



Dissertation

Aktuelle Themen in der Unternehmensbewertung

Sven Arnold

E-Mail: sven.arnold@hhl.de

Abstract

Die vorliegende Dissertationsschrift beschäftigt sich mit finanzwissenschaftlichen Fragestellungen im Bereich der Unternehmensbewertung. Dabei wurden aktuelle Themen diskutiert, die in Theorie oder Praxis ungelöste Probleme darstellen. Hervorzuheben ist an dieser Stelle, dass sich die ersten drei Artikel mit dem Werteinfluss der Zinsschranke auf den Wert von fremdfinanzierungsbedingten Steuerersparnissen (Tax Shield) beschäftigen. Die drei darauf folgenden Artikel beschäftigen sich schwerpunktmäßig mit der konsistenten Modellierung von Finanzierungspolitiken und dem Werteinfluss der Insolvenzmöglichkeit von Unternehmen. Der siebte und achte Artikel haben die Kapitalstruktur und weitere wichtige Parameter für die Unternehmensbewertung zum Thema.



Aktuelle Themen in der Unternehmensbewertung

Kumulative Inauguraldissertation zur Erlangung des

Doktorgrades der Wirtschaftswissenschaften (Dr. rer. oec.)

an der
HHL Leipzig Graduate School of Management
Jahnallee 59, 04109 Leipzig, Deutschland

vorgelegt von

Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold

Leipzig, am 08. Oktober 2012

Betreuer & Erstgutachter:

Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, CVA

Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken

Zweitgutachter:

Prof. Dr. Henning Zülch

Lehrstuhl für Rechnungswesen, Wirtschaftsprüfung und Controlling

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Bei der Auswahl und Auswertung des Materials sowie bei der Herstellung des Manuskripts habe ich keine Unterstützungsleistungen von anderen Personen erhalten. Außer der für die jeweiligen Artikel namentlich gekennzeichneten Koautoren waren keine weiteren Personen an der geistigen Herstellung der vorliegenden Arbeit beteiligt. Dritte haben von mir weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt. Bereits in wissenschaftlichen Fachzeitschriften veröffentlichte Artikel sind entsprechend gekennzeichnet. Mit der vorliegenden Arbeit wurde an anderen wissenschaftlichen Hochschulen noch kein Promotionsverfahren in Wirtschaftswissenschaften beantragt.

Sven Arnold

08. Oktober 2012

Vorwort

Die vorliegende kumulative Dissertationsschrift wurde nach der Promotionsordnung der Handelshochschule Leipzig gGmbH vom 03.12.2009 angefertigt. Im September 2009 wurden Empfehlungen zur Regelung der Rahmenbedingungen einer kumulativen Promotion seitens des Promotionsausschusses erlassen. Aufgrund der Art einer kumulativen Dissertationsschrift beinhaltet diese unterschiedliche, aber dennoch thematisch zusammenhängende teils in Fachzeitschriften veröffentlichte und nicht-veröffentlichte sowie im Begutachtungsprozess befindliche Artikel.

Zu den jeweiligen Abschnitten der Dissertationsschrift ist das Folgende anzumerken:

1. Kapitel

In diesem Bereich wird ein inhaltlicher Überblick gegeben und der thematische Zusammenhang der einzelnen Artikel erläutert. Beginnend mit einer tabellarischen Übersicht der Artikel, die alle in Ko-Autorenschaft angefertigt wurden, kann hier der jeweilige Eigenanteil entnommen werden. Im Anschluss folgen die Ableitungen der Forschungsfragen und die inhaltliche Zusammenfassung der Kernergebnisse der einzelnen Beiträge.

2.-9. Kapitel

Dieser als Hauptteil der Dissertationsschrift zu bezeichnende Abschnitt setzt sich aus acht Fachartikeln zusammen.

Danksagung

Die vorliegende Dissertationsschrift ist im September 2012 entstanden und beinhaltet die Forschungsergebnisse der letzten vier Jahre, in denen ich als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Finanzmanagement und Banken der HHL Leipzig Graduate School of Management tätig war. Ich möchte mich an dieser Stelle bei all jenen bedanken, die mich in dieser Zeit unterstützt haben.

Ein besonderer Dank gebührt meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. Bernhard Schwetzler. Er hat mich während der gesamten Zeit mit fachlichen sowie konzeptionellen Beiträgen unterstützt. Seine finanzwissenschaftliche Expertise hat mir geholfen in meiner Arbeit akademisch interessante und praktisch anwendbare Beiträge zu verfassen. Herzlich danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr. Henning Zülch für die bereitwillige Übernahme des Zweitgutachtens. Zu tiefen Dank bin ich meinem Freund und Forschungspartner Dipl.-Vw. Alexander Lahmann verpflichtet. Ohne ihn wäre der Start meiner akademischen Karriere in der HHL nicht so erfolgreich verlaufen. Wir haben uns jederzeit gegenseitig motiviert und fachlich unterstützt. Zudem danke ich Herrn Dipl.-Bw. (BA) Jens Reinstädt, MBA für die angenehme Zusammenarbeit an einem Artikel.

Für die gewissenhafte Durchsicht einiger Artikel danke ich Herrn Felix Brüsewitz (BSc.) und Herrn Daniel Winkler (BSc.). Ich danke Frau Dipl.-Päd Carmen Gebhardt, Dipl.-Kffr. Christin Rudolph, Frau Dipl.-Kffr. Alexandra Holzhey, Herrn Dipl.-Kfm. Markus Brendel sowie allen anderen Kolleginnen und Kollegen für ihre Unterstützung während unserer gemeinsamen Zeit an der HHL Leipzig Graduate School of Management. Des Weiteren bin ich meinen Eltern Ramona und Frank Arnold sowie meinem Bruder Thomas dankbar. Sie haben mich stets unterstützt und haben mir in allen Lebenslagen einen großen Rückhalt geboten.

Inhalt

Kapitel	Titel	Seite
1.	Thematische Einordnung und Forschungsbeitrag	1
2.	Die Bewertung der Zinsschranke	14
3.	Zinsschranke, Unternehmensbewertung und APV-Ansatz - eine Anmerkung zum Beitrag von Förster/Stöckl/Brenken (ZfB 2009, S. 985 ff.)	59
4.	Der Einfluss der Zinsschranke auf den Unternehmenswert	84
5.	Tax Shield, Insolvenz und Zinsschranke	109
6.	Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke - Eine empirische Analyse	169
7.	The Impact of Credit Rating and Frequent Refinancing on Firm Value	211
8.	Zur Überprüfung von Kapitalstrukturtheorien in einer von Krisen geprägten Zeit	258
9.	Multiples und Beta-Faktoren für deutsche Branchen - Erläuterungen zu den Kapitalmarktdaten von www.finexpert.info und CORPORATE FINANCE	300

1 Thematische Einordnung und Forschungsbeitrag

Inhaltsverzeichnis

1 Thematische Einordnung und Forschungsbeitrag	1
1.1 Publikationsübersicht	3
1.2 Einordnung der Publikationen in die Literatur und Forschungsbeitrag	3
1.2.1 Artikel zur Integration der Zinsschranke ins DCF Kalkül . . .	5
1.2.2 Artikel über Finanzierungspolitiken und Insolvenz in der Un- ternehmensbewertung	7
1.2.3 Artikel über die Kapitalstruktur und wichtige Kapitalmarkt- daten von Unternehmen	9

1.1 Publikationsübersicht

Die vorliegende Dissertationsschrift beschäftigt sich mit finanzwissenschaftlichen Fragestellungen im Bereich der Unternehmensbewertung. Dabei wurden aktuelle Themen diskutiert, die in Theorie oder Praxis ungelöste Probleme darstellen. Die Tabelle 1.1 führt die in dieser Dissertationsschrift zusammengefassten Artikel auf. Der Tabelle kann auch der jeweilige Anteil der Eigenleistung und die Ko-Autorenschaft entnommen werden. Hervorzuheben ist an dieser Stelle, dass sich die ersten drei Artikel mit dem Werteinfluss der Zinsschranke auf den Wert von fremdfinanzierungsbedingten Steuerersparnissen (Tax Shield) beschäftigen. Die drei darauf folgenden Artikel beschäftigen sich schwerpunktmäßig mit der konsistenten Modellierung von Finanzierungspolitiken und dem Werteinfluss der Insolvenzmöglichkeit von Unternehmen. Der siebte und achte Artikel haben die Kapitalstruktur und weitere wichtige Parameter für die Unternehmensbewertung zum Thema.

1.2 Einordnung der Publikationen in die Literatur und Forschungsbeitrag

Das zentrale Modell zur Bewertung von Unternehmen ist das Discounted Cash Flow Modell, kurz DCF. In diesem werden erwartete Gewinne des operativen Unternehmens nach Investitions- und Finanzierungsentscheidungen diskontiert. Während die Bestimmung der Unternehmensgewinne (z. B. EBIT oder Free Cash Flow) bereits komplex ist, besteht die finanzwissenschaftliche Herausforderung in der Ermittlung des theoretisch korrekten Diskontierungszinssatzes der Ergebnisgrößen. Die dazu benötigten Kapitalkosten werden regelmäßig mit dem Capital Asset Pricing Modell (CAPM) berechnet.¹

Die Anwendung des DCF Modells unterteilt sich in eine Vielzahl unterschiedlicher Ansätze, wobei der Weighted Average Cost of Capital Ansatz (WACC) in der Praxis besonders häufig Verwendung findet. Da sich die Dissertation u. a. mit dem Wert-

¹Dieses kann als einziges angewandtes Kapitalmarktgleichgewichtsmodell beanspruchen, frei von Willkür und rigoros mathematisch hergeleitet zu sein.

Artikel zur Integration der Zinsschranke ins DCF Kalkül			
Titel	Ko-Autoren	Eigenanteil	Zeitschrift
Die Bewertung der Zinsschranke	Lahmann, Alexander	50%	Im Begutachtungsprozess bei der Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung
Zinsschranke, Unternehmensbewertung und APV-Ansatz - eine Anmerkung zum Beitrag von Förster/Stöckl/Brenken (ZfB 2009, S. 985 ff.)	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	arqus Diskussionsbeitrag Nr. 116
Der Einfluss der "Zinsschranke" auf den Unternehmenswert - eine Anmerkung	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	Veröffentlicht in Corporate Finance.biz (5/2011, S. 293-299)
Artikel über Finanzierungspolitiken und Insolvenz in der Unternehmensbewertung			
Titel	Ko-Autoren	Anteil	Zeitschrift
Tax Shield, Insolvenz und Zinsschranke	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	Working Paper (deutlich überarbeitete Version zum veröffentlichten arqus Diskussionsbeitrag Nr. 113)
Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke - eine empirische Analyse	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	Veröffentlicht in Die Wirtschaftsprüfung (6/2012, S. 324-337)
The Impact of Credit Rating and Frequent Refinancing on Firm Value	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	Working Paper
Artikel über die Kapitalstruktur und wichtige Kapitalmarktdaten von Unternehmen			
Titel	Ko-Autoren	Eigenanteil	Zeitschrift
Zur Überprüfung von Kapitalstrukturtheorien in einer von Krisen geprägten Zeit	Lahmann, Alexander Reinstädt, Jens	33%	Veröffentlicht in Corporate Finance.biz (8/2011, S. 449-458)
Multiples und Beta-Faktoren für deutsche Branchen - Erläuterungen zu den Kapitalmarktdaten von www.finexpert.info und CORPORATE FINANCE	Lahmann, Alexander Schwetzler, Bernhard	33%	Veröffentlicht in Corporate Finance.biz (7/2011, S. 430-434)

Tabelle 1.1: Publikationstübersicht

einfluss von Fremdfinanzierung auf den Unternehmenswert beschäftigt, sei der Adjusted Present Value Ansatz (APV) erwähnt. *Myers* (1974) führte den APV-Ansatz ein, wobei das hypothetisch eigenfinanzierte Unternehmen und der Steuervorteil aus Fremdfinanzierung (Tax Shield) getrennt bewertet werden. Der Bewertungsansatz muss konsistent zum WACC-Ansatz sein und zum gleichen Ergebnis führen. Zudem ist der APV-Ansatz besonders zur theoretischen Analyse des Tax Shield und der Finanzierungspolitik von Unternehmen geeignet.

1.2.1 Artikel zur Integration der Zinsschranke ins DCF Kalkül

Als erster Schwerpunkt für die Dissertation wurde die Analyse der Zinsabzugsbeschränkung - auch Zinsschranke genannt - und deren Bewertung im Kalkül des Discounted Cash Flow Modells gewählt. Die Beschränkung der steuerlichen Abzugsfähigkeit von Nettozinsaufwendungen auf 30% des EBITDA wurde im Rahmen der Unternehmenssteuerreform 2008 in Deutschland eingeführt und stellt ein aktuelles Thema in Theorie und Praxis dar.² Der Gesetzgeber verfolgt mit der Regelung die Absicht die finanzielle Attraktivität von Fremdfinanzierung für übermäßig verschuldete Unternehmen zu begrenzen.³

Für Akademiker stellt die Zinsschranke und deren konsistente Integration in die Unternehmensbewertung eine methodische Herausforderung dar. Der Grund dafür ist, dass die erwarteten Steuerersparnisse vom Greifen der Zinsschranke in Vorperioden abhängen und damit pfadabhängige Eigenschaften aufweisen. Bereits *Mai* (2008) zeigt, dass die Bewertung der Steuerersparnisse sogar für wenige Jahre nur in unübersichtlichen Gleichungen möglich ist. Zudem ist im Rahmen des APV-Ansatzes der korrekte Diskontierungszins der fremdfinanzierungsbedingten Steuerersparnisse umstritten.

Um die konsistente Integration der Zinsschranke in das DCF Modell zu analysie-

²*Bach* und *Buslei* (2009), *Blaufus* und *Lorenz* (2009) und Andere beschäftigen sich intensiv mit der Frage, ob und wie viele Unternehmen in Deutschland betroffen sind.

³Vgl. Bundesrat-Drucksachen 220/07, S. 53.

ren, beschäftigt sich der erste Artikel mit der Anpassung der Bewertungsgleichungen im APV-Ansatzes. Die Beschränkung der Steuervorteile auf 30% des EBITDA wurden unter Rückgriff auf die Optionstheorie⁴ modelliert, während die Pfadabhängigkeit anhand von Methoden aus dem *Stochastic Calculus*⁵ bearbeitet wurde. Dadurch war es möglich in der modelltheoretischen Analyse geschlossene Bewertungsgleichungen herzuleiten. Es wurde zur Unternehmensbewertung sowie zur Derivateliteratur beigetragen und der Werteinfluss der Zinsschranke für einfache Beispiele quantifiziert.

Der zweite Artikel ist eine Replik auf den Beitrag von *Förster/Stöckl/Brenken* (ZfB 2009, S. 985 ff.). Die Autoren empfehlen einen modifizierten APV-Ansatz zur separaten Bewertung von abzugsfähigen Steuervorteilen und Steuervorteilen aus dem Zinsvortrag. Die Replik stellt Fehler in den Herleitungen dar und korrigiert diese. Zudem wird gezeigt, dass die Trennung in zwei Komponenten unnötig ist und dass die vorgeschlagene Diskontierung bereits die Kenntnis des Wertes der Komponenten voraussetzt. Eine Annahme der Replik wurde aufgrund administrativer Gründe seitens des Editors der Zeitschrift für Betriebswirtschaft verweigert.

Der dritte Artikel diskutiert die Vorschläge von *Mai* (2008) sowie *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009) zur Bewertung von Steuervorteilen bei Annahme der vollen Wirkung der Zinsschranke und demonstriert eine widerspruchsfreie Bewertung basierend auf einem Binomialmodell. Zudem wird der mit dem Wachstumsbeschleunigungsgesetz 2009 eingeführte EBITDA-Vortrag analysiert, der die negative Wirkung der Zinsschranke auf den Wert der Steuervorteile generell mildert. In den genannten Artikeln ist diese Regelung noch nicht beachtet. Der Artikel zeigt auf, wie der EBITDA-Vortrag in das DCF Kalkül integriert werden kann und quantifiziert mögliche Werteinflüsse.

⁴Vgl. grundlegend *Black und Scholes* (1973) und *Merton* (1973).

⁵Ein Standardwerk ist hier *Shreve* (2004).

1.2.2 Artikel über Finanzierungspolitiken und Insolvenz in der Unternehmensbewertung

Ein weiteres zentrales Themengebiet in der Finanzierungsliteratur betrifft die Modellierung der Finanzierungspolitik des Unternehmens. Dabei geht es grundsätzlich darum eine standardisierte Finanzierungspolitik zu definieren, die das Unternehmen bis in alle Ewigkeit verfolgt. Von zentraler Bedeutung sind hier die autonome Politik, die von *Modigliani* und *Miller* (1958) und (1963) definiert wurde, und die wertorientierte Finanzierungspolitik, wobei *Miles* und *Ezzell* (1980) und (1985) einen wichtigen Beitrag geleistet haben.⁶

In dem genannten Themengebiet wurden zwei Forschungslücken identifiziert. Erstens gehen die genannten Modelle unzureichend auf die Insolvenzmöglichkeit von Unternehmen ein. Ausnahmen sind unter anderem die Artikel von *Sick* (1990), *Homburg, Stephan* und *Weiß* (2004), *Kruschwitz, Lodowicks* und *Löffler* (2005) und *Rapp* (2006). Zudem hat insbesondere die Dissertation von *Lodowicks* (2007) wichtige Grundlagen gelegt, indem Überlegungen aus der Optionstheorie in Form von Barriere-Optionen aufgegriffen wurden.⁷ Zweitens schlägt die Literatur zur Finanzierungspolitik neben autonomer und wertorientierter Politik noch weitere Modelle vor.⁸ Allerdings gibt es wenige Hinweise in der Literatur, welche Finanzierungspolitik realistisch ist oder in der Praxis verwendet werden sollte. Einzig die Hybride Finanzierungspolitik hat sich in den letzten Jahren als praktisch anwendbare Alternative zu den akademischen Finanzierungspolitiken herausgestellt.⁹

Der vierte Artikel beschäftigt sich mit dem Wertbeitrag fremdfinanzierungs-

⁶Wichtige Erweiterungen und Beiträge stammen unter anderem von *Myers* (1974), *Sick* (1990), *Arzac* und *Glosten* (2005) und *Massari, Roncaglio* und *Zanetti* (2007).

⁷In strukturellen Modellen in kontinuierlichen Modellen beschäftigt sich man sich schon länger mit ausfallbedrohendem Fremdkapital. Vgl. *Merton* (1974), *Brennan* und *Schwartz* (1978) und *Leland* (1994) um einige zu nennen.

⁸Eine Finanzierungspolitik kann sich z.B. auch anteilig an Buchwertverschuldung orientieren. Vgl. *Brick* und *Weaver* (1997). Einen guten Überblick an Finanzierungspolitiken findet sich in *Kruschwitz* und *Löffler* (2006), S. 55ff..

⁹Vgl. *Kruschwitz, Löffler* und *Canefield* (2007) und *Dierkes* und *Gröger* (2010), die in der Detailplanungsphase eine autonome Politik vorschlagen und bei der ewigen Rente eine aktive Politik unterstellen.

bedingter Steuervorteile unter bestimmten Annahmen. Diese unterstellen, dass die Unternehmen nicht von einer negativen Steuer auf Verluste profitieren¹⁰, und dass sie von Insolvenz bedroht sein können. Der Artikel leitet rigoros ein strukturelles Modell her, bei dem autonome oder wertorientierte Finanzierung unterstellt werden kann. Zudem ist das Unternehmen von Insolvenz bedroht und Kreditgeber können jährlich die Zinsen auf das Fremdkapital anhand eines Ratingsmechanismus anpassen. Eine Betrachtung in einer Periode und im mehrperiodigen Kontext zeigt auf, dass die Ausfallmöglichkeit zum Teil hohe Wertabschläge zu den theoretischen Werten bei Annahmen nach *Miller/Modigliani* oder *Miles/Ezzell* führt. Zudem wurde gezeigt, dass der Einfluss der Zinsschranke bei gleichzeitiger Annahme der Insolvenzmöglichkeit einen vernachlässigbaren Werteeinfluss hat.

Der fünfte Artikel beschäftigt sich mit der Frage, wie hoch der Werteeinfluss von Insolvenz und Zinsschranke in Deutschland effektiv ist. Dabei wird das Modell aus dem vierten Artikel ohne den Ratingmechanismus angewendet. Die empirische Analyse wird anhand der Daten deutscher Branchen von 2001 bis 2009 durchgeführt. Unter der Annahme wertorientierter Finanzierungspolitik erfolgt der Schluss, dass die Insolvenzmöglichkeit einen beträchtlichen Werteeinfluss hat, während die Zinsschranke selbst bei Vernachlässigung des EBITDA-Vortrages einen geringen Werteeinfluss aufweist.

Im sechsten Artikel wird eine realistische Finanzierungspolitik definiert, die das DCF Kalkül substanziell erweitert. Basierend auf empirischer Literatur zur Kapitalstruktur ist bekannt, dass Unternehmen a) regelmäßige (nicht jährliche) Anpassungen des Fremdkapitals durchführen¹¹ und b) bei der Kapitalstrukturanpassung auf das Rating¹² des Fremdkapitals fokussieren. Daher wird ein Modell hergelei-

¹⁰Dies stellt eine häufige anzutreffende Annahmen in Theorie und Praxis dar.

¹¹Hier gibt es empirische Studien zur Kapitalstruktur. Vgl. z.B. *Leary und Robert (2005)*. In der Unternehmensbewertung ist dieser Umstand kaum beachtet; eine Ausnahmen ist der Artikel *Clubb und Doran (1995)*.

¹²Dieser Umstand ist im DCF Modell nicht diskutiert, da das Rating und damit die Kapitalkosten grundsätzlich nach der Finanzierungspolitik bestimmt werden. Allerdings ist spätestens seit der Studie *Graham und Harvey (2001)* bekannt, dass Unternehmen bei der Kapitalstrukturentscheidung auf das Rating achten.

tet, das autonome und wertorientierte Politik verallgemeinert; ein Bewerter kann die Intervalllänge zwischen Anpassungszeitpunkten des Fremdkapitals frei wählen. Zudem wird explizit der Ausfall des Fremdkapitals und die Konsequenzen auf die Fremdkapitalkosten modelliert. Dadurch ist es möglich eine konsistente Verbindung zwischen Finanzierungspolitik und Rating im DCF Modell herzuleiten.

1.2.3 Artikel über die Kapitalstruktur und wichtige Kapitalmarktdaten von Unternehmen

Die bisher genannten Artikel beschäftigen sich mit finanzierungstheoretischen Fragestellungen, wobei bestimmte Einflussgrößen für die praktische Unternehmensbewertung Verwendung finden. Daher diskutieren die folgenden Artikel detailliert bestimmte Parametern zur Kapitalstruktur, wichtigen Multiplikatoren und die CAPM-Faktoren.

Der siebte Artikel fasst den aktuellen Stand der empirischen Kapitalstrukturforschung zusammen. Dabei wird festgestellt, dass unterschiedliche Theorien, die sich nicht gegenseitig ausschließen, empirische Unterstützung erhalten. Vielmehr ergänzen sich die Theorien gegenseitig und man kann davon ausgehen, dass sie gemeinsam die Kapitalstrukturentscheidung von Unternehmen erklären. Des Weiteren wird anhand eines Datensatzes der G7 Staaten für den Zeitraum 1999-2009 statistisch analysiert, wie die Unternehmen in der Realität finanziert sind. Besonders interessant sind dabei die Modellveränderungen während der Finanzkrise.

Der achte Artikel erläutert vom Lehrstuhl Finanzmanagement und Banken berechnete Kapitalmarktdaten und beschreibt detailliert welche wissenschaftlichen Anforderungen solche Daten erfüllen sollten. Dazu werden die Quellen der Rohdaten beschrieben, die Definitionen der verwendeten Größen erläutert und die Methoden zur konsistenten Bestimmung von Multiplikatoren, Kapitalkosten und CAPM-Betas erläutert. Auch hier ist die Kapitalstruktur in Form des Verhältnisses von Fremd- zu Eigenkapital von großem Interesse. Der Artikel soll Praktikern und Theoretikern als Leitfaden dienen.

Literaturverzeichnis

- Arzac, Enrique R.* und *Glosten, Lawrence R.* (2005), A Reconsideration of Tax Shield Valuation, in: *European Financial Management*, Jg. 11, S. 453–461.
- Bach, Stefan* und *Buslei, Hermann* (2009), Empirische Analysen zur Zinsschranke auf Grundlage von Handelsbilanzdaten, in: *DIW Research Notes* 30, S. 1–38.
- Black, Fischer* und *Scholes, Myron* (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: *Journal of Political Economy*, Jg. 81, S. 637–654.
- Blaufus, Kay* und *Lorenz, Daniela* (2009), Wem droht die Zinsschranke? Eine empirische Untersuchung zur Identifikation der Einflussfaktoren, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Jg. 79, S. 503–526.
- Brennan, Michael J.* und *Schwartz, Edwardo S.* (1978), Corporate Income Taxes, Valuation, and the Problem of Optimal Capital Structure, in: *Journal of Business*, Jg. 51, S. 103–114.
- Brick, Ivan E.* und *Weaver, Daniel G.* (1997), Calculating the cost of capital of an unlevered firm for use in project evaluation, in: *Review of Quantitative Finance & Accounting*, Jg. 9, S. 111–129.
- Clubb, Colin D.B.* und *Doran, Paul* (1995), Capital Budgeting, Debt Management and the APV Criterion, in: *Journal of Business Finance & Accounting*, Jg. 22, S. 681–694.

- Dierkes, Prof. Dr. Stefan* und *Gröger, Dr. Hans-Christian* (2010), Hybride Finanzierungspolitiken in der Unternehmensbewertung, in: *Corporate Finance biz*, Jg. 1, S. 59–64.
- Förster, Heinrich H./ Stöckl, Stefan* und *Brenken, Henner* (2009), Die Bedeutung der Zinsschranke für die Bewertung von Tax Shields in einem modifizierten APV-Ansatz unter Verwendung einer entsprechend angepassten Eigenkapitalkosten-Reaktionshypothese, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Jg. 79, S. 985–1018.
- Graham, John R.* und *Harvey, Campbell R.* (2001), The theory and practice of corporate finance: Evidence from the field, in: *Journal of Financial Economics*, Jg. 60, S. 187–243.
- Homburg, Carsten/ Stephan, Jörg* und *Weiß, Matthias* (2004), Unternehmensbewertung bei atmender Finanzierung und Insolvenzrisiko, in: *Die Betriebswirtschaft*, Jg. 64, S. 276–295.
- Kruschwitz, Lutz/ Lodowicks, Arnd* und *Löffler, Andreas* (2005), Zur Bewertung insolvenzbedrohter Unternehmen, in: *Die Betriebswirtschaft*, Jg. 65, S. 221–236.
- Kruschwitz, Lutz* und *Löffler, Andreas* (2006), *Discounted Cash Flow - A Theory of the Valuation of Firms*, 1 Aufl., John Wiley & Sons, Ltd., Chichester.
- Kruschwitz, Lutz/ Löffler, Andreas* und *Canefield, Dominica* (2007), Hybride Finanzierungspolitik und Unternehmensbewertung, in: *Finanzbetrieb*, Jg. 7-8, S. 427–431.
- Leary, Mark T.* und *Robert, Michael R.* (2005), Do firms rebalance their capital structure, in: *Journal of Finance*, Jg. 60, S. 2575–2619.
- Leland, Hayne E.* (1994), Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure, in: *Journal of Finance*, Jg. 49, S. 1213–1252.

- Lodowicks, Arnd* (2007), Riskantes Fremdkapital in der Unternehmensbewertung. Bewertung von Insolvenzkosten durch Barrier-Optionen unter Verwendung der Discounted-Cash-Flow Theorie, Freie Universität Berlin, Diss., Wiesbaden.
- Mai, Jan M.* (2008), Die Bewertung verschuldeter Unternehmen unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen, in: Die Betriebswirtschaft, Jg. 68, S. 35–51.
- Massari, Mario/ Roncaglio, Francesco und Zanetti, Laura* (2007), On the Equivalence between the APV and the wacc Approach in a Growing Leveraged Firm, in: European Financial Management, Jg. 14, S. 152–162.
- Merton, Robert C.* (1973), Theory of rational option pricing, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Jg. 4, S. 141–183.
- Merton, Robert C.* (1974), On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: Journal of Finance, Jg. 29, S. 449–470.
- Miles, James A. und Ezzell, John R.* (1980), The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Jg. 15, S. 719–730.
- Miles, James A. und Ezzell, John R.* (1985), Reformulating Tax Shield Valuation: A Note, in: Journal of Finance, Jg. 40, S. 1485–1492.
- Modigliani, Franco und Miller, Merton H.* (1958), The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, in: American Economic Review, Jg. 48, S. 261–297.
- Modigliani, Franco und Miller, Merton H.* (1963), Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, in: American Economic Review, Jg. 53, S. 433–443.
- Myers, Stewart C.* (1974), Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting, in: Journal of Finance, Jg. 29, S. 1–25.

Rapp, Marc S. (2006), Die arbitragefreie Adjustierung von Diskontierungssätzen bei einfacher Gewinnsteuer, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Jg. 58, S. 771–806.

Shreve, Steven E. (2004), Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models (Springer Finance), 1. Aufl., Springer, New York.

Sick, Gordon A. (1990), Tax-adjusted discount rates, in: Management Science, Jg. 36, S. 1432–1450.

2 Die Bewertung der Zinsschranke

Inhaltsverzeichnis

2 Die Bewertung der Zinsschranke	14
2.1 Einleitung	18
2.2 Die Unternehmenssteuerreform 2008 und die Zinsschranke	20
2.2.1 Empirische und theoretische Untersuchungen der Zinsabzugs- beschränkung	21
2.2.2 Der APV-Ansatz unter Berücksichtigung der Zinsschranke	24
2.3 Bewertung der Zinsschranke	29
2.3.1 Rekursive Bewertung	29
2.3.2 Modelltheoretische Bewertung der Zinsschranke	32
2.3.3 Diskussion der Annahmen	39
2.4 Bewertung des Tax Shields	41
2.4.1 Der Wert der Steuerersparnisse	41
2.4.2 Sensitivitätsanalyse der Zinersparnisse	43
2.5 Zusammenfassung	46
A Anhang	49
A.1 Modellierung des steuerrechtlichen EBITDA	49
A.2 Modellierung des Zinsvortrages	50
A.3 Herleitung der Approximationsgleichung	51

Die Bewertung der Zinsschranke

Sven Arnold und Alexander Lahmann*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold und Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, beide Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der Artikel wurde mit geringen Änderungen unter SSRN am 09. März 2010 veröffentlicht. Aktuell befindet sich der Artikel im Begutachtungsprozess bei der Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung mit Status "revised to resubmit". Die Seiten 18 bis 58 dieser Dissertationsschrift wurden zur Wahrung des Copyrights aus dieser Online-Version entfernt.

Abstract Im Rahmen der Steuerreform 2008 wurde eine Zinsabzugsbeschränkung eingeführt, die die steuerrechtliche Abzugsfähigkeit von Zinsaufwand auf 30% des steuerrechtlichen EBITDA begrenzt. In diesem Beitrag wird unter Verwendung eines optionstheoretischen Modells gezeigt, dass bereits die Wahrscheinlichkeit der Zinsschranke zu unterliegen, zu einer Wertminderung des Tax Shields führt. Zunächst wird der Wert des Tax Shields unter Berücksichtigung der Zinsschranke simuliert. Im Anschluss wird ein optionstheoretisches Modell hergeleitet, das den rekursiven und stark pfadabhängigen Charakter der Zinsschranke berücksichtigt. Wir tragen damit zur Unternehmensbewertungs- sowie Derivateliteratur bei und zeigen, wie der Wert einer verschuldeten Unternehmung unter Berücksichtigung der Zinsschranke berechnet wird.

**3 Zinsschranke,
Unternehmensbewertung und APV
Ansatz – eine Anmerkung zum
Beitrag von Förster/ Stöckl/
Brenken (ZfB 2009, S. 985 ff.)**

Inhaltsverzeichnis

3	Zinsschranke, Unternehmensbewertung und APV Ansatz – eine Anmerkung zum Beitrag von Förster/ Stöckl/ Brenken (ZfB 2009, S. 985 ff.)	59
3.1	Das Problem	63
3.2	Die Bewertungsgleichungen von Förster et al.	64
3.3	Zur Notwendigkeit der Trennung der beiden Komponenten	67
3.3.1	Ein Binomialbaumbeispiel	68
3.3.2	Anmerkungen zum Vorschlag von Förster et al.	73
3.4	Fazit	78
B	Anhang	79
B.1	Beweis der Inkonsistenz der Gleichungen für die Steuerersparnisse von Förster et al.	79
B.2	Beweis von Gleichung (3.2.9)	81

**Zinsschranke,
Unternehmensbewertung und APV
Ansatz – eine Anmerkung zum
Beitrag von Förster/Stöckl/Brenken
(ZfB 2009, S. 985 ff.)**

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, alle Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der Artikel wurde mit geringen Änderungen als Diskussionsbeitrag Nr. 116 bei dem Arbeitskreis Quantitative Steuerlehre (ARQUS) im April 2011 veröffentlicht. Die Zeitschrift für Betriebswirtschaft zeigte sich nicht für eine Diskussion offen.

Abstract In einem kürzlich erschienenen ZfB – Beitrag schlagen *Förster et al.* eine Vorgehensweise für die Erfassung der Zinsschranke und ihrer Wirkung auf die zinsinduzierte Steuerersparnis vor. Dieser Beitrag nimmt kritisch dazu Stellung: Es wird gezeigt, dass die dort abgeleiteten Formeln für die Steuerersparnisse nicht konsistent sind und bei positiven Zinsaufwendungen negative Steuerersparnisse zulassen. Die von den Autoren vorgeschlagene Aufspaltung der Steuerersparnisse ist u.E. nicht geeignet die Komplexität des Bewertungsproblems zu verringern: Die Schätzung der erwarteten Steuerersparnisse für die zweite Komponente setzt die Kenntnis der möglichen Entwicklungspfade der Steuerersparnis voraus. Die vorgeschlagene Aufteilung erhöht die Anzahl der zusätzlich zu schätzenden Diskontierungssätze. Schließlich setzt die Ableitung der risikoäquivalenten Diskontierungssätze die Kenntnis des Wertbeitrages bereits voraus.

3.1 Das Problem

Mit der Unternehmenssteuerreform 2008 wurde die Begrenzung der steuerlichen Abzugsfähigkeit von Zinsaufwendungen, die Zinsschranke, eingeführt. In der Literatur zur Unternehmensbewertung hatte dies eine Reihe von Beiträgen zur Folge, die sich mit der Frage beschäftigten, welche Unternehmen von den neuen steuerlichen Regelungen betroffen sind und welche Effekte diese auf den Unternehmenswert haben (vgl. *Mai* (2008); *Blaufus* und *Lorenz* (2009)). *Förster et al.* schlagen einen modifizierten APV Ansatz zur separaten Bewertung von Steuervorteilen vor (vgl. *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009), S. 985 ff.). Der Barwert der Steuervorteile aus der anteiligen Fremdfinanzierung unter Berücksichtigung der Zinsschranke soll nach dem Vorschlag der Autoren in zwei getrennten Teilen erfasst und ermittelt werden (vgl. *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009), S. 991 ff.):

- Die erste Komponente TS_t^Z ist der Wert der “periodengerecht ermittelten” Steuerersparnisse durch die steuerliche Abzugsfähigkeit der Zinsaufwendungen. Die Steuerwirkung von Zinsvorträgen durch steuerlich nicht genutzte Zinsaufwendungen der Vorperioden ist hier nicht zu berücksichtigen.
- Die zweite Wertkomponente TS_t^{ZV} entspricht dem Barwert derjenigen Steuerersparnisse, die durch angefallene Zinsvorträge verursacht werden.

Die Autoren begründen die vorgenommene Trennung der Steuerwirkungen mit der Pfadabhängigkeit der Steuerersparnisse im Falle der Berücksichtigung von Zinsvorträgen.¹ Die Abtrennung der Steuerwirkungen der Zinsvorträge begrenze die intertemporale Abhängigkeit der Steuerwirkungen auf diese zweite Komponente und erlaube die Bewertung von TS_t^Z mit den Kapitalkosten des Unternehmens.²

Mit dieser Anmerkung möchten wir zeigen, dass der von *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009) gemachte Vorschlag nicht geeignet ist, die Komplexität des Bewertungsproblems zu reduzieren und die Bewertung der Steuervorteile zu erleichtern.

¹Vgl. *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009), S. 996.

²Vgl. *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009), S. 1007.

1. Die von den Autoren zugrunde gelegten Gleichungen für die Ermittlung der Steuerwirkungen sind fehlerhaft. Zinsaufwendungen können zu negativen Steuerersparnissen führen.
2. Ohne Kenntnis eines Binomialbaumes ist die Ermittlung von erwarteten Steuerersparnissen der zweiten Komponente nicht möglich. Kennt man den Binomialbaum, dann ist eine direkte Bewertung der gesamten Steuerersparnisse ohne Trennung in die beiden Komponenten möglich.
3. Die von den Autoren vorgeschlagene Diskontierung der erwarteten Steuerwirkungen über die Ermittlung von risikoäquivalenten Diskontierungssätzen setzt die Kenntnis des Wertbeitrages der Steuerwirkungen und somit die Lösung des Bewertungsproblems voraus. Zudem erfordert der Vorschlag der getrennten Bewertung die Ermittlung von zwei unbekanntem Diskontierungszinssätzen, während die direkte Bewertung der Steuervorteile lediglich die Kenntnis eines zusätzlichen Diskontierungssatzes benötigt.
4. Ohne explizite Berücksichtigung der Pfadabhängigkeit lässt sich der Bewertungsvorschlag von *Förster et al.* lediglich als Heuristik für die Wertermittlung interpretieren. Er kann damit kein Ersatz für exaktere Simulationsmodelle sein.

3.2 Die Bewertungsgleichungen von Förster et al.

Ausgangspunkt für die Ableitung des Bewertungsmodells der Autoren ist die folgende Gleichung zur Ermittlung der gesamten durch die Zinsaufwendungen ausgelösten Steuerwirkung unter Berücksichtigung der Begrenzung der steuerlichen Abzugsfähigkeit durch die Zinsschranke (*Förster, Stöckl und Brenken (2009), S. 989, Gleichung (8)*):³

$$TS_t = s \cdot (ZE_t + \min [0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1} - ZE_t]) \quad (3.2.1)$$

³Von der Freigrenze nach § 4 Abs. 4 EStG wird hier und im Weiteren abgesehen.

$$TS_t = s \cdot \min[0, 3 \cdot EBITDA_t + ZE_t; Z_t + ZV_{t-1}]. \quad (3.2.2)$$

Dabei bezeichnet s den relevanten Unternehmenssteuersatz, $EBITDA_t$ das steuerrechtliche EBITDA für die Periode t , Z_t die Zinsaufwendungen, ZV_{t-1} der Zinsvortrag der Vorperiode $t-1$ und ZE_t die Zinserträge. Setzt man im Weiteren die Zinserträge ZE_t gleich Null, erhält man

$$TS_t = s \cdot \min[0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}]. \quad (3.2.3)$$

In den Gleichungen (3.2.1) bis (3.2.3) wird deutlich, dass wegen $Z_t > 0$ und $ZV_{t-1} > 0$ negative Ausprägungen des EBITDA negative Steuerersparnisse TS_t zur Folge haben. Das ist kein sinnvolles Ergebnis: Bei negativen Steuerbemessungsgrundlagen führen Zinsaufwendungen nicht zu zusätzlichen Steuerzahlungen. Um negative Steuerersparnisse auszuschließen, ist die Gleichung für die gesamten durch Zinsaufwendungen ausgelösten Steuerersparnisse anzupassen.⁴ Die korrigierte Fassung lautet:

$$TS_t = s \cdot \max[0; \min[0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}]]. \quad (3.2.4)$$

Das gleiche Problem ergibt sich im Rahmen der von *Förster et al.* vorgenommenen Trennung der Zahlungswirkungen in zwei Komponenten (*Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 990, Gleichung (9)). In den Formulierungen für beide Komponenten sind negative Steuerersparnisse nicht ausgeschlossen. Notwendige Kriterien für eine korrekte Bewertungsgleichung sind jedoch $TS_t^Z > 0$ und $TS_t^{ZV} > 0$:⁵

1. Die periodengerechte, ausschließlich durch die laufenden Zinsaufwendungen verursachte Komponente der Steuerersparnis ist nach den Autoren definiert

⁴Die Zinsschranke wirkt nur bei positiven steuerlichen EBITDA-Ausprägungen. Die Gleichungen (3.2.1) bis (3.2.3) haben jedoch die Aufgabe, die aus den Zinsaufwendungen resultierenden Steuerwirkungen allgemein abzubilden. Sie müssen somit den Fall, in dem die Zinsschranke greift, ebenso abbilden wie den Fall, in dem sie nicht greift.

