel Komponenten die Objekte des Ringes bestehen und welche Struktur die Einheitengruppe hat. Der Phantasie sind jedoch enge Grenzen gesetzt. Ein solcher Ring muss "ontologisch fundiert" sein, das heißt, seine erzeugenden Elemente und die Prozesse ihrer Vervielfältigung müssen sich zwangsläufig aus der Logik des Seins ergeben.

7 Anhang

7.1 Ringerweiterungen

Eine Ringerweiterung eines Ringes $R = (A, +, \cdot)$ zu einem Ring $R' = (A', +, \cdot)$ geschieht durch Erweiterung des Trägers A zu $A' \supset A$ in der Weise, dass R'gegenüber Addition und Multiplikation abgeschlossen ist und R ein Unterring von R' ist (Bosch, 2009 S. 28). Durch Adjunktion der imaginären Einheit i, definiert durch $i \cdot i = -1$, erhält man als Ringerweiterung der ganzen Zahlen \mathbb{Z} beispielsweise die gaußschen Zahlen $\mathbb{Z}[i]$. Diese bestehen aus den komplexen Zahlen mit ganzzahligem Real- und Imaginärteil.

Sinngemäß gilt dies auch für Halbringe. Wir wollen prüfen, ob eine Erweiterung des Halbringes der natürlichen Zahlen № denkbar ist, welche

- 1. weiterhin eine sekundäre Kausalordnung induziert, die als Minkowski-Mannigfaltigkeit interpretierbar ist,
- 2. zugleich auch komplexere physikalische Strukturen abbilden könnte
- 3. und die trotzdem ontologisch fundiert ist, d. h. sich zwangsläufig aus dem allgemeinen Sein herleitet.

Da dies der schwierigere Teil ist, beginnen wir mit der ontologischen Fundierung und fragen anschließend, ob sich das Ergebnis in eine Ringerweiterung einbetten lässt.

Bei der für den ontologischen Existenzbeweis einer primären Kausalordnung notwendigen Definition des *Nichts* sowie des *Begriffs des Nichts* in Kap. 3 haben wir - ohne explizit darauf hinzuweisen - auch den Begriff des *Etwas* benutzt. *Etwas* ist ein nicht näher definierter Teil des *Seins. Etwas* könnte ein *Einzelnes* sein, *Mehreres* und sogar *Alles.* Auf jeden Fall ist *Etwas* als Teil des *Seins* eine Negation des *Nichts*. Die Negation des *Etwas* hingegen ist nicht etwa ein *Anderes*. Da ein *Etwas* nicht näher definiert ist, kann es von einem *Anderen* nicht unterschieden werden. Auch das *Andere* ist ein *Etwas*. Die Negation des *Etwas* führt wieder zurück zum *Nichts*. Dies ist eine logische Negation und keine dialektische Negation, die zugleich Evolution beinhalten würde. Wir stellen die Operation dieser logischen Negation durch Multiplikation mit einer Zahl $\bar{1}$ dar, für die die Regeln gelten $\bar{1} \cdot \bar{1} = 1$, $1 \cdot \bar{1} = \bar{1}$ usw. $\bar{1}$ ist somit erzeugendes Element der multiplikativen Gruppe der Ordnung 2, der sogenannten Inversionsgruppe

$$C_i = (1, \overline{1})$$

Die beiden Elemente der Gruppe sind zu sich selbst invers

$$1^{-1} = 1$$
, $\overline{1}^{-1} = \overline{1}$

Wir hätten damit für die Konstruktion des *Daseins* aus dem *Begriff des Nichts* zwei Prozesse zur Verfügung:

- a) Die Begriffsbildung als additive Schrittfunktion
- b) Die Negation als multiplikative Inversion

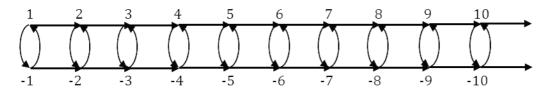


Abb. 6 Primäre Kausalordnung der ganzen Zahlen ohne Null

Welche mathematische Struktur entsteht durch Kombination beider Prozesse:

