

Ambientes Virtuales Para la enseñanza de la Mecánica de Fluidos: Algunos ejemplos simplificados aplicando ANSYS

Virtual Enviroments for Teaching Fluid Mechanics: Some simplified examples using ANSYS

Watson L. Vargas^a, Carlos A. Riaño^b, Lyda M. Pineda^c,
Universidad Militar Nueva Granada, Facultad de Ingeniería

Resumen Para que un ambiente de enseñanza virtual pueda soportar un aprendizaje real, dichos ambientes deben proveer interacciones enseñanza-aprendizaje de alto nivel. En este artículo, se muestra como una herramienta computacional como ANSYS puede proveer un ambiente virtual para el aprendizaje de la mecánica de fluidos no sólo a nivel de pregrado si no también a niveles superiores. Las simulaciones computacionales, --aplicando ANSYS/FLOTRAN-CFD o cualquiera otro software de capacidades similares--, en el contexto de la enseñanza de la mecánica de fluidos son de interés fundamental dado que soportan un ambiente de simulación poderoso que puede aplicarse no sólo a la comprensión de ideas y conceptos fundamentales sino tambien al diseño y optimización de procesos de aplicación práctica.

Palabras Clave:CFD, ANSYS, Mecánica de Fluidos

Abstract For a Virtual Learning Environments to support real learning, they must promote effective teaching--learning processes and interactions at the highest level possible. In this paper, we show how a computational tool such as ANSYS can provide a Virtual Environment for the learning and/or teaching of fluid mechanics not just at the pre-graduate but also at the graduate levels. Computer simulations, --using ANSYS/FLOTRAN or any other software with equivalent capabilities--, are of greatt importance in the context of fluid mechanics teaching due to the fact that they support a very powerful simulation environment, that can be used, not only, for forming and understanding of ideas an concepts, but also as a tool for the design an optimization of processes of practical use.

Keywords: CFD, ANSYS, Fluid Mechanics

^a Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería. BSc, MSc., Ph.D. Ingeniería Química. Autor corresponsal. e-mail: wvargas@etb.net.co

^b Ing. Civil, Joven Investigador COLCIENCIAS

^c Ing. Civil, Joven Investigador COLCIENCIAS

I. Introducción

Desde sus inicios el papel de la computadora ha sido el de una herramienta de cálculo. Este hecho ha sido reforzado con el rápido crecimiento en poder computacional y el número cada vez creciente de computadores en los hogares. En las últimas tres décadas, la atención se ha dirigido hacia las aplicaciones en enseñanza. De hecho, alrededor del mundo, una gran cantidad de recursos económicos y humanos se han dedicado a explorar formas novedosas de aplicar las tecnologías de la información para la enseñanza de pregraduados de todas las disciplinas. A este respecto, la ingeniería es un área que se distingue dada la complejidad de algunos de los problemas que debe manejar. Uno supone por lo tanto que los computadores son un complemento natural de los currículos de pregrado en ingeniería.

La visualización explota la habilidad del sistema visual humano para identificar patrones en las imágenes. En diversos campos de la ingeniería, al igual que en muchas otras ciencias, el cuestionamiento y apropiación del conocimiento es muy difícil cuando se basa exclusivamente en datos textuales y/o numéricos. Muchos conceptos son difíciles de asimilar y/o son muy complejos de explicar en palabras, razón por la cual las gráficas y los esquemas son tan utilizados. La representación visual por lo tanto facilita la investigación y hace que el aprendizaje sea más fácil. De hecho, la visualización es uno de los aspectos más destacados de las nuevas tecnologías de información. Desarrollos tecnológicos recientes en Software y Hardware proveen al usuario con numerosas posibilidades para la representación visual de objetos e información. La combinación de diversos medios tales como gráficas, sonido, animación y texto pueden proveer un ambiente muy rico para mantener y mejorar la atención de los estudiantes^[1,2,3]

Algunos elementos únicos involucrados en los ambientes virtuales se espera puedan estimular el proceso de aprendizaje. Estos elementos incluyen, color, una representación conceptual de la información, una interface gráfica flexible que permite la variación del punto de observación así como la posibilidad de inmersión dentro del ambiente. Por lo tanto, la inclusión de este tipo de tecnologías dentro de las aulas de clase se espera sea benéfica para la enseñanza y el aprendizaje. Es claro que reemplazar el tablero tradicional por cátedras electrónicas puede no resultar en un rendimiento académico superior; sin embargo, las ayudas visuales de este tipo pueden contribuir en el proceso de recordación y reconocimiento de información. Este tipo de ayudas pueden ser muy útiles en tópicos específicos donde se requieren modelos dinámicos, animación y variación de la perspectiva como ayudas para la comprensión de conceptos fundamentales.

Con las tecnologías actualmente disponibles, dos tipos de escenarios e interacciones pueden implementarse. La primera involucra un ambiente en el cual el usuario se sumerge como participante, el segundo escenario provee un modelo del concepto o dispositivo que el usuario puede manipular como controlador externo, tal como en el caso de una simulación. En el primer caso el usuario está cognositivamente involucrado, mientras que en el segundo caso el usuario es un observador externo, tiene acceso al ambiente, puede manipular el modelo pero no esta dentro de él. El segundo escenario es el más simple de implementar y podría constituirse en la primera etapa de un posible proyecto de investigación. La premisa detrás de este esfuerzo es por su puesto que el aprendizaje puede tener lugar durante este proceso de interacción. Se espera que una aproximación como la descrita pueda alcanzar algunos de los siguientes objetivos: estimular la discusión entre estudiantes y profesores; traer a los estudiantes más cerca del mundo real

mediante su exposición a los conceptos y aparatos que encontrarán en su vida profesional además de servir como una herramienta útil para la enseñanza.