⁵Die Verletzung dieser Bedingungen und die Ungleichheit von Gleichung (3) mit der Summe der Gleichungen (5) und (7) wird im Anhang bewiesen.

durch

$$TS_t^Z = s \cdot \min [Z_t; \min [0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t]]. \quad (3.2.5)$$

Gleichung (3.2.5) soll die Steuerersparnis auf die Wirkung der Zinsaufwendungen der laufenden Periode unter Berücksichtigung der Zinsschranke erfassen.

Auch hier fehlt offensichtlich eine Untergrenze in Formulierung (3.2.5), die negative Zinersparnisse ausschließt: $EBITDA_t < 0$ führen zu $TS_t^Z < 0$. Um dies zu verhindern, ist wiederum eine Anpassung der Formel für TS^Z erforderlich. Die korrekte Fassung der Gleichung lautet⁶

$$TS_t^Z = s \cdot \max [0; \min [0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t]]. \quad (3.2.6)$$

2. Die zweite Komponente der Steuerersparnis bildet die Wirkung der gegebenenfalls in Vorperioden gebildeten Zinsvorträge ab. Die zugehörige Gleichung der Autoren lautet

$$TS_t^{ZV} = s \cdot \min [ZA_t - Z_t; ZV_{t-1}; 0]. \quad (3.2.7)$$

Durch Einsetzen von $ZA_t = \min [0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}]$ erhält man

$$TS_t^{ZV} = s \cdot \min [\min [0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}] - Z_t; ZV_{t-1}; 0]. \quad (3.2.8)$$

Hier ergibt sich das Problem negativer Steuerersparnisse bereits für positive Ausprägungen des EBITDA. Der Minimum-Term innerhalb der Klammer hat offensichtlich die Aufgabe, den nicht genutzten Überhang an möglicher Steuerersparnis der laufenden Periode abzubilden.

- Für den Fall $0, 3 \cdot EBITDA_t > Z_t + ZV_{t-1}$ bleibt ein nicht genutztes

⁶Für die Größe TS_t^Z ist ein Beweis nicht notwendig, da der Ausdruck (3.2.6) die Steuerersparnisse unter Anwendung der Zinsschranke bei Vernachlässigung der rekursiv zu bildenden Zinsvorträge ZV_{t-1} abbildet. Im zweiten Teil des Anhangs findet sich ein Beweis, dass die hier hergeleiteten Ausdrücke für TS_t^Z und TS_t^{ZV} in der Summe TS_t ergeben.

Volumen an steuerlicher Abzugsfähigkeit, das gegen einen gegebenenfalls vorhandenen Zinsvortrag verrechnet werden kann und somit zusätzliche Steuerersparnisse erzeugt.

- Gilt $0,3 \cdot EBITDA_t < Z_t + ZV_{t-1}$ greift hingegen die Zinsschranke und es kommt zu keinen weiteren Steuerersparnissen aus gegebenenfalls vorhandenen Zinsvorträgen.

Das Problem an den Gleichungen (3.2.7) und (3.2.8) ist nun, dass Konstellationen $0,3 \cdot EBITDA_t < Z_t$ über $\min[0,3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}] = 0,3 \cdot EBITDA_t$ und $0,3 \cdot EBITDA_t - Z_t < 0$ bereits für positive EBITDA-Ausprägungen zu negativen Steuerersparnissen $TS_t^{ZV} < 0$ führen.⁷ Auch hier gilt, dass Zinsaufwendungen bzw. damit verbundene Zinsvorträge keine zusätzlichen Steuerzahlungen auslösen können und somit negative Steuerersparnisse auszuschließen sind. Gleichung (3.2.8) ist entsprechend so anzupassen, dass der Fall $TS_t^{ZV} < 0$ nicht auftreten kann. Die entsprechend korrigierte Formulierung⁸ für den periodischen Steuervorteil aus gegebenenfalls vorhandenen Zinsvorträgen lautet

$$TS_t^{ZV} = s \cdot \max[0; \min[0,3 \cdot EBITDA_t - Z_t; ZV_{t-1}]] . \quad (3.2.9)$$

Gleichung (3.2.9) stellt sicher, dass die Steuerwirkung immer positiv ist und ein gegebenenfalls verbleibender, nicht genutzter steuerlicher Abzugsbetrag $0,3 \cdot EBITDA_t - Z_t$ gegen den gegebenenfalls vorhandenen Zinsvortrag ZV_{t-1} verrechnet werden kann.

3.3 Zur Notwendigkeit der Trennung der beiden Komponenten

Ein zentrales Ergebnis des Beitrages von *Förster et al.* ist, dass die Steuerwirkungen von Zinsaufwendungen unter Berücksichtigung der Zinsschranke in zwei Komponenten getrennt werden sollten:

⁷Siehe Beweis im Anhang Fall 2.

⁸Ein Beweis für Gleichung (3.2.9) findet sich im Anhang.

- Die “periodengerecht realisierten” Steuervorteile aus der direkten Abzugsfähigkeit der Zinsaufwendungen in der laufenden Periode.
- Die Steuervorteile aus der Realisierung und Nutzung eines gegebenenfalls vorhandenen Zinsvortrages.

Die Notwendigkeit der Trennung wird mit der Pfadabhängigkeit der Steuerersparnisse begründet. Unterschiedliche Risikoeigenschaften der beiden Komponenten machen die Anwendung von unterschiedlichen risikoäquivalenten Diskontierungssätzen für die entsprechenden Steuervorteile erforderlich (*Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 991 ff.). In einem Beispiel werden von den Autoren unterschiedliche zeit- und zustandsabhängige Diskontierungssätze für beide Komponenten abgeleitet.⁹

Die von *Förster et al.* vorgeschlagene Trennung der Steuerwirkungen ist aus unserer Sicht nicht geeignet, die Komplexität des Bewertungsproblems zu reduzieren und die Bewertung der Steuervorteile aus der anteiligen Fremdfinanzierung zu erleichtern. Sollen mit Hilfe des vorgeschlagenen Modells korrekte Ergebnisse erzielt werden, ist die explizite Einbeziehung der Pfadabhängigkeit und somit die Kenntnis des Binomialbaumes erforderlich. Ist dieser bekannt, so kann der Wertbeitrag der Steuerersparnisse direkt und ohne die vorgeschlagene Aufspaltung mit Hilfe risikoneutraler Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden.

3.3.1 Ein Binomialbaumbeispiel

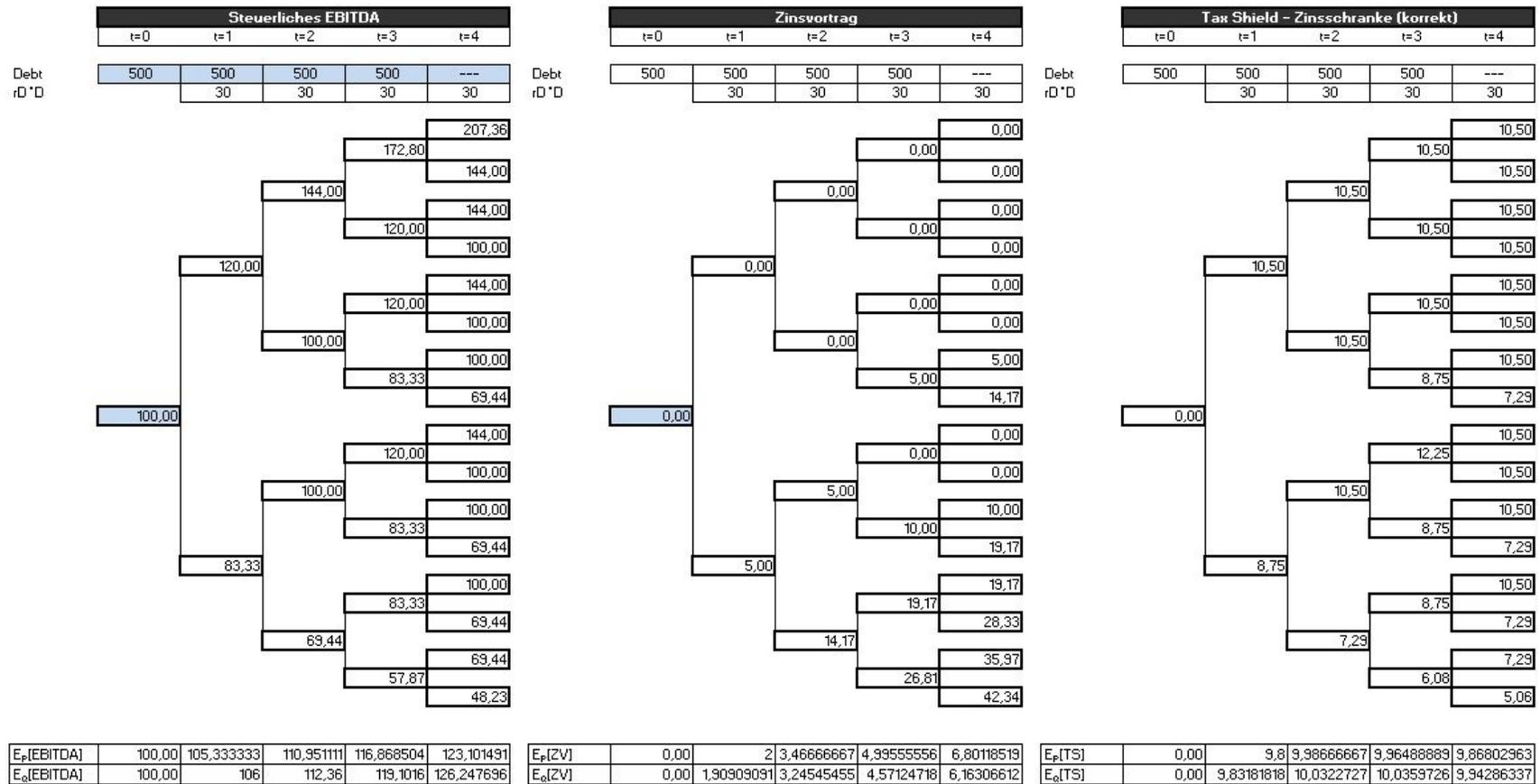
Um unsere Argumentation zu verdeutlichen, stützen wir uns im Weiteren auf ein Zahlenbeispiel eines Binomialbaumes über 4 Perioden. Die grundlegenden Daten des Beispiels sind in der folgenden Tabelle 3.3.1 zusammengefasst:

⁹ Gleichung (14) und (15) für die Steuerersparnisse TS_t^Z ; für die Steuerersparnisse TS_t^{ZV} wird keine Gleichung angegeben. *Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 993.

Tabelle 3.1: Variablen des vierperiodigen Binomialbaumes.

Exogene Variablen	
Wahrscheinlichkeit für eine Aufwärtsbewegung	$p_u = 0,6$
Aufwärtsbewegung	$u = 1,2$
Zinsertrag	$ZE = 0$
risikoloser Zinssatz	$i = 0,06$
Fremdkapitalkosten	$r_D = 0,06$
Unternehmenssteuersatz	$\tau = 0,35$
Endogene Variablen	
Wahrscheinlichkeit für eine Abwärtsbewegung	$p_d = 0,4$
Risikoneutrale Wahrscheinlichkeit für eine Aufwärtsbewegung	$q_u = 0,61818182$
Risikoneutrale Wahrscheinlichkeit für eine Abwärtsbewegung	$q_d = 0,38181818$
Abwärtsbewegung	$d = \frac{1}{1,2}$
Wachstumsrate	$g = 0,05333333$

Die folgende Abbildung 3.1 zeigt die Entwicklung des steuerlichen EBITDA, der durch die Zinsaufwendungen ausgelösten Steuerersparnisse und der Zinsvorträge über die verschiedenen Knoten des Binomialbaumes. Bei der Ermittlung der steuerlichen Wirkungen wurden neben der Zinsschrankenregelung auch gegebenenfalls vorhandene Zinsvorträge einbezogen. Da die Pfadabhängigkeit der Steuerersparnisse über die Baumstruktur berücksichtigt wird, wurde auf die Aufspaltung der Steuerersparnis TS_t in die beiden Komponenten verzichtet. Die Bestimmung der Steuerersparnis erfolgt auf der Basis der Gleichung (3.2.4).

Abbildung 3.1: Ermittlung der gesamten Steuerersparnisse und Zinsvorträge ZV_{t-1} mit Hilfe eines Binomialbaumes.

Die Bewertung der Steuerersparnisse erfolgt im ersten Schritt mit Hilfe der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten. Die folgende Tabelle 3.2 zeigt die entsprechenden Erwartungswerte E_Q und die Ermittlung des Barwertes der Steuerersparnis mit Hilfe des risikolosen Zinssatzes:

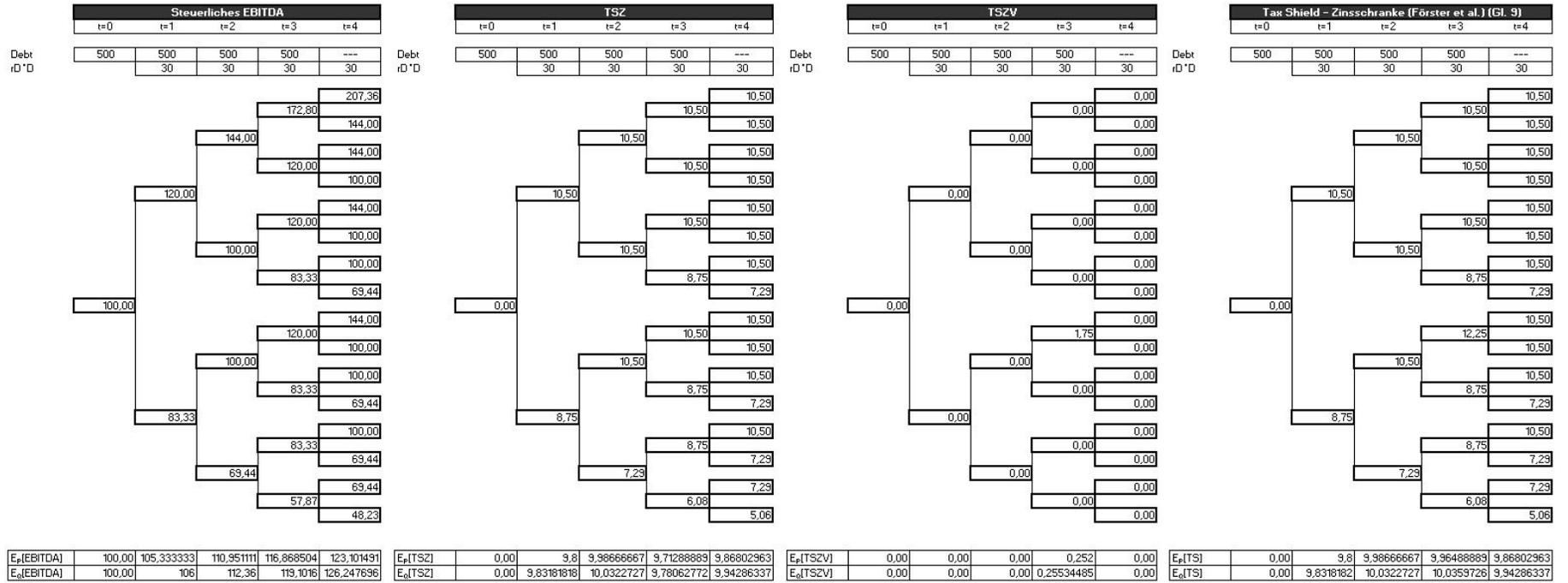
Tabelle 3.2: Ermittlung des Barwertes der Steuerersparnis (Tax Shield).

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$E_Q[TS]$		9,83181818	10,0322727	10,0359726	9,94286337
$PV[E_Q[TS]]$		9,27530017	8,92868701	8,4263961	7,87567907
VTS	34,5060624				

Das Beispiel macht den Vorzug der risikoneutralen Bewertung deutlich: Die Pfadabhängigkeit wird im Rahmen des Binomialbaumes über die zustandsabhängigen Steuerersparnisse berücksichtigt. Die unter Verwendung der risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten ermittelten Erwartungswerte der Steuerersparnisse können dann mit dem risikolosen Zinssatz bewertet werden.

Im Weiteren wird in einem zweiten Schritt der Wert der Steuerersparnisse basierend auf dem Vorschlag von *Förster et al.* ermittelt. Auf Grundlage des Binomialbaumes von oben werden die künftigen EBITDA, Steuerbemessungsgrundlagen und Zinsvorträge sowie die beiden Komponenten der Steuerersparnisse TS_t^{ZV} und TS_t^Z getrennt berechnet. Die Ermittlung der beiden Komponenten erfolgt auf der Basis der oben abgeleiteten, korrigierten Gleichungen (3.2.6) und (3.2.9). Die folgende Abbildung 3.2 zeigt die Berechnung der beiden Komponenten mit Hilfe des Binomialbaumes.

Abbildung 3.2: Ermittlung der beiden Komponenten TS_t^Z und TS_t^{ZV} anhand der korrigierten Gleichungen (3.2.6) und (3.2.9)



Die folgende Tabelle verdeutlicht die Wertermittlung über die Berechnung der Erwartungswerte basierend auf den risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten und die Zerlegung der gesamten Steuerersparnis in die beiden Komponenten TS_t^Z und TS_t^{ZV} .

Tabelle 3.3: Korrigierte Zerlegung der Steuerersparnis.

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
$E_Q[TS^Z]$		9,83181818	10,03227273	9,78062772	9,94286337
$E_Q[TS^{ZV}]$				0,25534485	
$E_Q[TS]$		9,83181818	10,03227273	10,03597258	9,94286337
$PV[E_Q[TS]]$		9,27530017	8,92868701	8,42639610	7,87567907
VTS	34,50606236				

Das Beispiel macht deutlich, dass bei Kenntnis des Binomialbaumes und Anwendung der korrigierten Gleichungen beide Verfahren zum gleichen Resultat führen.

3.3.2 Anmerkungen zum Vorschlag von Förster et al.

Anhand des Zahlenbeispiels lassen sich nun unsere Kritikpunkte an dem Vorschlag von Förster et al. verdeutlichen. Der Kern unserer Kritik lautet, dass zur korrekten Wertermittlung der Steuervorteile nach dem Vorschlag der Autoren die Pfadabhängigkeit der Steuerwirkungen explizit zu berücksichtigen und somit die Kenntnis des Binomialbaumes erforderlich ist. Eine exakte Bewertung ist auch ohne die Trennung der beiden Komponenten möglich, sobald der Binomialbaum bekannt ist. Ohne die Einbeziehung der Pfadabhängigkeit ist insbesondere die zweite Komponente TS_t^{ZV} nicht zu bewerten. Zum Zweiten ist für die von den Autoren vorgeschlagene Ermittlung von risikoäquivalenten Diskontierungssätzen für die Bewertung der erwarteten Steuerersparnisse für beide Komponenten bereits die Kenntnis der jeweiligen Wertbeiträge erforderlich.

1. Ohne Berücksichtigung der Pfadabhängigkeit ist insbesondere der Wert der zweiten Komponente TS_t^{ZV} im Modell von Förster et al. nicht zu bestimmen.

Die Pfadabhängigkeit der Steuerwirkungen hat nicht nur Auswirkungen auf die Höhe der Kapitalkosten zur Diskontierung der Steuervorteile aus gegebenenfalls vor-

handenen Zinsvorträgen. Sie beeinflusst auch die Höhe der erwarteten und zu bewertenden Steuerersparnisse selbst. Leider machen die Autoren keine Angaben darüber, wie die Schätzung der künftigen erwarteten Steuerwirkungen aussehen könnte.

Ohne eine explizite Modellierung der Pfadabhängigkeit mit Hilfe eines Binomialbaumes ist insbesondere die Berechnung der erwarteten, durch Zinsvorträge verursachten künftigen Steuerersparnisse $E [TS_t^{ZV} | \mathcal{F}_0]$ nicht möglich. Das wird indem o.a. Zahlenbeispiel deutlich: Abbildung 3.2 zeigt, dass über die vier betrachteten Perioden lediglich in einem einzigen Knoten (duu in $t=3$) eine durch Zinsvorträge verursachte Steuerersparnis eintritt: Bei einer EBITDA-Ausprägung von 120 und einem Zinsaufwand von 30 kommt es zunächst wegen $\min(0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t) = \min(0, 3 \cdot 120; 30) = 30$ zur gesamten Nutzung des Zinsaufwandes der laufenden Periode. Die erste Komponente der Steuerersparnis beträgt $TS^Z = 0,35 \cdot 30 = 10,5$. Es verbleibt noch eine nicht genutzte Steuerersparnis in Höhe von 5, da $\max[0; \min[0, 3 \cdot EBITDA_t - Z_t; ZV_{t-1}]] = \max[0; \min[0,3 \cdot 120 - 30; 5]]$ gilt und damit der Zinsvortrag der Vorperiode vollständig genutzt wird. Daraus resultiert eine zustandsabhängige Steuerersparnis TS_t^{ZV} in Höhe von $5 \cdot 0,35 = 1,75$. Der für die Wertermittlung notwendige Erwartungswert $E_P [TS_3^{ZV} | \mathcal{F}_0]$ beträgt 0,252. Das Beispiel macht deutlich, dass es auch bei Kenntnis des Prozesses der künftigen EBITDA-Entwicklung und der künftigen Zinsaufwendungen ohne die Entwicklung eines Binomialbaumes unmöglich ist, den Erwartungswert der künftigen Steuerersparnisse aus der zweiten Komponente $E [TS_t^{ZV} | \mathcal{F}_0]$ für die künftigen Perioden zu schätzen.

Daraus ergeben sich zwei wichtige Konsequenzen:

- Ohne Kenntnis des zugrundeliegenden Binomialbaumes mit den entsprechenden Zinsvorträgen ist jeder Vorschlag zur Berechnung von $E [TS_t^{ZV} | \mathcal{F}_0]$ allenfalls eine Heuristik, die zu Näherungslösungen führt. Leider fehlt in den Ausführungen von *Förster et al.* eine Aussage, wie eine solche Heuristik zur Schätzung von $E [TS_t^{ZV} | \mathcal{F}_0]$ ohne Rückgriff auf einen Binomialbaum aussehen könnte. Ohne einen expliziten Vorschlag kann die Qualität einer solchen

Heuristik nicht beurteilt werden.

- Bei Kenntnis des Binomialbaumes ist eine präzise Bewertung der Steuervorteile aus gegebenenfalls vorhandenen Zinsvorträgen möglich. Dann ist allerdings keine Heuristik mehr erforderlich. In diesem Fall ist auch die geforderte Trennung in die beiden Komponenten überflüssig. Man kann einfach die gesamte Steuerersparnis ermitteln und bewerten.
2. Der Vorschlag von *Förster et al.* setzt die Kenntnis des Wertbeitrages der beiden Komponenten bereits voraus. Er erhöht die Komplexität des Bewertungsproblems, da nun für beide Komponenten der Steuerersparnis unterschiedliche risikoäquivalente Diskontierungssätze zu suchen sind, die beide nicht mit den Unternehmenskapitalkosten bei Eigenfinanzierung übereinstimmen. Die direkte Bewertung der gesamten Steuerersparnis erfordert hingegen lediglich die Bestimmung eines zusätzlichen Diskontierungssatzes.

Das Vorgehen von *Förster et al.* erfordert die Bestimmung von risikoäquivalenten Diskontierungssätzen zur Bewertung der erwarteten Steuerersparnisse der beiden Komponenten. Die Begrenzung der steuerlichen Zinsabzugsfähigkeit durch die Höhe der erzielten Steuerbemessungsgrundlage und durch die Zinsschranke führt dazu, dass die durch den Zinsaufwand ausgelösten Steuerersparnisse Optionscharakter aufweisen. Für die gesamten Steuerersparnisse TS_t und die beiden Komponenten TS_t^{ZV} und TS_t^Z können deshalb wegen der abweichenden Risikoeigenschaften nicht mehr die Unternehmenskapitalkosten als Diskontierungssatz verwendet werden.¹⁰ Möchte man den Barwert der Steuerersparnisse mit Hilfe von risikoangepassten Diskontierungssätzen ermitteln, ist man somit gezwungen, zusätzlich zu den Unternehmenskapitalkosten noch zeit- und zustandsabhängige Diskontierungssätze für die Steuerersparnisse zu bestimmen, nachdem bereits der korrekte Wert von $PVTS^Z$ unter

¹⁰Für Verlustvorträge generell vgl. *Piehler und Schwetzler (2010)*.

dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q} ermittelt wurde. In ihren Zahlenbeispielen ermitteln die Autoren diese Diskontierungssätze, indem sie auf die zuvor mit Hilfe der risikoneutralen Bewertung ermittelten Ergebnisse zurückgreifen: Sie berechnen den risikoangepassten Zinsfuß, bei dessen Anwendung der gleiche Wertbeitrag resultiert (*Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 993, Gleichungen (14) und (15)). Insofern ist die von den Autoren geäußerte Kritik an der risikoneutralen Bewertung nicht fair; ihre eigenen Ergebnisse beruhen auf den mit diesem Verfahren gewonnenen Ergebnissen.

Selbst wenn man dem Vorgehen der Autoren folgt, die Bewertung mit Hilfe von risikoangepassten Diskontierungssätzen vorzunehmen, erhöht sich die mit der Bewertung der Steuervorteile verbundene Komplexität durch die vorgeschlagene Trennung der beiden Komponenten. Bei einer direkten Bewertung der gesamten Steuerersparnisse TS_t sind neben den Unternehmenskapitalkosten zusätzlich risikoangepasste Diskontierungssätze für diese zusätzliche Wertkomponente zu ermitteln. Der Vorschlag der Autoren erfordert jedoch die Ermittlung zweier zusätzlicher Diskontierungssätze:

- Die korrekte Bewertung der “periodengerecht realisierten” Steuerersparnisse TS_t^Z erfordert einen von den Unternehmenskapitalkosten abweichenden Diskontierungssatz. Die Begrenzung der maximalen Zinsabzugsfähigkeit auf positive realisierte Steuerbemessungsgrundlagen aufgrund von $\min[0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t]$ führt dazu, dass die Steuerersparnisse bereits im einperiodigen Fall ohne die Berücksichtigung von Zinsvorträgen Optionscharakter¹¹ aufweisen und daher die Unternehmenskapitalkosten nicht mehr anwendbar sind. Zwar ist die Aussage der Autoren korrekt, dass die Pfadabhängigkeit der Steuerersparnisse auf die zweite Komponente TS_t^{ZV} begrenzt ist (*Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 996). Jedoch führt dies nicht dazu, dass die Kapitalkosten des Unternehmens auf TS_t^Z angewendet werden können.

¹¹*Arnold und Lahmann* (2010) nehmen die Bewertung der Zinsschranke in einem Optionsmodell vor, welches eine analytische und numerische Lösung anbietet.

Dies wird auch im Beispiel der Autoren deutlich: Für die korrekte Wertermittlung von TS_t^Z wird für die periodengerecht realisierten Steuervorteile mit 5,3% ein Kapitalkostensatz ermittelt, der deutlich von den Unternehmenskapitalkosten bei Eigenfinanzierung (9,14%) abweicht (*Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 993). Am Ende schlagen die Autoren trotzdem die Bewertung von TS_t^Z mit Hilfe der Unternehmenseigenkapitalkosten bei Eigenfinanzierung vor (vgl. *Förster, Stöckl und Brenken* (2009), S. 1007).

- Schließlich benötigt man für die Diskontierung der mit gegebenenfalls vorhandenen Zinsvorträgen verbundenen Steuervorteile TS_t^{ZV} aufgrund der Pfadabhängigkeit zeit- und zustandsabhängige Diskontierungszinssätze, die ebenfalls von den Unternehmenskapitalkosten abweichen.

Im Ergebnis erhöht der Vorschlag von *Förster et al.* den Berechnungsaufwand für die Bestimmung der risikoäquivalenten Kapitalkosten.

3. Ohne die explizite Berücksichtigung der Pfadabhängigkeit ist eine exakte Bewertung der Steuervorteile nicht möglich. Der Vorschlag der Autoren ist dann lediglich als Heuristik zur Wertfindung zu interpretieren. Er ist somit nicht in der Lage, auf Binomialbäumen basierende Bewertungsmodelle oder Simulationsmodelle zur exakten Wertermittlung zu ersetzen.

Zur exakten Wertermittlung ist auch nach dem Vorschlag von *Förster et al.* die Berücksichtigung der Pfadabhängigkeit der Steuervorteile erforderlich. Wird diese mit Hilfe eines Binomialbaumes erfasst, ist eine direkte und exakte Bewertung der gesamten Steuervorteile möglich und die von den Autoren vorgeschlagene Trennung in die beiden Komponenten überflüssig. Im Gegensatz dazu liefert eine optionspreistheoretische Bewertung des Steuervorteils exakte Ergebnisse, ohne dass man gezwungen wäre, auf Heuristiken auszuweichen.¹²

¹²Vgl. z.B. das Modell von *Arnold und Lahmann* (2010). Bereits *Mai* (2008) zeigte die Bewertung des Tax Shields unter Berücksichtigung der Zinsschranke im APV-Modell unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q} .

Über längere Modelllaufzeiten sind Binomialbäume regelmäßig nicht mehr handhabbar. Auch dies führt noch nicht zur Notwendigkeit, auf Heuristiken für die Wertbestimmung zurückzugreifen. Simulationsmodelle ermöglichen die Wertermittlung auch über längere Zeiträume und wenn keine analytische Lösung möglich ist.¹³

3.4 Fazit

Die neuen steuerlichen Regelungen haben die Bewertung des Steuervorteils aus der anteiligen Fremdfinanzierung erheblich kompliziert. *Förster et al.* haben einen Vorschlag zur Lösung dieses Problems entwickelt. Mit dieser Anmerkung möchten wir auf einige Probleme hinweisen, die mit diesem Vorschlag verbunden sind: Die Gleichungen für die Ermittlung der steuerlichen Vorteile sind korrekturbedürftig, weil sie für negative EBITDA bzw. für das Greifen der Zinsschranke und damit auch für positive Ausprägungen des EBITDA negative Steuerersparnisse zur Folge haben. Die Trennung der zu bewertenden Steuervorteile in zwei Komponenten ist u.E. nicht geeignet, die Komplexität des Bewertungsproblems zu verringern: Der Vorschlag von *Förster et al.* erfordert die Kenntnis bzw. Ermittlung von zwei unterschiedlichen Diskontierungssätzen. Für deren Bestimmung greifen die Autoren selbst auf bereits vorliegende Ergebnisse der risikoneutralen Bewertung zurück. Zudem erfordert die Schätzung der erwarteten Steuervorteile aus der zweiten Komponente die Berücksichtigung der Pfadabhängigkeit. Schließlich ist die mit dem Vorschlag verbundene Heuristik zur Wertermittlung überflüssig, wenn ein Binomialmodell oder ein Simulationsmodell verwendet werden kann, das in der Lage ist, die Pfadabhängigkeit korrekt zu erfassen.

¹³Eine Bewertung des Einflusses der Zinsschranke auf das Tax Shield mit Hilfe eines Simulationsmodells findet sich beispielsweise in *Arnold und Lahmann (2010)*.

Anhang B

B.1 Beweis der Inkonsistenz der Gleichungen für die Steuerersparnisse von Förster et al.

Die Summe der beiden Komponenten TS_t^Z und TS_t^{ZV} muss die gesamte Steuerersparnis TS ergeben. Die Gleichung für TS lautet nach Förster et al.

$$TS_t = s \cdot \min(0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}) \quad (\text{B.1.1})$$

und es lassen sich die folgenden Fälle ermitteln

$$\begin{aligned} \frac{1}{s}TS_t &= \min(0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}) \\ &= \begin{cases} 0, 3 \cdot EBITDA_t & , \text{ falls } 0, 3 \cdot EBITDA_t < 0 < Z_t + ZV_{t-1} \\ 0, 3 \cdot EBITDA_t & , \text{ falls } 0 < 0, 3 \cdot EBITDA_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ Z_t + ZV_{t-1} & , \text{ falls } 0 < Z_t + ZV_{t-1} < 0, 3 \cdot EBITDA_t \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{B.1.2})$$

Die Gleichungen für TS_t^Z und TS_t^{ZV} nach Förster et al. lauten

$$\begin{aligned} TS_t^Z &= \min[Z_t; \min(0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t)], \\ TS_t^{ZV} &= \min[\min(0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}) - Z_t; ZV_{t-1}; 0]. \end{aligned} \quad (\text{B.1.3})$$

Im Folgenden wird nachgewiesen, dass die Summe über TS_t^Z und TS_t^{ZV} nicht mit der Gleichung (B.1.2) für TS_t übereinstimmt:

$$\begin{aligned}
TS_t &= TS_t^Z + TS_t^{ZV} \\
TS_t &= s \cdot (\min [Z_t; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t)] + \min [\min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}) - Z_t; ZV_{t-1}; 0]) \quad (\text{B.1.4}) \\
\frac{1}{s}TS_t &= \min [Z_t; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t)] + \min [\min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1}) - Z_t; ZV_{t-1}; 0]
\end{aligned}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 0, 6 \cdot EBITDA_t - Z_t \left\{ \begin{array}{l} < 0, \text{ falls } 0, 6 \cdot EBITDA_t < Z_t \\ > 0, \text{ falls } 0, 6 \cdot EBITDA_t > Z_t \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 0, 6 \cdot EBITDA_t - Z_t < 0, \text{ falls } 0, 3 \cdot EBITDA_t < 0 < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ < 0, \text{ falls } 0 < 0, 3 \cdot EBITDA_t < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ Z_t, \text{ falls } 0 < Z_t < 0, 3 \cdot EBITDA_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ Z_t, \text{ falls } 0 < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} < 0, 3 \cdot EBITDA_t \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Offensichtlich entspricht bei *Förster et al.* die Gleichung für TS_t nicht der Summe der Gleichungen für TS_t^{ZV} und TS_t^Z . Weiterhin zeigt dies, dass bereits für $EBITDA_t > 0$ negative Steuerersparnisse $TS_t < 0$ auftreten können. Gilt $0,3 \cdot EBITDA_t > Z_t$ betragen die Steuerersparnisse exakt $s \cdot Z_t$. Vergleicht man die letzten beiden Fälle von Gleichung (B.1.4) mit dem letzten Fall von Gleichung (B.1.2), lässt sich erkennen, dass selbst positive Werte für ZV_{t-1} keinen Einfluss auf den Wert von TS_t haben, obwohl dies gemäß der Definition der Zinsabzugsbeschränkung aus Gleichung (B.1.2) der Fall sein müsste.

B.2 Beweis von Gleichung (3.2.9)

Unter Verwendung der Gleichungen (3.2.4) und (3.2.6) folgt Gleichung (3.2.9):

$$\begin{aligned}
TS_t &= TS_t^Z + TS_t^{ZV} \\
TS_t^{ZV} &= TS_t - TS_t^Z \\
TS_t^{ZV} &= s \cdot (\max [0; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1})] - \max [0; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t)]) \\
\frac{1}{s}TS_t^{ZV} &= \max [0; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t + ZV_{t-1})] - \max [0; \min (0, 3 \cdot EBITDA_t; Z_t)] \\
&= \left\{ \begin{array}{ll} 0 & , \text{ falls } 0, 3 \cdot EBITDA_t < 0 < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ 0 & , \text{ falls } 0 < 0, 3 \cdot EBITDA_t < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ 0, 3 \cdot EBITDA_t - Z & , \text{ falls } 0 < Z_t < 0, 3 \cdot EBITDA_t < Z_t + ZV_{t-1} \\ 0 & , \text{ falls } 0 < Z_t < Z_t + ZV_{t-1} < 0, 3 \cdot EBITDA_t \end{array} \right.
\end{aligned} \tag{B.2.1}$$

Literaturverzeichnis

Arnold, Sven und *Lahmann, Alexander* (2010), Bewertung der Zinsschranke, verfügbar bei <http://ssrn.com/abstract=1567523>.

Blaufus, Kay und *Lorenz, Daniela* (2009), Wem droht die Zinsschranke? Eine empirische Untersuchung zur Identifikation der Einflussfaktoren, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 79, S. 503–526.

Förster, Heinrich H./ Stöckl, Stefan und *Brenken, Henner* (2009), Die Bedeutung der Zinsschranke für die Bewertung von Tax Shields in einem modifizierten APV-Ansatz unter Verwendung einer entsprechend angepassten Eigenkapitalkosten-Reaktionshypothese, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 79, S. 985–1018.

Mai, Jan M. (2008), Die Bewertung verschuldeter Unternehmen unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen, in: Die Betriebswirtschaft, Jg. 68, S. 35–51.

Piehler, Maik und *Schwetzler, Bernhard* (2010), Der Wert ertragsteuerlicher Verlustvorträge, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Jg. 62, S. 60–100.

4 Der Einfluss der “Zinsschranke” auf den Unternehmenswert - eine Anmerkung

Inhaltsverzeichnis

4 Der Einfluss der "Zinsschranke" auf den Unternehmenswert	
- eine Anmerkung	84
4.1 Einleitung	88
4.2 Werteeinfluss der Zinsschranke	90
4.2.1 Annahmen	90
4.2.2 Die Zahlungswirkungen der Zinsschranke	91
4.2.3 Vergleichbare Bewertungsmodelle	94
4.3 Modellvergleich	95
4.3.1 Formaler Vergleich	95
4.3.2 Ein Beispiel	96
4.3.3 Vergleich bei Berücksichtigung des EBITDA-Vortrages	101
4.4 Fazit	104

Der Einfluss der “Zinsschranke” auf den Unternehmenswert - eine Anmerkung

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, alle Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der Artikel wurde mit geringen Anpassungen in der Zeitschrift “Corporate Finance biz” (5/2011, S. 293 - 299) veröffentlicht. Die Seiten 88 bis 108 dieser Dissertationsschrift wurden zur Wahrung des Copyrights aus dieser Online-Version entfernt.

Abstract Seit ihrer Einführung durch die Steuerreform 2008 hat die sogenannte Zinsschranken-Regelung zu mehreren wissenschaftlichen Beiträgen geführt, die sich mit der Wirkung dieser Regelung auf den Unternehmenswert beschäftigen. Dabei nehmen einige der Beiträge eine Integration der Zinsschranke in die bekannten Discounted Cash Flow – Verfahren vor. Dieser Aufsatz analysiert einige Bewertungsmodelle und zeigt basierend auf einem Binomialmodell eine widerspruchsfreie Bewertungsmethode. Mit Hilfe dieses Modells wird auch die Wirkung des mit dem Wachstumsbeschleunigungsgesetz eingeführten EBITDA-Vortrags berücksichtigt.