- 1. Zunächst können wir beginnend mit dem *Begriff des Nichts* eine hierarchisch geschachtelte Kette von Begriffen erzeugen und diese auf die natürlichen Zahlen als Elemente des *Daseins* abbilden.
- 2. Zusätzlich können wir aus dem Begriff des Nichts den Begriff des Etwas erzeugen.
- 3. Das *Etwas* gehört zum *Sein* und nicht zum *Dasein*, da es unbestimmt ist, wohl aber der *Begriff des Etwas*, da er als logische Negation aus des *Begriff des Nichts* erzeugt

- wird und damit genauso wie letzterer frei von Kontamination durch das allgemeine *Sein* ist. Dieser *Begriff von Etwas* wird zum Element $\overline{1}$ des *Daseins*.
- 4. Ebenso wie die *Begriffe des Etwas* und des *Nichts* lassen sich auch der Begriff des Gegensatzes von *Nichts* und *Begriff des Nichts* (entspricht n=2) und sowie der Begriff des Gegensatzes von *Etwas* und *Begriff des Etwas* (entspricht $n=\overline{2}$) durch Negation bzw. Inversion ineinander umwandeln.
- 5. Setzen wir diese beiden Prozesse verknüpft fort, so erhalten wir eine leiterartige kausale Struktur entsprechend Abb. 6.

Mathematisch lässt sich die Kombination beider Prozesse durch das äußere Produkt $C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot)$ der multiplikativen Halbgruppe der natürlichen Zahlen ohne Null (\mathbb{N}^+,\cdot) und der Inversionsgruppe C_i beschreiben. Für dieses äußere Produkt wird definiert, $\bar{n}:=\bar{1}\cdot n$. Die Kombination beider Erzeugungsprozesse ist kommutativ und assoziativ, was auch für die Multiplikation in $C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot)$ gelten soll. Daraus folgt $\bar{n}\cdot\bar{n}=\bar{1}\cdot\bar{1}\cdot n\cdot n$, $\bar{n}\cdot m=\bar{1}\cdot n\cdot m=\bar{n}\cdot m$ usw. Somit ist $C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot)$ ebenso wie (\mathbb{N}^+,\cdot) eine Halbgruppe. Diese ist isomorph zur multiplikativen Halbgruppe der ganzen Zahlen ohne Null, wenn wir \bar{n} als -n interpretieren

$$(1) \mathbb{Z} \setminus \{0\} \cong C_i \times (\mathbb{N}^+, \cdot), \bar{n} \mapsto -n$$

Das legt nahe, zu $C_i \times (\mathbb{N}^+, \cdot)$ die Null als Element hinzuzufügen (Adjunktion)

(2)
$$C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot) \mapsto C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot)[0] \equiv \mathbb{Z}$$
,

und die Regeln für die Addition positiver und negativer Zahlen von der Theorie der ganzen Zahlen \mathbb{Z} zu übernehmen. Wir würden damit die Struktur $C_i \times (\mathbb{N}^+,\cdot)$ in den Ring der ganzen Zahlen einbetten.

Dies geschieht jedoch nur der einfacheren, geschlossenen mathematischen Darstellung und verbesserten Möglichkeit numerischer Berechnungen wegen. Einen realen Hintergrund haben in der Kausalstruktur weder die Null noch die Addition positiver und negativer Zahlen (bzw. die Subtraktion). Die Situation ist analog zur Einbettung der Minkowski-Mannigfaltigkeit in einen vierdimensionalen euklidischen Raum: Nur der 1. Orthant dieses Raumes entspricht der Realität. Der Vorteil jener Einbettung ist, dass man mit Vektorräumen besser umgehen kann als mit Mannigfaltigkeiten mit Rand.

In Umkehrung von Formel (2) ist C_i eine Untergruppe von \mathbb{Z} , und zwar die sogenannte Einheitengruppe \mathbb{Z}^* . In der Einheitengruppe R^* eines Rings R werden alle Elemente von R zusammengefasst, die ein multiplikatives Inverses haben (Fischer, 2013 S. 147).

Die Einheitengruppe der gaußschen Zahlen $\mathbb{Z}[i]$ wäre

(3)
$$\mathbb{Z}[i]^* = (1, i, -1, -i)$$

Die imaginäre Einheit i, aber auch -i können als erzeugendes Element von $\mathbb{Z}[i]^*$ gewählt werden. $\mathbb{Z}[i]^*$ ist isomorph zur zyklischen Gruppe Z_4 mit der Ordnung 4.