II. Descripción del Software

Los programas de aplicación computacional ofrecen la posibilidad de proveer al usuario la capacidad de observación, usualmente mediante la visualización de resultados, modelos que ilustran la naturaleza del problema bajo estudio, al igual que, las interacciones y procesos físico-químicos y mecánicos que tienen lugar en dicho modelo. Las simulaciones computacionales han modificado sustancialmente la relación entre teoría y experimentos, permitiendo que el usuario interactúe con experimentos simulados que en algunos casos son difíciles de realizar en el laboratorio. Por lo tanto, las simulaciones computacionales pueden ayudar a los usuarios en la comprensión de conceptos complejos y a la comprensión de la interrelación entre lo empírico y lo teórico⁴. A continuación se presenta una descripción breve del software utilizado en este estudio.

A. Que es ANSYS?

ANSYS es un paquete computacional de elementos finitos de propósito genérico. El análisis por elementos finitos es el método numérico de subdividir un sistema complejo en pequeños piezas de un tamaño seleccionado por el usuario denominados *elementos*. El software implementa ecuaciones diferenciales que gobiernan los fenómenos de transporte y por tanto el comportamiento de tales elementos y los soluciona simultáneamente, creando entonces una explicación comprensible de como el sistema actúa como un todo. Los resultados obtenidos pueden presentarse de manera tabular, gráfica o animada. Este tipo de análisis se utiliza primordialmente para el diseño y optimización así como para el estudio e investigación de sistemas cuyo nivel de complejidad es tal que su solución manual es prácticamente imposible. Los sistemas que se ajustan a esta descripción presentan niveles de complejidad debido a su geometría, escala o al acoplamiento de las ecuaciones diferenciales gobernantes.

B. Porqué aplicarlo en el aula de clases?

Tal y como se mencionó en la sección introductoria, y como se muestra en los ejemplos que acompañan este escrito, ANSYS provee una manera muy eficiente de explorar problemas complejos de diversos tipos de *fenómenos de transporte* en un ambiente virtual. Este tipo de desarrollo de productos se denomina desarrollo de prototipos virtuales. Con este tipo de técnicas, el usuario puede iterar diferentes escenarios para optimizar la solución de un problema específico antes de su construcción física. La naturaleza multipropósito de ANSYS provee un medio muy efectivo de asegurar al usuario la visualización de un diseño efectivo y el comportamiento global del proceso o producto, en aspectos variados como el comportamiento mecánico, térmico, electromagnético, etc.

C. Pasos generales para la solución de cualquier problema en ANSYS

De la misma manera como Ud. solucionaría cualquier problema matemático de ecuaciones diferenciales sean estas ordinarias o parciales, la solución numérica de un problema en ANSYS requiere que se defina:

- Un dominio para la solución
- Un modelo físico
- Condiciones iniciales y de frontera
- Propiedades físico-químicas y mecánicas de los materiales

Finalmente, usted soluciona el modelo y presenta los resultados. A diferencia de los métodos analíticos convencionales, los métodos numéricos de elementos finitos requieren un paso extra denominado la *generación de la malla*. Esta etapa es la que divide el modelo en pequeños elementos que son solucionables mediante los diversos métodos numéricos disponibles. A continuación se describe la metodología en lenguaje un poco más formal.

1. Construcción de la geometría

Construcción bidimensional o tridimensional del objeto a modelar aplicando las herramientas gráficas de ANSYS o mediante alguna otra aplicación gráfica cuyo formato permita compatibilidad de importación con ANSYS. La Figura 1 ilustra una geometría usada para el modelamiento del flujo de un fluido en torno a un cilindro estacionario.

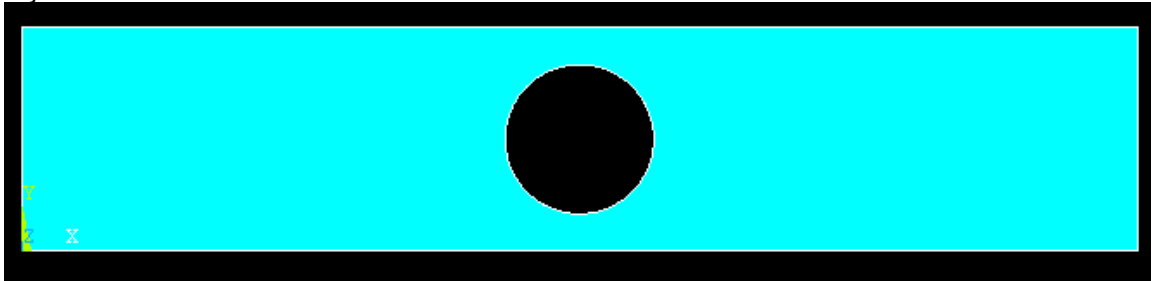


Figura 1. Geometría prototipo para el modelamiento de un problema de flujo de fluidos.

2. Definición de propiedades de los materiales

Una vez que se define un modelo o proyecto para simulación, es necesario definir una librería de las propiedades fisico-químicas y mecánicas requeridas para su solución. Esta etapa requiere el fijar el sistema de unidades a utilizar, esto es, Sistema Internacional de unidades (SI) o sistema americano de unidades o cualquiera otro de los disponibles. La Figura 2, muestra un menu interactivo para la entrada y/o selección de propiedades a utilizar con el fluido problema.



Figura 2. Menu para la entrada de propiedades

3. Generación de la malla

Corresponde a la definición de como el modelo a ser simulado debe dividirse en elementos. En la Figura 3, se ilustra la malla generada para el análisis del problema de flujo alrededor de un cilindro.