5 Tax Shield, Insolvenz und Zinsschranke

Inhaltsverzeichnis

5	Tax Shield, Insolvenz und Zinsschranke	109
5.1	Einleitung	114
5.2	Annahmen und Notation	117
5.2.1	Grundlegende Annahmen	117
5.2.2	Annahmen zur Fremdfinanzierung, Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinssätzen	120
5.2.3	Steuerliche Annahmen und Regelungen	128
5.3	Die Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis - Herleitung der Bewertungsgleichungen	130
5.3.1	Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis ohne Zinsschranke und ohne Insolvenz	131
5.3.2	Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis ohne Zinsschranke, mit Insolvenz	135
5.3.3	Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis mit Zinsschranke und mit Insolvenz	139
5.4	Die Bewertung der gesamten Steuerersparnis	145
5.4.1	Bewertung bei Betrachtung von mehr als einem Jahr	145
5.4.2	Simulationsergebnisse	146
5.5	Zusammenfassung	154
C	Anhang	156
C.1	Herleitung der Ausfallwahrscheinlichkeiten	157
C.1.1	Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit unter autonomer Verschuldungspolitik	157

C.1.2	Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit unter wertorientierter Verschuldungspolitik	158
C.2	Herleitungen zu den Bewertungsgleichungen	160
C.2.1	Tax Shield ohne Berücksichtigung der Zinsschranke und Insolvenz	160
C.2.2	Tax Shield mit Berücksichtigung von Insolvenz	163
C.2.3	Tax Shield mit Berücksichtigung von Insolvenz und der Zinsschranke	163

Tax Shield, Insolvenz und Zinsschranke

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, alle Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der vorliegende Beitrag befindet sich aktuell im Status "Working Paper".

Abstract Dieser Beitrag analysiert den Wertbeitrag fremdfinanzierungsbedingter Steuervorteile (Tax Shield) unter realistischen Bedingungen (keine Negativsteuer, Möglichkeit einer Insolvenz) für unterschiedliche Finanzierungspolitiken. Zusätzlich wird der Effekt der Zinsabzugsbeschränkung (Zinsschranke) auf den Wert des Tax Shield ermittelt. Die Bewertung des Tax Shield mit und ohne Zinsschranke findet bei Betrachtung von einem Jahr auf der Basis von Optionsmodellen und im mehrperiodigen Kontext auf der Basis von Monte-Carlo-Simulationsmodellen statt. Bei letzterem wird die Konvergenz zu den Tax Shield-Formeln bei autonomer und wertorientierter Finanzierungspolitik hergestellt. Es zeigt sich, dass der Wegfall der Negativsteuer und die Einführung einer möglichen Insolvenz zu deutlichen Abweichungen der gefundenen Werte von den Werten der Tax Shield-Formeln führt. Dagegen ist der zusätzliche Effekt der Zinsschranke für beide Finanzierungspolitiken zu vernachlässigen.

5.1 Einleitung

Mit der Unternehmenssteuerreform 2008 wurde die Begrenzung der steuerlichen Abzugsfähigkeit von Zinsaufwendungen, die sogenannte Zinsschranke, eingeführt. Ziel des Gesetzgebers war die Verringerung der steuerlichen Anreize der Fremdfinanzierung. Die Regelung sollte einer “übermäßigen Fremdkapitalfinanzierung” deutscher Unternehmen entgegenwirken.¹ Aus der Praxis hatten die Regelungen eine Serie von kritischen Stimmen zur Folge, die vor deutlichen Wertverlusten betroffener Unternehmen warnten.² Eine paradoxe Wirkung der Zinsschranke beschreibt *Pasedaq*, bei der Steuerersparnisse durch die Zinsschranke erhöht werden können.³

Übermäßig fremdfinanzierte Unternehmen können von Insolvenz bedroht sein. Daher ist es zweckmäßig diese zuerst zu prüfen und im zweiten Schritt die Zinsschrankenregelung zu untersuchen. Die ökonomischen Effekte der Zinsschrankenregelung und der Insolvenz für Unternehmenseigentümer lassen sich anhand der Minderung von fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile (Tax Shield) messen. In diesem Beitrag wird daher ein komplettes DCF-Modell entwickelt, wobei unterschiedliche Annahmen diskutiert werden: (i) Modell mit unterschiedlichen Finanzierungspolitiken und akademischen Annahmen, (ii) Wegfall der Negativsteuer, (iii) Einführung von Insolvenz und Rating, sowie (iv) Einführung der Zinsschrankenregelung. Bei allen Szenarien lässt sich die Nächstjahres-Steuerersparnis im Modell auf Basis von optionstheoretischen Formeln ableiten. Die Bewertung mehrjähriger Steuervorteile im Modell mit komplexeren Annahmen müssen anhand einer Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden.

In der einschlägigen Literatur zur Unternehmensbewertung ist die Wirkung der Zinsschrankenregelung bereits untersucht worden, wobei Insolvenz und Finanzierungspolitik nicht ausreichend Beachtung finden. *Eberl* analysiert die Effekte unter Berücksichtigung der persönlichen Einkommensteuer getrennt für den Fall, dass

¹Vgl. BR-Drucksache 220/07, S. 53.

²Vgl. beispielsweise *Lenz* und *Dörfler* (2010) oder auch *Kessler* und *Dietrich* (2010).

³Vgl. *Pasedaq* (2010).

die Zinsschranke greift und den Fall, dass sie nicht greift. Er verweist darauf, dass für den Fall mehrperiodiger Steuerersparnisse die Pfadabhängigkeit des Eintretens der Zinsschranke deren explizite Modellierung erfordert.⁴ *Mai* modelliert diese Pfadabhängigkeit anhand eines zweiperiodigen Binomialmodells und bewertet die Steuerersparnisse im risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsraum. Die Autoren *Förster, Stöckl und Brenken* verwenden ebenfalls einen zweiperiodigen Binomialbaum, um die Pfadabhängigkeit der Steuerersparnisse zu demonstrieren. Sie schlagen vor Steuerersparnisse durch Zinsvorträge und Zinsaufwand zu trennen und separat zu bewerten.⁵ *Arnold und Lahmann* (2010) leiten basierend auf einem optionstheoretischen Kalkül eine Bewertungsgleichung für die fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile bei Gültigkeit der Zinsschrankenregelung her. Für Verlustvorträge haben *Piehler und Schwetzler* (2010) die Pfadabhängigkeit der ausgelösten Steuerersparnisse als relevant für deren Bewertung belegt. Zur Lösung verwenden die Autoren optionstheoretische Modelle und eine Monte-Carlo-Simulation. *Streitferdt* (2010) verwendet für die Bewertung von Verlustvorträgen ebenfalls optionstheoretische Kalküle und Simulationsmodelle. Eine Erweiterung des Modells für die Einbeziehung der Zinsschranken-Regelung findet sich in *Streitferdt und Meitner* (2011).

Schließlich ist dieser Beitrag in die umfangreiche Literatur der Bewertung von fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteilen in Abhängigkeit von der unterstellten Finanzierungspolitik des Unternehmens einzuordnen. Hier sind insbesondere die Beiträge von *Homburg, Stephan und Weiß* (2004), *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler* (2005), *Rapp* (2006) und *Lodowicks* (2007) zu nennen, die sich mit der Einbeziehung von ausfallbedrohtem Fremdkapital und der damit verbundenen Möglichkeit der Unternehmensinsolvenz in die Bewertung des Tax Shield beschäftigen.

Ein vereinfachtes, ähnliches Modell wurde bereits in “Die Wirtschaftsprüfung”

⁴Vgl. *Eberl* (2009). *Bachmann und Schultze* (2008) gehen bei ihrer Analyse davon aus, dass die Zinsschranke in jeder Periode bindend ist.

⁵Vgl. *Förster, Stöckl und Brenken* (2009). Kritisch hierzu *Arnold, Lahmann und Schwetzler* (2011b).

durch die Autoren vorgestellt.⁶ In diesem Artikel wurden empirische Daten auf Basis deutscher Branchen ermittelt und der Einfluss von Insolvenz und Zinsschranke auf den Unternehmenswert untersucht. Der vorliegende Artikel diskutiert den Bewertungsansatz und die Annahmen intensiv und ergänzt um einen Ratingmechanismus basierend auf Ausfallwahrscheinlichkeiten des Fremdkapitals. Er erweitert die bisherige Literatur und den zuvor genannten Artikel um wichtige Aspekte:

1. Die Tax Shield-Formeln bei autonomer und wertorientierter Finanzierungspolitik werden in einem Simulationsmodell basierend auf EBITDA (Negativsteuer, keine Insolvenz) nachvollzogen.⁷ Diese Anwendung von numerischen Methoden erlaubt Abweichungen von üblichen Annahmen der DCF-Verfahren und es können komplexe Pfadabhängigkeiten (Rating, Insolvenz und Zinsschranke) unter Betrachtung von langen Laufzeiten analysiert werden.
2. Zum ersten Mal wird der Werteffekt von Insolvenz und Zinsschranke in beiden Finanzierungspolitiken mit Hilfe von Simulationsmodellen demonstriert. Bislang wurde der Werteffekt der Zinsschranke lediglich für eine autonome Finanzierungspolitik und risikoloses Fremdkapital analysiert.⁸ In den Tax Shield-Formeln wird die Bewertung durch Diskontierung der erwarteten Steuerersparnisse vorgeschlagen. Es ist allgemein bekannt, dass dieses Vorgehen nur bei Annahme einer Negativsteuer zu korrekten Werten führen kann. Die Abweichung zu den Ergebnissen der Tax Shield-Formeln vergrößert sich, wenn zusätzlich die Möglichkeit einer Insolvenz berücksichtigt wird. Der zusätzliche Effekt der Zinsschranke auf den Wert der Steuervorteile ist gegenüber dem Fall mit Insolvenzmöglichkeit zu vernachlässigen.
3. Fremdkapitalgeber machen den geforderten Kreditzinssatz regelmäßig vom übernommenen Ausfallrisiko abhängig. Dieses Risiko kann sich im Zeitablauf

⁶Vgl. *Arnold, Lahmann und Schwetzler* (2012).

⁷Vgl. *Modigliani und Miller* (1963) und *Myers* (1974) beziehungsweise *Miles und Ezzell* (1980).

⁸Vgl. *Streitferdt* (2010).

verändern. Gläubiger werden auf einen Anstieg des Kreditrisikos reagieren, indem sie zum Beispiel zusätzliche Sicherheiten fordern, das Kreditvolumen reduzieren und/oder einen höheren Kreditzinssatz fordern. In diesem Beitrag wird die Anpassung des Kreditzinssatzes bei einer Veränderung des Risikos mit Hilfe eines Ratingmechanismus modelliert. Das ist insbesondere bei einer unterstellten autonomen Finanzierungspolitik mit konstantem Fremdkapitalbestand realistisch.

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 5.2 werden grundlegende Annahmen und steuerliche Regelungen definiert. Die Betrachtung der fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile eines Jahres werden in Kapitel 5.3 mit Hilfe geschlossener Optionsbewertungsgleichungen für unterschiedliche Modellkonstellationen vorgenommen. Im Beitrag wird durchgängig ein mehrperiodiges DCF-Modell entwickelt, das in Kapitel 5.4 numerisch gelöst und analysiert wird. Anhand von Beispielen werden für beide Politiken der Einfluss von Rating, Insolvenz und Zinsschranke auf den Wert des Tax Shield diskutiert.

5.2 Annahmen und Notation

5.2.1 Grundlegende Annahmen

Es sollen die Wirkungen noch zu treffender Annahmen auf den Marktwert der Steuerersparnisse aus Fremdfinanzierung V_t^{TS} eines verschuldeten Unternehmens V_t^L analysiert werden. Das zum Zeitpunkt $t \geq 0$ zu bewertende verschuldete Unternehmen existiert bis $T = \infty$. Weiterhin werden Beobachtungszeitpunkte $t + i \in [0, T]$ und $t + i \in \mathbb{N}_0$, mit $i = 0, 1, 2, 3, \dots, N$, definiert. Diese vorgegebenen Beobachtungszeitpunkte gehören zur Menge $\mathbb{T} = \{t, t + 1, t + 2, t + 3, \dots, t + N = T\}$ und sind derart spezifiziert, dass diese den Zeitpunkt der Berichterstattung⁹ des betrachteten Unternehmens beschreiben.

⁹Dies sind jährliche Zeitpunkte an denen die GuV und die Bilanz des betrachteten Unternehmens veröffentlicht werden.

Kapitalkosten werden analog zu *Kruschwitz* und *Löffler* (2005) als bedingte erwartete Renditen definiert. Der risikolose Zinssatz r_f , die Eigenkapitalkosten eines unverschuldeten Unternehmens r_τ^u und der Unternehmenssteuersatz τ werden als deterministisch und konstant angenommen.¹⁰ Des Weiteren wird vorausgesetzt, dass der Kapitalmarkt arbitragefrei ist und somit wird auch von der Existenz eines zum realen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P} äquivalenten, risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaßes \mathbb{Q} ausgegangen.¹¹ Weiterhin lassen sich alle Zahlungsströme der zu bewertenden Unternehmung (durch Wertpapiertransaktionen) auf dem Kapitalmarkt replizieren.

Das betrachtete Unternehmen erwirtschaftet im Zeitpunkt t einen steuerlichen Gewinn vor Steuern, Zinszahlungen und Abschreibungen in Höhe von $EBITDA_t$. Die künftigen Ausprägungen dieser Ergebnisgröße werden als unsicher angenommen. Das EBITDA folgt einer geometrisch Brownschen Bewegung gemäß

$$dEBITDA = \mu EBITDA dt + \sigma EBITDA dW, \quad (5.2.1)$$

wobei μ die Driftrate des Prozesses, σ die Volatilität der Veränderungsrate und dW den Wiener Prozess bezeichnen.¹²

Als nachgelagerte Ergebnisgröße kann der Gewinn vor Zinsen und Steuern (EBIT), als proportional zum EBITDA definiert werden und somit gilt

$$EBIT_t = \alpha \cdot EBITDA_t. \quad (5.2.2)$$

Der Faktor α , mit $\alpha \in (0, 1)$,¹³ bildet den Effekt der Abschreibung ab.¹⁴ Es

¹⁰In dem vorliegenden Beitrag wird aus Vereinfachungsgründen stetige Verzinsung verwendet.

¹¹Zu den weiteren Voraussetzungen und Annahmen vgl. beispielsweise *Harrison* und *Kreps* (1979) oder auch *Kruschwitz* und *Löffler* (2006).

¹²Die Annahme der geometrisch Brownschen Bewegung findet sich regelmäßig in der Finanzierungsliteratur. Vgl. beispielsweise *Goldstein, Ju* und *Leland* (2001) oder *Hackbarth, Hennesy* und *Leland* (2007).

¹³Vgl. auch *Eberl* (2009), S. 269.

¹⁴Für die Unternehmen des Prime All Share betrug im Jahr 2009 α im Mittel 0,43.

ist zweckmäßig wie *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler* (2005) davon auszugehen, dass sich die Abschreibungs- und Investitionspolitik eines unverschuldeten Unternehmens nicht von der eines verschuldeten Unternehmens unterscheidet und auch ein mögliches Insolvenzrisiko darauf keinen Einfluss hat.¹⁵ Das EBITDA ist damit unabhängig von der Kapitalstruktur.

Der mit α abgebildete Zusammenhang zwischen EBITDA und EBIT ist im Weiteren von Bedeutung, da die Ergebnisgröße EBIT die Steuerbemessungsgrundlage vor Zinsaufwand darstellt. Im Gegensatz ist das EBITDA im Rahmen der Zinsschrankenregel von Bedeutung.

Die relevanten Steuerbemessungsgrundlagen folgen gemäß Gleichung (5.2.1) einem schwach autoregressivem Prozess mit geometrischer Drift und einem Fluktuations-term.¹⁶ Die dabei angenommenen Prozesseigenschaften weisen Vorzüge, aber auch Nachteile auf: So sind im zeitstetigen Fall Vorzeichenwechsel der Steuerbemessungsgrundlage nicht möglich. Bei zeitdiskreten Modellen können nur in Ausnahmesituationen negative Werte realisiert werden.¹⁷ Eine Realisierung von negativen Steuerbemessungsgrundlagen führt, bei der hier unterstellten Erwartungsanpassung des Prozesses, zu negativen Beträgen der künftig erwarteten Steuerbemessungsgrundlagen - und damit zur Liquidation des Unternehmens. Zudem sichert diese Annahme eine (theoretisch einwandfreie) arbitragefreie Bewertung¹⁸ und ermöglicht dem praktischen Anwender eine (einfache) empirische Erhebung beziehungsweise Bestimmung

¹⁵Vgl. für eine ähnliche Annahme *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler* (2005), S. 223.

¹⁶Die Annahme zur Modellierung künftiger freier Cashflows durch einen schwach autoregressiven Prozess der Form $E[FCF_{t+1}|\mathcal{F}_t] = (1 + g_t) \cdot (FCF_t)$ ist in *Kruschwitz und Löffler* (2005) oder *Kruschwitz und Löffler* (2006) zu finden. Eine kurze Übersicht zu verwendeten stochastischen Prozessen in der Unternehmensbewertung und deren Implikationen findet sich in *Arzac und Glosten* (2005), S. 455.

¹⁷Für diskrete Zeitpunkte ist Gleichung (5.2.1) in $\Delta EBITDA = \mu EBITDA \Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} \epsilon$ zu übertragen, wobei ϵ normalverteilt ist mit $N(0, 1)$. Durch Multiplikation der Quadratwurzel des kleinen Zeitintervalls $\sqrt{\Delta t}$ mit der normalverteilten Zufallsvariable ϵ sind Vorzeichenwechsel möglich.

¹⁸Vgl. beispielsweise *Laitenberger und Löffler* (2006). Unter Verwendung dieser Annahme wird der Zusammenhang $\frac{E_Q[FCF_s|\mathcal{F}_t]}{(1+r_f)^{s-t}} = \frac{E[FCF_s|\mathcal{F}_t]}{(1+r)^{s-t}}$ bewiesen. Vgl. für eine Einführung *Kruschwitz und Löffler* (2006), S. 26 ff.

der Kapitalkosten sowie des Marktpreises des Risikos mit Hilfe des CAPM.¹⁹

5.2.2 Annahmen zur Fremdfinanzierung, Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinssätzen

Autonome und Wertorientierte Verschuldungspolitik

Bei der Analyse von Steuerersparnissen aus Fremdfinanzierung ist davon auszugehen, dass das betrachtete verschuldete Unternehmen eine bestimmte Verschuldungspolitik verfolgt. Zu den in der Literatur verbreitetsten Finanzierungspolitiken im Rahmen des DCF-Ansatzes gehören die autonome (passive) und wertorientierte (aktive) Finanzierungspolitik. Unabhängig von der verfolgten Finanzierungspolitik ist das verschuldete Unternehmen insolvenzgefährdet und hat risikoangepasste Fremdkapitalkosten in Höhe von r_D ²⁰ auf den Fremdkapitalbestand D_t zu entrichten. Das Fremdkapital beziehungsweise der Kredit wird im Zeitpunkt $t - 1$ in Höhe von D_{t-1} aufgenommen und ist eine Periode später in vollem Umfang zu tilgen. Wird im Zeitpunkt t erneut ein Kredit in Höhe von D_t aufgenommen, so beträgt die Veränderung des Fremdkapitalbestandes des verschuldeten Unternehmens $\Delta D_{t-1, t} = D_t - D_{t-1}$.

Ein Unternehmen verfolgt eine autonome Finanzierungspolitik, wenn alle zukünftigen absoluten Fremdkapitalbestände D_t, D_{t+1}, \dots, D_T deterministisch und unabhängig vom künftigen Wert einer verschuldeten Unternehmung V_t^L sind. Daraus folgt, dass zukünftige Fremdkapitalquoten $l_t = \frac{D_t}{V_t^L}$ ebenfalls Zufallsvariablen sind. In der Literatur wird folgende Bewertungsgleichung für das Tax Shield bei autonomer

¹⁹*Streitferdt* (2010) und *Streitferdt* und *Meitner* (2011) verwenden einen additiven Prozess für die Modellierung der Steuerbemessungsgrundlage. Dieser Prozess ermöglicht Vorzeichenwechsel der Bemessungsgrundlage, erschwert jedoch die Bestimmung der Kapitalkosten mit Hilfe des CAPM sowie die des Marktpreises des Risikos. Diese Größen sind dann zusätzlich vom zeit-/periodenspezifischen Assetpreis abhängig.

²⁰In Abschnitt (5.2.2) wird diese Annahme auf im Zeitablauf veränderliche, risikoangepasste Fremdkapitalzinsen $r_{D,t}$ erweitert.

Finanzierung gemäß des APV-Verfahrens vorgeschlagen²¹

$$V_t^{TS,auton.} = \sum_{s=t+1}^T \frac{(e^{r_D} - 1) \cdot \tau \cdot D_{t-1}}{e^{r_D(s-t)}}. \quad (5.2.3)$$

Für den Rentenfall mit dauerhaft konstantem Fremdkapitalbestand $D_t = D_0$ vereinfacht sich die Bewertungsgleichung zu

$$V_t^{TS,auton.} = \frac{(e^{r_D} - 1) \cdot \tau \cdot D_0}{(e^{r_D} - 1)} = \tau \cdot D_0. \quad (5.2.4)$$

Die Verfechter von Gleichung (5.2.3) argumentieren, dass wegen der zustandsunabhängigen künftigen Fremdkapitalbestände lediglich das Kreditrisiko bei der Bewertung der Steuervorteile zu berücksichtigen sei. Dieses ist im geforderten Kreditzinssatz r_D reflektiert.²² Bei Annahme von riskantem Fremdkapital verbirgt sich hinter dieser Formulierung ein zentrales Problem: der risikoangepasste Zins. Dieser wird nur ein einziges Mal, zu Beginn der Kreditbeziehung in $t = 0$, festgelegt und anschließend nicht mehr angepasst. Da sich im Zeitablauf durch den EBITDA-Prozess auch die Erwartungen und die Risikoeigenschaften der künftigen Überschüsse verändern, erscheint die Annahme eines unveränderten Kreditzinssatzes nicht sehr realistisch. Aus diesem Grund wird in diesem Beitrag angenommen, dass die Gläubiger den geforderten Kreditzinssatz r_D anpassen können. Diese Anpassung geschieht einmal pro Jahr und wird in Abschnitt 5.2.2 motiviert.

Im Vergleich zur autonomen Finanzierung werden bei wertorientierter Finanzierungspolitik die Ausprägungen der künftigen Fremdkapitalquoten l_t, l_{t+1}, \dots, l_T von den Unternehmenseignern festgelegt. Dies führt in Verbindung mit unsicheren künftigen Unternehmenswerten V_t^L wegen $l_t = \frac{D_t}{V_t^L}$ zu unsicheren künftigen Fremdkapitalbeständen D_t . Das dadurch induzierte zusätzliche Risiko des Fremdkapital-

²¹Die Wahl des Diskontierungsfaktors des Tax Shield wird spätestens seit *Myers* (1974) diskutiert. *Myers* (1974) propagierte, dass der Wert des Tax Shield durch Diskontierung der Steuervorteile aus Fremdfinanzierung mit den Fremdkapitalkosten zu berechnen ist.

²²Vgl. beispielsweise *Myers* (1974) oder auch *Massari, Roncaglio* und *Zanetti* (2007).

niveaus führt zu folgender Bewertungsgleichung für das Tax Shield:²³

$$V_t^{TS,wert.} = \sum_{s=t+1}^T \frac{E[D_{s-1}] \cdot (e^{r_D} - 1) \cdot \tau}{e^{(r_D + r_T^u)(s-t-1)}}. \quad (5.2.5)$$

Die Anpassung des Kreditvolumens geschieht einmal pro Jahr auf Basis des am Jahresende realisierten $EBITDA_t$ beziehungsweise V_t^L .²⁴

Im Rentenmodell mit dauerhaft konstantem Verschuldungsgrad und konstantem erwarteten Fremdkapitalbestand D_0 kann die folgende Bewertungsgleichung hergeleitet werden:

$$V_t^{TS,wert.} = \tau \cdot D_0 \cdot \frac{(e^{r_D} - 1) \cdot e^{r_T^u}}{(e^{r_T^u} - 1) \cdot e^{r_D}}. \quad (5.2.6)$$

Die getroffene Annahme bezüglich der Finanzierungspolitik hat bereits ohne Berücksichtigung von Zinsschranke und Insolvenzrisiko erheblichen Einfluss auf den Wert der Steuervorteile und auf den Wert des Unternehmens.²⁵ In der Literatur zur Analyse von Steuereffekten der Fremdfinanzierung finden sich unterschiedliche Annahmen bezüglich der Finanzierungspolitik: *Homburg, Stephan* und *Weiß* (2004) lehnen die autonome Finanzierungspolitik mit Verweis auf die fehlende Anpassung der Kreditbedingungen an gegebenenfalls auftretende Änderungen des Kreditrisikos ab und analysieren lediglich die Wirkung einer wertorientierten Politik. *Rapp* (2006) unterstellt ebenfalls eine wertorientierte Politik, orientiert sich allerdings nicht am Markt- sondern am Buchwert des Fremdkapitals. *Förster, Stöckl* und *Brenken* (2009) und *Streitferdt* (2010) gehen von einer autonomen Finanzierungspolitik aus. *Mai* (2008) analysiert mit Hilfe eines zweiperiodigen Binomialbaums für beide Politiken mit risikolosem Fremdkapital die Wirkung der Zinsschranke. *Kruschwitz, Lodowicks* und *Löffler* (2005) und *Lodowicks* (2007) lassen unterschiedliche Finanzierungspo-

²³Vgl. beispielsweise *Arzac* und *Glosten* (2005), S. 455 ff.

²⁴Gemäß *Fischer, Heinkel* und *Zechner* (1989) wäre eine laufende Anpassung des Fremdkapitalbestandes wegen der dabei anfallenden Transaktionskosten keine realistische Annahme.

²⁵Im Zeitpunkt der Bewertung besteht keinerlei Möglichkeit die Validität der vom Unternehmensbewerter getroffenen Annahme zu verifizieren. Vgl. hierzu *Schwetzler* (2000).

litiken zu.²⁶ In der vorliegenden Untersuchung sollen beide der genannten Finanzierungspolitiken hinsichtlich ihres Einflusses auf den Wert des Tax Shield analysiert werden.

Ausfallrisiko und Insolvenz

Nach der Trade-Off-Theorie der optimalen Kapitalstruktur sind dem Steuervorteil der Fremdfinanzierung entsprechende Nachteile gegenüber zu stellen. Von großer Bedeutung sind Effekte einer möglichen Insolvenz: Mit zunehmendem Fremdkapitalbestand steigt die Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen nicht in der Lage ist, Zins- und Tilgungszahlungen vertragsgemäß zu leisten. Bei der Analyse fremdfinanzierungsbedingter Steuervorteile spielt deshalb die Modellierung der Insolvenz und deren Konsequenzen eine wichtige Rolle. Eine Insolvenz ist grundsätzlich gegeben, falls bilanzielle Überschuldung oder Zahlungsunfähigkeit vorliegen. In der vorliegenden Arbeit wird als Insolvenzauslöser die Zahlungsunfähigkeit nach § 17 InsO verwendet. Bei Insolvenzeintritt ist das Unternehmen nicht mehr in der Lage, aus dem realisierten freien Cashflow die Zahlungen an seine Gläubiger termingerecht zu leisten.²⁷ Formal lautet die daraus abzuleitende Insolvenzbedingung

$$FCF_t^L < e^{r^D} \cdot D_{t-1} - D_t \quad (5.2.7)$$

beziehungsweise

$$EBITDA_t - INV_t < e^{r^D} \cdot D_{t-1} - D_t, \quad (5.2.8)$$

²⁶Die risikoneutrale Formulierung der Bewertungsgleichung für die Steuervorteile lässt die Frage offen, ob die Adjustierung den Fremdkapitalbestand und/oder die damit verbundenen Zinssätze betrifft. Vgl. *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler (2005)* oder auch *Lodowicks (2007)*.

²⁷Insolvenzauslösende sind somit die Gläubiger des Unternehmens. Die Frage, ob Insolvenz auch bei Eigenfinanzierung zum Beispiel durch den Fiskus ausgelöst werden kann, wird in der Literatur kaum thematisiert.

wobei FCF_t^L die freien Cashflows eines verschuldeten Unternehmens und INV_t den Betrag für die Brutto-Investitionen des Unternehmens bezeichnen. Die Brutto-Investitionen werden annahmegemäß zeitlich vor den Zahlungen an die Gläubiger getätigt.²⁸

Im Weiteren wird der sogenannte Rentenfall mit konstanten erwarteten freien Cashflows modelliert. Es ist dann plausibel, von einem gleichbleibenden Vermögensbestand des zu bewertenden Unternehmens auszugehen und Abschreibungen in gleicher Höhe der Investitionsauszahlungen anzunehmen. In diesem Fall gilt $EBIT_t = FCF_t^L$ und damit für den Insolvenzauslöser

$$EBIT_t < e^{r_D} \cdot D_{t-1} - D_t. \quad (5.2.9)$$

Bezüglich der in Gleichung (5.2.9) mit $D_t - D_{t-1}$ enthaltenen Veränderung des Fremdkapitalbestandes ist nun zwischen autonomer und wertorientierter Finanzierungspolitik zu differenzieren:

- Bei autonomer Finanzierungspolitik gilt im Rentenmodell $D_t = D_0 \forall t$. Die Insolvenzbedingung lautet dann $EBIT_t < (e^{r_D} - 1) \cdot D_0$.
- Im Fall der wertorientierten Finanzierungspolitik kommt es auch im Rentenmodell bei konstanter Fremdkapitalquote $l_t = l_0 \forall t$ zu möglichen Tilgungszahlungen $D_{t-1} - D_t > 0$, falls ein Rückgang des Unternehmenswertes eine Rückzahlung von Krediten erfordert. Der Insolvenzauslöser lautet hier weiterhin $EBIT_t < e^{r_D} \cdot D_{t-1} - D_t$.

Die entsprechende Insolvenzbedingung wird am Ende jeder Periode anhand der zu jenen Zeitpunkten realisierten Größen geprüft.

Die möglichen Konsequenzen einer Insolvenz auf den Wert des Tax Shield erfordern eine Reihe weiterer Annahmen:

²⁸Eine Kürzung des Investitionsvolumens zur Vermeidung der Insolvenz wäre mit der Annahme unvereinbar, dass eigen- und fremdfinanzierte Unternehmen identische Investitionsprogramme (beziehungsweise EBITDA-Prozesse) aufweisen sollen.

1. Alle Marktteilnehmer und damit auch die Kapitalgeber sind sich über die zukünftige Verteilung des EBITDA einig. Dies bedeutet, dass Gläubiger und Eigenkapitalgeber homogene Erwartungen besitzen und somit über den gleichen Informationsstand verfügen.²⁹
2. Es werden Unternehmen mit der Rechtsform einer Kapitalgesellschaft betrachtet. Somit ist Privathaftung ausgeschlossen und für die Befriedigung der Gläubigeransprüche stehen nur die freien Cashflows zur Verfügung.
3. Im Jahr des Eintritts der Insolvenz erzielt das Unternehmen eine fremdfinanzierungsbedingte Steuerersparnis in Höhe von $\tau \cdot \min((e^{r_D} - 1) \cdot D_{t-1}; \text{EBIT}_t)$. Es wird angenommen, dass die Gläubigeransprüche gegenüber denen des Fiskus priorisiert werden. Deshalb wird die Steuerersparnis in vollem Umfang den Gläubigern gutgeschrieben.³⁰
4. Die Vergleichbarkeit mit einem eigenfinanzierten Unternehmen macht die Annahme notwendig, dass das fremdfinanzierte Unternehmen nach Insolvenzeintritt eigenfinanziert fortgeführt wird.³¹ Somit fallen in den Jahren nach Eintritt der Insolvenz keine weiteren Steuervorteile durch Fremdfinanzierung mehr an.³²

²⁹Für eine Diskussion dieser Annahme vgl. beispielsweise *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler (2005)*, S. 225.

³⁰Im Fall der autonomen Finanzierungspolitik sind Zahlungsunfähigkeit und positive Steuerbemessungsgrundlage nicht gleichzeitig möglich. Bei wertorientierter Finanzierungspolitik kann dieser Fall hingegen eintreten. Trotzdem hat die mögliche Steuerersparnis auf die Zinsaufwendungen keinen Einfluss auf die Auslösung der Insolvenz durch die Gläubiger. Diese müssen die Insolvenz auslösen, um über die Priorisierung ihrer Ansprüche in der Insolvenz gegenüber dem Fiskus die Steuerersparnis zugeschrieben zu bekommen.

³¹Für die Annahme zum Zweck der Vergleichbarkeit vgl. zum Beispiel *Rapp (2006)*, S. 779 oder auch *Lodowicks (2007)*, S. 35.

³²Vgl. auch *Lodowicks (2007)*, S. 28 ff., der diese Annahme mit der Unmöglichkeit der Modellierung von neuen Finanzierungsverhandlungen zwischen Eigentümern und Gläubigern nach Insolvenzeintritt begründet. *Rapp (2006)* und *Streitferdt (2010)* gehen hingegen davon aus, dass die Steuervorteile aus der Fremdfinanzierung auch nach Eintritt der Insolvenz realisiert werden können.

Risikoangepasste Kreditzinssätze

Kreditgeber prüfen nicht nur regelmäßig, ob das dementsprechende Insolvenz Kriterium eingetreten ist, sondern beobachten auch laufend, wie sich die Ausfallwahrscheinlichkeit und damit das Kreditrisiko im Zeitablauf ändern. In vorliegender Arbeit wird deshalb davon ausgegangen, dass die Fremdkapitalgeber bei Veränderungen des Kreditrisikos eine Anpassung des Fremdkapitalzinssatzes r_D an die geänderte Risikosituation durchsetzen. Im Falle einer Verringerung des Risikos werden die Unternehmenseigentümer eine Nachverhandlung und Anpassung durchsetzen. Hierzu ist nicht unbedingt die Modellierung von neuen Verhandlungen zwischen Eigentümern und Gläubigern erforderlich. Es wird angenommen, dass sich die Parteien in $t = 0$ auf eine automatische Anpassung des Kreditzinssatzes in Abhängigkeit des Unternehmens-Ratings über einen sogenannten Rating-Trigger einigen.³³ Dies impliziert, dass das Rating indirekt über die Kreditzinsen einen Einfluss auf den Wert der Steuerersparnisse hat.

In diesem Beitrag wird die Anpassung des Fremdkapitalzinssatzes mit Hilfe einer Rating Tabelle modelliert, die sich an denen der Rating-Agenturen Standard & Poors (S&P), Fitch und Moody's orientiert. Leider geben diese nicht bekannt, welche Daten und Methoden zur Bestimmung eines Unternehmensratings verwendet werden.³⁴ Es kann allerdings davon ausgegangen werden, dass Kennzahlen aus Bilanz und GuV des Vorjahres für eine Bestimmung des Ratings herangezogen werden.³⁵

Auf Basis der in Abschnitt 5.2.2 aufgestellten Insolvenz Kriterien werden am jeweiligen Periodenende die Ausfallwahrscheinlichkeiten P^D berechnet. Die Verteilung des $EBIT_t$ kann durch das in $t - 1$ realisierte $EBIT_{t-1}$, σ und α bestimmt werden. Für

³³Zu Rating-Triggers vgl. allgemein *Bhanot und Mello* (2006).

³⁴Dies wird nicht erst seit der Finanzkrise von 2008 in den Medien und der Politik bemängelt. Vgl. beispielsweise *United States Securities and Exchange Commission* (2003).

³⁵Vgl. *Kaplan und Urwitz* (1979) oder auch *Ayers, LaPlante und McGuire* (2010).

die autonome Verschuldungspolitik ist die Ausfallwahrscheinlichkeit durch

$$P^D (\text{EBIT}_t < (e^{r_{D,t-1}} - 1) \cdot D_{t-1}) = N \left(\frac{\ln \left(\frac{(e^{r_{D,t-1}} - 1) D_{t-1}}{\text{EBIT}_{t-1}} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right)}{\sigma} \right) \quad (5.2.10)$$

und für wertorientierte Verschuldungspolitik durch

$$P^D ((1 + \Gamma_t) \text{EBIT}_t < e^{r_{D,t-1}} \cdot D_{t-1}) = N \left(\frac{\ln \left(\frac{e^{r_{D,t-1}} \cdot D_{t-1}}{(1 + \Gamma_{t-1}) \text{EBIT}_{t-1}} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right)}{\sigma} \right) \quad (5.2.11)$$

$$\text{mit } \Gamma_{t-1} = \frac{l(1 - \tau) \sum_{k=t}^T e^{(-r_{\tau}^u + \mu - \frac{1}{2} \sigma^2)(k-t-1)}}{1 - l \cdot \tau \cdot \frac{r_{D,t-1}(1+r_{\tau}^u)}{r_{\tau}^u(1+r_{D,t-1})}},$$

gegeben.³⁶

Unter Verwendung der berechneten Ausfallwahrscheinlichkeiten wird dann anhand einer Rating-Tabelle³⁷ der Kreditrisikoaufschlag RP auf den konstanten risikolosen Zinssatz r_f zur Bestimmung des geforderten Fremdkapitalsatzes $r_{D,t}$ für die Folgeperiode ermittelt. Für die Bestimmung von $r_{D,t} = r_f + RP$ wird im weiteren Tabelle 5.1 zu Grunde gelegt.

An dieser Stelle ist es wichtig, dass zukünftige Fremdkapitalkosten nicht im Bewertungszeitpunkt bekannt sein müssen. Es handelt sich um bedingte, erwartete Renditen für die jeweilige Periode. Sie können zur Lösung des Bewertungsproblems genutzt werden, da Gläubiger und Eigenkapitalgeber homogene Erwartungen besitzen und sich über den Rating-Trigger einig sind.

³⁶Eine Herleitung für (5.2.10) und (5.2.11) findet sich im Anhang.

³⁷Die Ratingagenturen S&P, Moody's und Fitch veröffentlichen regelmäßig Tabellen, in denen einer bestimmten Ausfallwahrscheinlichkeit der geschätzte Zinsaufschlag gegenübergestellt wird. Die Tabelle 5.1 ist in Anlehnung an diese Veröffentlichungen erstellt worden.

Tabelle 5.1: Zuordnung der Kreditrisikoaufschläge zu Ausfallwahrscheinlichkeiten.

Rating	Ausfallwahrscheinlichkeit $P^D(*)$	Kreditrisikoaufschlag RP
AAA	0,18%	1,0%
AA+ bis AA-	0,42%	1,5%
A+ bis A-	0,62%	2,0%
BBB+ bis BBB-	1,89%	3,0%
BB+ bis BB-	9,27%	4,0%
B+ bis B-	28,24%	6,0%
CCC bis C	43,42%	8,0%

5.2.3 Steuerliche Annahmen und Regelungen

Bevor einige Voraussetzungen zur Modellierung der Zinsschranke erläutert werden, bietet es sich an dieser Stelle an einige Annahmen bezüglich der steuerlichen Regelungen zu treffen:

- Es werden lediglich Steuern auf Unternehmensebene betrachtet.
- Bei negativer steuerlicher Bemessungsgrundlage existiert in diesem Modell kein sofortiger steuerlicher Verlustausgleich. Der sofortige steuerliche Verlustausgleich ist eine Standardannahme in der einschlägigen Literatur zu fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteilen in der Unternehmensbewertung.³⁸
- Es werden keine Verlustvorträge berücksichtigt.³⁹
- Bei beschränkter Haftung ist die Priorisierung der Zahlungsansprüche bei Zahlungsausfällen von Bedeutung. Erstens wird angenommen, dass bei teilweisem Ausfall der Zahlungen die Gläubiger von ihrem Wahlrecht nach § 367 BGB in der Weise Gebrauch machen, dass sie zuerst Zinsen und anschließend Tilgung

³⁸Vgl. beispielsweise *Rapp* (2006), S. 776 oder auch *Lodowicks* (2007), S. 27. *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler* (2005), S. 231, setzen eine Minimumbedingung für die steuerliche Bemessungsgrundlage, die entsprechende Steuerersparnisse sicherstellt.