 \mathbb{Z} und $\mathbb{Z}[i]$ gehören zur umfangreichen Klasse der faktoriellen Ringe (Fischer, 2013 S. 214). Das sind Integritätsringe mit Primelementen:

- Ein Integritätsring R hat die Eigenschaften
 - (1) R hat ein Einselement $1 \neq 0$

- (2) Rist kommutativ
- (3) Rist Nullteilerfrei, d. h. bei $a \cdot b = 0$ gilt a = 0 oder b = 0
- Primelemente sind eine Verallgemeinerung der Primzahlen aus dem Halbring der natürlichen Zahlen. Ein Element p eines faktoriellen Rings R ist prim, wenn es irreduzibel ist, d. h. p ist nur durch sich selbst oder durch Elemente der Einheitengruppe teilbar.

In faktoriellen Ringen gilt, dass jedes Ringelement bis auf Reihenfolge und Einheiten eine eindeutige Zerlegung in Primelemente hat.

Man nennt zwei Ringelemente einschließlich der Primelemente assoziiert, wenn sie sich nur um eine Einheit (als Multiplikator) unterscheiden.

(4)
$$p_1 \sim p_2$$
, wenn $p_1 = e \cdot p_2$ mit $e \in R^*$

Der Ring zerfällt damit in Klassen assoziierter Elemente. Beim Ring der ganzen Zahlen bildet jede Zahl n zusammen mit -n eine Klasse. Zueinander assoziierte Primzahlen gelten als äquivalent und austauschbar. Abstrahiert man vom Vorzeichen, so sind die Primelemente von \mathbb{Z} identisch mit den Primzahlen der natürlichen Zahlen.

Bei den gaußschen Zahlen $\mathbb{Z}[i]$ sind die zueinander assoziierten Zahlen um je 90° in der komplexen Zahlenebene zueinander verdreht. Im Gegensatz zu \mathbb{Z} lassen sich die Primelemente von $\mathbb{Z}[i]$ nicht mehr aus den Primelementen der natürlichen Zahlen ableiten.

Ganz allgemein sind die Klassen assoziierter Ring-Elemente die Elemente der Faktor-Halbgruppe der multiplikativen Halbgruppe eines faktoriellen Rings nach der Einheitengruppe des Ringes

$$\tilde{R} = R/R^*$$

Auch \tilde{R} ist ein faktorieller Ring. Das neutrale Element ist die Einheitengruppe von R und Primelemente die Klassen assoziierter Primelemente von R. Den Ring R erhält man zurück als inneres Produkt von Faktor-Halbgruppe \tilde{R} und Einheitengruppe R^*

$$(6) R = \tilde{R} \times R^*$$

 \tilde{R} und R^* unterscheiden sich wesentlich in ihrer Kausalstruktur. Wir betrachten eine aus endlich vielen Primelementen (n) der Faktor-Halbgruppe und aus der Einheitengruppe erzeugte Unter-Halbgruppe.

Unmittelbar einsichtig ist hiernach folgendes

Lemma: Die Multiplikation erzeugt in der Faktor-Halbgruppe der multiplikativen Halbgruppe eines faktoriellen Rings nach der Einheitengruppe des Ringes eine Halbordnung, deren Hassediagramm für eine feste Zahl n von Primelementen für alle faktoriellen Gruppen isomorph ist, d. h. auch isomorph zu dem aus n natürlichen Primzahlen erzeugten Hassediagramm.

Mit anderen Worten: Alle faktoriellen Ringe haben - abgesehen von einer inneren Struktur der Knoten - dasselbe Hassediagramm, und zwar das der natürlichen Zahlen entsprechend Abb.1.

Wie in Kap. 3.3 besprochen, kann man diese Halbordnung als sekundäre Kausalstruktur des *Daseins* interpretieren und mit der Minkowski-Mannigfaltigkeit in Verbindung bringen.

In der Einheitengruppe als zweitem Faktor in Formel (6) hingegen gibt es keine Halbordnung, da jedes Gruppenelement ein Inverses besitzt, dessen Multiplikation einen Elementarschritt in umgekehrter Richtung bedeutet. Selbst in (endlichen) zyklischen Gruppen gibt es keine eindeutig definierbare Abfolge in positiver bzw. negativer Richtung. Ist deren Ordnung z. B. eine Primzahl, kann jedes Element als erzeugendes Element gewählt werden. Insofern kann eine zyklische Einheitengruppe nur unter einschränkenden Bedingungen als Modell der in der Stringtheorie diskutierten "aufgerollten" Dimensionen dienen.