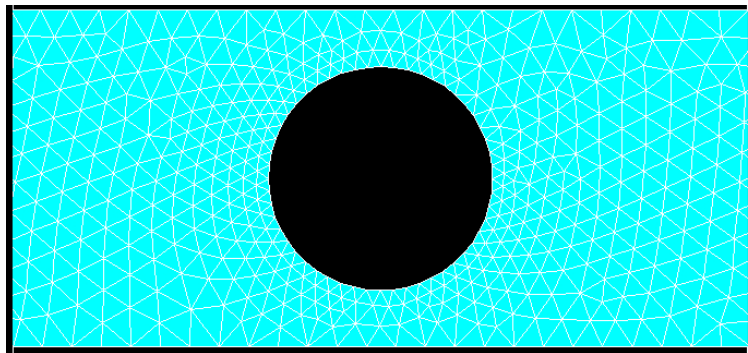


Figura 3 Malla prototipo para un análisis de flujo de fluidos

4. Aplicación de cargas (Condiciones de frontera)

Una vez el sistema se ha diseñado completamente, la etapa siguiente corresponde a la aplicación de restricciones, tales como condiciones de frontera, condiciones iniciales y cargas físicas. Las cargas aplicadas al modelo bajo estudio se ilustran en la Figura 4. En este caso particular dichas condiciones de frontera corresponden a la velocidad del fluido a la entrada del canal, las

velocidades sobre las paredes del cilindro y del canal, así como la condición de presión sobre el sistema.

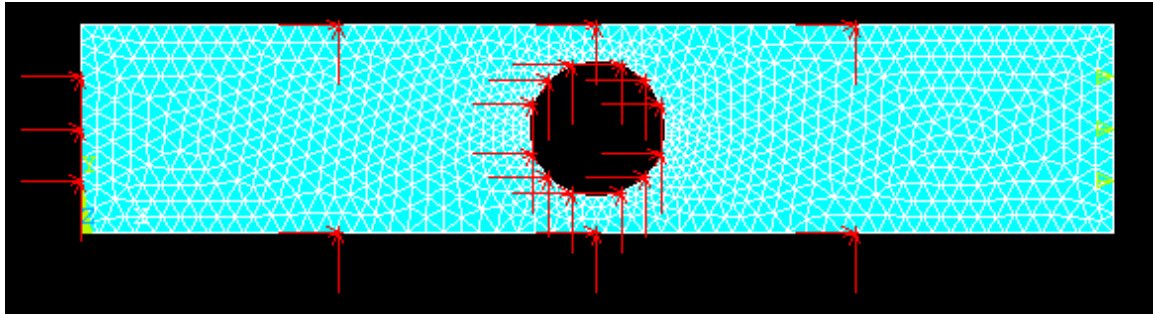


Figura 4. Esquema de las condiciones de frontera aplicadas al modelo de flujo alrededor de un cilindro estacionario.

5. Solución del modelo

Esta se considera una etapa dentro del proceso, dado que en ANSYS es necesario especificar bajo que condiciones se solucionará el problema, esto es, estado estacionario o transiente así como los niveles de convergencia deseados, el número de pasos requeridos, el sistema coordenado a utilizar, etc.

6. Presentación de resultados

Una vez se a obtenido la solución, existen muchas formas en las cuales ANSYS puede presentar los resultados, estos incluyen tablas, gráficas, gráficas de contorno, animaciones, así como gráficos interactivos tipo VRML desplegable sobre Internet. La Figura 5, ilustra un resultado típico generado mediante las herramientas de pos-procesamiento de ANSYS.

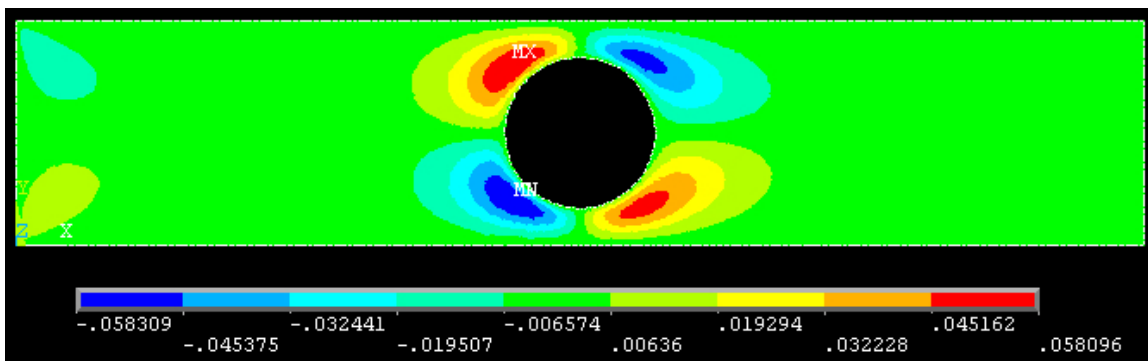


Figura 5 Resultado prototipo generado mediante herramientas de ANSYS

D. Capacidades específicas de ANSYS

Las aplicaciones básicas del paquete ANSYS incluyen análisis estructural, análisis térmico, dinámica computacional de fluidos (CFD), análisis electromagnético al igual que análisis acústicos y de vibraciones. En este artículo en particular centraremos la atención en la aplicación de las

herramientas de dinámica computacional de fluidos (ANSYS/FLOTRAN) aplicadas en la solución de algunos problemas elementales de mecánica de fluidos.

En lo que respecta a la mecánica de fluidos, la aplicación ANSYS/FLOTRAN CFD ofrece herramientas para analizar campos de flujo tanto en dos como en tres dimensiones. ANSYS es capaz de modelar un rango amplio de tipos de análisis tales como los encontrados típicamente en aerodinámica e hidrodinámica. Algunos análisis típicos que pueden desarrollarse en ANSYS/FLOTRAN CFD incluyen:

- Flujos turbulentos y laminares
- Análisis térmico de fluidos
- Flujo de fluidos con superficies libres
- Flujos compresibles e incompresibles
- Fluidos newtonianos y no-newtonianos
- Flujo de especies múltiples

Estos análisis no son exclusivos, es posible por ejemplo efectuar análisis acoplados de flujo y transferencia de calor, flujo y análisis estructural. Un flujo incompresible puede ser laminar o turbulento, adiabático o isotérmico. Algunos ejemplos en los cuales se puede usar análisis acoplados pueden ser recipientes a presión (análisis térmico y estructural), válvulas de flujo (análisis de flujo y estructural), sistemas microelectrónicos (MEMS). En la sección siguiente se presentan algunos ejemplos simples de aplicación en el ámbito de la mecánica de fluidos, ejemplos que han sido diseñados con el objeto de que sean fácilmente adaptables al aula de clase.