³⁹Ein "normaler" Verlustvortrag ist in dem hier betrachteten Modell nicht möglich. Aufgrund des angenommenen EBITDA-Prozesses kann eine negative Steuerbemessungsgrundlage nur bei Insolvenz des Unternehmens auftreten.

verrechnen. Zweitens wird bei gleichzeitigen Zahlungsansprüchen des Fiskus und der Gläubiger davon ausgegangen, dass die Gläubiger priorisiert werden.⁴⁰

- Bei beschränkter Haftung und teilweiseem Ausfall der Gläubiger erzielen die Eigentümer des Unternehmens einen finanziellen Vorteil als sogenannten Sanierungsgewinn. Es wird angenommen, dass dieser Sanierungsgewinn nicht besteuert wird.⁴¹

Die Regelungen des § 4h Abs. 1 EStG gestatten einen Abzug der Nettozinsaufwendungen bis zu einer Höhe von maximal 30% des (steuerrechtlichen) Ergebnisses vor Zinsen, Steuern und Abschreibungen (EBITDA). Übersteigen die Nettozinsaufwendungen 30% des EBITDA gemäß $(e^{r^D} - 1) \cdot D_{t-1} > 0,3 \cdot \text{EBITDA}_t$, kommt es zum Greifen der Zinsschranke. Der überschießende Betrag $(e^{r^D} - 1) \cdot D_{t-1} - 0,3 \cdot \text{EBITDA}_t$ wird als Zinsvortrag ZV_t in das zukünftige Jahr übertragen. Unterschreiten in den folgenden Wirtschaftsjahren die Nettozinsaufwendungen 30% des EBITDA, kann der vorhandene Zinsvortrag in Höhe der Differenz zwischen EBITDA und Nettozinsaufwendungen steuerrechtlich geltend gemacht werden. Die Ausnahmetatbestände gemäß § 4h Abs. 2 EStG⁴², bei deren Vorliegen die Zinsschrankenregelung keine Anwendung findet, sollen bei dieser Betrachtung vernachlässigt werden.

Entsprechend der in der Praxis geäußerten Befürchtungen soll der maximale “Schaden” als Wertverlust der Steuerersparnis durch die Zinsschranke quantifiziert werden. Durch den mit dem Wachstumsbeschleunigungsgesetz im Jahr 2009 eingeführten EBITDA-Vortrag würde dieser Nachteil verringert. Deshalb wird auf eine Modellierung des EBITDA-Vortrages verzichtet.⁴³

⁴⁰Vergleichbare Annahmen finden sich bei *Rapp* (2006) und *Lodowicks* (2007). *Homburg, Stephan und Weiß* (2004), S. 280, hingegen nehmen gleichberechtigte Ansprüche von Gläubigern und Fiskus an.

⁴¹Mit Verweis auf ein BMBF Schreiben v. 27.3.2003, *Homburg, Stephan und Weiß* (2004), S. 280 ff., *Rapp* (2006), S. 776, *Lodowicks* (2007), S. 35. *Kruschwitz, Lodowicks und Löffler* (2005), S. 228, gehen hingegen von einem steuerpflichtigen Sanierungsgewinn aus.

⁴²Zu den Ausnahmetatbeständen gehören die Freigrenze, die Konzernklausel und die Eigenkapitalklausel. Eine Übersicht findet sich in *Mai* (2008) und *Arnold und Lahmann* (2010).

⁴³Vgl. für eine formale Analyse des EBITDA-Vortrages *Arnold, Lahmann und Schwetzler* (2011a).

5.3 Die Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis - Herleitung der Bewertungsgleichungen

In diesem Kapitel werden die Gleichungen zur Bewertung der Steuerersparnisse der nächsten Periode bis $t + 1$ aus Sicht eines beliebigen Zeitpunktes t abgeleitet. Sofern in diesem Zeitpunkt die maßgeblichen Parameter bekannt sind, ist es möglich den Wert der Steuerersparnisse durch geschlossene Formeln zu bewerten. Die Berechnung der Nächstjahres-Steuerersparnis (der Periode $t + 1$) wird im Weiteren als “periodengerechte Wertermittlung” bezeichnet.

Im Folgenden werden drei Fälle näher betrachtet:

1. Bewertung des Tax Shield ohne Berücksichtigung der Zinsschranke, ohne Einbezug der Insolvenz;
2. Bewertung des Tax Shield ohne Berücksichtigung der Zinsschranke, mit Einbezug der Insolvenz;
3. Bewertung des Tax Shield mit Berücksichtigung der Zinsschranke und mit Einbezug der Insolvenz.⁴⁴

Es handelt sich in diesem Kapitel ausschließlich um Bewertungsprobleme bei denen in t alle Parameter bekannt sind: Fremdkapital und -kosten, $EBITDA_t$, α und bei denen die Steuerersparnisse in $t + 1$ vom stochastischen $EBITDA_{t+1}$ abhängen. Im darauffolgenden Kapitel werden diese periodengerechten Formeln auch für spätere Zeitpunkte angewendet.⁴⁵

⁴⁴Eine Betrachtung des Szenarios “Tax Shield bei Berücksichtigung der Zinsschranke ohne Einbezug der Insolvenz” ist nicht sinnvoll, da der Einfluss der Zinsschranke trivialerweise steigt, sofern das Fremdkapital immer größer wird.

⁴⁵Durch die Möglichkeit einer Insolvenz, Anpassung der Fremdkapitalzinsen und Berücksichtigung der Zinsschranke entstehen dann Pfadabhängigkeiten die geschlossene Lösungen unmöglich machen. Daher werden bei der Betrachtung mehrere Perioden numerische Lösungsmethoden Anwendung finden.

5.3.1 Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis ohne Zinsschranke und ohne Insolvenz

Herleitung der Bewertungsgleichung

Durch die getroffenen Annahmen lassen sich die fremdfinanzierungsbedingten Steuerersparnisse in $t + 1$, wie folgt ermitteln:

$$TS_{t+1} = \tau \max \left(0; \min \left(\underbrace{\alpha \cdot \text{EBITDA}_{t+1}}_{\text{EBIT}_{t+1}}; (e^{r_D} - 1)D_t \right) \right). \quad (5.3.1)$$

Gleichung (5.3.1) entspricht den im Modell gesetzten steuerlichen Annahmen ohne Berücksichtigung der Zinsschranke und Insolvenz: Für den Fall der nicht vollständigen Anrechnung von Zinsaufwendungen gemäß $\alpha \cdot \text{EBITDA}_{t+1} < (e^{r_D} - 1)D_t$ entspricht die Steuerersparnis dem Produkt aus Steuersatz τ und EBIT_{t+1} . Dies bedeutet, dass überschießende Zinsaufwendungen $(e^{r_D} - 1)D_t - \alpha \cdot \text{EBITDA}_{t+1}$ nicht steuermindernd genutzt werden können. Für den Fall $\alpha \cdot \text{EBITDA}_{t+1} \geq (e^{r_D} - 1)D_t$ führt der gesamte Zinsaufwand zu entsprechenden Steuerersparnissen.

Aufgrund der getroffenen Annahmen und der stochastischen Eigenschaften des EBITDA lässt sich Gleichung (5.3.1) als ein Portfolio, bestehend aus einer Long Position des EBITDA und einem Short Call mit einem Strike X von $\frac{1}{\alpha}(e^{r_D} - 1)D_t$, interpretieren:⁴⁶

$$TS_{t+1} = \tau \alpha \left(\text{EBITDA}_{t+1} - \max \left(0; \text{EBITDA}_{t+1} - \frac{1}{\alpha}(e^{r_D} - 1)D_t \right) \right). \quad (5.3.2)$$

Auch ökonomisch macht hier die vorgenommene Interpretation Sinn: Der Fiskus hält einen Call, nach dessen Ausübung seine Steuereinnahmen nicht mehr durch Fremdkapitalzinsen verringert werden. Der Barwert im Zeitpunkt t des in $t + 1$ realisierten Zahlungsstroms gemäß Gleichung (5.3.2) entspricht dem Erwartungswert

⁴⁶In der Literatur findet sich in diesem Zusammenhang auch die Bezeichnung Capped Call, wobei der Short Call als Cap fungiert. Vgl. zur analogen Bewertung von Verlustvorträgen *Piehler* und *Schwetzler* (2010) und *Streitferdt* (2010).

unter \mathbb{Q} diskontiert mit dem risikolosen Zinssatz r_f :

$$PV_t(TS_{t+1}) = e^{-r_f} \tau \alpha \left(E_{\mathbb{Q}} [\text{EBITDA}_{t+1}] - E_{\mathbb{Q}} \left[\max \left(0; \text{EBITDA}_{t+1} - \frac{1}{\alpha} (e^{r_D} - 1) D_t \right) \right] \right), \quad (5.3.3)$$

beziehungsweise mit $C = e^{-r_f} E_{\mathbb{Q}} \left[\max \left(0; \text{EBITDA}_{t+1} - \frac{1}{\alpha} (e^{r_D} - 1) D_t \right) \right]$

$$PV_t(TS_{t+1}) = \tau \alpha \left(e^{-r_f} E_{\mathbb{Q}} [\text{EBITDA}_{t+1}] - C \right). \quad (5.3.4)$$

Dabei bezeichnen $PV_t(\cdot)$ den Barwert zum Zeitpunkt t , C den Barwert eines Calls und $E_{\mathbb{Q}}$ den Erwartungswert unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q} . Um eine risikoneutrale Bewertung zu vollziehen, ist der stochastische Prozess des EBITDA anzupassen. Dafür ist es erforderlich, das bisher verwendete tatsächliche Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P} in ein dazu äquivalentes, risikoneutrales Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q} zu überführen, unter dem EBITDA ein Martingal wird.⁴⁷ Es ergibt sich die folgende analytische Bewertung für die periodengerechten fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile.⁴⁸

$$PV_t(TS_{t+1}) = \tau \alpha \left(\text{EBITDA}_t - \left(\text{EBITDA}_t \cdot N(d_1) + \frac{1}{\alpha} (e^{r_D} - 1) D_t e^{-r_f} \cdot N(d_2) \right) \right), \quad (5.3.5)$$

wobei $d_1 = \frac{\ln \left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\alpha} (e^{r_D} - 1) D_t} \right) + (r_f + \frac{1}{2} \sigma^2)}{\sigma}$ und $d_2 = d_1 - \sigma$.

Die Formel ist lösbar, falls D_t und EBITDA_t bekannt sind.

Ein Zahlenbeispiel

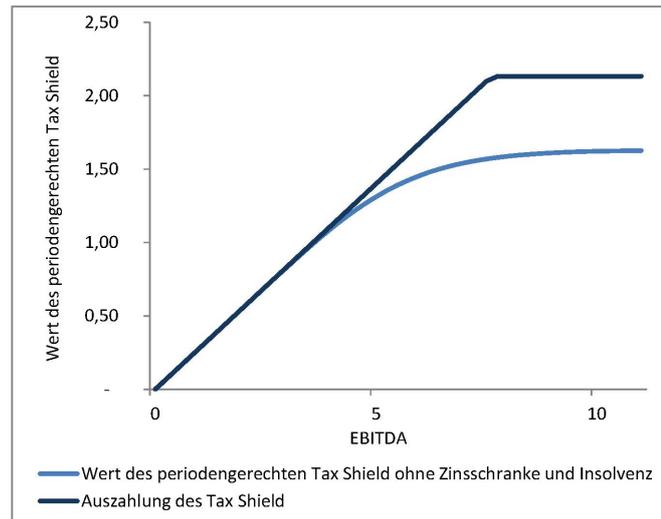
Ein Zahlenbeispiel soll die Bewertung der Steuerersparnis anhand der hergeleiteten Gleichungen (5.3.2) und (5.3.5) erläutern. Die Parametern $r_D = r_f = 3\%$, $D_t = 200$, $\alpha = 0,8$,

⁴⁷Dazu muss die folgende Substitution in Gleichung (5.2.1) vorgenommen werden: $dW = -\frac{\mu - r_f}{\sigma} dt + dW^*$, wobei dW^* eine Brownsche Bewegung unter \mathbb{Q} darstellt. Vgl. beispielsweise *Shreve* (2004), S. 214 ff.

⁴⁸Die Herleitung des Ausdruckes C kann Anhang C.2.1 entnommen werden.

$\sigma = 30\%$ und $\tau = 35\%$ sind bekannt. Die folgende Abbildung 5.1 stellt die unter diesen Bedingungen resultierende Zahlungsstruktur (Payoff in T) sowie den Barwert in t der erzielbaren Steuerersparnisse in Abhängigkeit vom EBITDA dar.

Abbildung 5.1: Theoretischer Wert des Tax Shield.



Zum Optionscharakter des Steuerersparnisse in Abbildung 5.1:

- Ist das $EBITDA_{t+1}$ kleiner gleich dem Zinsaufwand geteilt durch α , $\frac{1}{\alpha}(e^{r_D} - 1)D_t$, führt jede Erhöhung des realisierten $EBITDA_{t+1}$ um eine Einheit zu einem Anstieg des Tax Shield um $\alpha \cdot \tau$.
- Übersteigt das $EBITDA_{t+1}$ die Höhe des Zinsaufwandes geteilt durch α in unserem Beispiel $\frac{1}{0,8}(e^{0,03} - 1)200 = 7,61$, wird die maximale Steuerersparnis in Höhe von $\tau(e^{r_D} - 1)D_t = 0,35(e^{0,03} - 1)200 = 2,13$ realisiert. Darüber hinaus sind keine weiteren Steuerersparnisse mehr möglich.

Mit Hilfe der Bewertungsgleichung (5.3.5) lassen sich durch eine Ceteris-Paribus-Analyse optionspreistheoretische Erkenntnisse zu den Einflussfaktoren auf den Barwert von $PV_t(TS_{t+1})$ aufzeigen:

- Die Höhe des $EBITDA_t$ hat positiven Einfluss auf den Wert der Steuerersparnis in $t + 1$. Sie determiniert gemeinsam mit den Parametern des stochastischen Prozesses die Verteilung der künftigen Steuerbemessungsgrundlage. Wie in Abbildung 5.1

zu erkennen ist, ist der Barwert der periodengerechten Steuerersparnisse vom Ausgangswert $EBITDA_t$ abhängig. Ein höheres $EBITDA_t$ hat immer positiven Einfluss auf die Steuerersparnisse. Allerdings wird bei gegebenem Zinsaufwand der Wertzuwachs immer kleiner, da die maximale Steuerersparnis irgendwann mit Sicherheit eintritt.

- Die Höhe von D_t steigert den Barwert der Steuerersparnis. Ein Anstieg des Fremdkapitals erhöht den Strike des Portfolios. Höhere Fremdkapitalbestände führen zu höheren Zinsaufwendungen, die auch bei unsicheren und unveränderten künftigen Steuerbemessungsgrundlagen zu höheren Steuerersparnissen führen.
- Die Volatilität hat ceteris paribus einen negativen Einfluss auf $PV_t(TS_{t+1})$: Eine zunehmende Streuung der Zufallsvariable $EBITDA_{t+1}$ führt zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit, dass wegen $\alpha EBITDA_{t+1} < (e^{r_D} - 1)D_t$ Teile des Zinsaufwandes nicht in entsprechende Steuerersparnisse umgesetzt werden können und verloren gehen.
- α repräsentiert den nicht durch Abschreibungsgegenwerte abgedeckten Teil des EBITDA, der entsprechende Steuerersparnisse durch Zinsaufwand ermöglichen kann. Eine Erhöhung von α erhöht ceteris paribus das Tax Shield.
- Zusätzlich treten indirekte Effekte bei einer gegebenenfalls eintretenden Veränderung des Kreditrisikos auf. Eine Erhöhung des Kreditrisikos durch eine exogene Erhöhung von σ oder D_t beziehungsweise eine Verringerung von $EBITDA_t$, führt über den entsprechenden Anstieg von r_D zu einer Erhöhung von $PV_t(TS_{t+1})$ und vice versa.⁴⁹

⁴⁹Die Anpassung des Fremdkapitalzinssatzes wird detaillierter im nächsten Abschnitt diskutiert. *Homburg, Stephan und Weiß* (2004) gelangen zum gleichen Ergebnis bezüglich des Effektes von risikobehaftetem Fremdkapital: ein Anstieg des geforderten Fremdkapitalzinssatzes führt ceteris paribus zu einem höheren Tax Shield. Dort wird der geforderte Zinssatz exogen vorgegeben.

5.3.2 Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis ohne Zinsschranke, mit Insolvenz

Herleitung der Bewertungsgleichung

Im Weiteren wird die Möglichkeit des Insolvenzeintritts und damit verbunden eine Anpassung von r_D an gegebenenfalls geänderte Insolvenzwahrscheinlichkeiten modelliert werden. Der Einbezug einer möglichen Insolvenz setzt die Berücksichtigung eines möglichen Insolvenzeintritts in allen Perioden $s < t$ voraus. Es wird davon ausgegangen dass die Insolvenz bis zur Periode t noch nicht eingetreten ist.⁵⁰ Bei Berücksichtigung der Anpassung von r_D in t ist es notwendig, $t - 1$ in die Betrachtung einzubeziehen. Das Insolvenzkriterium ist allgemein durch $EBIT_{t+1} < e^{r_D} D_t - D_{t+1}$ definiert. Zum Zeitpunkt $t + 1$ vergleichen die Kreditgeber $EBIT_{t+1}$ und $e^{r_D} D_t - D_{t+1}$. Ist das EBIT größer als die zu erbringenden Kreditleistungen liegt keine Insolvenz vor. Bei $EBIT_{t+1} < e^{r_D} D_t - D_{t+1}$ ist das Unternehmen insolvent. Steuervorteile aus Fremdfinanzierung gemäß Gleichung (5.3.1) können annahmegemäß im Zeitpunkt der Insolvenz ($t + 1$) noch realisiert werden. Für alle Zeitpunkte s , mit $s > t$, in denen bereits eine Insolvenz des Unternehmens in t vorlag, können keine Steuervorteile aus Fremdfinanzierung mehr generiert werden, da das Unternehmen annahmegemäß eigenfinanziert weitergeführt wird.

Bevor eine Bewertungsgleichung aufgestellt wird, ist noch der Einfluss der Insolvenzwahrscheinlichkeit auf r_D über die Rating-Trigger Vereinbarung zu erläutern. Die im Zeitablauf mögliche Anpassung von r_D aufgrund einer Änderung der Ausfallwahrscheinlichkeit soll durch das zusätzliche Subskript t Rechnung getragen werden. Für ein nicht insolventes Unternehmens sind die Steuervorteile nun unter Berücksichtigung von $r_{D,t}$ in Gleichung (5.3.1) zu bestimmen, wobei die Ausfallwahrscheinlichkeit P^D aus vergangenheitsorientierten Werten in Abhängigkeit der verfolgten Verschuldungspolitik gemäß der Gleichungen (5.2.10) oder (5.2.11) zu ermitteln ist.

Die für die Bestimmung der zeit- und zustandsabhängigen Werte für TS^{Inso} können Tabelle 5.2 entnommen werden.

Zur Bestimmung der Auswirkungen einer Insolvenz auf den Wert des Tax Shields, ist

⁵⁰Es wird später noch gezeigt, dass bei einer Insolvenz in einer Periode $s \leq t$ der Wert des Tax Shields in $t + 1$ Null betragen würde.

Tabelle 5.2: Darstellung der zeit- und zustandsabhängigen Werte für TS^{Inso}

Zeit	Zustand 1: keine Insolvenz $EBIT_t \geq e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t$	Zustand 2: Insolvenz $EBIT_t < e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t$
t	$\tau\alpha \left(EBITDA_t - \max \left(0; EBITDA_t - \frac{1}{\alpha} (e^{r_{D,t-1}} - 1) D_{t-1} \right) \right)$	
$t + 1$	$\tau\alpha \left(EBITDA_{t+1} - \max \left(0; EBITDA_{t+1} - \frac{1}{\alpha} (e^{r_{D,t}} - 1) D_t \right) \right)$	0

eine Kombination von Optionen gesucht, welche die Zahlungsstruktur aus Tabelle 5.2 abbilden kann. Das TS_{t+1} entfällt, falls im Zeitpunkt t das EBIT die (Insolvenz-) Barriere $B = e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t$ unterschreitet. Für diese Barriere liegt eine Modellierung mit einem Knock-Out-Barrieren-Call nahe. Wird die Down-And-Out-Barriere $e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t$ unterschritten, kann TS_{t+1} nicht mehr realisiert werden.⁵¹ An dieser Stelle wird auf eine solche Modellierung aus folgenden Gründen verzichtet: Die erforderliche Überprüfung der Barriere findet nur zum Zeitpunkt der Berichterstattung statt. Für Barriere-Optionen mit zeitdiskreter Überprüfung existiert keine geschlossene Bewertungsgleichung.⁵² Weitere Erschwernisse sind in diesem Zusammenhang das ermittelte $r_{D,t}$ und das stochastische D_t bei Annahme wertorientierter Verschuldungspolitik, die eine veränderliche Barriere und einen veränderlichen Strike implizieren.

Unter Verwendung der charakteristischen Funktion $\mathbb{1}$ kann in Verbindung mit Gleichung (5.3.2) eine Gleichung zur periodengerechten Berechnung des Tax Shield, unter Berücksichtigung von Insolvenz und dem Einfluss der Ausfallwahrscheinlichkeit auf $r_{D,t}$, folgenderweise aufgestellt werden:

$$TS_{t+1}^{\text{Inso}} = \mathbb{1} \cdot \tau\alpha \left(EBITDA_{t+1} - \max \left(0; EBITDA_{t+1} - \frac{1}{\alpha} (e^{r_{D,t}} - 1) D_t \right) \right), \quad (5.3.6)$$

⁵¹Weitere Modellierungsmöglichkeiten wären beispielsweise die Verwendung einer Asset-or-Nothing-Option. *Lodowicks* (2007) modelliert den Wegfall des Tax Shield in einem zeitdiskreten Modell mit einem Down-And-In-Call.

⁵²Nach Kenntnis der Autoren existieren bisher nur Approximationsgleichungen zur Bewertung von Diskreten-Barriere-Optionen. Vgl. *Haug* (2007), S. 164 ff.

mit

$$\mathbb{1} = \begin{cases} 1 & \text{falls } \text{EBIT}_t \geq e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t \\ 0 & \text{falls } \text{EBIT}_t < e^{r_{D,t-1}} D_{t-1} - D_t. \end{cases} \quad (5.3.7)$$

Die charakteristische Funktion $\mathbb{1}$ gemäß (5.3.7) nimmt den Wert 1 an, falls keine Insolvenz vorliegt und den Wert Null, falls Insolvenz vorliegt. Wenn $r_{D,t}$ und D_t in t bekannte Größen darstellen, kann unter Verwendung einer zu Abschnitt 5.3.1 ähnlichen Vorgehensweise die folgende analytische Bewertung aufgestellt werden:

$$PV_t(TS_{t+1}^{\text{Inso}}) = \mathbb{1} \cdot \tau \alpha (\text{EBITDA}_t - \underbrace{\left(\text{EBITDA}_t \cdot N(d_1^{\text{Inso}}) + \frac{1}{\alpha} (e^{r_{D,t}} - 1) D_t e^{-r_f} \cdot N(d_2^{\text{Inso}}) \right)}_{=C^{\text{Inso}}}), \quad (5.3.8)$$

wobei $d_1^{\text{Inso}} = \frac{\ln\left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\alpha}(e^{r_{D,t}} - 1)D_t}\right) + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma}$ und $d_2^{\text{Inso}} = d_1^{\text{Inso}} - \sigma$ gilt.⁵³

Ein Zahlenbeispiel für das Tax Shield bei Insolvenz

Für die Untersuchung des Einflusses von Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalkosten auf den Wert des Tax Shield werden die im Beispiel aus Abschnitt 5.3.1 getroffenen Annahmen und Parameter verwendet. Aufgrund der unterschiedlichen Insolvenzbedingungen ist es sinnvoll zwischen wertorientierter und autonomer Finanzierungspolitik zu unterscheiden. Wir betrachten zunächst autonome Finanzierungspolitik mit $D_{t-1} = D_t = \dots = D_T = 200$. Eine Kredittilgung entfällt durch diese Vereinfachung. Beträgt das EBITDA im Bewertungszeitpunkt t weniger als 7,61, beziehungsweise beträgt das EBIT gemäß $\alpha \cdot \text{EBITDA}_t$ weniger als 6,09, so liegt Insolvenz vor. In $t + 1$ werden dann keine periodengerechte Steuervorteile mehr realisiert. Die periodengerechten Steuervorteile betragen in $t + 1$ demnach sicher 0 sofern $\text{EBITDA}_t < 7,61$ ist. Bleibt die Firma solvent, wird in diesem Zahlenbeispiel der Maximalwert in Höhe von 2,13 erreicht.

Bei wertorientierter Verschuldungspolitik ist der Sachverhalt komplexer. Hierzu wird

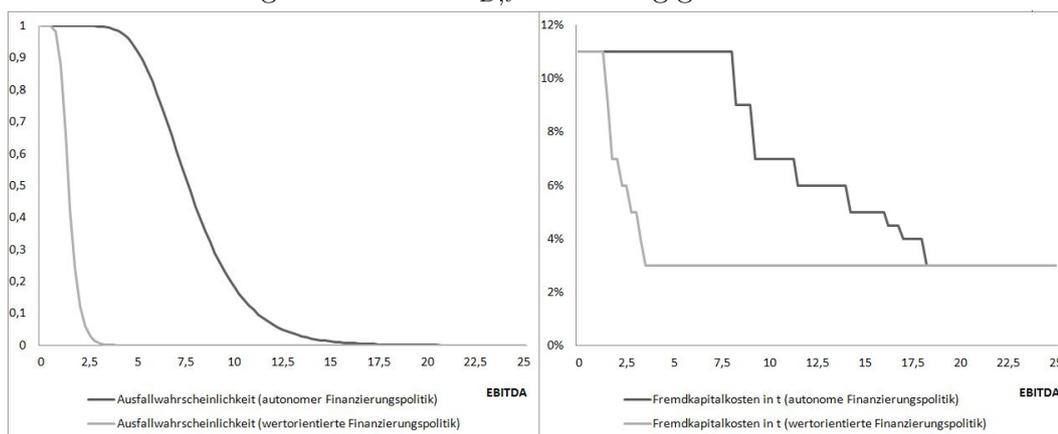
⁵³ C^{Inso} stellt den Wert einer Call-Option mit Strike $X = \frac{1}{\alpha}(e^{r_{D,t}} - 1)D_t$ dar. Eine Motivation des Beweises kann Anhang (C.2.2) entnommen werden.

von einer Fremdkapitalquote von $l = 0,5$ ausgegangen. Das zu prüfende Insolvenz Kriterium ist durch $EBIT_t < e^{r^D} D_{t-1} - D_t$ gegeben. Nun ist der mögliche Insolvenzeintritt zusätzlich von der Kredittilgung $D_{t-1} - D_t$ abhängig. Es sei der Wert von D_{t-1} wieder mit 200 angenommen. Da D_t gemäß Gleichung (C.1.4) berechnet werden kann, besteht zwischen dem in t realisierten $EBITDA_t$ und D_t eine Abhängigkeit.⁵⁴

Sinkt $EBIT_t$ beispielsweise auf 53,62, so ergibt sich bei wertorientierter Finanzierungs politik eine Kredittilgung von $D_{t-1} - D_t = 200 - 152,46 = 47,54$. Nach Hinzurechnung der Zinsen in Höhe von $(e^{r^D} - 1)D_{t-1} = (e^{0,03} - 1) \cdot 200 = 6,09$ ergeben sich Kreditleistungen von 53,63. Diese können nicht aus dem EBIT erbracht werden und das Unternehmen ist insolvent.⁵⁵ Ist im Zeitpunkt t die Insolvenz eingetreten, dann kann in $t + 1$ kein Tax Shield mehr realisiert werden. Wird das Insolvenz Kriterium in t nicht erfüllt, so hängen die in $t + 1$ realisierbaren periodengerechten Steuervorteile von D_t ab. Wird andernfalls ein $EBITDA_t$ in Höhe von 75 angenommen, beträgt $D_t = 170,62$. Da das Unternehmen in t dann nicht insolvent ist, ergeben sich in der Folgeperiode Steuervorteile von bis zu 1,82.

Wird in die Analyse die Anpassung der Fremdkapitalzinsen miteinbezogen, so ist für TS_{t+1}^{Inso} , $r_{D,t}$ auf Basis der Ausfallwahrscheinlichkeit P^D zu bestimmen. In Abhängigkeit von $EBITDA_t$ können Abbildung 5.2 die Ausfallwahrscheinlichkeiten und die Fremdkapitalkosten $r_{D,t}$ für autonome und wertorientierte Verschuldungspolitik entnommen werden.

Abbildung 5.2: P^D und $r_{D,t}$ in Abhängigkeit vom EBITDA.



⁵⁴Diese Abhängigkeit ist konstant. Vgl. Formel C.1.6.

⁵⁵Werden andere Werte für D_{t-1} angenommen ergeben sich auch andere Werte für das Eintreten der Insolvenz.

Gleichungen (5.2.10) und (5.2.11) zeigen die Einflussfaktoren auf P^D und $r_{D,t}$:

- Die Höhe von D_{t-1} steigert P^D für autonome und wertorientierte Finanzierungspolitik. Bei autonomer Finanzierungspolitik führen höhere Fremdkapitalbestände zu höheren Zinsaufwendungen, die höhere Werte für P^D und damit auch für $r_{D,t}$ bedingen. Bei wertorientierter Finanzierungspolitik führen höhere Werte für D_{t-1} ebenfalls zu höheren Zinsaufwendungen und damit zu höherem P^D und $r_{D,t}$. Zusätzlich ist dabei noch die Tilgung $D_{t-1} - D_t$ zu berücksichtigen. Da D_t gemäß Gleichung (C.1.4) zu berechnen ist, hängt die Höhe der Tilgung vom realisierten EBITDA_t ab. Eine höhere Differenz $D_{t-1} - D_t$ führt zu höherem P^D und $r_{D,t}$.
- Die Volatilität hat einen erhöhenden Effekt auf die Ausfallwahrscheinlichkeit P^D für beide Finanzierungspolitiken. Eine zunehmende Streuung von EBITDA_{t+1} führt zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit, dass das Unternehmen insolvent wird.
- Die Höhe des EBITDA_t hat einen negativen Einfluss auf P^D . Höhere Werte des EBITDA_t führen damit ceteris paribus zu einem geringeren $r_{D,t}$.
- Geringere Werte für α führen zu höheren Abschreibungen und damit zu geringerem EBIT. Dies führt zu einem Ansteigen von P^D und damit von $r_{D,t}$.
- Zusätzlich treten Effekte durch $r_{D,t-1}$ auf, welche die Ausfallwahrscheinlichkeit beeinflussen. Höhere Zinsaufwendungen durch ein erhöhtes $r_{D,t-1}$ führen zu einem höheren P^D und damit auch zu höheren Werten von $r_{D,t}$.

5.3.3 Bewertung der Nächstjahres-Steuerersparnis mit Zinsschranke und mit Insolvenz

Herleitung der Bewertungsgleichung

Die steuerliche Zinsschrankenregelung führt dazu, dass Zinsaufwendungen oberhalb 30% des steuerlichen EBITDA nicht steuermindernd geltend gemacht werden können. Ignoriert man zunächst die steuermindernde Wirkung der Abschreibungsgegenwerte, repräsentiert durch α , und eine mögliche Insolvenz, dann lässt sich der Effekt auf die fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile in $t + 1$ unter Verwendung der Annahmen aus Abschnitt

5.2.3 wie folgt abbilden:

$$TS_{t+1}^{ZS} = \tau \max(0; \min(0, 3 \cdot \text{EBITDA}_{t+1}; (e^{r_D} - 1)D_t + ZV_t)), \quad (5.3.9)$$

wobei der Zinsvortrag zu ermitteln ist durch

$$ZV_t = \max((e^{r_D} - 1)D_{t-1} + ZV_{t-1} - 0, 3 \cdot \text{EBITDA}_t; 0). \quad (5.3.10)$$

Ein Vergleich mit Gleichung (5.3.1) für den Fall ohne Zinsschranke lässt leicht erkennen, dass die Wirkung der Zinsschranke auf die Steuerersparnis vergleichbar ist mit derjenigen des Parameters α , der die Abschreibungsgegenwerte repräsentiert: Für den Fall $\alpha = 30\%$ sind beide Fälle identisch. Wird die Wirkung der Abschreibung in die Analyse einbezogen, dann hat die Zinsschranke für $\alpha < 0,3$ keinerlei Auswirkungen auf den Wert der Steuervorteile. Die Abschreibungsgegenwerte erzeugen so hohe Aufwendungen, dass die gesamte Steuerbemessungsgrundlage EBIT immer unterhalb der 30% EBITDA-Grenze der Zinsschranke liegt. Für den Fall $\alpha > 0,3$ ist hingegen die “Shield”-Wirkung der Abschreibungen so gering, dass das EBIT die 30%-Grenze der Zinsschranke übersteigt und somit Wertverluste durch die eingeschränkte Abzugsfähigkeit der Zinsaufwendungen möglich sind. Unter Berücksichtigung von α erhält man somit folgende fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile bei Geltung der Zinsschranke TS_{t+1}^{ZS} und für $ZV_t = 0$:

- Für $\alpha < 0,3$ ergeben sich identische Steuerersparnisse wie im Fall ohne Zinsschranke mit $TS_{t+1}^{ZS} = TS_t = \tau \max(0; \min(\alpha \cdot \text{EBITDA}_{t+1}; (e^{r_D} - 1)D_t))$
- Für $\alpha > 0,3$ hingegen ist ein “Greifen” der Zinsschranke möglich. Das realisierte Tax Shield beträgt $TS_{t+1}^{ZS} = \tau \max(0; \min(0, 3 \cdot \text{EBITDA}_{t+1}; (e^{r_D} - 1)D_t))$.

Durch das Zusammenführen der beiden Fälle und unter Berücksichtigung von $ZV_t \geq 0$, möglicher Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinsen erhält man die folgende Gesamtformulierung der periodengerechten Steuervorteile bei Geltung der Zinsschrankenregelung:

$$TS_{t+1}^{ZS, \text{Inso}} = \mathbf{1} \cdot \tau \min(0, 3; \alpha) \left(\text{EBITDA}_{t+1} - \max\left(0; \frac{1}{\min(0, 3; \alpha)} \cdot ((e^{r_{D,t}} - 1)D_t + ZV_t) - \text{EBITDA}_{t+1}\right) \right). \quad (5.3.11)$$

Gleichung (5.3.11) lässt deutlich erkennen, dass der limitierende Effekt der 30%-Grenze mit dem begrenzenden Effekt der Abschreibung in “Konkurrenz” steht. Die periodengerechten Steuervorteile sind bereits ohne Berücksichtigung der Insolvenz und der risikoangepassten Fremdkapitalzinsen zusätzlich von der streng pfadabhängigen Variable ZV_t abhängig, die gemäß Gleichung (5.3.10) erweitert um risikoangepasste Fremdkapitalzinsen durch

$$ZV_t = \max((e^{r_{D,t-1}} - 1)D_{t-1} + ZV_{t-1} - 0,3 \cdot \text{EBITDA}_t; 0) \quad (5.3.12)$$

zu berechnen ist. Sofern im Zeitpunkt t die Variablen D_t , ZV_t und $r_{D,t}$ bekannte Größen darstellen, kann der Barwert in t von $TS_{t+1}^{\text{ZS,Inso}}$ analytisch bestimmt werden:⁵⁶

$$PV_t \left(TS_{t+1}^{\text{ZS,Inso}} \right) = \mathbb{1} \cdot \tau \min(0, 3; \alpha (\text{EBITDA}_t - \underbrace{\left(\text{EBITDA}_t \cdot N(d_1^{\text{ZS}}) + \left(\frac{1}{\min(0, 3; \alpha)} (e^{r_{D,t}} - 1) D_t + ZV_t \right) e^{-r_f} \cdot N(d_2^{\text{ZS}}) \right)}_{=C^{\text{ZS,Inso}}})) \right), \quad (5.3.13)$$

$$\text{mit } d_1^{\text{ZS}} = \frac{\ln\left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\min(0,3;\alpha)} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t + ZV_t}\right) + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma} \text{ und } d_2^{\text{ZS}} = d_1^{\text{ZS}} - \sigma.^{57}$$

Soll nur der Wert des Tax Shield unter Berücksichtigung der Zinsschranke $PV_t(TS_{t+1}^{\text{ZS}})$ berechnet werden, kann Gleichung (5.3.13) herangezogen werden, wenn $\mathbb{1} = 1$ gilt und wenn $r_{D,t}$ bekannt ist.

Ein Zahlenbeispiel über die Wirkung der Zinsschranke

Bevor sich dem bereits bekannten Zahlenbeispiel gewidmet wird, erfolgt zunächst zur Verdeutlichung eine Diskussion der Wirkung der Zinsschranke auf das Tax Shield ohne Berücksichtigung von Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinsen.

Der Effekt der Zinsschranke auf den Wert des Tax Shield, ohne Berücksichtigung von Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinsen, kann über die Differenz zwischen

⁵⁶Auf einen expliziten Beweis von Gleichung (5.3.13) kann an dieser Stelle verzichtet werden, da eine Herleitung analog zu Anhang C.2.1 vorgenommen werden kann. Es ist lediglich der Strike X aus Gleichung (C.2.2) um ZV_t zu erhöhen und die untere Grenze des Integrals aus Gleichung (C.2.4) dementsprechend anzupassen.

⁵⁷Eine Herleitung für den Term $C^{\text{ZS,Inso}}$ kann dem Anhang C.2.3 entnommen werden.

$PV_t(TS_t)$ und $PV_t(TS_{t+1}^{ZS})$ abgebildet werden:

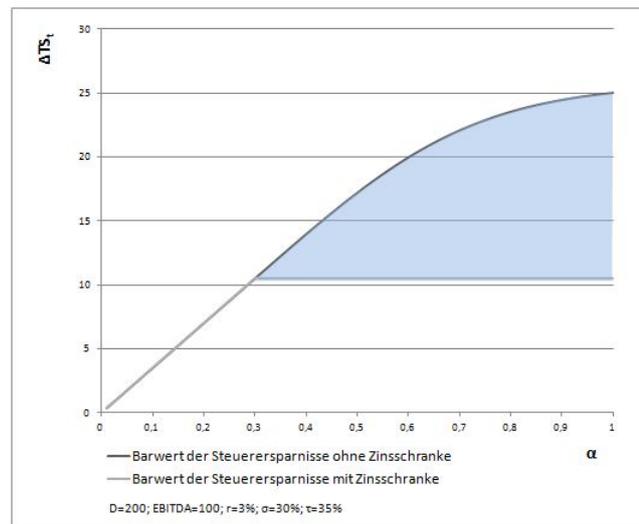
$$\begin{aligned} \Delta PV_t(TS_{t+1}) &= PV_t(TS_t) - PV_t(TS_t^{ZS}) \\ &= \tau\alpha(EBITDA_t - C) - \tau \min(0, 3; \alpha)(EBITDA_t - C^{ZS}). \end{aligned} \quad (5.3.14)$$

Aus Gleichung (5.3.14) ist leicht erkennbar, dass für Werte von $\alpha < 30\%$ die steuerliche Zinsschranken-Regelung keinen Effekt auf den Wert des Tax Shield aufweist. $\Delta PV_t(TS_{t+1})$ nimmt in diesem Falle den Wert Null an. Für $\alpha > 0,3$ können sich hingegen Verluste durch die Zinsschranke ergeben:

$$\Delta PV_t(TS_{t+1}) = \tau\alpha(EBITDA_t - C) - \tau \cdot 0,3(EBITDA_t - C^{ZS}). \quad (5.3.15)$$

Abbildung 5.3 zeigt den Wertunterschied zwischen den Steuerersparnissen mit und ohne Zinsschranke in Abhängigkeit von α für die Zahlen des oben angegebenen Beispiels.