Im Gegensatz zu einer Kausalordnung besitzen hingegen viele Gruppen eine innere Symmetrie, wie sie z B. für die Klassifikation der Elementarteilchen wichtig ist. In gewisser Weise ergänzen sich also Faktorhalbgruppe und Einheitengruppe in ihren Eigenschaften.

Dies alles gilt auch für den Ring der ganzen Zahlen $\mathbb Z$ und damit für die in $\mathbb Z$ einbettbare zu $\mathbb Z/\{0\}\cong \mathcal C_i\times(\mathbb N^+,\cdot)$ isomorphe Kausalstruktur. Da durch die Prozesse Begriffsbildung und Inversion aus dem *Begriff des Nichts* erzeugt, ist diese Kausalstruktur ontologisch fundiert. Diese primäre Kausalstruktur induziert einerseits eine sekundäre Kausalstruktur vom Typ einer Minkowski-Mannigfaltigkeit und zusätzlich zu jedem Weltpunkt eine innere Symmetrie vom Typ einer Inversionssymmetrie. Eine solche Inversionssymmetrie könnte z. B. mit der hypothetischen Supersymmetrie von Fermionen und Bosonen zusammenhängen.

Ob für noch komplexere Ringerweiterungen (einschließlich der gaußschen Zahlen) eine ontologische Fundierung existiert bedarf weiterer Untersuchungen.

7.2 Raumartigkeit von Schritten der primären Kausalität im Sekundärraum

Wir betrachten eine von den Primzahlen $p_1, p_2, ..., p_D$ aufgespannte D-dimensionale Brane mit dem Ursprung X_0 . Die Primzahlen seien der Größe nach geordnet. Die Gödelzahl G_0 zu X_0 enthalte keine dieser Primzahlen.

Der von einem Punkt X mit der Gödelzahl $G=p_1^{n_1}\cdot p_2^{n_2}\cdot ...\cdot p_D^{n_D}\cdot G_0$ ausgehende entlang der primären Kette kürzeste Schritt, der im Sekundärraum zeitartig ist, führt zu einem Punkt X' mit $G'=p_1\cdot G$.

Wir beweisen den folgenden

Satz: Es gibt ausgehend von einem Punkt X mindestens einen raumartigen Schritt, der kürzer ist als der kürzeste zeitartige Schritt, ausgenommen eine Region nahe am Ursprung der Brane X_0 .

Beweis:

Der Beweis erfolgt durch Konstruktion. Zur Veranschaulichung diene die zweidimensionale Brane Abb. 1. Die ausgesparte Umgebung des Ursprungs ist durch eine Ellipse eingerahmt.

Es wird angenommen, G liege nicht nahe am Ursprung G_0 , d. h. sei so groß gegenüber G_0 , dass es mindestens ein p_i mit $i \neq 1$ und $n_i \neq 0$ gibt. Dann wird ein $\Delta > 0$ in der Weise bestimmt, dass sowohl gilt

(1)
$$p_1^{\Delta} < p_i$$
 als auch

$$(2) p_1^{\Delta+1} > p_i$$

Fall 1: $\Delta < n_1$

Dann ist der Schritt zu $G'' \equiv p_i \cdot p_1^{-\Delta} \cdot G$ raumartig, wegen (1) größer Null und wegen (2) kürzer als der zeitartige Schritt zu $G' = p_1 \cdot G$.

Fall 2: $\Delta > n_1$

Dann ist der Schritt zu $G''' \equiv p_i^{-1} \cdot p_1^{\Delta+1} \cdot G$ raumartig, wegen (2) größer Null und wegen (1) kürzer als der Schritt zu $G' = p_1 \cdot G$.

Damit ist der Satz bewiesen. In Konsequenz dieses Satzes erfolgt die Abrasterung der Brane im Sekundärraum durch die primäre kausale Kette in genügender Entfernung vom Ursprung durch eine Folge von ausschließlich raumartigen Schritten.

8 Literaturverzeichnis

Bojowald, M. 2011. Alles aus dem Nichts. Physik Journal. 2011, Bd. 10, S. 37 - 43.

Bombelli, L., Henson, J. and Sorkin, R.D. 2006. *Discreteness without symmetry breaking:.* 2006. arXiv:gr-qc/0605006.