III. Fundamentación teórica

A. Ecuación de Navier-Stokes para fluidos incompresibles

Las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de un fluido incompresible están dadas por:⁵

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla P + \mu \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0. \quad (2)$$

Las ecuaciones de Navier-Stokes con efectos viscosos juegan un papel fundamental en el modelamiento matemático del movimiento de fluidos, trátense de fluidos compresibles o incompresibles. Estas ecuaciones en general, forman un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no-lineales que son bastante difíciles de resolver analíticamente. Sin embargo, bajo condiciones simplificadas y en algunos casos mediante el uso de condiciones de frontera no-realistas, es posible obtener soluciones exactas.

Los componentes de la ecuación de Navier-Stokes están dados por

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \rho F_1 \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + \rho F_2 \quad (4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + \rho F_3 \quad (5)$$

En las Ecuaciones 3-5, F es la fuerza que actúa sobre el fluido, μ es la viscosidad cinemática. Además de las ecuaciones anteriores, se adiciona la ecuación de conservación de masa

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (6)$$

Usaremos soluciones especiales de la ecuación de Navier-Stokes para fluidos incompresibles con el propósito de comparar el desempeño de la solución numérica obtenida via ANSYS y la solución teórica obtenida mediante la solución exacta del sistema de ecuaciones 3-6. La consecuencia matemática de incompresibilidad reduce la Ecuación 6 a

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

Antes de proceder es necesario, reducir aún más la complejidad de la Ecuación 1.

Es claro que en un fluido bajo condiciones de flujo genera esfuerzos cortantes debido a la viscosidad del fluido. Sabemos sin embargo, que para algunos fluidos comunes como aire y agua, la viscosidad es pequeña y por lo tanto es razonable asumir que bajo ciertas circunstancias podemos desprestigiar los efectos viscosos (y por lo tanto los esfuerzos cortantes). Los flujos en los cuales se asumen esfuerzos desprestigiables se denominan *no-viscosos* ó *sin fricción*. Para tal efecto si asumimos que el efecto de la viscosidad es desprestigiable las Ecuaciones 3-5 se reducen a:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x \quad (8)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y \quad (9)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z. \quad (10)$$

Las Ecuaciones 8-10 se conocen como las *ecuaciones de movimiento de Euler*⁶. A pesar de que las Ec. 8-10 son considerablemente más simples que las Ec. 3-5, aún son complicadas de resolver de manera analítica en una forma tal que nos permita determinar por ejemplo los campos de presión y velocidad en un flujo no-viscoso dado. Si efectuamos una simplificación adicional – asumiendo que el fluido es *irrotacional*— el problema se simplifica aún más. Un fluido irrotacional es uno en el cual $\nabla \times \mathbf{V} = 0$, dado que la vorticidad, se define como $\nabla \times \mathbf{V}$ significa que un fluido irrotacional también es un fluido con vorticidad cero. Los ejemplos aquí descritos toman ventaja de dicha simplificación para determinar el campo de velocidad y/o de flujo, mediante el uso de los denominados flujos potenciales, los cuales pueden expresarse en términos de *potenciales de velocidad* o *funciones de corriente*.

Los fluidos incompresibles, bidimensionales representan uno de los tipos de flujo más simples de importancia práctica. Por flujo bidimensional debe entenderse que sólo se consideran dos componentes del campo de velocidad, u y v ; se asume entonces que el flujo ocurre en el plano x - y . Para este tipo de flujo la ecuación de continuidad (Ec. 7) se reduce entonces a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (11)$$

Esta ecuación sugiere que si definimos una función $\psi(x, y)$ denominada la *función de corriente*, la cual relaciona las velocidades como:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (12)$$

entonces la ecuación de continuidad (Ec. 11) se satisface de manera idéntica. Por lo tanto, cada vez que los componentes de velocidad están definidos en términos de una función de corriente se asegura y se satisface la conservación de masa. Por supuesto, en la mayoría de los casos no conocemos $\psi(x, y)$ para un problema dado, pero al menos el problema se simplifica a determinar una sola función en vez de dos funciones $u(x, y)$ y $v(x, y)$. Una de las ventajas más importantes de usar funciones de corriente se relaciona con el hecho de que las líneas a lo largo de las cuales $\psi(x, y) = \text{cte}$ son *líneas de corriente*.

Una *línea de corriente* es una línea que es tangente en todos los puntos al campo potencial de velocidad. Si el flujo es bajo condiciones de estado estacionario, nada en un punto fijo (incluyendo la dirección de la velocidad) cambia con el tiempo, de tal modo que las líneas de corriente son líneas fijas en el espacio.

Para flujos bidimensionales la pendiente de la línea de corriente, dy/dx , debe ser igual a la tangente del ángulo que el vector de velocidad hace con el eje x , esto es:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} \quad (13)$$

Si el campo de velocidad se conoce como función de x y y (y t si el fluido es transiente), esta ecuación puede integrarse para obtener la ecuación de la línea de corriente. Por tanto, si conocemos la función $\psi(x, y)$ se pueden graficar líneas de valor constante ψ que proveen una familia de líneas de corriente que son muy útiles en la visualización de patrones de flujo. Esta aproximación será la que se utilice a lo largo del presente artículo para efectuar la comparación entre las soluciones teóricas exactas y las soluciones numéricas aplicando ANSYS/FLOTRAN.

IV. Ejemplos de aplicación

Ejemplo 1: Flujo bidimensional alrededor de un cilindro

El flujo de un fluido incompresible alrededor de un cilindro sumergido en una corriente es un ejemplo típico de un flujo de fluidos que puede aproximarse mediante la formulación de una función de corriente. La Figura 6, ilustra el montaje experimental para observar el campo de flujo en torno de un cilindro sumergido.