Abbildung 5.3: Wertverlust durch die Zinsschranke.

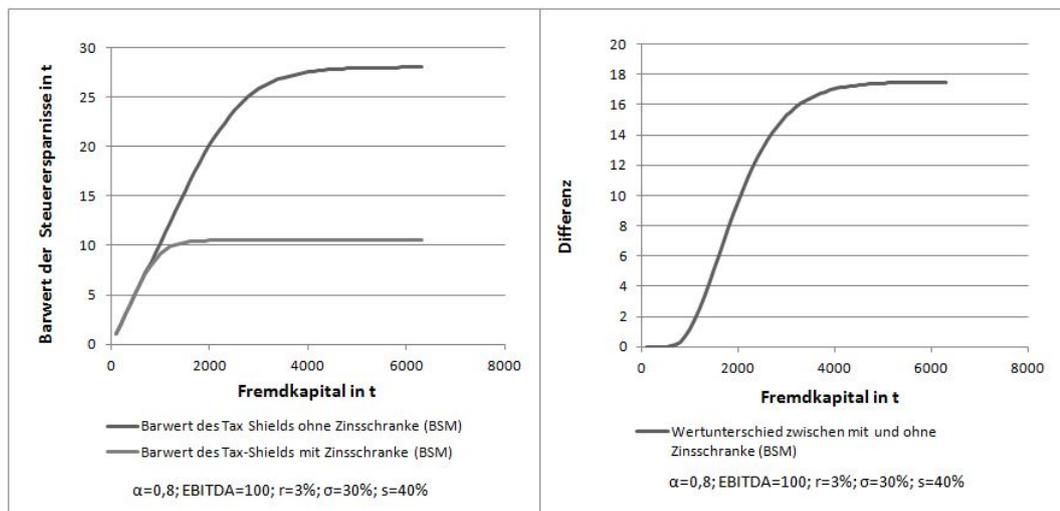


Die schraffierte Fläche repräsentiert den Wertverlust an Steuerersparnissen in t . Der Wertunterschied beziehungsweise der Wertverlust nimmt mit steigendem α zu. Dass Zinsaufwendungen mit anderen Aufwendungen (hier den Abschreibungen) um Steuerersparnisse konkurrieren ist Ökonomen lange bekannt. Diese Wirkung wird durch die Zinsschran-

kenregelung begrenzt.⁵⁸ Für $\alpha < 30\%$ wird das Potenzial für Steuerersparnisse bereits durch Abschreibungen in Gänze ausgeschöpft, sodass mögliche Steuerersparnisse durch Zinsaufwendungen nicht mehr wirksam werden können. Die Zinsschranke kann in diesem Fall mit ihrer zusätzlichen Begrenzung der Steuerersparnis keinen Effekt mehr ausüben. Höhere Werte von α lassen grundsätzlich signifikante Steuerersparnisse durch Zinsaufwendungen zu, für $\alpha > 30\%$ kann es daher durch die Zinsschranke zu einer Einschränkung der Generierung von Steuerersparnissen kommen.

Für $\alpha > 30\%$ beeinflusst die Höhe des Fremdkapitals die Höhe der durch die Zinsschranke verursachten Wertverluste. Ceteris paribus führt ein Anstieg des Fremdkapitals, und damit verbunden der Zinsaufwendungen, zu höheren Verlusten der fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile aufgrund der Zinsschrankenregelung. Die folgende Abbildung stellt den Verlauf der Wertverluste in Abhängigkeit des Fremdkapitalbestandes für die Zahlen des Beispiels dar:

Abbildung 5.4: Barwertvergleich der Tax Shields mit und ohne Zinsschranke und Wertverlust durch die Zinsschranke.



Der Wertverlust durch die Zinsschranke konvergiert bei steigendem Fremdkapital ge-

⁵⁸Vgl. z.B. *DeAngelo und Masulis* (1980) die gezeigt haben, dass die Höhe des Tax Shield negativ von anderen steuerlichen Aufwandspositionen wie Abschreibungen, Verlustvorträgen etc. beeinflusst wird.

gen den Wert $\tau(\alpha - 0,3)EBITDA_t$. Dieser resultiert bei extrem hohen Fremdkapitalbeständen und gegebenen $EBITDA_t$, aus der Differenz zwischen dem maximal möglichen Wert der Steuerersparnis ohne Zinsschranke $\alpha\tau EBITDA_t$ und jenem Wert mit Zinsschranke $0,3\tau EBITDA_t$. Für niedrige Fremdkapitalbestände fällt die Options-Komponente des Portfolios als Wertbestandteil kaum mehr ins Gewicht. Der Wert der Steuerersparnis besteht in beiden Fällen nur noch aus der ersten Komponente $EBITDA_t$.

Die Prozess-Eigenschaften der steuerlichen Bemessungsgrundlage (Höhe des aktuellen $EBITDA_t$ als Ausgangswert, Drift und Volatilität der Änderungsrate) haben ebenfalls Einfluss auf die Höhe des Wertverlustes durch die Zinsschranke:

- Die Volatilität des EBITDA-Prozesses hat Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit, dass die Begrenzung der steuerlichen Abzugsfähigkeit der Zinsaufwendungen durch die Zinsschranke (im Fall mit Zinsschranke) beziehungsweise die Begrenzung durch die entsprechenden Abschreibungsgegenwerte (im Fall ohne Zinsschranke) auftritt. Für $\alpha > 0,3$ erhöht sich bei steigender Volatilität die Wahrscheinlichkeit für künftige EBITDA-Ausprägungen zwischen $\frac{1}{\alpha}(e^{rD-1})D_t$ und $\frac{1}{0,3}(e^{rD-1})D_t$. Der Wertverlust durch die Zinsschranke steigt somit bei steigender Volatilität des EBITDA-Prozesses.
- Die Höhe des aktuell realisierten EBITDA steuert als Ausgangswert des Prozesses gemeinsam mit der Driftrate das erwartete Niveau der künftigen EBITDA und Steuerbemessungsgrundlagen. Der Wertverlust durch die Zinsschranke sinkt ceteris paribus bei steigender aktueller Steuerbemessungsgrundlage.

Die bisherigen Ergebnisse können anhand des Zahlenbeispiels veranschaulicht werden. Dazu wird zusätzlich zu $\alpha = 0,8$ noch der Fall $\alpha = 0,1$ betrachtet. Für den Fall $\alpha = 0,1 < 0,3$, bei dem die Zinsschranke nicht greifen kann, erzielt das Unternehmen bis zu einem $EBITDA_{t+1}$ von der Höhe eines Zinsaufwandes gemäß $\frac{1}{\alpha}(e^{rD,t} - 1)D_t$ für jeden zusätzliche Euro EBITDA eine Steuerersparnis in Höhe von $\alpha\tau EBITDA_{t+1}$. Im Beispiel entspricht dies $0,1 \cdot 0,35 \cdot EBITDA_{t+1} = 0,035 \cdot EBITDA_{t+1}$. Die maximale Ausschöpfung der Steuerersparnis wird bei einem EBITDA von 60,90 erreicht. Bei der Wahl von $\alpha = 0,8 > 0,3$ wirkt die Zinsschranke. Infolgedessen beträgt der inkrementelle Anstieg der Steuerersparnis bis zur maximalen Grenze nur noch $0,3\tau EBITDA_{t+1}$ für jede zusätzliche

Einheit EBITDA_{t+1} . Im Beispiel ergibt sich entsprechend $0,3 \cdot 0,35 \cdot \text{EBITDA}_{t+1} = 0,105 \cdot \text{EBITDA}_{t+1}$. Die maximale Steuerersparnis wird in betrachteter Konstellation falls $\text{EBITDA}_{t+1} = \frac{1}{0,3}(e^{r_{D,t}} - 1)D_t = 20,3$ erreicht.

Werden die risikoangepassten Fremdkapitalzinsen betrachtet, so lässt sich in Ergänzung zu den bereits vorgenommenen Analysen feststellen, dass P^D über die dementsprechende Anpassung von $r_{D,t}$ das Greifen der Zinsschranke beeinflusst. Eine Erhöhung von P^D führt zu höherem $r_{D,t}$ und erhöht die Wahrscheinlichkeit des Greifens der Zinsschranke und vice versa. Tritt bei dem hier betrachteten Unternehmen in t Insolvenz ein, so fallen, wie bereits oben festgestellt, ab $t + 1$ alle weiteren Tax Shields weg. Da das Unternehmen eigenfinanziert weitergeführt wird, sind auch alle bis zum Zeitpunkt der Insolvenz angesammelten Zinsvorträge für die weitere Bewertung irrelevant.

5.4 Die Bewertung der gesamten Steuerersparnis

5.4.1 Bewertung bei Betrachtung von mehr als einem Jahr

Der Wert der Steuervorteile unter Berücksichtigung von Insolvenz, risikoadäquater Anpassung der Fremdkapitalkosten und Zinsschranke kann bei periodengerechter Betrachtung berechnet werden. Wird der Modellrahmen auf mehr als eine Periode erweitert, können keine geschlossenen Bewertungsgleichungen abgeleitet werden. Ursache hierfür ist die strenge Pfadabhängigkeit der periodengerechten Steuerersparnisse.⁵⁹

Für den Fall ohne Zinsschranke ergibt sich die Pfadabhängigkeit des Tax Shield durch die mögliche Insolvenz in den Vorperioden sowie die Anpassung von Fremdkapitalkosten. Bei Berücksichtigung der Zinsschranke tritt der Zinsvortrag hinzu, dessen Höhe von gege-

⁵⁹Soll der Wert des Tax Shield in $T > t + 1$ zu einem Bewertungszeitpunkt t ermittelt werden, ist zur Bestimmung von $C^{\text{ZS,Inso}}$ das folgende Integral zu berechnen

$$C^{\text{ZS,Inso}} = e^{-r_f(T-t)} \int_X^\infty (\text{EBITDA}_T - X) f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) d\text{EBITDA}_T,$$

mit $X = \frac{1}{\min(0,3;\alpha)} (e^{r_{D,T-1}} - 1) D_{T-1} + ZV_{T-1}$.

Demnach ist ein Integral über die pfadabhängigen Zufallsvariablen $r_{D,T-1}$, D_{T-1} und ZV_{T-1} zu lösen. Da diese Parameter bei Betrachtung mehrerer Perioden in t unbekannt sind, ist die Aufstellung einer geschlossenen Bewertungsgleichung im Rahmen eines *Black/Scholes/Merton*-Modellrahmens nicht mehr möglich.

benfalls in den Vorperioden eingetretenen Bedingungen für das Greifen der Zinsschranke abhängig ist. Zur Lösung des Problems bietet sich die Verwendung einer Monte-Carlo-Simulation⁶⁰ an, in der jede Periode einem Jahr (Beobachtungszeitpunkt = Ende des Jahres) entspricht. Für das EBITDA wird unter Vorgabe des stochastischen Prozesses (5.2.1) eine große Anzahl von Simulationsläufen durchgeführt, in deren Verlauf jeweils eine zeitliche Entwicklung der entsprechenden Größen simuliert wird. Für jeden durchgeführten Lauf wird basierend auf dem realisierten Entwicklungspfad die entsprechende fremdfinanzierungsbedingte Steuerersparnis pro Jahr ermittelt und deren Barwert berechnet. Durch Wiederholung der Simulationsläufe lässt sich eine Verteilung von Werten der Steuerersparnisse und deren Erwartungswert berechnen.

Wir betrachten wieder die drei Fälle ohne Insolvenz, mit Insolvenz und risikoangepassten Fremdkapitalzinsen sowie Insolvenz und Zinsschranke. Die Laufzeit beträgt bei allen Simulationsläufen $N = 300$ Jahre, um eine Konvergenz zu den theoretischen Ergebnissen des Rentenmodells mit unendlicher Laufzeit herstellen zu können.⁶¹ Dazu ist es notwendig eine hohe Anzahl an Simulationsläufen durchzuführen. Die Anzahl der Simulationsdurchläufe für jede Variante wurde daher auf 100.000 gesetzt. Bei Durchführung der Simulation sind die in Kapitel 5.2 aufgeführten Annahmen zu beachten.

5.4.2 Simulationsergebnisse

Autonome Finanzierungspolitik

Der Fremdkapitalbestand in $t = 0$ wird auf $D_0 = 200$ beziehungsweise $D_0 = 400$ festgelegt und bleibt bis $N = 300$ konstant. Es wird ein EBITDA-Prozess ohne Wachstum ($\mu = 0$) mit einer Volatilität von 15% beziehungsweise 25% angenommen. $EBITDA_0$ ist als Ausgangswert für die Simulation mit einem Wert von 100 angenommen. Der Faktor α beträgt 80% und $EBIT_0$ beträgt somit 80. Der Unternehmenssteuersatz wird mit 35% festgelegt. Der zu Beginn der Simulation geltende risikoangepasste Fremdkapitalzinssatz beträgt, der in $t = 0$ geltenden Ausfallwahrscheinlichkeit entsprechend, 4%. Im Fall mit möglichem Insolvenzeintritt werden die Kreditkonditionen zu Beginn jeder Periode anhand der ermit-

⁶⁰Das gesamte Modell wurde in Matlab programmiert.

⁶¹Vgl. *Frühling* (2009), S. 200.

telten Ausfallwahrscheinlichkeit gemäß Gleichung (5.2.10) unter Anwendung der Rating Tabelle 5.1 angepasst. Bei Eintritt der Insolvenzbedingung wird der Simulationslauf nach Realisierung der Steuerersparnis beendet. Für jeden Pfad wird für alle Jahre bis $N = 300$ die fremdfinanzierungsbedingte Steuerersparnis ermittelt. Die Bewertung erfolgt durch die periodenweise Diskontierung mit dem risikoangepassten Fremdkapitalzinssatz $r_{D,t}$. Im Fall mit Zinsschranke wird für jeden Simulationspfad in jeder Periode geprüft, ob die Bedingung (5.3.9) erfüllt ist. Greift die Zinsschranke, wird ein entsprechender Zinsvortrag gebildet, der in späteren Perioden aufgelöst werden kann. Die Bedingung für den Insolvenzeintritt gilt unverändert.

Tabelle 5.3 zeigt die Ergebnisse der drei Fälle für vier Beispiele mit unterschiedlichen Kombinationen aus Volatilität und Fremdkapitalbeständen.⁶²

Tabelle 5.3: Erwartungswert der Steuerersparnisse bei autonomer Finanzierungspolitik für unterschiedliche Beispiele und Modellszenarien.

Modellszenario	Beispiel 1 $D = 200$ $\sigma = 0,15$	Beispiel 2 $D = 200$ $\sigma = 0,25$	Beispiel 3 $D = 400$ $\sigma = 0,15$	Beispiel 4 $D = 400$ $\sigma = 0,25$
Theoretischer Wert	70	70	140	140
Fall 1: Ohne Negativsteuer, ohne Insolvenz, ohne Zinsschranke	69,31	66,31	136,24	121,82
Wertverlust	-0,99%	-5,27%	-2,69%	-12,99%
Fall 2: Mit Insolvenz, ohne ZS	66,34	53,99	120,05	86,71
Wertverlust	-5,23%	-22,87%	-14,25%	-38,06%
Fall 3: Mit Insolvenz, mit ZS	65,72	52,84	116,63	82,85
Wertverlust	-6,11%	-24,51%	-16,69%	-40,82%
zusätzlicher Wertverlust durch die Zinsschranke	-0,88%	-1,64%	-2,44%	-2,76%

Der theoretische Wert des Tax Shield im Rentenmodell für die autonome Finanzierungspolitik ergibt sich gemäß Gleichung (5.2.4) mit $\tau \cdot D_0 = 70$ (Beispiel 1 und 2) beziehungsweise 140 (Beispiel 3 und 4). Die Simulationsergebnisse konvergieren im Modellszenario "theoretischer Wert" gegen diesen Wert. Der Wegfall der Negativsteuer und die Einführung einer möglichen Insolvenz führt bei niedriger Volatilität und moderatem Kreditbetrag zu einer Verringerung des Barwertes der Steuerersparnisse um 5,23% auf 66,34.

⁶²Im Modell können auch deterministische, nicht-konstante Fremdkapitalstände definiert werden, worauf im Sinne der Nachvollziehbarkeit der Beispiele verzichtet wird.

Die zusätzliche Einführung der Zinsschranke in Fall 3 hat dagegen keinen nennenswerten Werteeinfluss: Der Wert der Steuerersparnisse sinkt gegenüber Fall 2 mit Insolvenz/ohne Zinsschranke nur um weitere 0,88%.

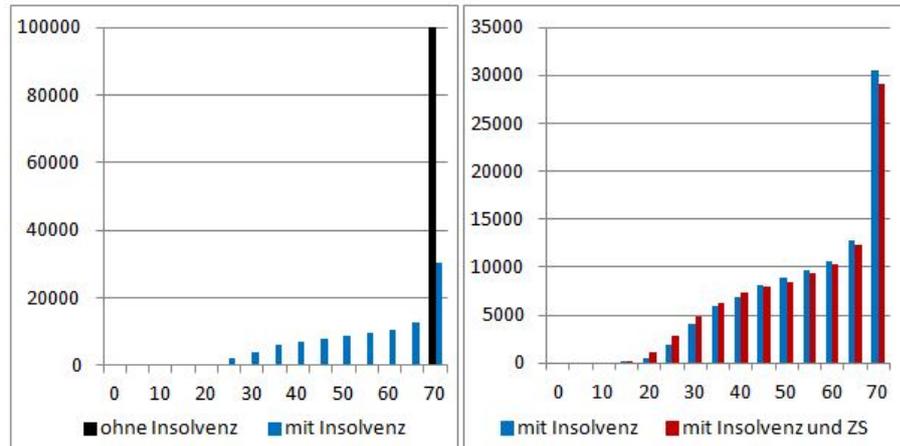
Die Erhöhung der Volatilität und/oder des Kreditvolumens in den Beispielen 2 bis 4 führt zu einer deutlich höheren Wirkung der Insolvenz auf das Tax Shield. In Tabelle 5.3 sind die Veränderungen der Werte im Vergleich zu den Werten im Fall ohne Insolvenz angegeben: Sie betragen zwischen 14,25% und 38,06%. Dagegen fällt die zusätzliche Veränderung der Zinsschranke wieder kaum ins Gewicht: Der Wert des Tax Shield sinkt lediglich um weitere 1,64% bis 2,76%.

Anhand der 100.000 Simulationspfade ist es möglich eine Verteilungen der Ergebnisse durch Histogramme darzustellen. Im Fall ohne Insolvenz wurde in jedem Lauf eine Steuerersparnis von 70 erreicht. Abbildung 5.5 zeigt links ein Histogramm der Tax Shield - Werte aus Beispiel 2 für die Fälle ohne und mit Insolvenz. Es ist zu erkennen, dass ohne Negativsteuer und bei möglicher Insolvenz häufig nicht die gesamte Steuerersparnis von 70 bis $N = 300$ generiert werden kann. Es resultiert ein erwarteter Barwert von 53,99. Auf der rechten Seite von Abbildung 5.5 wurde die Verteilung der Werte für den Fall mit Insolvenz sowie den Fall mit Insolvenz und Zinsschranke jeweils unter Verwendung risikoangepasster Fremdkapitalzinsen dargestellt. Trotz des geringen Werteeinflusses von -1,64% ist zu erkennen, dass die Zinsschranke die Verteilung der Steuerersparnisse weiter nach links verschiebt.

Im genannten Beispiel 2 kommt es bei der Laufzeit von 300 Jahren bei 98.879 von 100.000 Pfaden zur Insolvenz des Unternehmens. Da diese allerdings im Mittel im 57. Jahr eintritt, ist ihr Werteffekt gering. Die Ursachen sind die hohe Volatilität von 0,25 und die unterstellte autonome Finanzierungspolitik ohne Wachstum, die bis in alle Ewigkeit fortgeführt wird.⁶³ Im Beispiel 2 Fall 3 kommt es durchschnittlich nur sechsmal pro Simulationslauf zum Greifen der Zinsschranke.

⁶³Diese Beobachtung kann als Bestätigung der Aussage von *Massari, Roncaglio* und *Zanetti* (2007) gesehen werden, dass eine autonome Finanzierungspolitik in die Insolvenz führen muss.

Abbildung 5.5: Histogramm-Vergleich zu Beispiel 2 der Modellszenarien mit Negativsteuer und ohne Insolvenz (schwarz), ohne Negativsteuer und mit Insolvenz (blau) sowie ohne Negativsteuer, mit Insolvenz und Zinsbeschränkung (rot).



Wertorientierte Finanzierungspolitik

Für die Analyse der wertorientierten Finanzierungspolitik werden als Ausgangswerte wieder $EBITDA_0 = 100$ und $\alpha = 0,8$ angenommen. Für die Bewertung des unverschuldeten Unternehmens wird von Eigenkapitalkosten bei Eigenfinanzierung r_τ^u von 12% ausgegangen. Für die wertorientierte Strategie der Fremdfinanzierung wurde ein konstanter Verschuldungsgrad l für alle t in Höhe von 20% (Beispiel 5 und 6) beziehungsweise 40% (Beispiel 7 und 8) vorgegeben. Die Volatilität bleibt unverändert bei 15% beziehungsweise 25%.

Der Fremdkapitalzinssatz in der ersten Periode beträgt 4%. Die Anpassung des Fremdkapitalzinssatzes an geänderte Kreditrisiken wird auch bei wertorientierter Finanzierungspolitik in den beiden Fällen mit möglicher Insolvenz durchgeführt. Die Berechnung der dafür erforderlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten erfolgt über Gleichung (5.2.11).

Maßstab für die Güte der Simulationsrechnung ist wiederum die Konvergenz mit dem Ergebnis der Tax Shield-Formel (5.2.6). Das soll kurz in einer Rechnung für die Verschuldungsquote von $l = 0,2$ erläutert werden: Die korrespondierenden zeitdiskreten Werte für die vorgegebenen zeitstetigen Werte r_τ^u und r_D betragen 12,75% beziehungsweise 4,08%. Der Wert bei Eigenfinanzierung konvergiert gegen $V_0^U = \frac{(1-0,35) \cdot 80}{0,1275} = 407,85$. Daraus lässt sich über $V_0^L = V_0^U / (1 - l \cdot \tau \cdot \frac{r_D(1+r_\tau^u)}{r_\tau^u(1+r_D)})$ der Unternehmenswert bei anteiliger Fremdfinanzierung

zierung und über $D_0 = l \cdot V_0^L$ der Fremdkapitalbestand in $t = 0$ ableiten. Somit errechnet sich ein Fremdkapitalbestand in $t = 0$ in Höhe von 83,60. Das Tax Shield beträgt gemäß Gleichung (5.2.6) somit

$$V_0^{TS} = \tau \cdot D_0 \cdot \frac{r_D(1 + r_\tau^u)}{r_\tau^u(1 + r_D)} = 0,35 \cdot 83,60 \cdot \frac{0,0408(1,1275)}{0,1275(1,0408)} = 10,15.$$

Für eine Verschuldungsquote von 0,4 ergibt sich ein Wert für den Fremdkapitalbestand in $t = 0$ von 20,81. Tabelle 5.4 zeigt die Ergebnisse der Modellszenarios für vier Beispiele mit unterschiedlichen Kombinationen aus Volatilität $\sigma = 15\%$ und $\sigma = 25\%$,⁶⁴ sowie Verschuldungsquoten $l = 0,2$ und $l = 0,4$.

Tabelle 5.4: Erwartungswert der Steuerersparnisse bei wertorientierter Finanzierungspolitik für unterschiedliche Beispiele und Modellszenarien.

Modellszenario	Beispiel 5 $l = 0,2$ $\sigma = 0,15$	Beispiel 6 $l = 0,2$ $\sigma = 0,25$	Beispiel 7 $l = 0,4$ $\sigma = 0,15$	Beispiel 8 $l = 0,4$ $\sigma = 0,25$
Theoretischer Wert	10,15	10,15	20,81	20,81
Fall 1: Ohne Negativsteuer, ohne Insolvenz, ohne Zinsschranke	10,15	10,12	20,80	20,76
Wertverlust	0,00%	-0,30%	-0,05%	-0,24%
Fall 2: Mit Insolvenz, ohne ZS	10,15	9,84	19,44	13,61
Wertverlust	-0,01%	-3,02%	-6,58%	-34,60%
Fall 3: Mit Insolvenz, mit ZS	10,15	9,84	19,44	13,61
Wertverlust	-0,01%	-3,02%	-6,58%	-34,60%
zusätzlicher Wertverlust durch die Zinsschranke	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Die Simulationsergebnisse konvergieren im Fall ohne Insolvenz gegen die theoretischen Tax Shield-Werte von 10,15 beziehungsweise 20,81. Es ist im Beispiel 5 mit niedriger Volatilität und Verschuldungsquote zu erkennen, dass die Einführung der Insolvenzmöglichkeit kaum eine Verringerung des Barwertes der Steuerersparnisse zur Folge hat. Die zusätzliche Einführung der Zinsschranke hat wiederum keinen Werteeinfluss.

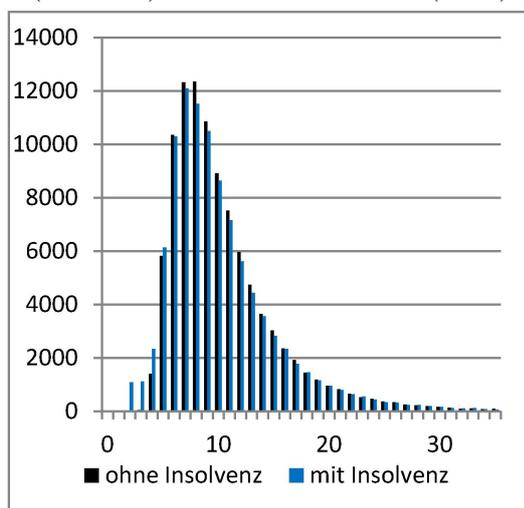
Die Erhöhung der Volatilität und/oder des Kreditvolumens in den Beispielen 6 bis 8 führt dagegen zu deutlichen Effekten der Insolvenz auf den Wert des Tax Shield. In Tabelle

⁶⁴Dabei wird angenommen, dass eine Änderung der Volatilität keinen Einfluss auf r_τ^u hat.

5.4 sind die Veränderungen der Werte im Vergleich zu den Werten ohne Insolvenz angegeben: Sie betragen zwischen 3,02% und 34,60%, während die zusätzliche Einführung der Zinsschranke auch in diesen Beispielen keinen Einfluss auf den Wert der Steuerersparnisse haben.

Die Abbildung 5.6 visualisiert die Verteilung der Steuerersparnisse für das Beispiel 6 ohne beziehungsweise mit der Möglichkeit einer Insolvenz. Die Verteilung des Tax Shield-Wertes bei wertorientierter Finanzierungspolitik ist stark rechtsschief. Die Ursache dafür ist, dass die künftigen Fremdkapitalbestände und die damit verbundenen Steuerersparnisse vom log-normalverteilten EBITDA-Prozess abhängen. Durch Aufnahme der Insolvenzmöglichkeit wird die Verteilung leicht nach links verschoben. Die Ursache für den geringen Insolvenz-Effekt von 3,02% ist die im Rahmen der wertorientierten Finanzierungspolitik unterstellte Anpassung des Fremdkapitalbestandes: Da unter dieser Annahme bei einem Rückgang des EBITDA ebenfalls das ausstehende Fremdkapital reduziert wird, ist die Wahrscheinlichkeit eines Insolvenzeintritts in jedem Jahr niedrig. Auf einen Vergleich der Verteilung für den Fall mit Insolvenz sowie mit Insolvenz und Zinsschranke wird hier verzichtet, da die Häufigkeitsverteilungen nahezu gleich sind.

Abbildung 5.6: Histogramme Beispiel 6 zum Vergleich der Modellszenarios ohne Insolvenz (schwarz) und mit Insolvenz (blau).

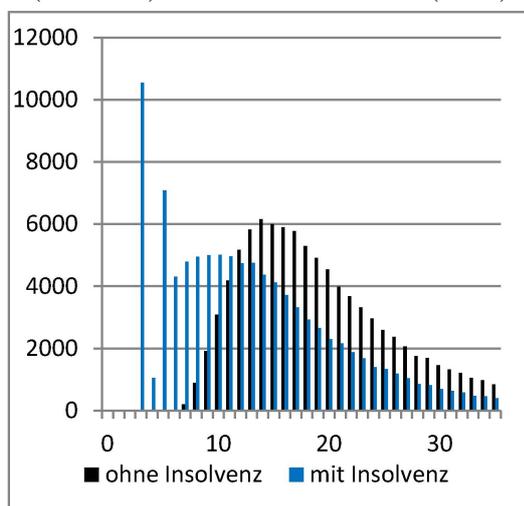


Auch für Beispiel 6 wird anhand der 100.000 Simulationenpfade eine Analyse der Verteilung der Steuerersparnisse durchgeführt. Die Unternehmung geht in 90.230 von 100.000 Simulationenläufen bis $N = 300$ insolvent. Allerdings liegt eine Insolvenz im Mittel im 91.

Jahr vor, so dass kein signifikanter Werteffekt zustande kommt. Die unterstellte Anpassung des Fremdkapitalbestandes verringert ebenfalls die Wahrscheinlichkeit, dass es zu einem Greifen der Zinsschranke kommt. Im Szenario mit Zinsschranke kommt es pro Simulationslauf mit maximal 300 Jahren im Mittel näherungsweise nur viermal zum Eintreten der entsprechenden Bedingung. Der Werteffekt ist allerdings gering, da der Zinsvortrag fast immer sofort im nächsten Jahr genutzt wird.

Erst bei Verdopplung der Verschuldungsquote ist eine deutliche Wirkung der Insolvenz auf die Verteilung der Tax Shield Werte im Histogramm erkennbar. Die Abbildung 5.7 stellt dies für die Simulationsläufe von Beispiel 8 dar: Der theoretische Tax Shield-Wert beträgt 20,81. Im Vergleich zur vorhergehenden Grafik ist die Streuung der Werte in beiden Fällen deutlich größer. Im Fall 2 generieren viele Pfade eine geringe Steuerersparnis auf Grund des Insolvenzeintritts. Die Verschuldungsquote von 0,4 führt kombiniert mit der hohen Volatilität von 0,25 dazu, dass das Unternehmen in jedem Jahr signifikante Insolvenzwahrscheinlichkeiten aufweist. Da auch in diesem Fall die Zinsschranke keinen Werteffekt aufweist, kann wieder auf ein weiteres Histogramm verzichtet werden.

Abbildung 5.7: Histogramme Beispiel 8 zum Vergleich der Modellszenarios ohne Insolvenz (schwarz) und mit Insolvenz (blau).



Die Analyse der einzelnen Simulationsläufe für Beispiel 8 ergibt, dass die Unternehmung in fast allen Simulationsläufen über die 300 Jahre Laufzeit insolvent wird. Dies ist im Mittel im 9. Jahr der Fall, was den hohen Wertabschlag von 34% bei der Steuerersparnis erklärt. Die Aufnahme der Zinsschranke ins Modell führt pro Simulationslauf sehr selten zu deren

Greifen und daher ergeben sich wiederum keine Werteffekte.

Interpretation der Ergebnisse

In der vorgenommenen Analyse wurde der Wert des Tax Shield bei möglichem Insolvenzeintritt und unter Gültigkeit der Zinsschrankenregelung ermittelt. Dabei wurden folgende Einflussfaktoren identifiziert:

- Ein Anstieg der Volatilität des EBITDA-Prozesses verringert den Wert der fremdfinanzierungsbedingten Steuervorteile. Die damit verbundene Erhöhung der Insolvenzwahrscheinlichkeit führt zu deutlichen Wertverlusten bei beiden Finanzierungspolitiken. Der zusätzliche Wertverlust durch die Zinsschranke steigt bei der autonomen Finanzierungspolitik ebenfalls bei zunehmender Volatilität. Bei der wertorientierten Politik kommt es meist zu einer zeitnahen Nutzung des Zinsvortrages, da der Fremdkapitalbestand jedes Jahr angepasst wird.
- Ein Anstieg des Fremdkapitalvolumens oder des Verschuldungsgrades erhöht zunächst den Wert des Tax Shield. Allerdings steigt auch die Abweichung vom Wert nach den Tax Shield-Formeln durch die Berücksichtigung der Insolvenz. Der Wertverlust durch die Zinsschranke wächst bei steigendem Kreditbetrag in der autonomen Finanzierungspolitik.
- Bei der Analyse des Simulationsmodells zeigte sich, dass eine Erhöhung der Fremdkapitalkosten bei autonomer Finanzierungspolitik nur selten zur Erhöhung der Steuerersparnis im nächsten Jahr führt. Vielmehr kommt es durch den Anstieg der Zinsen häufig im darauffolgenden Jahr zur Insolvenz, weil die Fremdkapitalzahlungen nicht geleistet werden können. Bei wertorientierter Finanzierungspolitik kommt es wie erwartet nur selten zu einer Verschlechterung des Ratings und einer damit verbundenen Anpassung von $r_{D,t}$, da der Fremdkapitalbestand jedes Jahr angepasst wird.
- Für die Analyse wurde das Rentenmodell ohne Wachstum unterstellt. Bei autonomer Finanzierung tritt in $N = 300$ mehrheitlich Insolvenz ein. Die Modellierung von Wachstum ist über den Parameter μ möglich, ist bei unendlicher Laufzeit allerdings zu plausibilisieren. Auch bei wertorientierter Finanzierungspolitik droht häufig ein

Insolvenzeintritt: Durch die Anpassung des Fremdkapitalbestandes weist die Firma jedes Jahr eine signifikante Insolvenzwahrscheinlichkeit auf.

In allen hier betrachteten Fällen zeigt sich, dass der durch die Zinsschranke verursachte Wertverlust nur moderat ausfällt und die Zinsschranke nur selten greift. Die Kritik aus der Praxis an den steuerlichen Regelungen kann durch die vorliegenden Ergebnisse nicht gestützt werden.

5.5 Zusammenfassung

Der vorliegende Aufsatz postuliert ein Modell zur Bewertung von Unternehmen bei autonomer und wertorientierter Finanzierung unter der Annahme, dass das steuerrechtliche EBITDA einer geometrisch Brownschen Bewegung folgt. Die Vorteile der Fremdfinanzierung nach der Trade-Off-Theorie berechnen sich anhand von Steuerersparnissen (Tax Shield) im Rahmen des bekannten APV Ansatzes. Das Modell wurde schrittweise um realitätsnahe Bedingungen erweitert um die Kosten der Fremdfinanzierung darzustellen. Zuerst wurde die Negativsteuer ausgeschlossen. Im Anschluss wurde im Modell Insolvenz ermöglicht, wobei die mögliche Anpassung des Kreditzinssatzes bei einer Veränderung der Ausfallwahrscheinlichkeit mit Hilfe eines Ratingmechanismus umgesetzt wurde. Als Letztes wurde die Zinsschrankenregelung eingeführt, die seit der Unternehmenssteuerreform 2008 in Theorie und Praxis diskutiert wurde.

Die gesetzten Annahmen erforderten eine optionspreistheoretische Diskussion der Steuerersparnisse. Aufgrund der Pfadabhängigkeit von zeitlich veränderlichen Fremdkapitalkosten, Zinsvortrag der Zinsschrankenregelung und durch die Insolvenz ist eine analytisch geschlossene Lösung nicht möglich. Deshalb wurde das Bewertungsproblem numerisch gelöst und es konnten Beispiele für beide Finanzierungspolitiken betrachtet werden. Zusammenfassend lässt sich der Schluss ziehen, dass die Zinsschranke kaum Einfluss auf den Wert der Steuerersparnisse hat. Der Effekt auf den Unternehmenswert ist bei passiver und aktiver Finanzierungspolitik selbst unter Vernachlässigung des EBITDA-Vortrages minimal. Eine Beachtung der Zinsschranke sollte in der Praxis bei der Bewertung von Unternehmen daher allenfalls in begründeten Ausnahmefällen stattfinden. Demgegenüber hat die Berücksichtigung einer möglichen Insolvenz, hier definiert als Zahlungsunfähigkeit, einen weitaus größeren Einfluss auf den Wert des Tax Shield. Die Abweichungen gegenüber

dem Fall ohne Insolvenz sind bei autonomer und wertorientierter Finanzierungspolitik bei hoher Volatilität der Ertragsgröße EBITDA signifikant. Die Untersuchung weiterer Insolvenzbedingungen sollte in der Finanzierungsliteratur vorangetrieben werden.

Ein weiterer Beitrag zur Literatur wurde im Rahmen der ratingbasierten Anpassung der Fremdkapitalkosten gegeben. Diese hatten bei autonomer Finanzierungspolitik eine deutliche Erhöhung der Insolvenzwahrscheinlichkeit zur Folge. Gerät ein Unternehmen durch einen Rückgang des EBITDA in die Krise, wird diese durch die Erhöhung des Fremdkapitalzinssatzes noch verschärft. Bei wertorientierter Finanzierung gibt es kaum Auswirkungen auf den Wert des Tax Shield, da hier die Reaktion der Gläubiger auf die geänderten EBITDA-Eigenschaften durch die Anpassung des Kreditvolumens ausreicht.

Anhang C

C.1 Herleitung der Ausfallwahrscheinlichkeiten

C.1.1 Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit unter autonomer Verschuldungspolitik

In diesem Abschnitt soll die Insolvenzwahrscheinlichkeit gemäß dem Zahlungsunfähigkeitskriterium für autonome Verschuldungspolitik (5.2.9) bestimmt werden. Die fundamentale Unsicherheitsquelle, die einen Ausfall bedingt, soll in diesem Zusammenhang das EBITDA sein. Die Ausfallwahrscheinlichkeit in s unter autonomer Verschuldungspolitik ist gegeben durch $P^D(\text{EBIT}_s < (e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1})$. Unter Verwendung von Gleichung (5.2.1) und $0 \leq t \leq s - 1$ kann die folgende Umformung vorgenommen werden:

$$\begin{aligned}
 P^D(\text{EBIT}_s < (e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1}) & \\
 &= P^D\left(\text{EBIT}_t \cdot e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(s-t) + \sigma W_{s-t}} < (e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1}\right) \\
 &= P^D\left(W_{s-t} < \frac{\ln\left(\frac{(e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1}}{\text{EBIT}_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(s-t)}{\sigma}\right).
 \end{aligned} \tag{C.1.1}$$

Die Brownsche Bewegung W_{s-t} ist normalverteilt mit $W_{s-t} \sim N(0; s-t)$. Unter Verwendung der z-Transformation der Standardnormalverteilung $z_i = \frac{x_i - E[x_i]}{\sigma_{x_i}}$ kann Gleichung (C.1.1) zu

$$\begin{aligned}
 P^D\left(\frac{W_{s-t} - 0}{\sqrt{s-t}} < \frac{\ln\left(\frac{(e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1}}{\text{EBIT}_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(s-t)}{\sigma\sqrt{s-t}}\right) & \\
 &= N\left(\frac{\ln\left(\frac{(e^{r_D} - 1) \cdot D_{s-1}}{\text{EBIT}_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(s-t)}{\sigma\sqrt{s-t}}\right)
 \end{aligned} \tag{C.1.2}$$

umgeformt werden. Die Gleichung ist im Zeitpunkt t bei bekanntem r_D und D_{s-1} immer lösbar.¹

¹Die Herleitung wurde allgemein zum Zeitpunkt t für die Ausfallwahrscheinlichkeit in s hergeleitet. Im Modell stellt Gleichung (5.2.10) im Zeitpunkt $t - 1$ die Ausfallwahrscheinlichkeit in t dar.