Bopp. 1967. Der Wechselwirkungsoperator im Gitterraum. *Zeitschrift für Physik.* 1967, Bd. 200, S. 142-157.

Bosch, Siegfried. 2009. Algebra. Berlin, Heidelberg usw.: Springer-Verlag, 2009.

Fischer, Gerd. 2013. Lehrbuch der Algebra. Wiesbaden: Springer Fachmedien, 2013.

Green, Brian. 2002. Das elegante Universum. Berlin: Berliner Taschenbuch Verlag, 2002.

Hartle, J. und Hawking, S. W. 1983. Wave Funktions of the Universe. *Phys, Review.* D, 1983, Bd. 28, 12, S. 2960.

Hawking, S. W. und Mlodinow, L. 2010. Der Große Entwurf Eine neue Erklärung des Universums. Reinbek: Rowohlt, 2010.

Hawking, Stephen W. 1988. Eine kurze Geschichte der Zeit.-Die Suche nach der Urkraft des Universums. Reinbek: Rowohlt, 1988.

Hegel, Georg Friedrich Wilhelm. 1927. *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse.* Stuttgart : Frommann, 1927. (Erstausgabe 1830).

—. 1963. Wissenschaft der Logik. [Hrsg.] Georg Lasson. Hamburg : Felix Meiner, 1963. (Erstausgabe 1812).

Henson, J. 2008. The causal set approach to quantum gravity. 2008. arXiv:gr-qc/0601121v2.

Ibáñez, L.E. und Uranga, A.M. 2012. *String Theory and Particle Physics.* Cambridge: Cambridge University Press, 2012. S. 63.

Kant, Immanuel. 1956. *Kritik der reinen Vernunft.* Hamburg : Felix Meiner, 1956. Erstausgabe 1781.

Klein, Etienné. 2011. *Können wir denken, der Ursprung des Universums?* Paris : TEDxParis, 2011. http://de.allreadable.com/5216JXT.

L. Bombelli, L., Lee, L. J.-H., Meyer, D., and Sorkin, R. 1987. Space-time as a causal set. *Phys. Rev. Lett.* 1987, Bd. 59.

Loll, R. 2000. Discrete Lorentzian Quantum Gravity. 2000. arXiv:hep-th/0011194v1.

Mukhanov, V. F. 2015. The Quantum Universe. *Physik Journal.* 2015, Bd. 14, August/September, S. 41.

Ockham, Wilhelm von. 1288-1347. 1288-1347.

Randall, L. und Sundrum, R. 1999. Large Mass Hierarchy from a small Extra Dimension. *Physical Review Letters.* 17 1999, Bd. 83, 17, S. 3370–3373.

Randall, L. 2006. Verborgene Universen. Frankfurt a. M.: S. Fischer, 2006.

Rautenberg, W. 2008. *Einführung in die Mathematische Logik.* Wiesbaden : Vieweg+Teubner, 2008.

Rideout, D. P. und Sorkin, R. D. 2000. A Classical Sequential Growth Dynamics for Causal Sets. *Phys. Dev. D.* 2000, Bd. 61, S. 024002.

Schilpp, P.A. (Hrsg.). 1951. *Albert Einstein als Philosoph und Naturforscher.* Stuttgart : Kohlhammer, 1951. S. 12.

Schopenhauer, Arthur. 1847. Über die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde.-Eine philosophische Abhandlung. 2. Aufl. Frankfurt a. M.: Joh. Christ. Hermannsche Buchhandlung., 1847.

Sorkin, Rafael D. 2009. Light, Links and Causal Sets. *Journal of Physics.* Conf. Ser., 2009, Bd. 174.

Taketani, M. 1971. On Formation of the Newton Mechanics. *Supplement of the Progress of Theoretical Pysics*. 1971, Bd. 50, S. 53.

—. 1982. Zur Entstehung der Newtonschen Mechanik. [Buchverf.] S. Sakata und M. Taketani. *Philosophische und methodologische Probleme der Physik.* Berlin: Akademie-Verlag, 1982.

Ulmschneider, **P. 2014.** *Vom Urknall zum modernen Menschen: Die Entwicklung der Welt in zehn Schritten.* Berlin, Heidelberg usw. : Springer-Verlag, 2014. S. 19.

Zwiebach, Barton. 2007. A First Course in String Theory. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.