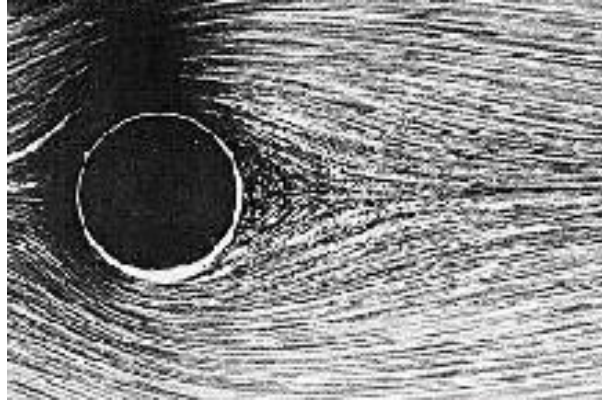


Figura 6. Flujo alrededor de un cilindro circular a $Re=9.6$. Notar que las *líneas de emisión* generadas por el trazador siguen muy de cerca las trayectorias de las líneas de corriente. Recuerdese que bajo condiciones de flujo estacionario las líneas de emisión y corriente son equivalentes y muestran visualmente la trayectoria de las partículas trazadoras. Fotografía por Sadatoshi Taneda.

La Figura 6, ilustra un cilindro moviéndose a través de un tanque de agua que contiene partículas de aluminio en suspensión a $Re=9.6$. Las trayectorias de las partículas trazadoras (usadas en este caso como medio de visualización) son claramente visibles. Para este caso particular la función de corriente que describe el flujo en coordenadas cartesianas está dada por: ⁵

$$\psi(x, y) = y - \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad (14)$$

de donde obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que describen el campo de velocidad:

$$u = \frac{dx}{dt} = 1 - \frac{x^2 + y^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad v = \frac{dy}{dt} = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (15)$$

y la distribución de presión sobre el cilindro como:

$$P(x, y) = -\frac{1 - 2x^2 + 2y^2}{2(x^2 + y^2)^2}. \quad (16)$$

La solución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales (Ec. 15) aplicando el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden, con un $dt=1 \times 10^{-4}$, se ilustra en la Figura 7.

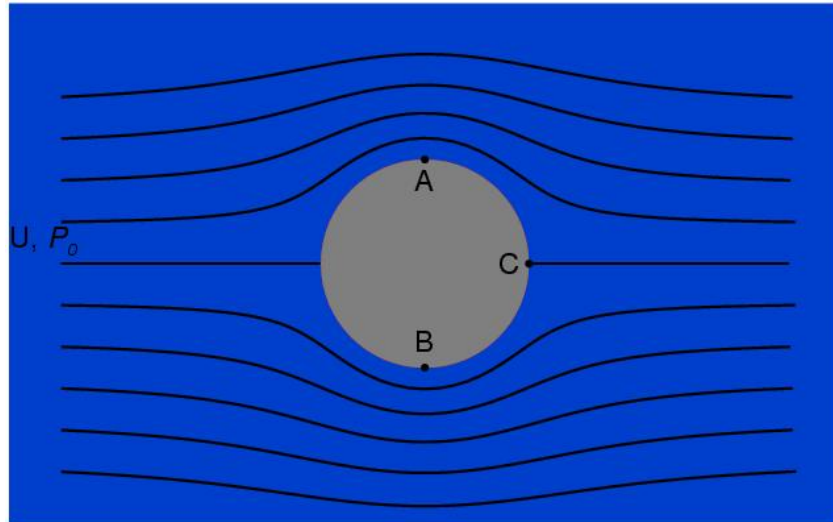


Figura 7 Líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro en ausencia de efectos viscosos, en una corriente semi-infinita.

La distribución de presión sobre la superficie del cilindro de acuerdo con la Ecuación 16, se muestra en la Figura 8. Obsérvese la similitud cualitativa entre las *líneas de emisión* (que siguen muy de cerca la trayectoria de las líneas de corriente) Figura 6, (experimental) y la Figura 7, (solución teórica) que muestra la solución analítica simplificada basada en el concepto de línea de corriente. Los resultados de la simulación aplicando ANSYS/FLOTRAN se ilustran en las Figuras 9-11.

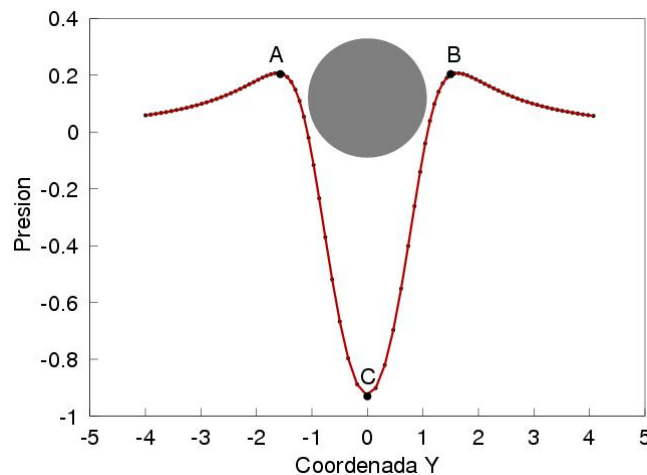


Figura 8. Distribución teórica de presiones en la superficie del cilindro

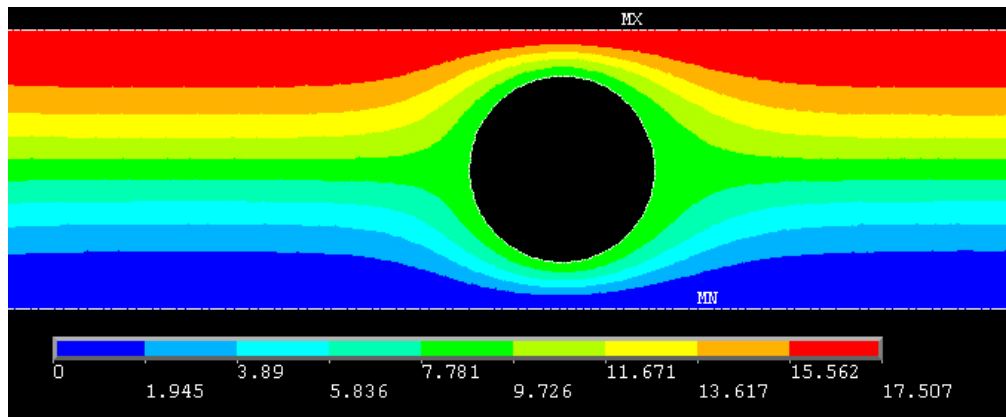


Figura 9. Líneas de corriente para el flujo alrededor de un cilindro en presencia de efectos viscosos.