C.1.2 Bestimmung der Ausfallwahrscheinlichkeit unter wertorientierter Verschuldungspolitik

Um zu zeigen, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit unter wertorientierter Verschuldungspolitik unter der Annahme des Insolvenzriteriums gemäß Gleichung (5.2.9) durch (5.2.11) gegeben ist, muss zunächst ein Zusammenhang zwischen $EBIT_t$ und D_t gefunden werden. Zwischen $EBIT_t$ und $EBIT_s$, mit $s \geq t$, gilt unter Verwendung von Gleichung (5.2.1) in einem zeitstetigen Modellrahmen der Zusammenhang

$$E[EBIT_s] = EBIT_t \cdot e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(s-t)}. \quad (C.1.3)$$

Weiterhin gilt für den Wert des Fremdkapitals

$$D_t = l \cdot V_t^L = \frac{l \cdot V_t^U}{1 - l \cdot \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1+r_D^u)}{r_\tau^u \cdot (1+r_D)}}, \quad (C.1.4)$$

wobei der Wert eines unverschuldeten Unternehmens V_t^U bestimmt wird durch

$$V_t^U = (1 - \tau) \sum_{k=t+1}^T E[EBIT_k] \cdot e^{(-r_\tau^u + \mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(k-t)}. \quad (C.1.5)$$

Insbesondere wird hierbei auf die Annahme zurückgegriffen, dass das zu bewertende Unternehmen einen gleichbleibenden Vermögensstand besitzt.

Durch Einsetzen von (C.1.5) in (C.1.4) ergibt sich für den Zusammenhang zwischen $EBIT_s$ und D_s

$$D_s = \Gamma_s \cdot EBIT_s$$

mit
$$\Gamma_s = \frac{l(1 - \tau) \cdot \sum_{k=s+1}^T e^{(-r_\tau^u + \mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(k-s)}}{1 - l \cdot \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1+r_D^u)}{r_\tau^u \cdot (1+r_D)}} \quad (C.1.6)$$

Unter Verwendung von Gleichung (C.1.6) ist es nun möglich die Insolvenzwahrscheinlichkeit für wertorientierte Verschuldungspolitik zu bestimmen, wenn als Insolvenzauslöser die Zahlungsunfähigkeit gemäß Gleichung (5.2.9) definiert ist. Der Insolvenzauslöser Zah-

lungsunfähigkeit lässt sich in Verbindung mit Gleichung (C.1.6) umformen in:

$$(1 + \Gamma_s) \cdot \text{EBIT}_s < e^{r_D} \cdot D_{s-1}. \quad (\text{C.1.7})$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine Zahlungsunfähigkeit ist dann gegeben durch

$$P^D((1 + \Gamma_s) \cdot \text{EBIT}_s < e^{r_D} \cdot D_{s-1}) \quad (\text{C.1.8})$$

und kann analog zur Vorgehensweise bei autonomer Verschuldungspolitik umgeformt werden zu

$$P^D((1 + \Gamma_s) \cdot \text{EBIT}_s < e^{r_D} \cdot D_{s-1}) \quad (\text{C.1.9})$$

$$= N \left(\frac{\ln \left(\frac{e^{r_D} \cdot D_{s-1}}{(1 + \Gamma_t) \cdot \text{EBIT}_t} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (s - t)}{\sigma \sqrt{s - t}} \right) \quad (\text{C.1.10})$$

$$\text{mit } \Gamma_t = \frac{l(1 - \tau) \cdot \sum_{k=t+1}^T e^{(-r_\tau^u + \mu - \frac{1}{2} \sigma^2)(k-t)}}{1 - l \cdot \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1 + r_\tau^u)}{r_\tau^u \cdot (1 + r_D)}}. \quad (\text{C.1.11})$$

Die Gleichung ist im Zeitpunkt t bei bekanntem r_D und D_{s-1} lösbar.²

²Die Herleitung wurde allgemein zum Zeitpunkt t für die Ausfallwahrscheinlichkeit in s hergeleitet. Im Modell stellt Gleichung (5.2.11) im Zeitpunkt $t - 1$ die Ausfallwahrscheinlichkeit in t dar.

C.2 Herleitungen zu den Bewertungsgleichungen

C.2.1 Tax Shield ohne Berücksichtigung der Zinsschranke und Insolvenz

In diesem Abschnitt wollen wir den Ausdruck C aus der Bewertungsgleichung für das periodengerechte Tax Shield ohne Berücksichtigung von Zinsschranke und Insolvenz für den allgemeinen Fall bei Betrachtung des Zeitraums von t bis T herleiten. Später nehmen wir diesbezüglich eine Einschränkung vor.

Sei W_t , mit $0 \leq t \leq T$, eine Brownsche Bewegung unter dem tatsächlichen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P}^3 . Der stochastische Prozess zur Modellierung des EBITDA sei gegeben durch (5.2.1). Unter dem zu \mathbb{P} äquivalenten risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q}^4 kann der EBITDA-Prozess umgeformt werden zu

$$\text{EBITDA}_T = \text{EBITDA}_t \cdot e^{((r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + \sigma \cdot W_{T-t}^*)}, \quad (\text{C.2.1})$$

wobei W_{T-t}^* eine Brownsche Bewegung unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{Q}^5 darstellt. Unter Verwendung von diesen Maßgaben kann die Auszahlungsfunktion des Calls $\max(0; \text{EBITDA}_T - \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{r_D} - 1) \cdot D_{T-1})$ aus Gleichung (5.3.2) für den Auszahlungszeitpunkt T durch

$$C = e^{-r_f(T-t)} E_{\mathbb{Q}} \left[\max \left(0; \text{EBITDA}_T - \underbrace{\frac{1}{\alpha} \cdot (e^{r_D} - 1) \cdot D_{T-1}}_{=X} \right) \right] \quad (\text{C.2.2})$$

bewertet werden.

Sei $f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T)$ die Dichtefunktion von EBITDA_T unter dem risikoneutralen Wahrscheinlichkeitsmaß. Dann kann unter Verwendung der Eigenschaft, dass die Zufallsvariable

³Auf eine exakte Beschreibung des Wahrscheinlichkeitsraumes $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ soll hier aus Vereinfachungsgründen verzichtet werden. Dabei ist Ω die Ergebnismenge aller möglichen Ausgänge eines Zufallsexperiments, \mathcal{F} die σ -Algebra aller Teilmengen von Ω , deren Wahrscheinlichkeiten definiert sind und \mathbb{P} das tatsächliche Wahrscheinlichkeitsmaß auf \mathcal{F} . Vgl. *Shreve* (2004), S. 94 ff.

⁴Dann ist der diskontierte EBITDA-Prozess $\{e^{-r_f t} \text{EBITDA}_t; 0 \leq t \leq T\}$ ein Martingal.

⁵Oder auch detaillierter bezeichnet durch $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{Q})$.

EBITDA_T log-normalverteilt ist, die folgende Dichtefunktion aufgestellt werden:

$$f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) = \frac{1}{\text{EBITDA}_T \cdot \sqrt{2\pi \cdot \sigma^2(T-t)}} e^{\left(-\frac{(\ln \text{EBITDA}_T - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)))^2}{2 \cdot \sigma^2(T-t)} \right)}. \quad (\text{C.2.3})$$

Unter Verwendung dieser Dichtefunktion kann der Erwartungswert aus (C.2.2) umgeformt werden zu

$$\begin{aligned} E_{\mathbb{Q}}[\max(0; \text{EBITDA}_T - X)] \\ = \int_X^{\infty} (0; \text{EBITDA}_T - X) f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) d\text{EBITDA}_T \end{aligned} \quad (\text{C.2.4})$$

Unter Verwendung von (C.2.4) kann (C.2.2) zu

$$C = e^{-r_f(T-t)} \int_X^{\infty} (\text{EBITDA}_T - X) f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) d\text{EBITDA}_T \quad (\text{C.2.5})$$

umgeformt werden. Die logarithmierte Zufallsvariable EBITDA_T ist normalverteilt mit $\ln \text{EBITDA}_T \sim N(\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t); \sigma^2(T-t))$. Unter Verwendung der Z-Transformation

$$EB = \frac{\ln \text{EBITDA}_T - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

kann EBITDA_T in eine standardnormalverteilte Zufallsvariable EB übertragen werden. Es ist möglich (C.2.5) als

$$\begin{aligned} C = e^{-r_f(T-t)} \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} \\ \left(e^{EB\sigma\sqrt{T-t} + (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))} - X \right) \varphi(EB) dEB \end{aligned}$$

zu schreiben, wobei $\varphi(EB) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{EB^2}{2}}$ die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet. Dieser Ausdruck kann in zwei Integrale zerlegt werden. Wir widmen uns

zunächst der Lösung des Ersten und komplexeren:

$$\begin{aligned}
C_1 &= e^{-r_f(T-t)} \\
&\int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{EB\sigma\sqrt{T-t} + (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))} \varphi(EB) dEB \\
&= e^{-r_f(T-t) + (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))} \\
&\int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{EB\sigma\sqrt{T-t}} \varphi(EB) dEB \\
&= e^{(\ln \text{EBITDA}_t - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)} \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} e^{EB\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{EB^2}{2}} dEB \\
&= e^{(\ln \text{EBITDA}_t - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)} \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(EB - \sigma\sqrt{T-t})^2 - \sigma^2(T-t)}{2}} dEB \\
&= \text{EBITDA}_t \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(EB - \sigma\sqrt{T-t})^2}{2}} dEB \\
&= \text{EBITDA}_t \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}} - \sigma\sqrt{T-t}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{EB^2}{2}} dEB \\
&= \text{EBITDA}_t \int_{-\infty}^{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}} + \sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{EB^2}{2}} dEB
\end{aligned}$$

Unter Verwendung der Symmetrieeigenschaft der Standardnormalverteilung gilt weiter:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \text{EBITDA}_t N \left(\frac{-\ln X + (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}} + \sigma\sqrt{T-t} \right) \\
&= \text{EBITDA}_t N \left(\frac{\ln \frac{\text{EBITDA}_t}{X} + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \sigma\sqrt{T-t} \right) \\
&= \text{EBITDA}_t N \left(\frac{\ln \frac{\text{EBITDA}_t}{X} + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right).
\end{aligned}$$

Die Lösung des zweiten Integrals lautet:

$$\begin{aligned}
C_2 &= X e^{-r_f(T-t)} \int_{\frac{\ln X - (\ln \text{EBITDA}_t + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t))}{\sigma\sqrt{T-t}}}^{\infty} -1 \varphi(EB) dEB \\
&= X e^{-r_f(T-t)} N \left(\frac{\ln \frac{\text{EBITDA}_t}{X} + (r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right)
\end{aligned}$$

Unter Verwendung von C_1 , C_2 , $X = \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{rD} - 1) \cdot D_{T-1}$ und $T = t + 1$ erhalten wir die Lösung für den Ausdruck C aus Gleichung (5.3.4):

$$C = \text{EBITDA}_t \cdot N(d_1) + \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{rD} - 1) \cdot D_t \cdot e^{-r_f} \cdot N(d_2), \quad (\text{C.2.6})$$

wobei $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\alpha} \cdot (e^{rD} - 1) \cdot D_t}\right) + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma}$ und $d_2 = d_1 - \sigma$.

Die Gleichung ist lösbar, sofern EBITDA_t und D_t bekannt sind.

C.2.2 Tax Shield mit Berücksichtigung von Insolvenz

In diesem Abschnitt wird unter Rückgriff auf die Ergebnisse von Anhang C.2.1 kurz erläutert, wie der Ausdruck C^{Inso} aus der Bewertungsgleichung für das periodengerechte Tax Shield mit Berücksichtigung von Insolvenz abgeleitet werden kann, wobei die Steuersparnisse in $t + 1$ (nächstes Jahr) realisiert werden.

Die Auszahlungsfunktion (5.3.6) ist im Vergleich zu Gleichung (5.3.1) um die charakteristischen Funktion $\mathbb{1}$ und im Zeitverlauf veränderliche, risikoangepasste Fremdkapitalkosten $r_{D,t}$ erweitert worden. Die charakteristischen Funktion $\mathbb{1}$ ist nicht in der Maximum-Funktion enthalten und ist deshalb für die Berechnung von C^{Inso} nicht relevant. Da $r_{D,t}$ und D_t in t bekannte Größen darstellen, ist unter Verwendung einer zu Anhang C.2.1 analogen Vorgehensweise, der Wert der Call-Option C^{Inso} mit dem Strike $X = \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t$ folgenderweise zu berechnen:

$$\begin{aligned} C^{\text{Inso}} &= e^{-r_f} \int_X^\infty (\text{EBITDA}_T - X) f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) d\text{EBITDA}_T \\ &= \text{EBITDA}_t \cdot N(d_1^{\text{Inso}}) + \frac{1}{\alpha} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t \cdot e^{-r_f} \cdot N(d_2^{\text{Inso}}), \end{aligned} \quad (\text{C.2.7})$$

wobei $d_1^{\text{Inso}} = \frac{\ln\left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\alpha} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t}\right) + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma}$ und $d_2^{\text{Inso}} = d_1^{\text{Inso}} - \sigma$.

C.2.3 Tax Shield mit Berücksichtigung von Insolvenz und der Zinsschranke

Die zusätzliche Berücksichtigung der Zinsschranke erfordert eine weitere Anpassung des Strikes X . Dieser ist um ZV_t und $\frac{1}{\min(0,3;\alpha)}$ zu adjustieren. ZV_t ist zum Zeitpunkt t bereits bekannt, daher kann der Wert der Call-Option $C^{\text{ZS,Inso}}$ mit Strike $X =$

$\frac{1}{\min(0,3;\alpha)} (e^{r_{D,t}} - 1) D_t + ZV_t$ wieder durch lösen des Integrals

$$C^{ZS,Inso} = e^{-r_f} \int_X^\infty (\text{EBITDA}_T - X) f_{\mathbb{Q}}(\text{EBITDA}_T) d\text{EBITDA}_T \quad (\text{C.2.8})$$

bestimmt werden. Es ergibt sich für $C^{ZS,Inso}$

$$C^{ZS,Inso} = \text{EBITDA}_t \cdot N(d_1^{ZS}) + \left(\frac{1}{\min(0,3;\alpha)} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t + ZV_t \right) \cdot e^{-r_f} \cdot N(d_2^{ZS}) \quad (\text{C.2.9})$$

$$\text{mit } d_1^{ZS} = \frac{\ln\left(\frac{\text{EBITDA}_t}{\frac{1}{\min(0,3;\alpha)} \cdot (e^{r_{D,t}} - 1) \cdot D_t + ZV_t}\right) + (r_f + \frac{1}{2}\sigma^2)}{\sigma} \text{ und } d_2^{ZS} = d_1^{ZS} - \sigma.$$

Werden die Fremdkapitalzinsen als konstant angenommen, vereinfacht sich Gleichung (C.2.9) zu

$$C^{ZS} = \text{EBITDA}_t \cdot N(d_1^{ZS}) + \left(\frac{1}{\min(0,3;\alpha)} \cdot (e^{r_D} - 1) \cdot D_t + ZV_t \right) \cdot e^{-r_f} \cdot N(d_2^{ZS}), \quad (\text{C.2.10})$$

wobei auch in d_1^{ZS} und d_2^{ZS} $r_{D,t} = r_D$ zu setzen sind.

Literaturverzeichnis

- Arnold, Sven* und *Lahmann, Alexander* (2010), Bewertung der Zinsschranke, verfügbar bei <http://ssrn.com/abstract=1567523>.
- Arnold, Sven/ Lahmann, Alexander* und *Schwetzler, Bernhard* (2012), Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke – eine empirische Analyse, in: Die Wirtschaftsprüfung, Jg. 65, S. 324–337.
- Arnold, Sven/ Lahmann, Alexander D. F.* und *Schwetzler, Bernhard* (2011a), Der Einfluss der “Zinsschranke” auf den Unternehmenswert - Eine Anmerkung -, in: Corporate Finance biz, Jg. 2, S. 293–299.
- Arnold, Sven/ Lahmann, Alexander D. F.* und *Schwetzler, Bernhard* (2011b), Zinsschranke, Unternehmensbewertung und APV-Ansatz - eine Anmerkung zum Beitrag von Förster/Stöckl/Brenken (ZfB 2009, S. 985 ff.), in: arqus-Working Paper Nr. 116.
- Arzac, Enrique R.* und *Glosten, Lawrence R.* (2005), A Reconsideration of Tax Shield Valuation, in: European Financial Management, Jg. 11, S. 453–461.
- Ayers, Benjamin C./ LaPlante, Stacie Kelley* und *McGuire, Sean T.* (2010), Credit Ratings and Taxes: The Effect of Book–Tax Differences on Ratings Changes, in: Contemporary Accounting Research, Jg. 27, S. 359–402.
- Bachmann, Carmen* und *Schultze, Wolfgang* (2008), Unternehmensteuerreform 2008 und Unternehmensbewertung - Auswirkungen auf den Steuervorteil der Fremdfinanzierung von Kapitalgesellschaften, in: Die Betriebswirtschaft, Jg. 68, S. 9–34.
- Bhanot, Karan* und *Mello, Antonio S.* (2006), Should corporate debt include a rating trigger?, in: Journal of Financial Economics, Jg. 79, S. 71–98.
- DeAngelo, Harry* und *Masulis, Ronald W.* (1980), Leverage and dividend irrelevancy under corporate and personal taxation, in: Journal of Finance, Jg. 35, S. 453–467.

- Eberl, Stephan* (2009), Weitere Erkenntnisse zum Steuervorteil von Fremdkapital nach der Unternehmensteuerreform 2008, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Jg. 61, S. 251–282.
- Fischer, Edwin O./ Heinkel, Robert und Zechner, Josef* (1989), Dynamic Capital Structure Choice: Theory and Tests, in: Journal of Finance, Jg. 44, S. 19–40.
- Förster, Heinrich H./ Stöckl, Stefan und Brenken, Henner* (2009), Die Bedeutung der Zinsschranke für die Bewertung von Tax Shields in einem modifizierten APV-Ansatz unter Verwendung einer entsprechend angepassten Eigenkapitalkosten-Reaktionshypothese, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 79, S. 985–1018.
- Frühling, Volker* (2009), Unternehmensbewertung und ewige Rente, in: Finanzbetrieb, Jg. 11, S. 200–203.
- Goldstein, Robert/ Ju, Nengjiu und Leland, Hayne* (2001), An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure, in: Journal of Business, Jg. 74, S. 483–512.
- Hackbarth, Dirk/ Hennesy, Christopher A. und Leland, Hayne E.* (2007), Can the Trade-off Theory Explain Debt, in: Review of Financial Studies, Jg. 20, S. 1389–1428.
- Harrison, J. Michael und Kreps, David M.* (1979), Martingales and Arbitrage in Multi-period Securities Markets, in: Journal of Economic Theory, Jg. 20, S. 381–408.
- Haug, Espen Gaarder* (2007), The Complete Guide to Option Pricing Formulas, 2 Aufl., McGraw-Hill, New York.
- Homburg, Carsten/ Stephan, Jörg und Weiß, Matthias* (2004), Unternehmensbewertung bei atmender Finanzierung und Insolvenzzisiko, in: Die Betriebswirtschaft, Jg. 64, S. 276–295.
- Kaplan, Robert S. und Urwitz, Gabriel* (1979), Statistical Models of Bond Ratings: A Methodological Inquiry, in: Journal of Business, Jg. 52, S. 231–261.
- Kessler, Wolfgang und Dietrich, Marie-Louise* (2010), Die Zinsschranke nach dem Wa-BeschG - la dolce vita o il dolce far niente?, in: Der Betrieb, Jg. 05, S. 240–245.

- Kruschwitz, Lutz und Löffler, Andreas* (2005), Ein neuer Zugang zum Konzept des Discounted Cashflows, in: *Journal für Betriebswirtschaft*, Jg. 55, S. 21–36.
- Kruschwitz, Lutz/ Lodowicks, Arnd und Löffler, Andreas* (2005), Zur Bewertung insolvenzbedrohter Unternehmen, in: *Die Betriebswirtschaft*, Jg. 65, S. 221–236.
- Kruschwitz, Lutz und Löffler, Andreas* (2006), *Discounted Cash Flow - A Theory of the Valuation of Firms*, 1 Aufl., John Wiley & Sons, Ltd., Chichester.
- Laitenberger, Jörg und Löffler, Andreas* (2006), The structure of the distributions of cash flows and discount rate in multiperiod valuation problems, in: *OR Spectrum*, Jg. 28, S. 289–299.
- Lenz, Martin und Dörfler, Oliver* (2010), Die Zinsschranke im internationalen Vergleich, in: *Der Betrieb*, Jg. 01, S. 18–24.
- Lodowicks, Arnd* (2007), *Riskantes Fremdkapital in der Unternehmensbewertung. Bewertung von Insolvenzkosten durch Barrier-Optionen unter Verwendung der Discounted-Cash-Flow Theorie*, Freie Universität Berlin, Diss., Wiesbaden.
- Mai, Jan M.* (2008), Die Bewertung verschuldeter Unternehmen unter Berücksichtigung von Zinsabzugsbeschränkungen, in: *Die Betriebswirtschaft*, Jg. 68, S. 35–51.
- Massari, Mario/ Roncaglio, Francesco und Zanetti, Laura* (2007), On the Equivalence between the APV and the wacc Approach in a Growing Leveraged Firm, in: *European Financial Management*, Jg. 14, S. 152–162.
- Miles, James A. und Ezzell, John R.* (1980), The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Jg. 15, S. 719–730.
- Modigliani, Franco und Miller, Merton H.* (1963), Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction, in: *American Economic Review*, Jg. 53, S. 433–443.
- Myers, Stewart C.* (1974), Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions—Implications for Capital Budgeting, in: *Journal of Finance*, Jg. 29, S. 1–25.

- Pasedaq, Andreas* (2010), Paradoxe Wirkungen der Zinsschranke, in: *Corporate Finance biz*, Jg. 1, S. 301–311.
- Piehler, Maik* und *Schwetzler, Bernhard* (2010), Der Wert ertragsteuerlicher Verlustvorträge, in: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Jg. 62, S. 60–100.
- Rapp, Marc S.* (2006), Die arbitragefreie Adjustierung von Diskontierungssätzen bei einfacher Gewinnsteuer, in: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Jg. 58, S. 771–806.
- Schwetzler, Bernhard* (2000), Unternehmensbewertung unter Unsicherheit - Sicherheitsäquivalent- oder Risikozuschlagsmethode?, in: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Jg. 52, S. 469–486.
- Shreve, Steven E.* (2004), *Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models* (Springer Finance), 1. Aufl., Springer, New York.
- Streitferdt, Felix* (2010), Die Bewertung von Verlustvorträgen und Tax Shields auf arbitragefreien Märkten, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Jg. 80, S. 1041–1074.
- Streitferdt, Felix* und *Meitner, Matthias* (2011), Unternehmensbewertung unter Berücksichtigung der Zinsschranke, in: *Corporate Finance biz*, Jg. 2, S. 258–269.
- United States Securities and Exchange Commission* (Hg.) (2003), *Report on the Role and Function of Credit Rating Agencies in the Operation of the Securities Markets*.

6 Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke - eine empirische Analyse

Inhaltsverzeichnis

6 Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke - eine empirische Analyse	169
6.1 Das Problem	173
6.2 Steuerersparnisse aus anteiliger Fremdfinanzierung mit und ohne Zinsschranke	176
6.2.1 Finanzierungspolitik, Insolvenzeffekte und Tax Shields	176
6.2.2 Die Modellierung der künftigen Steuerbemessungsgrundlage	179
6.3 Die Bewertung der Steuerersparnisse mit und ohne Zinsschranke	182
6.3.1 Der Ein-Perioden-Fall: Steuerersparnisse als Optionsportfolio	182
6.3.2 Der Mehr-Perioden-Fall: Tax Shield-Ermittlung mit einer Monte-Carlo-Simulation bei Beachtung von Insolvenz und Zinsschranke	187
6.3.3 Analyse der Einflussfaktoren	189
6.4 Tax Shield Analyse deutscher Branchen	190
6.4.1 Die Datenbasis und Schätzung der Parameter	190
6.4.2 Tax Shield Analyse mit realen Daten	196
6.5 Ergebnisse	205

Tax Shield, Insolvenzwahrscheinlichkeit und Zinsschranke - eine empirische Analyse

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, alle Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der Artikel wurde mit geringen Anpassungen in "Die Wirtschaftsprüfung" (6/2012, S. 324 - 337) veröffentlicht. Die Seiten 173 bis 210 dieser Dissertationsschrift wurden zur Wahrung des Copyrights aus dieser Online-Version entfernt.

Abstract Dieser Beitrag untersucht die Auswirkung von Insolvenz und Zinsschranke auf den Barwert der Steuerersparnisse (Tax Shield) bei der Unternehmensbewertung. Diese “Tax Shield Analyse” wird mit Hilfe eines Monte-Carlo-Simulationsmodells anhand empirischer Daten deutscher Branchen von 2001 bis 2009 durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass bei unterstellter aktiver (wertorientierter) Finanzierungspolitik die Einführung einer möglichen Insolvenz deutlichen Einfluss auf den Wert der Steuerersparnisse hat. Dagegen ist der zusätzliche Werteffekt der Zinsschrankenregelung selbst ohne die Berücksichtigung des EBITDA-Vortrages zu vernachlässigen. Hinsichtlich der Höhe des Steuervorteils und der Wirkung der Insolvenzberücksichtigung bestehen zwischen den einzelnen Branchen deutliche Unterschiede.

7 The Impact of Credit Rating and Frequent Refinancing on Firm Value

Inhaltsverzeichnis

7	The Impact of Credit Rating and Frequent Refinancing on Firm Value	211
7.1	Introduction	215
7.2	The model	220
7.2.1	Economic environment	220
7.2.2	A generalized financing policy of the firm	221
7.2.3	<i>Miles</i> and <i>Ezzell</i> (1980) and <i>Myers</i> (1974) as polar cases of the generalized financing policy	224
7.2.4	The basic example on the value impact of the financing policy	226
7.3	Probability of default, rating, and leverage	227
7.3.1	Probability of default	228
7.3.2	Rating and leverage	230
7.3.3	Example with consistent leverage and rating	232
7.4	The net benefits of debt	235
7.4.1	Bankruptcy, bankruptcy costs and tax shield	235
7.4.2	Example with bankruptcy - the optimal capital structure . . .	237
7.4.3	The optimal capital structure under different refinancing strategies	239
7.4.4	Limitations of our model	243
7.5	Conclusions	245
D	Appendix	247
D.1	Definition of the general discounting rule	248
D.2	Simplification of the tax shield formula	249
D.3	Derivation of the adjustment formulae	250

The Impact of Credit Rating and Frequent Refinancing on Firm Value

Sven Arnold, Alexander Lahmann, and Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, all Chair of Financial Management, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig.

Abstract Rating affects corporate credit costs and leverage choices. Therefore, we develop a corporate valuation model where the choice of leverage is consistent with the implied cost of debt of the rating class. We explicitly model the trigger, the consequences, and the analytical probability of bankruptcy. Further, we develop a financing policy where the firm refinances with a predefined frequency. To conclude, we develop value implications of rating and financing policy which are in line with the trade-off theory in capital structure theory.

7.1 Introduction

The link between financing policies and debt related tax savings (tax shield) has attracted academic interest from both corporate finance and corporate valuation research. However, both strands of literature differ significantly. Corporate finance related approaches analyzing the capital structure choices allow for a wide range of factors to be taken into account. The models incorporate time to maturity, recapitalization sequences, default and credit risk, and interest rates for different levels of debts into capital structure models.¹ In contrast to this rich set of credit conditions corporate valuation models offer simple, standardized financing policies when calculating the value of the tax benefits of debt. Firms can choose between the policy of fixing future leverage ratios, implying a future regular adjustment of the debt level (see *Miles and Ezzell (1980)* and (?) and *Harris and Pringle (1985)*.) and fixing future levels of debt, implying future changes of the leverage (see *Modigliani and Miller (1958)* and *Myers (1974)*). This paper aims to extend the set of feasible financing policies in corporate valuation models by (1) allowing different refinancing frequencies and (2) adapting a rating algorithm measuring and pricing default risk into the setting used in capital budgeting.

In the literature on corporate valuation, there is an ongoing discussion on the correct application of financing policies when calculating and discounting corporate values.² Research on valuation has derived a set of formulae for both financing policies linking the different cost of capital definitions. As these policies yield different levels of risk for the future tax savings, they imply different discount rates for the present value calculation. The policy of fixing future debt levels requires discounting with the firm's cost of debt whereas the policy of fixing future leverage yields the unlevered cost of equity as the appropriate rate for the calculation of the tax shield.

¹Compare e.g. *Goldstein, Ju and Leland (2001)*, *Kisgen (2006)*, *Almeida and Philippon (2007)*.

²See e.g. the discussions between ? and *Fieten et al. (2005)* and between *Liu (2009)* and *Qi (2011)*. *Inselbag and Kaufold (1997)* discuss implications of financing policies for the valuation approach.

Consequently both policies yield different tax shield values and corporate values. This observation triggered a discussion of whether both policies are feasible given certain risk characteristic of the firm's future cash flows.³

Empirically, firms do not seem to follow the proposed standardized financing policies. In the finance literature there is a long debate around the question if at all, and if so how firms adjust their capital structure. *Fischer, Heinkel and Zechner* (1989) showed that transaction costs prevent regular adjustment of leverage towards a certain target value. *Leary and Robert* (2005) find a full adjustment of market value leverage in 2 to 4 years after equity issues and equity shocks.⁴

The other limitation of valuation models is that the proposed financing policies do not model the interrelation between the credit risk imposed by a combination of debt level and a particular financing policy on the one and the cost of debt in the respective valuation formulae on the other hand. The few valuation approaches taking risky debt into account exogenously assume a certain cost of debt for corporate valuation. Our article determines the (credit) risk of future interest payments and tax savings attached to it and takes the value impact into account given a certain financing policy.

In *corporate finance*, debt-related tax benefits play an important role in the discussion of the optimal capital structure. *Graham* (2000) and ? made significant contributions in estimating the tax benefits related to debt and analyzing the marginal net benefits of debt for different debt levels. *Graham's* findings triggered a discussion whether US firms tend to be underlevered, i.e. not fully exploiting the tax benefits by staying below their optimal level of debt.⁵ Surprisingly this literature

³Also compare e.g. *Massari, Roncaglio and Zanetti* (2007), *Arzac and Glosten* (2005). *Clubb and Doran* (1995) propose a model of periodic monitoring of debt levels and adjustments to a target leverage, which they call a 'lagged' or 'partially active' debt management.

⁴*Huang and Ritter* (2009) found evidence that firms adjust half way towards target leverage on book values at a moderate speed of 1.6 to 3.7 years. For additional empirical evidence see e.g. *Drobtz and Wanzenried* (2006), *Byoun* (2008), and *Dang, Kim and Shin* (2012).

⁵This question is under constant discussion. See e.g. *Blouin, Core and Guay* (2010) *Korteweg* (2010), and *van Binsbergen, Graham and Yang* (2010).

does not fully comply with findings derived in capital budgeting: *Graham* (2000) assumes a financing policy resting on a constant interest coverage ratio, implying a regular adjustment of the debt level. In order to calculate the present value of the tax savings, Moody's before-tax corporate bond yield is applied as a discount rate. This is obviously not in line with the recommendations of *Miles* and *Ezzell* (1980) who advise to discount the tax shields using the cost of unlevered equity whenever the future debt levels display the same risk properties as future cash flows.

In a survey *Graham* and *Harvey* (2001) found that managers refer to rating as one of the most important factors that they take into account when making capital structure decisions. Findings by *Molina* (2005) empirically confirm that leverage and rating affect each other. Different bond ratings empirically are coupled with typical leverage ratios.⁶ *Kisgen* (2006) and *Kisgen* (2009) show that firms empirically target certain credit ratings and conclude that a complete model of the optimal capital structure has to include credit rating.⁷ *Kisgen's* "Credit Rating-Capital Structure Hypothesis" aims to complement existing capital structure models. Studying financial distress costs *Almeida* and *Philippon* (2007) also rely on the relationship between rating and leverage described by *Molina* (2005). In our model we also use rating as link between risk and leverage within a given financing policy. However, to the best of our knowledge the idea of using rating to endogenize risk adjusted cost of debt has not yet been applied to corporate valuation.

The most recent approach to estimate the tax benefits of debt involves the use of barrier options.⁸ *Couch*, *Dothan* and *Wu* (2012) explicitly model default and refinancing events based on lognormally distributed EBIT. In a risk-neutral environment, a valuation formula for the tax shield is developed based on cash-at-hit

⁶The main idea is, that a reduction (increase) in risk triggers an improved (worse) rating is followed by an increase (decrease) in the debt level. These effects are empirically disentangled by an instrumental variable approach.

⁷The studies empirically verify that firms tend to maintain their rating and decrease their level of debt to avoid downgrading. The effects are robust to several adjustments. Factors influencing capital structure choices known from previous research remain valid.

⁸Compare e.g. *Lodowicks* (2007), *Kruschwitz*, *Lodowicks* and *Löffler* (2005).

barrier options⁹ and investigate how they are influenced by firm characteristics. Similar to our paper the model assumes that the generation of tax shields terminates as a certain bottom interest coverage ratio is hit, thus triggering a default event. By establishing a risk-neutral environment the model avoids the need for deriving a risk adjusted discount rate to value the tax shield. However, these sophisticated option pricing models do not propose a standardized financing policy over an infinite time horizon. As the corporate valuation setting usually assumes an infinite lifetime of the firm, financing policies implying dynamic optimization using backwards induction will not be feasible. Applicable models for corporate valuation require standardization with respect to future, state dependent financing decisions. The financing policy has to be shown to be consistent with respect to the risk implications of debt financing while being repeatable with the same result at any future refinancing point in time.

This paper develops an endogenous analytic link between the financing policies on the one hand and cost of debt on the other hand. First, we derive default probabilities for lognormally distributed EBIT given a certain financing policy and refinancing frequency. Then we match the default probability with empirically observed ratings to estimate the credit rate. We also show that assuming a certain refinancing frequency and a level of debt the probability of default is independent from the firm's future EBIT after the next refinancing. This finding allows the adaption of the debt contract's main features on changing economic conditions to become standardized. The adjustment of the debt level and the credit rate in any future refinancing date will follow the same rule yielding the same result as the choice of the optimal debt level in the current period. Finally, we show that the firm chooses a certain financing policy by simultaneously determining the level of debt, the credit rates, and the refinancing frequency and by doing so taking into account the market's response on the offered level of credit risk. Thus, the model

⁹These barrier options come to life or cease to exist if a predefined EBIT level is hit.

takes the probability of default into consideration and endogenizes cost of debt by linking leverage and rating.

We make the following contributions to current research:

1. Standard financing policies assumed in corporate valuation exogenously introduce the credit cost by assuming certain bond yields for risky debt. To the best of our knowledge our model is the first to analytically link the rating of debt and the financing policy offered by the firm in a DCF corporate valuation framework. By showing the default probability for a given financing policy to be state independent at given refinancing dates our model allows for a standardized financing policy in an infinite time framework similar to the model of *Miles* and *Ezzell* (1980).
2. We generalize the two current versions of financing policies proposed by *Myers* (1974) and *Miles* and *Ezzell* (1980) by showing that both are special cases of a more general financing policy with respect to the time frame and frequency of adaption of the credit conditions. We reformulate the model of *Clubb* and *Doran* (1995) by using a simpler, more intuitive valuation formula and extend their analysis by deriving different cost of capital formulae and allowing the possibility of default and bankruptcy.
3. Based on the bankruptcy event illiquidity we combine default data and financing policies to derive value implications of bankruptcy costs. Thus, we introduce the trade-off theory of debt financing and the endogeneity between credit rating and capital structure into corporate valuation.

The paper is organized as follows. In section 2 we develop the model of a firm refinancing its debt with a given frequency. By choosing refinancing dates to be annually, the model equals the Miles/Ezzell case. In section 3, we develop the rating algorithm that determines the cost of debt. Based on this, we show that the leverage and rating are chosen simultaneously. In section 4, we focus on the consequences

of default and draw conclusions for the optimal financing policy. Section 5 contains concluding remarks.

7.2 The model

In the literature on corporate valuation two standard financing policies are assumed: autonomous financing (certain total amounts of debt) and financing based on market values (certain future leverage ratios). Academics and practitioners alike assume the latter one to be more realistic although firms do not adjust outstanding debt every year as assumed by *Miles and Ezzell* (1980) nor continuously (every second) which was assumed by *Harris and Pringle* (1985).

7.2.1 Economic environment

We assume a standard corporate valuation setting. All investors have homogeneous information based on the filtration \mathcal{F}_t - the current state. The firm realizes annual earnings at $t + 1, t + 2, \dots, T$ with $T = \infty$ which we call reporting dates. Debtholders will receive interest and potentially redemption payments at these reporting dates.

Further assumptions are an arbitrage free capital market and the spanning assumption to hold for the free cash flow, equity, and the firm value. We choose an EBIT approach similar to *Goldstein, Ju and Leland* (2001), *Sundaresan and Wang* (2007) and *Couch, Dothan and Wu* (2012). Starting point is the EBIT which follows a simple geometric Brownian motion with drift μ and volatility σ . The stochastic process of interest is the Wiener process. While EBIT is not a traded asset in reality we do assume there is a spanning portfolio that does have the same mean return and volatility. The Intertemporal CAPM can be applied for the valuation of the unlevered and levered firm.¹⁰ The same holds for the tax shield and thus risk adjusted

¹⁰See *Merton* (1973).

discounting can be applied. The value of the levered firm is

$$V_t^L = V_t^U + V_t^{TS} - V_t^{BC}, \quad (7.2.1)$$

where V_t^U is the unlevered firm value free of default risk and V_t^{TS} is the value of tax shield from interest payments. Additionally, we separately capture the value of bankruptcy costs V_t^{BC} , which will be treated in section 7.4. For now, we state the following assumptions:

Assumption (1): *The value of the tax shield V_t^{TS} is not affected by the event of default. The value of bankruptcy costs V_t^{BC} due to default is zero.*¹¹

Further, we would like to simplify the valuation problem to a no growth environment and assume a steady state.

Assumption (2): *The free cash flow is expected to grow with drift rate $\mu = 0$ ¹² and equals the EBIT of the firm until infinity.*¹³

We only consider taxes with rate τ on corporate level. The unlevered firm value V_t^U is determined by

$$V_t^U = \sum_{s=t+1}^T \frac{(1-\tau) \cdot E[EBIT_s]}{(1+r_u)^{s-t}} = \frac{(1-\tau) \cdot EBIT_t}{r_u}, \quad (7.2.2)$$

where r_u is the expected return of the unlevered firm.