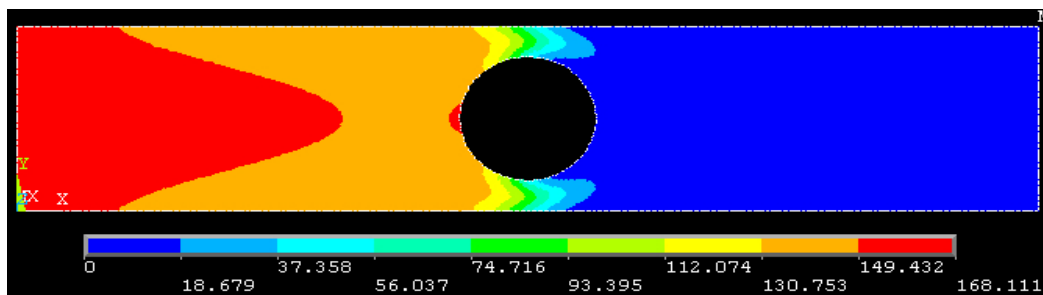


Figura 10. Distribución de presión total para el flujo alrededor de un cilindro entre paredes paralelas.

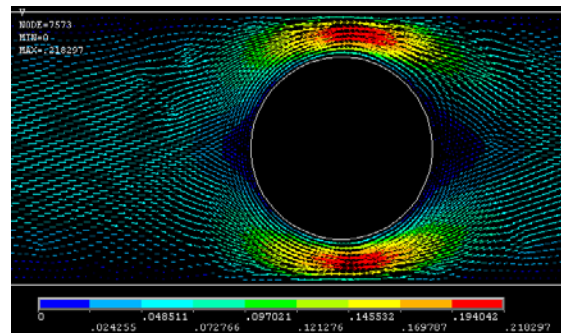


Figura 11. Campo vectorial de velocidades para el flujo en torno a un cilindro

Ejemplo 2: Flujo geostrópico bidimensional

Un flujo cuasi-geostrópico es un flujo rotatorio bidimensional en el cual existen gradientes de las fuerzas de Coriolis. Estos flujos son altamente relevantes en el estudio de la dinámica de la atmósfera planetaria y de los océanos⁷.

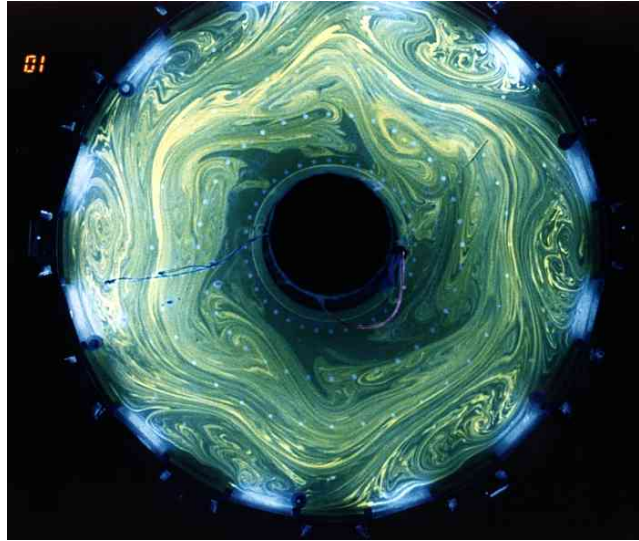


Figura 12. Flujo geostrópico según experimento realizado por Swinney y Weeks⁸ en un anulo rotatorio.

Para este caso particular la función de corriente que describe el flujo en coordenadas cartesianas está dada por:⁷

$$\psi(x, y) = -\ln[\cosh(y)] + \xi(x, t)\phi(y) \cos(mx) + cy \tag{17}$$

donde $m=6$, y $c=0.43$. En la Ecuación 17, $x \in (0, 2\pi)$ representa la coordenada azimutal, y es la coordenada radial, c es la velocidad de la cadena de vórtices con respecto al eje coordenado del anulo, $\phi(y)$ y $\xi(x, t)$ son funciones dadas en la Ref.[6]. En este ejemplo particular es necesario asumir que los efectos de curvatura son despreciables y que por lo tanto las ecuaciones de movimiento pueden determinarse como:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{18}$$

donde ψ es la función de corriente en la Ecuación 17.

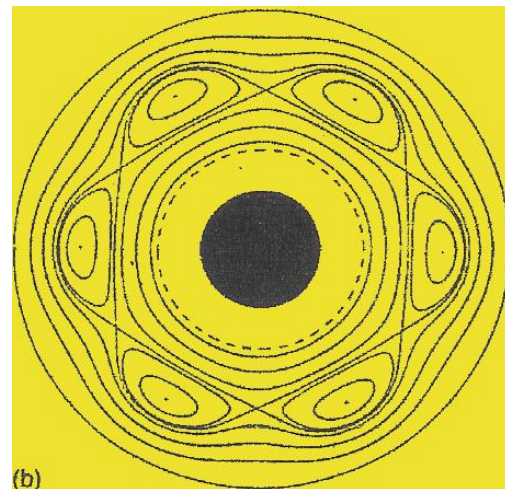
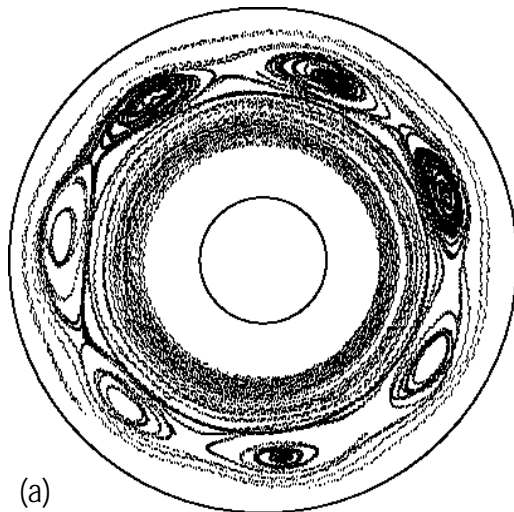


Figura 13. Comparación entre el campo de velocidad en el flujo geostrópico tal y como se observa experimentalmente usando partículas trazadoras (a), y una gráfica de contorno del modelo de línea de corriente Ec. 17 (b) Ref.[7].

En la Figura 13, se muestran las líneas de corriente experimentales (panel a) y teóricas (panel b) calculadas mediante la aplicación del modelo de línea de corriente en la Ec. 17. Los resultados de la simulación aplicando ANSYS/FLOTRAN se muestran en la Figura 14.

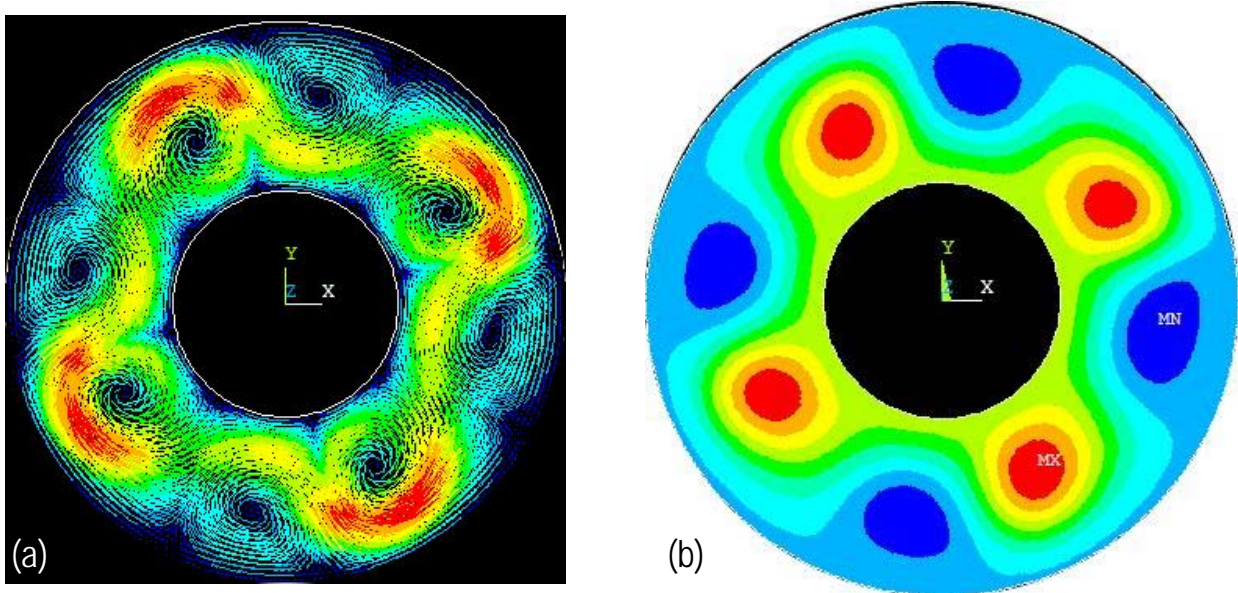


Figura 14. Flujo geostrópico en un ánulo rotatorio. (a) Campo vectorial de velocidad. (b) Líneas de corriente.

Ejemplo 3: Flujo en una cavidad bidimensional

El flujo en una cavidad rectangular es un modelo de flujo en el cual la pared superior del modelo tiene un movimiento hacia la derecha, y por lo tanto ocasiona la rotación del fluido dentro de la cavidad. El flujo a números de Reynolds bajos tiende a un comportamiento estacionario, sin embargo los patrones generados durante el proceso de flujo son bastante complejos (Ver Figura 15), razón por la cual es un flujo prototipo para el estudio de fenómenos relacionados con el mezclado y las teorías del caos aplicados a su control y mejoramiento⁹. Igualmente, dicho flujo es la representación idealizada de muchos flujos típicos en ingeniería, tales como el flujo en

$$U = \text{cte}$$

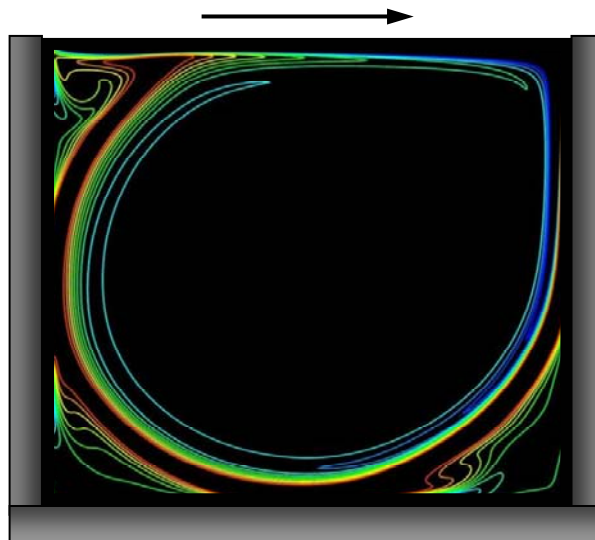


Figura 15. Representación esquemática del flujo bidimensional en una cavidad

intercambiadores de calor y sobre la superficie de aeronaves o dispositivos sumergibles. Se aplica de igual manera como un modelo muy simplificado para el estudio de fenómenos relacionados con vórtices, transporte de contaminantes en zonas urbanas y como banco de prueba de nuevos códigos computacionales de CFD dada la simplicidad de sus condiciones de frontera (ver Figura 15). La función de corriente que describe dicho flujo corresponde a un modelo recientemente desarrollado por uno de los autores (WLV) el cual está basado en la derivación fraccional de la función de corriente clásica para un flujo celular dada por: ¹⁰