7.2.2 A generalized financing policy of the firm

In our model, the firm refinances its debt every k reporting dates (years) which we will call refinancing dates. At these dates t_{refi} the firm redeems the debt issued in the

¹¹The idea is that in case of default the firm will be sold at its market value to an investor who will not change the financing policy. The assumption is repealed in section 7.4.

¹²See for an analysis with positive growth rates $\mu > 0$ *Arzac and Glosten (2005)*.

¹³The identity of EBIT and free cash flow requires investments (CAPEX) to be equal to depreciations until infinity. As this assumption implies constant asset book values, the combination with constant expected EBIT is consistent.

most recent refinancing date $t_{refi} - k$, $D_{t_{refi} - k}$, and issues new debt $D_{t_{refi}}$ according to its target leverage ratio applied on the prevailing market value of the firm. This standardized financing policy is similar to *Miles/Ezzell* assumptions which claim that firms will maintain a certain target leverage ratio and annually adjust their debt level.

Assumption (3): *The firm chooses a financing policy with refinancing at the reporting dates $t_{refi} = t, t + k, t + 2k, \dots$ years. At each refinancing date the debt level is reset based on the following relation:*

$$D_{t_{refi}} = l_{t_{refi}} \cdot V_{t_{refi}}^L. \quad (7.2.3)$$

Note that the first adjustment in $t_{refi} = t$ is observable in \mathcal{F}_t and no change in notation is necessary.

The valuation of the tax shield in an arbitrary year from $T - k + 1$ to T must take the fact into account that the level of debt is certain since the last adjustment in $T - k$. Thus, we use r_D as discount rate of the tax savings to the previous refinancing point.¹⁴ From $T - k$ to the current point in time t we discount with r_u as the present value of the tax shield depends on the future debt adjustments to firm value.¹⁵

If $T - t$ can be divided by k the value of the tax shield¹⁶ is given by

$$V_t^{TS,k} = \sum_{s=t}^{\frac{T-t}{k}} \sum_{j=1}^k \frac{\tau \cdot r_D \cdot E [D_{(s-t) \cdot k} | \mathcal{F}_t]}{(1 + r_D)^j \cdot (1 + r_u)^{(s-t) \cdot k}}. \quad (7.2.4)$$

The resulting formula can be simplified¹⁷ for the case of $\mu = 0$ and $T = \infty$ to

$$V_t^{TS,k} = D_t \cdot \Lambda_t^k, \quad \text{with} \quad \Lambda_t^k = \frac{\tau \cdot r_D \cdot AF(r_u, k)}{AF(r_D, k) \cdot r_u}, \quad (7.2.5)$$

¹⁴If the firm's debt is free of default risk we may apply the risk free interest rate.

¹⁵The argument is like the one of *Miles* and *Ezzell* (1980) for the last year in their model.

¹⁶Refer to appendix A for the derivation of the formula in case $T - t$ cannot be divided by k .

¹⁷See the appendix B for the derivation.

where $AF(r, k) = \frac{r \cdot (1+r)^k}{(1+r)^k - 1}$ is the annuity factor for discount rate r and time to maturity k . Note that the “Lambda-Factor” used in (7.2.5), accounts for the refinancing frequency of the firm’s debt. The sensitivity of the tax shield with respect to k depends on the difference between r_D and r_u . In the standard case $r_D < r_u$ the tax shield value increases with k .

The following Proposition (1) combines the unlevered and levered firm value by application of the “Lambda-Factor” Λ_t^k .

Proposition (1): *At the refinancing date $t_{refi} = t$ the levered firm value is a function of the unlevered firm value with*

$$V_t^{L,k} = \frac{V_t^U}{1 - l_t \cdot \Lambda_t^k} \quad (7.2.6)$$

Proof: Application of (7.2.5) and simplification leads to

$$\begin{aligned} V_t^{L,k} &= V_t^U + V_t^{TS,k} \\ V_t^{L,k} &= V_t^U + D_t \cdot \Lambda_t^k \\ V_t^{L,k} &= V_t^U + l_t \cdot V_t^{L,k} \cdot \Lambda_t^k \\ V_t^{L,k} &= \frac{V_t^U}{1 - l_t \cdot \Lambda_t^k}. \quad \square \end{aligned}$$

From Proposition (1) we can observe a relationship between the levered and unlevered firm that is constant when leverage is set $l_{t_{refi}} = l$ at all refinancing dates $t_{refi} = t, t + k, t + 2k, \dots$ and the parameters r_D , r_u and τ of Λ_t^k are constant. As a result, we also find a constant relationship between the unlevered firm value and debt that is $D_t = l \cdot V_t^{L,k}$ for all $t, t + k, t + 2k, \dots$

In a last step, we derive the weighted average cost of capital (WACC) for the generalized financing policy which is the alternative method to incorporate tax benefits

into the valuation of the levered firm.¹⁸

Proposition (2): *The weighted average cost of capital is given by*

$$wacc^k = r_u - r_u \cdot l_t \cdot \Lambda_t^k. \quad (7.2.7)$$

Proof: Under the assumption of no growth the levered firm value is given by

$$V_t^{L,k} = \sum_{s=t+1}^T \frac{(1-\tau) \cdot E[EBIT_s]}{(1+wacc^k)^{s-t}} = \frac{(1-\tau) \cdot EBIT_t}{wacc^k}. \quad (7.2.8)$$

Rearranging to $(1-\tau) \cdot EBIT_t$ and setting equal to (7.2.2) we get

$$\begin{aligned} wacc^k \cdot V_t^{L,k} &= r_u \cdot V^U \\ wacc^k \cdot V_t^{L,k} &= r_u \cdot (V_t^{L,k} - D_t \cdot \Lambda_t^k) \\ wacc^k &= r_u - r_u \cdot \frac{D_t}{V_t^{L,k}} \cdot \Lambda_t^k, \end{aligned}$$

which is equal to (7.2.7). □

7.2.3 Miles and Ezzell (1980) and Myers (1974) as polar cases of the generalized financing policy

There are two special cases for the refinancing frequency, for which the “Lambda-Factor” in Formula (7.2.5) simplifies to the well known results of *Miles and Ezzell* (1980) and *Myers* (1974).

¹⁸The cost of levered equity is then given by

$$r_l = r_u + ((1 - \Lambda_t^k) \cdot r_u - (1 - \tau) \cdot r_D) \frac{D_t}{E_t}$$

and the beta adjustment formula is given by

$$\beta^l = \beta^u + \left((\tau - \Lambda_t^k) \cdot \frac{i}{r_m - 1} + (1 - \Lambda_t^k) \cdot \beta^u - (1 - \tau) \cdot \beta^D \right) \frac{D_t}{E_t}.$$

The derivation can be found in the Appendix.

First, from (7.2.4) and $k = 1$, we simplify to the well established value of the tax shield according to *Miles/Ezzell* assumptions and risky debt, where the firm refinances every year.

$$V_t^{TS, MiEzz.} = \sum_{s=t+1}^T \frac{E[D_{s-1} | \mathcal{F}_t] \cdot r_D \cdot \tau}{(1 + r_D) \cdot (1 + r_u)^{s-(t+1)}}. \quad (7.2.9)$$

In equation (7.2.9), the tax shield from interest payments is discounted with the cost of debt for one year and cost of unlevered capital for the remaining number of years.¹⁹ Empirical evidence however suggests that firms do not adjust their debt every year. Not going into detail of corporate finance related literature we rather accept that debt is obviously sticky in reality.²⁰

Further, we can observe a constant relationship between the levered and unlevered firm when choosing $k = 1$ in (7.2.6). At each reporting date, the levered firm value is a function of the unlevered firm value with

$$V_t^{L, MiEzz.} = \frac{V_t^U}{1 - l_t \cdot \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1 + r_u)}{(1 + r_D) \cdot r_u}}, \quad (7.2.10)$$

which is well established in theory and practice.

Second, in case the firm never refinances and the debt level is assumed to be constant until infinity, the value of the tax shield according to the model of *Myers* can be derived from (7.2.4):

$$V_t^{TS, Myers} = \sum_{s=t+1}^T \frac{r_D \cdot \tau \cdot E[D_{s-1} | \mathcal{F}_t]}{(1 + r_D)^{s-t}} = \tau \cdot D_t. \quad (7.2.11)$$

Note that we use the cost of debt r_D according to *Myers* (1974) as the interest

¹⁹Compare e.g. *Arzac and Glosten* (2005) or originally *Miles and Ezzell* (1980).

²⁰According to *Fischer, Heinkel and Zechner* (1989), the reason is that the adjustment causes transaction costs. Other explanations are market timing (theory), the underinvestment problem, and agency problems in firms. *Massari, Roncaglio and Zanetti* (2007) state that debt is “sticky” because of the shareholders’ willingness to adjust the level of debt.

rate of debt must reflect the risk of default. If that risk would be zero, the tax shield would be discounted according to *Miller/Modigliani* assumptions with the risk free rate.

By application of $k = \infty$ the “Lambda-Factor” becomes τ . Thus, the levered firm value according to (7.2.6) is a function of the unlevered firm value with

$$V_t^{L,Myers} = \frac{V_t^U}{1 - l_t \cdot \tau} \Leftrightarrow V_t^{L,Myers} = V_t^U + \tau \cdot D_t \quad (7.2.12)$$

Finally, rewriting equation (7.2.7) in case of $k = 1$ and $k = \infty$ we obtain the well established formulae for the weighted average cost of capital in the *Miles/Ezzell* case and risky debt

$$wacc_{\tau}^{MilesEzzell} = r_u - l_t \cdot \tau \cdot r_D \frac{1 + r_u}{1 + r_D},$$

and the *Myers* case with

$$wacc_{\tau}^{Myers} = r_u(1 - l_t \cdot \tau).$$

7.2.4 The basic example on the value impact of the financing policy

What is the impact of the financing policy on firm value? We finish this section with a basic numerical example by calculating the tax shield for a range of refinancing frequencies k . The tax shield value increases with k and leverage l . It matches the idea of practitioners that the tax shield is larger for *Myers* assumptions than for *Miles/Ezzell* assumptions due to lower discount rates.²¹

Example (1): *Financing policy based on refinancing every k reporting dates and constant cost of debt.* Assume EBIT follows a geometric Brownian motion with drift zero and volatility $\sigma = 20\%$. Figure 7.1 shows parameters and results for refinancing every $k = 1, 3, 5$ or 7 reporting dates.

²¹For a discussion of the implications see ?.

Parameters:			
Tax rate	τ		35%
Cost of debt	r_D		4%
Cost of unlev. equity	r_u		7.5%
Leverage	l		$[0, 1)$
EBIT in $t = 0$	EBIT ₀		1
EBIT growth	μ		0%
EBIT volatility	σ		20%
Unlevered firm value	V_0^U		8.667

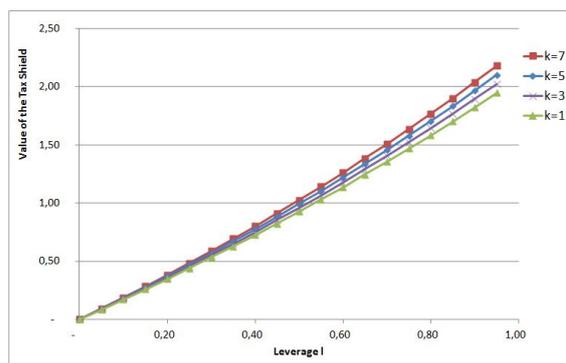


Figure 7.1: Tax shield for refinancing frequency every k reporting dates.

Due to $r_D < r_u$ we observe tax shields increasing in k . Clearly this result is not very realistic:

1. It ignores any potential consequences from default and bankruptcy. Realistically one will assume that higher leverage implies a higher probability of default, having consequences on the likelihood of tax shield generation in future states and the discount rate of future expected tax shields.
2. The model does not link leverage to the cost of debt. As increasing leverage will increase the default probability, creditors are expected to take the resulting credit risk into account when determining the credit rate.

So far corporate valuation models have not attempted to endogenously derive the cost of debt for given leverage.²² As we assume a refinancing of debt every k periods, the choice of k influences the default probability. Consequently, there is an obvious need to endogenize the link between frequency k and leverage l on the one hand and default probability and cost of debt r_D on the other hand.

7.3 Probability of default, rating, and leverage

Recent findings in empirical capital structure research of *Molina* (2005), *Kisgen* (2006), and *Kisgen* (2009) suggest that rating affects firm's leverage decisions. We

²²Although the idea was already established by *Merton* (1974).

improve the discounted cash flow model, by allowing for a simultaneous choice of debt level, refinancing frequency, and the corresponding cost of debt. To do so, we use rating as a device to endogenize cost of debt. For any given leverage and refinancing frequency a default probability is calculated for every future refinancing point.

We derive an analytic closed form relation for the default probability at any future refinancing date given a certain financing policy. Based on the implied rating class, we assign a yield spread that is derived from reported spreads from empirical research. Finally, we show that rating and leverage are jointly determined, which is the core of our rating process. Thus, our model allows for a pre-specified and standardized financing policy with generalized frequency of refinancing and endogenous cost of debt. Figure 7.2 shows the basic idea of our model with respect to financing policy, rating, and firm value. In an example, we choose sensible parameter combinations of financing policy properties and rating properties. By doing so, the impact of rating on the tax shield of the levered firm can be observed.

7.3.1 Probability of default

We assume the firm's debtholders to receive annual interest payments. Further, interest and redemption payments are made at refinancing dates $t_{refi} = t, t + k, t + 2k, \dots$. The debtholders will take the risk of default into account when negotiating the credit conditions. They derive the probability for this event and determine a credit rate based on a predefined rating mechanism reflecting the credit risk.

In similar structural models²³, the firm is assumed to go bankrupt if the EBIT hits a pre-defined barrier. In our model, we propose illiquidity as the default trigger. The levered firm will go bankrupt if it is not able to cover interest and net redemption

²³See e.g. *Hackbarth, Hennesy and Leland (2007)* or *Couch, Dothan and Wu (2012)*.

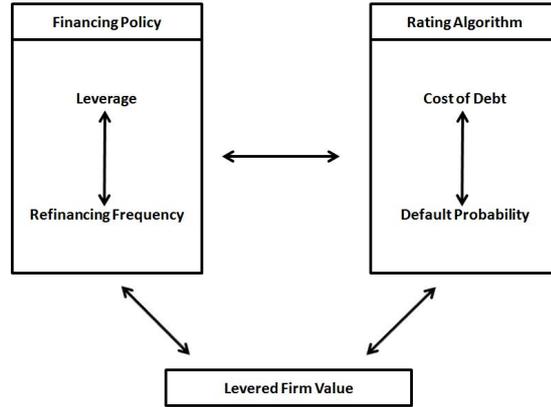


Figure 7.2: Endogenous relation of financing policy, rating, and firm value.

The financing policy and rating affect each other and build an endogenous model that determines the value of the levered firm. The rating algorithm is defined by cost of debt and default probability based on yield spreads per rating class. The financing policy is defined by leverage and the refinancing frequency. Together those affect the tax shield of the levered firm. The arrows point back to the financing policy and rating as they are affected by the levered firm value and the fundamental risk of the operating business.

payments by the available EBIT:²⁴

$$\text{EBIT}_{t+k} < (1 + r_D) \cdot D_t - D_{t+k}. \quad (7.3.1)$$

Proposition (3): *The distribution of EBIT_{t+k} in refinancing point $t + k$ is determined by the current EBIT_t , μ and σ . Based on the bankruptcy trigger (7.3.1) the default probability P^D for the next refinancing date $t + k$ is given by*

$$P^D (\text{EBIT}_{t+k} < (1 + r_D) \cdot D_t - D_{t+k}) = N \left(\frac{\ln \left(\frac{(1+r_D) \cdot D_t}{\text{EBIT}_{t+k}} \right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \cdot k}{\sigma \sqrt{k}} \right). \quad (7.3.2)$$

Proof: The firm adjusts leverage to its target ratio at the refinancing date. Thus,

²⁴In reality managers would deviate temporarily from their investment policy to avoid bankruptcy, which would result in an operative incomparability of levered and unlevered firms.

it is sharing the stochastic properties of the levered firm value at the refinancing dates. In addition, from equation (7.2.6) we know that $D_t = l_t \cdot V_t^{L,k} = \frac{l_t \cdot V_t^U}{1 - l_t \cdot \Lambda_t^k}$ is a constant multiple of V_t^U for $l_t = l$ at all refinancing dates. Equation (7.2.2) states that V_t^U is a multiple of EBIT. Therefore, the absolute amount of debt follows the same geometric Brownian motion as the EBIT and we are able to derive:

$$\begin{aligned}
P^D &= P^D(\text{EBIT}_{t+k} < (1 + r_D) \cdot D_t - D_{t+k}) \\
&= P^D(\text{EBIT}_{t+k} + D_{t+k} < (1 + r_D) \cdot D_t) \\
&= P^D((\text{EBIT}_t + D_t) \cdot e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \cdot k + \sigma \cdot \sqrt{k} \cdot W_t} < (1 + r_D) \cdot D_t) \\
&= P^D\left(W_t < \frac{\ln\left(\frac{(1+r_D) \cdot D_t}{\text{EBIT}_t + D_t}\right) - (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \cdot k}{\sigma \sqrt{k}}\right).
\end{aligned}$$

Since the Wiener Process W_t is normal distributed $N(\mu = 0, \sigma = 1)$, P^D is equal to equation (7.3.2) as proposed. \square

7.3.2 Rating and leverage

Rating agencies do not publish their methodology and internal processes. Nonetheless, any rating is clearly based on the firm's current operating profit, debt level, and the expectations about the future profitability. We use the average cumulative default rates published by Moody's from 1970 to 2001²⁵, and the corresponding yield spreads. *Almeida* and *Philippon* (2007) use similar spreads for their analysis of bankruptcy costs. For simplicity we assume a flat term structure with rounded interest rates.²⁶ The following Table 7.1 shows yield spreads and cumulative default probabilities per rating class. The cost of debt is given by $r_D = r_f + RP$.

Our model uses rating to endogenously derive cost of debt for given levels of debt and financing policy. Debtholders determine rating adjusted credit rates (cost of

²⁵Compare *Moody's* (2002) Table 32 for default rates for 1 to 20 years.

²⁶Compare *Almeida* and *Philippon* (2007) Table 1 for spreads over maturities of 1 to 10 years. The yield spreads show a flat term structure over all rating classes.

Rating	P^D 1-year	P^D 5-year	P^D 10-year	Yield Spread RP
AAA	0.00%	0.14%	0.79%	1.0%
AA+ to AA-	0.02%	0.3%	0.89%	1.5%
A+ to A-	0.02%	0.51%	1.57%	2.0%
BBB+ to BBB-	0.15%	1.95%	5.09%	3.0%
BB+ to BB-	1.27%	11.42%	21.27%	4.0%
B+ to B-	6.66%	31.00%	47.60%	6.0%
CCC+ to C-	21.99%	56.82%	77.31%	8.0%

Table 7.1: Excerpt of historical default rates and yield spreads per rating AAA to C.

debt for the firm) based on default probability. Relying on market data, there is no necessity to explicitly model rating triggers²⁷ or the negotiation process with debtholders²⁸ in our model. We assume homogeneous beliefs and information about the rating procedure based on the filtration \mathcal{F}_t .

Assumption (4): *The cost of debt is derived from Table 7.1 for a given probability that the firm does not repay interest plus redemption payments at the next refinancing date (given by equation (7.3.2)).*

The following proposition shows that the leverage choice is consistent with respect to the financing policy and rating. In other words: Choosing a leverage (default probability) ratio implies a certain rating and corresponding cost of debt that match the default probability (leverage).

Proposition (4): *Firms choose the leverage ratio $l_t = \frac{D_t}{V_t^{L,k}} = \frac{D_t}{V_t^U + D_t \cdot \Lambda_t^k}$ and the corresponding default probability simultaneously. For a given default probability α the total amount of debt is given by*

$$D_t = \frac{\text{EBIT}_t \cdot e^{q\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \cdot k}}{1 + r_D - e^{q\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2) \cdot k}}, \quad (7.3.3)$$

²⁷General on rating-triggers compare e.g. *Bhanot and Mello (2006)*.

²⁸The model of *Hackbarth, Hennesy and Leland (2007)* focuses on the negotiation between equity and debtholders.

where q_α is the α -quantile of the normal distribution and r_D is the cost of debt²⁹ corresponding to $P^D = \alpha$ from the rating in Table 7.1.

Proof: We need to calculate the appropriate default probability after the firm has chosen D_t . Therefore we plug D_t into the probability of default which is given by Equation (7.3.2) and rearrange

$$\begin{aligned}
& P^D (\text{EBIT}_{t+k} < (1 + r_D) \cdot D_t - D_{t+k}) \\
&= N \left(\frac{\ln \left(\frac{(1+r_D) \cdot D_t}{\text{EBIT}_{t+D_t}} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot k}{\sigma \sqrt{k}} \right) \\
&= N \left(\left(\ln \left(\frac{(1+r_D) \cdot \text{EBIT}_t \cdot e^{q_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + (\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) \cdot k}}{1+r_D - e^{q_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + (\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) \cdot k}} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot k \right) / (\sigma \sqrt{k}) \right) \\
&= N \left(\frac{\ln \left(\frac{(1+r_D) \cdot \text{EBIT}_t \cdot e^{q_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + (\mu - \frac{1}{2} \sigma^2) \cdot k}}{\text{EBIT}_t \cdot (1+r_D)} \right) - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot k}{\sigma \sqrt{k}} \right) \\
&= N \left(\frac{q_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{k} + \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot k - \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \cdot k}{\sigma \sqrt{k}} \right) = N(q_\alpha) = \alpha. \quad \square
\end{aligned}$$

Given a constant default probability α at all refinancing points, from Proposition (4) follows that the target leverage l and the cost of debt r_D is constant at all refinancing points. In result, our model allows for a standardized financing policy where the adjustment policy of debt levels is constant over all future refinancing points and r_D is endogenous.

7.3.3 Example with consistent leverage and rating

In the first example, we applied the same cost of debt for all choices of leverage. Now we take the potential change in rating into account and recalculate the tax shield values for a range of parameters.

²⁹The result of the current choice of r_D staying constant for all future refinancing periods allows to drop the subscript α .

Example (2): *Financing policy based on refinancing every k reporting dates and rating-adjusted cost of debt.* The parameters from Example (1) apply again. The cost of debt depends on the risk free interest rate $r_f = 3\%$ and yield spreads that are determined by Equation (7.3.2) and Table 7.1.

The following Table 7.2 shows firm values when assuming refinancing every $k = 5$ years. Further, we choose a leverage that implies a default probability at the edge of the next rating class. Resulting tax shield values are generally higher than in Example (1). Introducing risk-adjusted interest rates in general yields higher tax shield values. Especially in low rating classes, the tax shield outperforms Example (1) significantly.

P^D 5-year	Rating	l	r_D	Λ	D_0	V_0^U	V_0^{TS}	V_0^L
0.14%	AAA-	0.0340	4%	0.21	0.30	8.67	0.06	8.73
0.31%	AA-	0.0391	4.5%	0.23	0.34	8.67	0.08	8.74
0.51%	A-	0.0429	5%	0.25	0.38	8.67	0.09	8.76
1.95%	BBB-	0.0582	6%	0.29	0.51	8.67	0.15	8.82
11.42%	BB-	0.1084	7%	0.33	0.97	8.67	0.32	8.99
31.00%	B-	0.2097	9%	0.40	1.99	8.67	0.80	9.47
56.82%	C-	0.6069	11%	0.47	7.35	8.67	3.45	12.11

Table 7.2: Tax shield based on rating with $k = 5$ years.

Figure 7.3 shows the value of the tax shield for refinancing every $k = 1$ and 3 (upper part), and $k = 5$ and 7 (lower part) reporting dates³⁰ and a range of leverage ratios.³¹ The result appears to be similar to the basic Example (1) as the value of the tax shield is increasing with leverage. Furthermore, we observe jumps in the tax shield value, which are due to the increase of cost of debt when the firm's leverage causes a downgrade in rating. The effect is illustrated in a similar figure in *Kisgen* (2006). Each rating class allows for some range of leverage. E.g. $k = 3$: BBB from 0.0559 to 0.0722 and BB from 0.0709 to 0.1185. The small overlap is due to the fact

³⁰For visibility we choose large symbols for $k = 1$ and 7, and small symbols for $k = 3$ and 5.

³¹The plot shows 10,000 firm values per refinancing frequency which were derived analytically by equidistant steps in the default probability. We did not connect the dots.

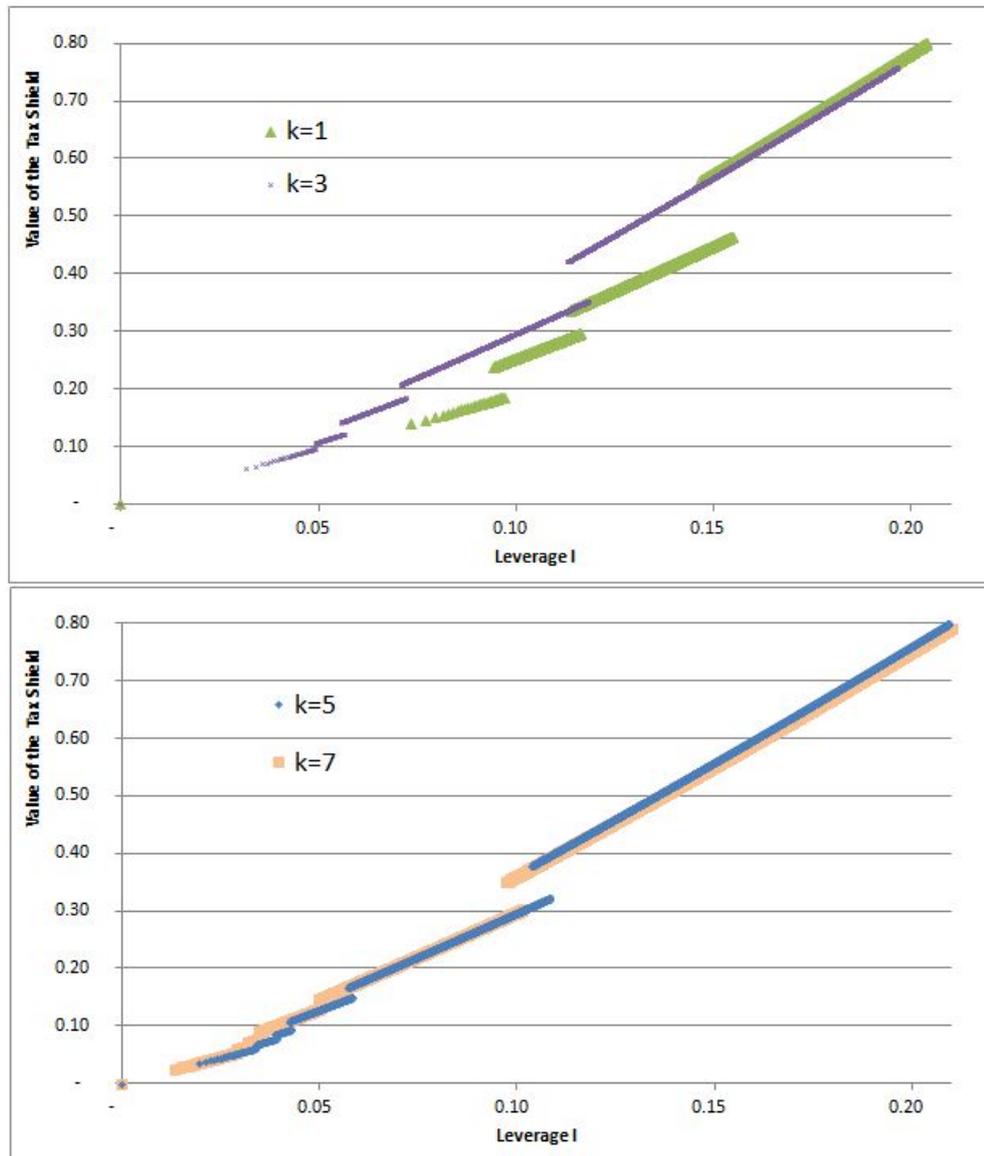


Figure 7.3: Tax Shield based on rating for different k .

that the rating is adjusted as the cost of debt jumps to the next rating class. E.g. with leverage 0.0715, the rating may be BBB or BB, depending on the cost of debt the firm (still) has.

Due to jumps in the tax shield values in Figure 7.3, we can observe the rating classes AAA to B for all refinancing policies. E.g. we see rating class BBB for $k = 5$ ranges from 0.0423 to 0.0582 and for $k = 7$ from 0.0347 to 0.0503. For higher k

the firm can take on less leverage, when targeting the same rating class. In other words, jumps to the next rating class (e.g. BBB to BB) occurs for higher k at lower leverage. The effect is more pronounced between $k = 1$ and 3 than between $k = 5$ and 7. Consequently, an increase of k does lead to an increase in tax shield. In this example it is achieved by a higher cost of debt.

7.4 The net benefits of debt

In this section we introduce consequences of default into our model. Usually the default event also triggers bankruptcy; from a legal perspective the creditors take over the firm and decide how to optimally use the assets. For the tax shield valuation there are two important consequences: First, after bankruptcy the firm may continue operations with a different capital structure. Second, the loss in value due to bankruptcy costs may have an impact on the capital structure choice before bankruptcy.

This assumption enables us to derive value implications under realistic assumptions. In result, the value of the aggregated benefits of debt financing consists of

- the tax shield value considering default $V_t^{TS,*}$ minus
- bankruptcy costs V_t^{BC} ,

as stated in equation (7.2.1).³²

7.4.1 Bankruptcy, bankruptcy costs and tax shield

In the non-bankruptcy case tax savings are equal to the interest payments times the corporate tax rate, whereas in the event of bankruptcy tax savings are limited to the lower EBIT amount. After bankruptcy has occurred, the firm continues its

³²We added the asterisk to note the difference to the tax shield value under Assumption (1), which is not affected by default.

operations completely equity financed and no further tax shield is generated.³³ The risk and rating adjusted discount rate for the tax shield is the nominal interest rate of debt r_D to the last refinancing date of debt.³⁴

Assumption (5): *After bankruptcy no tax savings from interest payments can be realized. The tax shield in arbitrary time $s \geq t$ is given by*

$$TS_s = \begin{cases} \tau \cdot \min(EBIT_s, r_D \cdot D_{s-1}) & , \text{ if } s \leq t_b \\ 0 & , \text{ if } s > t_b. \end{cases} \quad (7.4.1)$$

Up to now the firm's investment policy was assumed to be independent from the occurrence of default and bankruptcy. Usually firms would face significant losses as direct and indirect bankruptcy costs, and thus the model introduces bankruptcy costs when default occurs.³⁵ We assume total bankruptcy costs to be a certain percentage of the firms (unlevered) value given the occurrence of bankruptcy. By doing so we are in line with structural models of capital structure like e.g. *Leland* (1998) and *Goldstein, Ju and Leland* (2001). We assume no tax on recapitalization gains, as practiced by the German and other tax codes.³⁶

Assumption (6): *Bankruptcy cost is a certain percentage of the unlevered firm value in time of bankruptcy.*

The bankruptcy cost is the loss in firm value V_b^U at the time bankruptcy t_b , where debtholders and equityholders bear losses of ρ per cent of the asset value. The

³³*Leland* (1994) models a complete loss of the tax shield. If all assets are sold or there is no refinancing strategy, the tax shield will also be zero. In contrast, a bankrupt firm may be sold based on a refinancing plan and one can assume a continuance of the tax shield value. Compare e.g. *Rapp* (2006) and *Kruschwitz, Lodowicks and Löffler* (2005).

³⁴If the tax shield survives bankruptcy, the correct discount rate of tax shield is the risk free rate as in the case of *Miller and Modigliani*. In the model of *Rapp* (2006) the tax shield is generated by nominal interest rates while it is discounted by the risk free interest rate.

³⁵See e.g. *Bris, Welch and Zhu* (2006) that summarize average values and statistic drivers of bankruptcy costs. *Altman* (1984) discusses different bankruptcy costs based on industry characteristics. See also *Reimund, Schwetzler and Zainhofer* (2009) on measuring indirect bankruptcy costs for German data.

³⁶? show that an important factor in tax shield valuation is how the tax code treats debt write-downs.

present value is determined by aggregating the losses in states where firm values switch to V_b^U and discounting these states to t . As the unlevered firm or its assets are sold on the market, we have to apply the cost of capital of the unlevered firm for discounting. The bankruptcy costs of the firm depends on the type of the firm's assets and business. In some cases it may be 100% ($\rho = 1$), e.g. if there are only intangible assets that cannot be sold.

7.4.2 Example with bankruptcy - the optimal capital structure

The following example calculates firm values for a range of input parameters. The value of the tax shield considering default and costs after bankruptcy are path dependent derivatives of EBIT. Therefore, we calculate the value impact by a simulation tool programmed in MatlabTM. For each calculation, we perform 100.000 simulation runs. Further, we check convergence and we observe default rates to be in line with analytical default rates based on input parameters of our simulation model.

Example (3): *Financing policy, rating-adjusted cost of debt, and bankruptcy for $k = 5$.* The parameters from Example (2) apply again. Assumptions (5) and (6) hold and bankruptcy costs are assumed to be equal to $\rho = 15\%$ of unlevered firm value.

P^D 5-year	Rating	l	V_0^U	with bankruptcy			
				$V_0^{TS,*}$	V_0^{BC}	$V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$	$V_0^{L,*}$
0.14%	AAA-	0.0340	8.67	0.06	0.00	0.06	8.73
0.31%	AA-	0.0391	8.67	0.08	0.00	0.08	8.74
0.51%	A-	0.0429	8.67	0.09	0.00	0.09	8.76
1.95%	BBB-	0.0582	8.67	0.15	0.02	0.13	8.80
11.42%	BB-	0.1084	8.67	0.29	0.13	0.16	8.82
31.00%	B-	0.2097	8.67	0.57	0.37	0.20	8.87
56.82%	C-	0.6069	8.67	1.21	0.80	0.42	9.08

Table 7.3: Benefits and costs of debt financing based on rating and financing frequency with $k = 5$ years.

Table 7.3 exhibits firm values for refinancing every $k = 5$ years. Again, we choose leverage with a probability of default close to the edge of the next rating class. Compared to Example (2), the value of the tax shield with bankruptcy is significantly lower. Additionally including, bankruptcy costs we calculate net benefits of debt. Starting with rating class BBB, the resulting levered firm values are significantly lower than in Table 7.2 of Example (2). Further, for low ratings the net benefits of debt are even smaller than in the basic Example (1).

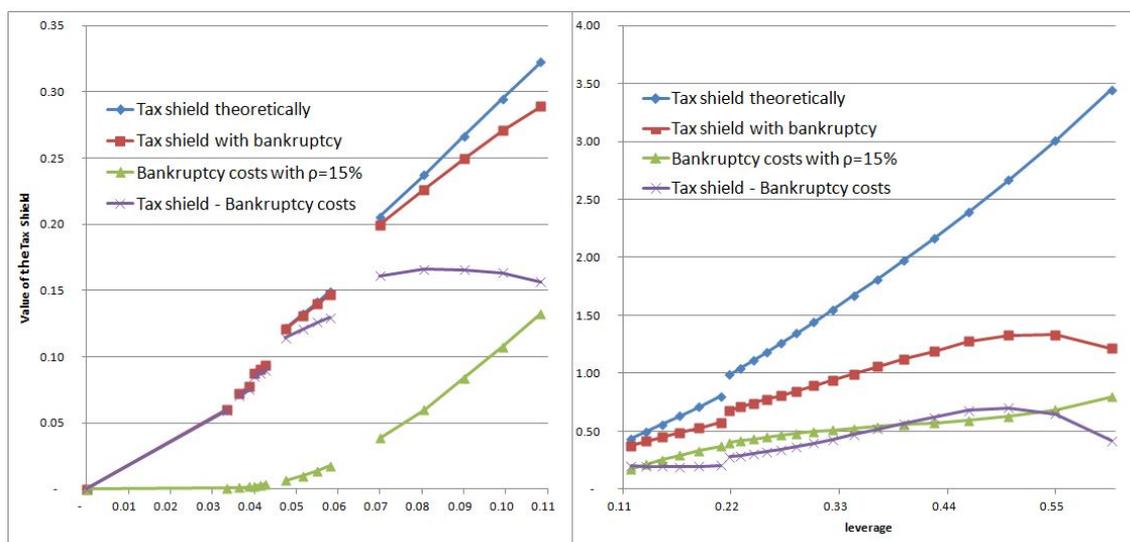


Figure 7.4: Benefits and costs of debt financing based on rating with $k = 5$ years with leverage from zero to 0.11 (left) and 0.11 to 0.6 (right)

Figure 7.4 shows the value of the tax shield for the assumption of $EBIT = 1$, refinancing every $k = 5$ reporting dates, and a range of leverage ratios.³⁷ The value of the tax shield is generally increasing in leverage. Again we observe jumps when the next rating class approaches. Figure 7.4 shows the theoretical tax shield V_0^{TS} (diamonds) and the tax shield including default possibility $V_0^{TS,*}$ (rectangles). At leverage of approx. $l = 0.07$ (start of rating class BB in the left hand figure) we can observe increasing value losses due to potential default. The incremental

³⁷Matlab is very powerful in computation and we rely on 37 calculations to produce the graph. Per rating class we have chosen equidistant steps in default probability. We connected the dots (bankruptcy costs, tax shield) in each rating class.

tax benefits of the model including bankruptcy decrease steadily and turn negative at around $l = 0.55$. At that point the rating marks the lower part of class CCC-C, where the default probability is exceeding 50% within 5 years. The loss of tax benefit due to bankruptcy induces an optimal capital structure even without explicit bankruptcy costs.

Finally, Figure 7.4 displays bankruptcy costs V_0^{BC} (triangles). Starting with a slope of close to zero for good rating classes, bankruptcy costs do increase steadily. The net benefits of debt financing $V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$ (crosses) reaches a maximum at around $l = 0.5$ (lower part of rating class CCC-C). As marginal bankruptcy costs equal marginal tax benefits of debt financing, the leverage is optimal in the sense of the trade-off theory.

7.4.3 The optimal capital structure under different refinancing strategies

In this subsection we compare the tax shield considering default possibility $V_0^{TS,*}$, bankruptcy costs V_0^{BC} and the aggregated benefits of debt $V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$ for different refinancing frequencies. As one would expect, the simultaneous choice of financing policy and the capital structure depends strongly on the modeled consequences of bankruptcy.³⁸

Example (4): *Comparison of the tax shield considering default possibility, bankruptcy costs, and the aggregated benefits for different financing policies.*

The parameters from Example (3) apply again. The cost of debt depends on the probability of default from (7.3.2). The bankruptcy costs are assumed at $\rho = 15\%$ of unlevered firm value. We choose different refinancing frequencies for $k = 1, 3, 5$ or 7 .

Figure 7.5 shows the tax shield values $V_0^{TS,*}$ including potential default and abandoning debt financing. For observability Figure 7.5 shows the tax shield for $k = 1$

³⁸In subsection 7.4.1 we modeled a tax shield that will be lost if default and bankruptcy occurs as the firm continues operations all equity financed.

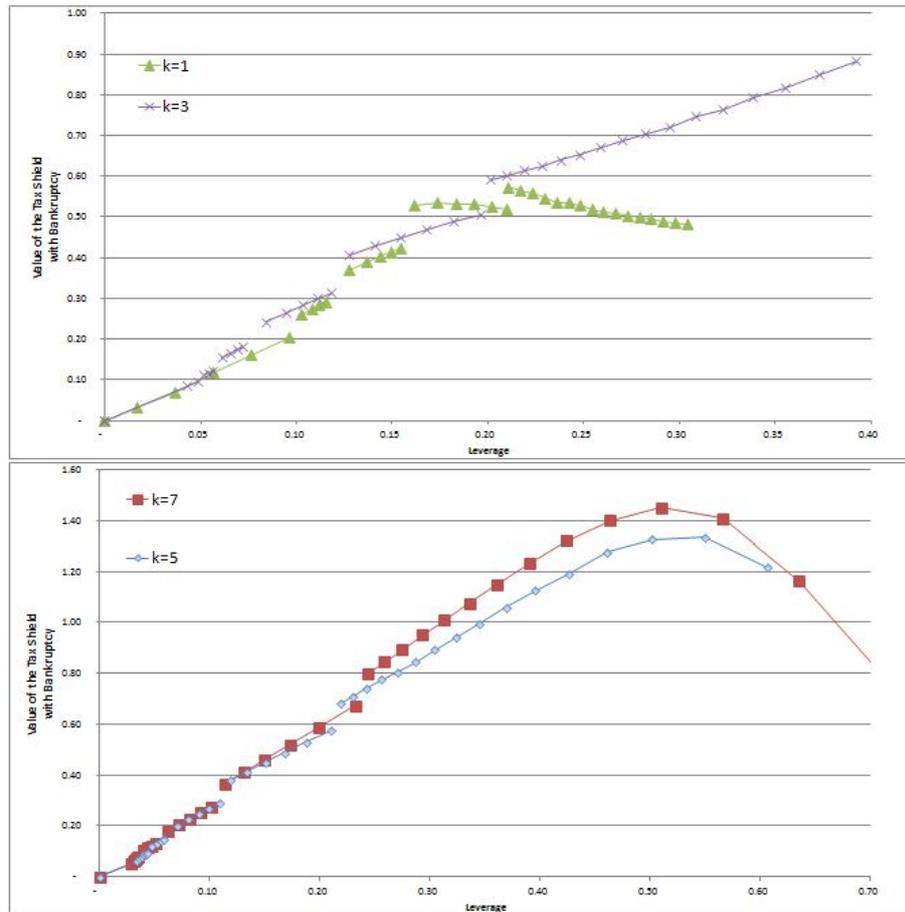


Figure 7.5: Tax shield considering default possibility $V_0^{TS,*}$ for $k = 1$ or 3 (upper part) and $k = 5$ or 7 (lower part).

or 3 and $k = 5$ or 7 separately. We connected the dots per rating class. Again the leverage and refinancing frequency interact with respect to the default probability and rating: The effect of higher leverage on rating can be compensated by a shorter frequency. Further, increasing k leads to higher tax shield when fixing leverage. One should keep in mind that higher tax shield values are achieved by lower rating (higher cost of debt).

Of special interest is the question whether there is an optimum for $V_0^{TS,*}$. For $k = 1$ the tax shield values are close to constant in rating class B, but decrease significantly in rating class CCC-C. A firm with refinancing frequency $k = 3$ in general will observe higher net benefits from leverage than a $k = 1$ firm. In Figure

7.5 no decrease in value is observable for $k = 3$, not even for the lower rating class. Assuming a frequency of $k = 5$ or 7 the net benefits of debt are even higher and we observe a negative incremental impact on the value of tax shields for high leverage. In general, without bankruptcy costs a negative incremental effect on tax shield value only occurs for financing policies and leverages that display a very high default probability and very low rating.

To complete the analysis, Figures 7.6 and 7.7 display bankruptcy costs V_0^{BC} and aggregated benefits of debt $V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$. Again, we separate $k = 1, 3$ (Figure 7.6) and $5, 7$ (Figure 7.7). The upper parts of Figures 7.6 and 7.7 display bankruptcy costs. We observe jumps in value when the default probability exceeds the current rating class and r_D is adjusted. For high rating classes, we see slightly higher bankruptcy costs for higher choices of k , as there is a small default probability. For the lower rating classes, increasing k results in lower V_0^{BC} as default occurs with a time lag.

The net benefits of debt $V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$ are shown in the lower parts of Figure 7.6 and 7.7. All refinancing frequencies exhibit similar values for high rating classes. Including bankruptcy costs, the optimal leverages differ widely over the refinancing policies. For $k = 1$ optimal leverage is higher than for $k = 3$ (but both in the beginning of rating class BB); for $k = 7$ it is higher than for $k = 5$ (both at the very end of rating class CCC-C).

Our results are in line with the trade-off theory and similar to the illustration of *Kisgen* (2006) in that a) the tax shield value displays jumps over different leverages and 2) the value of the tax shield decreases for higher leverages. The model is consistent with the CAPM and we endogenously derive cost of debt based on default probabilities. Nevertheless, it is important to keep in mind that the results of the example depend strongly on the chosen EBIT volatility and the bankruptcy costs. On the one hand, volatility increases the probability of default. On the other hand, volatility increases cost of debt via a lower rating. *Molina* (2005) provided empirical evidence for this endogeneity. The bankruptcy costs significantly drive the optimal

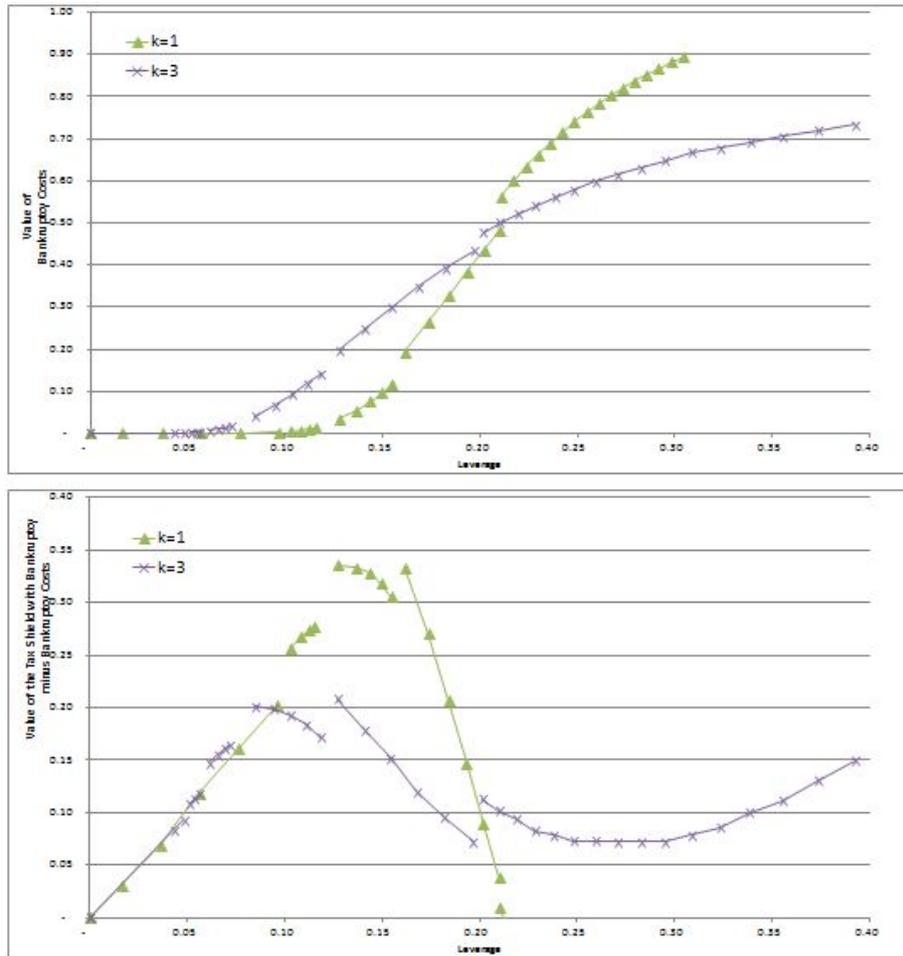


Figure 7.6: Bankruptcy costs (V_0^{BC} , upper part) and aggregated benefits of debt ($V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$, lower part) for $k = 1, 3$.

leverage choice. Finally, the derived optimal leverage depends on the historical default probability per time horizon from the rating in Table 7.1.

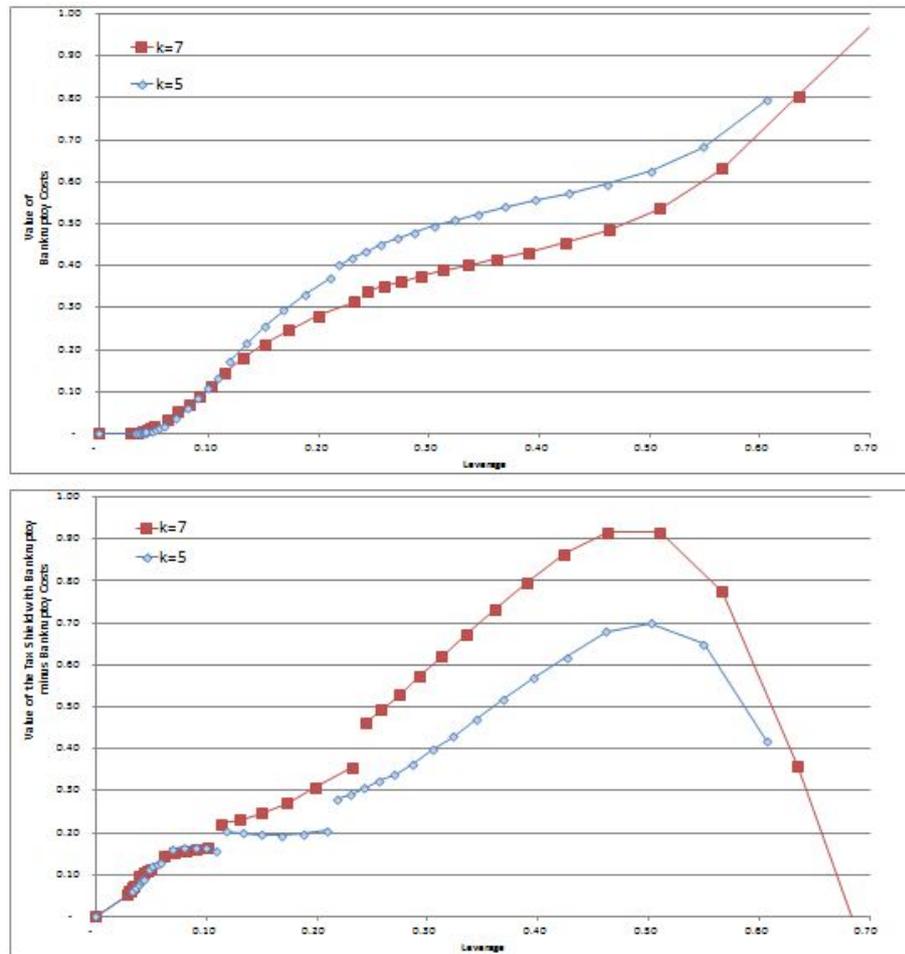


Figure 7.7: Bankruptcy costs (V_0^{BC} , upper part) and aggregated benefits of debt ($V_0^{TS,*} - V_0^{BC}$, lower part) for $k = 5, 7$.

7.4.4 Limitations of our model

Financing policy

Our assumption of frequent refinancing dates is in line with empirical capital structure literature.³⁹ Findings in capital structure research support the idea that the costs of adjusting the leverage towards the optimal one play an important role with respect to the frequency to refinance.⁴⁰ Still, the trade-off theory and Kishin's credit

³⁹Compare the study of *Leary and Robert* (2005).

⁴⁰Compare the models of *Goldstein, Ju and Leland* (2001), *Fischer, Heinkel and Zechner* (1989), *Hackbarth, Miao and Morellec* (2006) and *Bhamra, Kuehn and Strebulaev* (2010).

rating - capital structure hypothesis supporting our model are not the only explanations how firms choose their debt level. Pecking order theory and market timing theory have explanatory power, too.⁴¹ In contrast to this corporate valuation models require an assumption about a standardized financing policy which is supposed to be kept up to infinity. Thus, frequent refinancing is the most suitable assumption, but may still be significantly away from real managerial decision making.

Default probability and rating

Rating and credit cost in our model are based on the analytical default probability being combined with publicly available rating tables. The default probability is derived based on an EBIT process modeled as a geometric Brownian motion and on the default definition that the firm cannot pay interest and net redemption at the next refinancing point. Alternatively, other stochastic processes can be used as well: e.g. arithmetic Browning motion⁴², the Schwartz-Moon model⁴³ or Graham/Shevlin's pseudo random walk⁴⁴.

The parameters of ratings and the corresponding default probability were taken from historical data published by Moody's. The true parameters will differ for individual firms and for future periods. Further, Rating agencies do not consider historical default rates to imply default probabilities, although this paper suggests their application for corporate valuation.⁴⁵ Finally, company ratings are under attack for rating errors since the Enron debacle and the financial crisis starting with the Lehmann bankruptcy. *Bloechlinger, Leippold and Maire (2012)* find that rating agencies underperform in default forecasts compared to a simple credit risk model.

⁴¹Compare *de Jong, Verbeek and Verwijmeren (2010)* for current research on the pecking order theory and *Baker and Wurgler (2002)* on the market timing theory.

⁴²See *Streitferdt (2010)* who argues in favor of the ABM to value taxloss carryforwards.

⁴³Compare *Schwartz and Moon (2000)* who model firms with separate geometric Brownian Motions for revenues and costs.

⁴⁴Compare the body of literature based on *Graham (2000)* and critically *Blouin, Core and Guay (2010)*

⁴⁵Compare *Güttler and Krämer (2008)* page 349. The authors use bond ratings as predictors of default in their study of rating agency performance.

They apply a combination of the bond pricing (or distance-to-default) model of *Merton* (1974) and the zeta-score model of *Altman, Haldemann and Narayanan* (1977). As their analysis relies on publicly available data, the approach could be considered as an alternative to agencies' historical rating tables.

Bankruptcy costs

Our model requires an estimate of bankruptcy costs. Another potential critique to our model is that other triggers of bankruptcy may apply for the firm (e.g. indebtedness as excess of liabilities over assets). Empirical indication suggests however that illiquidity is at least the most frequent trigger. In the sample of *Güttler and Wahrenburg* (2005) default is most frequently triggered by illiquidity.

Introducing growth to the EBIT process, the free cash flow are not longer equivalent to the EBIT. A final limitation of the model is the assumption that the firm will maintain its investment policy even close to bankruptcy in order to ensure comparability of the levered and the unlevered firm. In reality managers will first cut back investment to avoid bankruptcy.

7.5 Conclusions

In DCF models for corporate valuation a standard assumption is the infinite lifetime of the firm. As it makes dynamic optimization of the capital structure impossible, this assumption necessitates some standardized financing policy. The future adjustments of the debt level to changing economic conditions should follow a rule that is state independent.

We derive a valuation model meeting this requirement. By doing so we focus on three facts from empirical research on capital structure: (1) firms appear to refinance frequently, not continuously, (2) to some target leverage ratio based on firm value, and (3) firms focus on staying in a certain rating class. Therefore, we derive a general model where the firm refinances based on the market value of the levered firm similar to *Miles/Ezzell*. Generalizing their model, we propose a financing policy where the

firm can choose a refinancing frequency of arbitrary k years. The most important contribution of our model is that to the best of our knowledge it is the first to incorporate rating into the DCF model. The probability of default (=rating) is derived based on the leverage and the refinancing frequency chosen by the firm. Via the rating procedure this determines the firm's cost of debt. The leverage and rating can be considered as a simultaneous choice allowing for endogenously deriving the firm's credit rate or cost of debt.

Based on a monte carlo simulation, we derive tax shields and firm values that incorporate the consequences of bankruptcy. The optimal financing policy in the sense of the trade-off theory depends on the volatility of earnings, the bankruptcy costs and the refinancing frequency.

Appendix D

D.1 Definition of the general discounting rule

Before we simplify Equation (7.2.4) we will define two operators.

Definition (A): *Are integers a (dividend) and k (divisor) given with $k > 0$, there exist two unique integers q (quotient) and r (remainder), such that $a = k \cdot q + r$ and $0 < r \leq k$. Thus, we can write*

$$a \text{ div } k = q, \text{ and } a \text{ cert } k = r.$$

Note, this is not the euclidian division (division based on modulo operator) where q is the downward rounded quotient of a/k with the remainder or rest r . That would be given if $0 \leq r < k$. In our definition the number $a = 8$ divided by $k = 3$ results in $a \text{ div } k = q = 2$ with remainder $a \text{ cert } k = r = 2$ and the number $a = 9$ divided by $k = 3$ results in $q = 2$ with remainder $r = 3$.

With these two operators at hand, we rewrite Equation (7.2.4) without the assumption of k being a divisor of $T - t$:

$$V_t^{TS,k} = \sum_{s=t+1}^T \frac{\tau \cdot r_D \cdot E [D_{s-1} | \mathcal{F}_t]}{(1 + r_D)^{(s-t) \text{ cert } k} \cdot (1 + r_u)^{((s-t) \text{ div } k) \cdot k}}. \quad (\text{D.1.1})$$

Let's look at an example, where we state the correct discount rate per tax shield.

Example (A): *We assume the current point in time to be $t = 5$ and a planning phase until $T = 12$. The financing policy is to adjust debt each $k = 3$ years. The tax shield is given by (D.1.1), where we apply $(s - t)$ cert k times r_D and $((s - t) \text{ div } k) \cdot k$ times r_u .*

The Table D.1 states the denominator of (D.1.1) and demonstrates the number of years a tax shield needs to be discounted per cost of debt and cost of capital respectively.

$s = t + 1, \dots, T$	$s - t$	$(1 + r_D)^{(s-t) \text{ cert } k}$	$(1 + r_u)^{((s-t) \text{ div } k) \cdot k}$
6	1	$(1 + r_D)^1$	$(1 + r_u)^0$
7	2	$(1 + r_D)^2$	$(1 + r_u)^0$
8	3	$(1 + r_D)^3$	$(1 + r_u)^0$
9	4	$(1 + r_D)^1$	$(1 + r_u)^3$
10	5	$(1 + r_D)^2$	$(1 + r_u)^3$
11	6	$(1 + r_D)^3$	$(1 + r_u)^3$
12	7	$(1 + r_D)^1$	$(1 + r_u)^6$

Table D.1: Discount factors per index s in (D.1.1).

D.2 Simplification of the tax shield formula

The following is a basic formula in financial mathematics:

Definition (B): *We consider a loan P_0 with a lifetime of k years and we assume annual compounding. Then, the yearly payment c that correspond to interest and redemption payments for k years is given by*

$$c = P_0 \cdot AF(r, k), \text{ with } AF(r, k) = \frac{r \cdot (1 + r)^k}{(1 + r)^k - 1} \quad (\text{D.2.1})$$

For simplification of (D.1.1), assuming $\mu = 0$ and $T = \infty$ results in expected tax shields of $\tau \cdot r_D \cdot E[D_{s-1} | \mathcal{F}_t] = \tau \cdot r_D \cdot D_t$ for all periods. Therefore, we can rewrite

$$\sum_{s=t+1}^{t+k} \frac{\tau \cdot r_D \cdot D_t}{(1 + r_D)^{(s-t)}} = \frac{\tau \cdot r_D \cdot D_t}{AF(r_D, k)}, \quad (\text{D.2.2})$$

which is equal to the present value of the first k tax shields. This present value can be spread over k years by multiplying with $AF(r_u, k)$. The resulting payment is achieved each year from $t + 1$ to T . Thus, we can divide by r_u to receive the terminal value of the tax shield in t by

$$V_t^{TS, k} = D_t \cdot \Lambda_t^k, \text{ with } \Lambda_t^k = \frac{\tau \cdot r_D \cdot AF(r_u, k)}{AF(r_D, k) \cdot r_u}. \quad (\text{D.2.3})$$

D.3 Derivation of the adjustment formulae

To derive the first formula in footnote 15 we set the weighted average cost of capital (7.2.7) equal to the textbook formula and rearrange.

$$\begin{aligned}
 wacc^k &= wacc^{TB} \\
 r_u - r_u \cdot l_t \cdot \Lambda_t^k &= r_l \cdot \frac{E_t}{V_t^L} + r_D \cdot (1 - \tau) \cdot \frac{D_t}{V_t^L} \\
 r_u \cdot (E_t + D_t - D_t \cdot \Lambda_t^k) &= r_l \cdot E_t + r_D \cdot (1 - \tau) \cdot D_t \\
 r_u \cdot (E_t + (1 - \Lambda_t^k) \cdot D_t) &= r_l \cdot E_t + r_D \cdot (1 - \tau) \cdot D_t \\
 r_l &= r_u \cdot \left(1 + (1 - \Lambda_t^k) \cdot \frac{D_t}{E_t} \right) - r_D \cdot (1 - \tau) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
 r_l &= r_u + \left((1 - \Lambda_t^k) \cdot r_u - (1 - \tau) \cdot r_D \right) \cdot \frac{D_t}{E_t}
 \end{aligned} \tag{D.3.1}$$

We can simplify the adjustment formula (D.3.1) in the case of *Miles/Ezzell* with $k = 1$ implying $\Lambda_t^k = \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1 + r_u)}{r_u \cdot (1 + r_D)}$.

$$\begin{aligned}
 r_l &= r_u + \left((1 - \Lambda_t^k) \cdot r_u - (1 - \tau) \cdot r_D \right) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
 r_l &= r_u + \left(r_u - \tau \cdot \frac{r_D \cdot (1 + r_u)}{(1 + r_D)} - r_D + \tau \cdot r_D \right) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
 r_l &= r_u + \left(\frac{r_u + r_u \cdot r_D \cdot (1 - \tau) - r_D \cdot (1 + r_D \cdot (1 - \tau))}{1 + r_D} \right) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
 r_l &= r_u + (r_u - r_D) \cdot \left(\frac{1 + r_D \cdot (1 - \tau)}{1 + r_D} \right) \cdot \frac{D_t}{E_t}.
 \end{aligned} \tag{D.3.2}$$

In contrast, we can simplify the adjustment formula (D.3.1) by setting $k = \infty$ which implies $\Lambda_t^k = \tau$ and we get

$$r_l = r_u + (1 - \tau) \cdot (r_u - r_D) \cdot \frac{D_t}{E_t}, \tag{D.3.3}$$

which is the adjustment formula for cost of equity in the *Myers* case.

Before we finish we derive the adjustment formula for the CAPM-beta. Therefore

we substitute the CAPM $r = i + (r_m - i) \cdot \beta$ into (D.3.1) and we simplify to

$$\begin{aligned}
r_l &= r_u + ((1 - \Lambda_t^k) \cdot r_u - (1 - \tau) \cdot r_D) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
\beta^l &= \beta^u + \left(\frac{(1 - \Lambda_t^k) \cdot (i + (r_m - i) \cdot \beta^u) - (1 - \tau) \cdot (i + (r_m - i) \cdot \beta^D)}{r_m - i} \right) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
\beta^l &= \beta^u + \left(\frac{((1 - \Lambda_t^k) - (1 - \tau)) \cdot i + ((1 - \Lambda_t^k) \cdot \beta^u - (1 - \tau) \cdot \beta^D) \cdot (r_m - i)}{r_m - i} \right) \cdot \frac{D_t}{E_t} \\
\beta^l &= \beta^u + \left((\tau - \Lambda_t^k) \cdot \frac{i}{r_m - i} + (1 - \Lambda_t^k) \cdot \beta^u - (1 - \tau) \cdot \beta^D \right) \cdot \frac{D_t}{E_t}
\end{aligned} \tag{D.3.4}$$

Bibliography

- Almeida, Heitor and Philippon, Thomas* (2007), The Risk-Adjusted Cost of Financial Distress, in: *Journal of Finance*, Vol. 57, p. 2557–2586.
- Altman, Edward I.* (1984), A further empirical investigation of the bankruptcy cost question, in: *Journal of Finance*, Vol. 39, p. 1067–1089.
- Altman, Edward I./ Haldemann, Robert G. and Narayanan, P.* (1977), ZETA analysis A new model to identify bankruptcy risk of corporations, in: *Journal of Banking and Finance*, Vol. 1, p. 29–54.
- Arzac, Enrique R. and Glosten, Lawrence R.* (2005), A Reconsideration of Tax Shield Valuation, in: *European Financial Management*, Vol. 11, p. 453–461.
- Baker, Malcolm and Wurgler, Jeffrey* (2002), Market Timing and Capital Structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 58, p. 1–32.
- Bhamra, Harjoat S./ Kuehn, Lars-Alexander and Strebulaev, Ilya A.* (2010), The Levered Equity Risk Premium and Credit Spreads: A Unified Framework, in: *Review of Financial Studies*, Vol. 23, p. 645–703.
- Bhanot, Karan and Mello, Antonio S.* (2006), Should corporate debt include a rating trigger?, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 79, p. 71–98.
- Bloechlinger, Andreas/ Leippold, Markus and Maire, Basile* (2012), Are Ratings the Worst Form of Credit Assessment Apart from All the Others?, in: *Swiss Finance Institute Research Paper*, Vol. 9, p. 1–38.
- Blouin, Jennifer/ Core, John E. and Guay, Wayne* (2010), Have the tax benefits of debt been overestimated?, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 98, p. 195–213.

- Brick, Ivan E. and Weaver, Daniel G. (1997)*, Calculating the cost of capital of an unlevered firm for use in project evaluation, in: *Review of Quantitative Finance & Accounting*, Vol. 9, p. 111–129.
- Bris, Arturo/ Welch, Ivo and Zhu, Ning (2006)*, The cost of bankruptcy: Chapter 7 liquidation versus chapter 11 reorganization, in: *Journal of Finance*, Vol. 61, p. 1253–1303.
- Byoun, Soku (2008)*, How and When Do Firms Adjust Their Capital Structures toward Targets?, in: *Journal of Finance*, Vol. 63, p. 3069–3096.
- Clubb, Colin D.B. and Doran, Paul (1995)*, Capital Budgeting, Debt Management and the APV Criterion, in: *Journal of Business Finance & Accounting*, Vol. 22, p. 681–694.
- Couch, Robert/ Dothan, Michael and Wu, Wei (2012)*, Interest Tax Shields: A Barrier Options Approach, in: *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 39, p. 123–146.
- Dang, Viet Anh/ Kim, Minjoo and Shin, Yongcheol (2012)*, Asymmetric capital structure adjustments: New evidence from dynamic panel threshold models, in: *Journal of Empirical Finance*, Vol. 19, p. 465–482.
- de Jong, Abe/ Verbeek, Marno and Verwijmeren, Patrick (2010)*, The Impact of Financing Surpluses and Large Financing Deficits on Tests of the Pecking Order Theory, in: *Financial Management*, Vol. 39, p. 733–756.
- Drobtz, Wolfgang and Wanzenried, Gabrielle (2006)*, What determines the speed of adjustment to the target capital structure?, in: *Applied Financial Economics*, Vol. 16, p. 941–958.
- Fieten, Paul/ Kruschwitz, Lutz/ Laitenberger, Jörg/ Löffler, Andreas/ Tham, Joseph/ Vélez-Pareja, Ignacio and Wonder, Nicholas (2005)*, Comment on "The

- value of tax shields is NOT equal to the present value of tax shields”, in: *Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 45, p. 184–187.
- Fischer, Edwin O./ Heinkel, Robert and Zechner, Josef* (1989), Dynamic Capital Structure Choice: Theory and Tests, in: *Journal of Finance*, Vol. 44, p. 19–40.
- Goldstein, Robert/ Ju, Nengjiu and Leland, Hayne* (2001), An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure, in: *Journal of Business*, Vol. 74, p. 483–512.
- Graham, John R.* (2000), How Big are the Tax Benefits of Debt?, in: *Journal of Finance*, Vol. 55, p. 1901–1941.
- Graham, John R. and Harvey, Campbell R.* (2001), The theory and practice of corporate finance: Evidence from the field, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 60, p. 187–243.
- Grinblatt, Mark and Liu, Jun* (2008), Debt policy, corporate taxes, and discount rates, in: *Journal of Economic Theory*, Vol. 141, p. 225 – 254.
- Güttler, André and Krämer, Walter* (2008), On Comparing the Accuracy of Default Predictions in the Rating Industry, in: *Empirical Economics*, Vol. 34, p. 343–356.
- Güttler, André and Wahrenburg, Mark* (2005), The adjustment of credit ratings of defaulted issuers, verfügbar bei <http://www.finance.uni-frankfurt.de/wp/840.pdf>.
- Hackbarth, Dirk/ Hennesy, Christopher A. and Leland, Hayne E.* (2007), Can the Trade-off Theory Explain Debt, in: *Review of Financial Studies*, Vol. 20, p. 1389–1428.
- Hackbarth, Dirk/ Miao, Jianjun and Morellec, Erwan* (2006), Capital structure, credit risk, and macroeconomic conditions, in: *Journal of Financial Economics*, Vol. 82, p. 519–550.

- Harris, Robert S. and Pringle, John J.* (1985), Risk adjusted discount rates – extensions from the average risk case, in: *Journal of Financial Research*, Vol. 8, p. 237–244.
- Homburg, Carsten/ Stephan, Jörg and Weiß, Matthias* (2004), Unternehmensbewertung bei atmender Finanzierung und Insolvenzrisiko, in: *Die Betriebswirtschaft*, Vol. 64, p. 276–295.
- Huang, Rongbing and Ritter, Jay R.* (2009), Testing Theories of Capital Structure and Estimating the Speed of Adjustment, in: *Journal of Financial & Quantitative Analysis*, Vol. 44, p. 237–271.
- Inselbag, Isik and Kaufold, Howard* (1997), Two DCF Approaches For Valuing Companies Under Alternative Financing Strategies (And How To Choose Between Them), in: *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 10, p. 114–122.
- Kisgen, Darren J.* (2006), Credit Ratings and Capital Structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 61, p. 1035–1072.
- Kisgen, Darren J.* (2009), Do Firms Target Credit Ratings or Leverage Levels?, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 44, p. 1323–1344.
- Korteweg, Arthur* (2010), The Net Benefits to Leverage, in: *Journal of Finance*, Vol. 65, p. 2137–2170.
- Kruschwitz, Lutz/ Lodowicks, Arnd and Löffler, Andreas* (2005), Zur Bewertung insolvenzbedrohter Unternehmen, in: *Die Betriebswirtschaft*, Vol. 65, p. 221–236.
- Leary, Mark T. and Robert, Michael R.* (2005), Do firms rebalance their capital structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 60, p. 2575–2619.
- Leland, Hayne E.* (1994), Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 49, p. 1213–1252.
- Leland, Hayne E.* (1998), Agency Costs, Risk Management, and Capital Structure, in: *Journal of Finance*, Vol. 53, p. 1213–1234.

- Liu, Yuan-Chi* (2009), The slicing approach to valuing tax shields, in: *Journal of Banking & Finance*, Vol. 33, p. 1069–1078.
- Lodowicks, Arnd* (2007), Riskantes Fremdkapital in der Unternehmensbewertung. Bewertung von Insolvenzkosten durch Barrier-Optionen unter Verwendung der Discounted-Cash-Flow Theorie, Freie Universität Berlin, Diss., Wiesbaden.
- Massari, Mario/ Roncaglio, Francesco and Zanetti, Laura* (2007), On the Equivalence between the APV and the wacc Approach in a Growing Leveraged Firm, in: *European Financial Management*, Vol. 14, p. 152–162.
- Merton, Robert C.* (1973), An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, in: *Econometrica*, Vol. 41, p. 867–887.
- Merton, Robert C.* (1974), On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, in: *Journal of Finance*, Vol. 29, p. 449–470.
- Miles, James A. and Ezzell, John R.* (1980), The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets, and Project Life: A Clarification, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 15, p. 719–730.
- Modigliani, Franco and Miller, Merton H.* (1958), The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, in: *American Economic Review*, Vol. 48, p. 261–297.
- Molina, Carlos A.* (2005), Are Firms Underleveraged? An Examination of the Effect of Leverage on Default Probabilities, in: *Journal of Finance*, Vol. 60, p. 1427–1459.
- Moody's* (2002), Default and recovery rates of corporate bond issuers—A statistical review of Moody's ratings performance 1970–2001, in: *Moody's Investor Service, Global Credit Research*, p. 1–52.
- Myers, Stewart C.* (1974), Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions-Implications for Capital Budgeting, in: *Journal of Finance*, Vol. 29, p. 1–25.

- Qi, Howard* (2011), Value and capacity of tax shields: An analysis of the slicing approach, in: *Journal of Banking & Finance*, Vol. 35, p. 166–173.
- Rapp, Marc S.* (2006), Die arbitragefreie Adjustierung von Diskontierungssätzen bei einfacher Gewinnsteuer, in: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Vol. 58, p. 771–806.
- Reimund, Carsten/ Schwetzler, Bernhard and Zainhofer, Florian* (2009), Costs of Financial Distress: The German Evidence, in: *Kredit und Kapital*, Vol. 42, p. 93–124.
- Schwartz, Eduardo S. and Moon, Mark* (2000), Rational Pricing of Internet Companies, in: *Financial Analysts Journal*, Vol. 56, p. 62–75.
- Streitferdt, Felix* (2010), Die Bewertung von Verlustvorträgen und Tax Shields auf arbitragefreien Märkten, in: *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, Vol. 80, p. 1041–1074.
- Sundareshan, Suresh and Wang, Neng* (2007), Investment under uncertainty with strategic debt service, in: *American Economic Review*, Vol. 97, p. 256–261.
- van Binsbergen, Jules H./ Graham, John R. and Yang, Jie* (2010), The Cost of Debt, in: *Journal of Finance*, Vol. 65, p. 2089–2136.

8 Zur Überprüfung von Kapitalstrukturtheorien in einer von Krisen geprägten Zeit

Inhaltsverzeichnis

8 Zur Überprüfung von Kapitalstrukturtheorien in einer von Krisen geprägten Zeit	258
8.1 Einleitung	262
8.2 Was wissen wir über die Kapitalstruktur?	264
8.2.1 Kapitalstrukturtheorien	264
8.2.2 Einflussfaktoren	269
8.3 Datengrundlage und die Entwicklung der Verschuldung	271
8.3.1 Stichprobe	271
8.3.2 Die Definition der Verschuldung	273
8.3.3 Die Verschuldung im internationalen Vergleich	273
8.4 Empirische Analyse	275
8.4.1 Gesamtregression	275
8.4.2 Querschnittsanalyse	278
8.4.3 Profitabilität	280
8.4.4 Rückschlüsse auf die Kapitalstrukturtheorien und die Finanzierungsentscheidungen in Krisenzeiten	282
8.5 Zusammenfassung	284
E Anhang	287
E.1 Anpassungen	287
E.2 Entwicklung der Verschuldungsquote – alle Länder – Markt- und Buchwerte, angepasste und nicht angepasste Bilanzpositionen	290
E.3 Entwicklung der Verschuldungsquote nach Land	292

Zur Überprüfung von Kapitalstrukturtheorien in einer von Krisen geprägten Zeit

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Jens Reinstädt*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, beide Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Dipl.-Bw. (BA) Jens Reinstädt, MBA Infineon Technologies AG, München. Der Artikel wurde mit geringen Anpassungen in der Zeitschrift "Corporate Finance biz" (8/2011, S. 449 - 458) veröffentlicht. Die Seiten 262 bis 299 dieser Dissertationsschrift wurden zur Wahrung des Copyrights aus dieser Online-Version entfernt.

Abstract Dieser Artikel beschreibt den aktuellen Stand der Wissenschaft bezüglich der Kapitalstruktur von Unternehmen und analysiert deren Einflussfaktoren in den Jahren 1999 bis 2009 auf Basis der G7 Staaten. Dabei lassen sich starke Belege für die Trade-Off Theorie bis ins Jahr 2000 finden. Für große Firmen und in den Jahren 2005 bis 2007 gewinnt die Pecking Order Theorie zunehmend an Erklärungskraft, wobei sich dieser Trend ab 2008 nicht weiter fortsetzt. Die Ergebnisse können als Beleg dafür gewertet werden, dass die Trade-Off und die Pecking Order Theorie die Entwicklung der Kapitalstruktur komplementär unter dem Einfluss von branchenspezifischen Eigenschaften erklären. Letztere sind offensichtlich noch nicht ausreichend als Einflussfaktor untersucht worden; es kann aber davon ausgegangen werden, dass Kreditsicherheiten einen Teil der Brancheneffekte bestimmen. Eine übermäßige Verschuldung vor der Finanzkrise war nicht zu beobachten. Diese stieg in den G7 Staaten 2008 allerdings stark an und die Studie belegt in der Finanzkrise ein Absinken der Kreditwürdigkeit selbst für große Unternehmen.

**9 Multiples und Beta-Faktoren für
deutsche Branchen -
Erläuterungen zu den
Kapitalmarktdaten von
www.finexpert.info und
CORPORATE FINANCE**

Inhaltsverzeichnis

9 Multiples und Beta-Faktoren für deutsche Branchen - Erläuterungen zu den Kapitalmarktdaten von www.finexpert.info und CORPORATE FINANCE	300
9.1 Einleitung	304
9.2 Multiplikatoren	305
9.2.1 Zur Definition der Multiplikatoren	305
9.2.2 Offenlegung der Berechnungsmethode	307
9.3 Kapitalkosten und Betafaktoren	310
9.3.1 Risikoloser Zinssatz und Marktrisiko­prämie	311
9.3.2 Betafaktor	312
9.3.3 De- und Re-levering	314
9.4 Zusammenfassung	316

**Multiples und Beta-Faktoren für
deutsche Branchen - Erläuterungen
zu den Kapitalmarktdaten von
www.finexpert.info und
CORPORATE FINANCE**

Sven Arnold, Alexander Lahmann und Bernhard Schwetzler*

* Dipl.-Math. (FH) Sven Arnold, Dipl.-Vw. Alexander Lahmann, Prof. Dr. Bernhard Schwetzler, alle Lehrstuhl für Finanzmanagement und Banken, HHL Leipzig Graduate School of Management, Jahnallee 59, 04109 Leipzig. Der Artikel wurde mit geringen Anpassungen in der Zeitschrift "Corporate Finance biz" (7/2011, S. 430 - 434) veröffentlicht. Die Seiten 304 bis 318 dieser Dissertationsschrift wurden zur Wahrung des Copyrights aus dieser Online-Version entfernt.

Abstract Der Lehrstuhl Finanzmanagement und Banken an der Handelshochschule Leipzig ermittelt seit 2006 vierteljährlich Multiplikatoren, Betafaktoren und Eigenkapitalkosten für den deutschen Kapitalmarkt und stellt diese auf der Internetseite www.finexpert.info zur Verfügung. Diese Daten wurden seit Beginn ebenfalls auszugsweise in den Fachzeitschriften “Corporate Finance biz” und “Bewertungspraktiker” veröffentlicht. Im vorliegenden Beitrag werden die Datengrundlage, die Definition von verwendeten Größen und die Berechnungsmethode transparent und nachvollziehbar dargestellt.



HHL LEIPZIG
GRADUATE SCHOOL
OF MANAGEMENT

© HHL Leipzig Graduate School of Management, 2013

Für den Inhalt dieser HHL-Dissertation ist der Autor/die Autorin allein verantwortlich.

Die Verwendung zu Lehr- und Forschungszwecken ist unter Angabe der Quelle ausdrücklich erwünscht. Nachdruck, Vervielfältigung und Weitergabe für nicht gewerbliche Zwecke ist mit entsprechender Quellenangabe gestattet. Jegliche kommerzielle Nutzung oder Vervielfältigung - auch auszugsweise - bedarf der vorherigen schriftlichen Genehmigung des Autors/der Autorin.

Weitere HHL-Publikationen sind zu finden unter: www.hhl.de/publikationen