$$\psi(x, y) = U_o L \sin\left(\frac{x}{L}\right) \sin\left(\frac{y}{L}\right) \quad (19)$$

de donde se puede obtener el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales que describen el campo de velocidad:

$$u = \frac{dx}{dt} = U_o L^{1-\alpha} \sin\left(\frac{x}{L}\right) \sin\left(\frac{y}{L} + \frac{\alpha\pi}{2}\right) \quad (20)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -U_o L^{1-\beta} \sin\left(\frac{x}{L} + \frac{\beta\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{y}{L}\right) \quad (21)$$

donde α, β son los ordenes de la derivada fraccional, en este caso particular el flujo en la cavidad a sido ajustado con valores de $\alpha=0.3$ y $\beta=1.0$, respectivamente. La Figura 16 muestra una comparación entre las líneas de corriente representado por las Ecuaciones 20-21 y la solución numérica aplicando ANSYS/FLOTRAN.

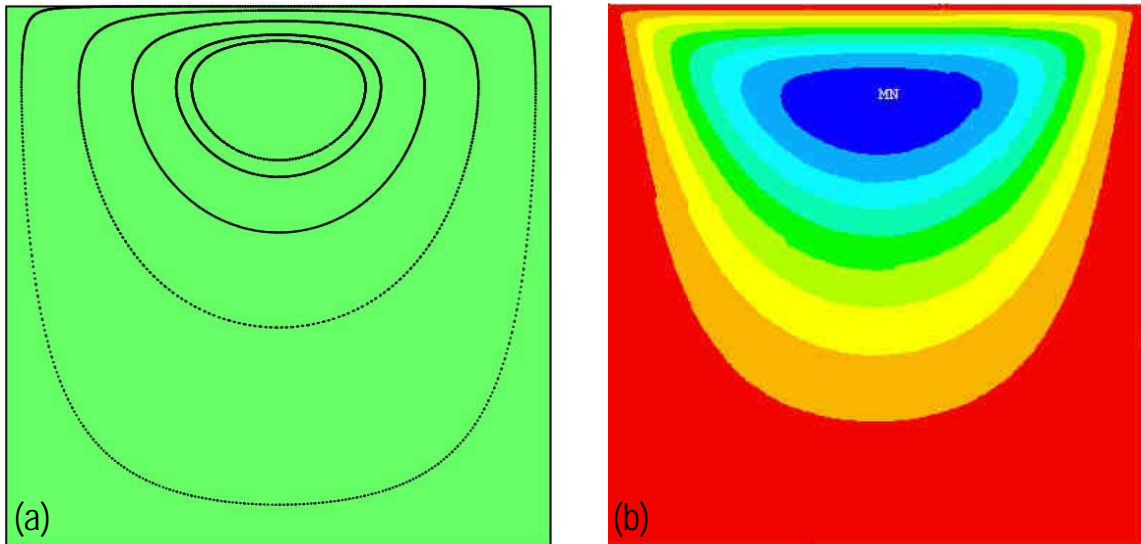


Figura 16. Comparación entre la predicción del modelo (Ecs. 20-21) (a), y una gráfica de contorno obtenida aplicando ANSYS.

Ejemplo 4: Flujo sobre un obstáculo cúbico montado sobre una pared en un canal tridimensional

El estudio de los vórtices y en general de la dinámica en torno a obstáculos es un problema de mucho interés académico y práctico. Dado que las diferentes estructuras vorticales generadas por obstáculos, modifican y/o mejoran sustancialmente la transferencia de momentum y de calor aguas abajo del obstáculo, la comprensión de sus características es esencial para muchas aplicaciones de ingeniería, donde la presencia de vórtices juega un papel fundamental. La Figura 17, ilustra esquemáticamente el modelo usado en este ejemplo.

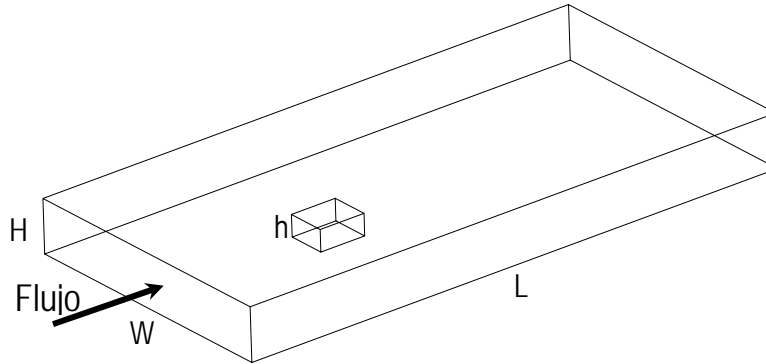


Figura 17. Configuración física del modelo

Tal y como lo presentan Hwang y Yang¹¹, la longitud de los lados del cubo se fijaron a la mitad de la altura del canal ($h/H=0.5$). Para las condiciones usadas en este ejemplo las longitudes largo L , ancho W , y altura H , del canal de flujo se fijaron en $10h$, $7h$ y $2h$, respectivamente. Se usaron dos fluidos aire y glicerina, a fin de comparar cualitativamente el efecto en el cambio de densidad y viscosidad sobre el comportamiento del flujo. Los resultados de este ejercicio se muestran en las Figuras 18-20.

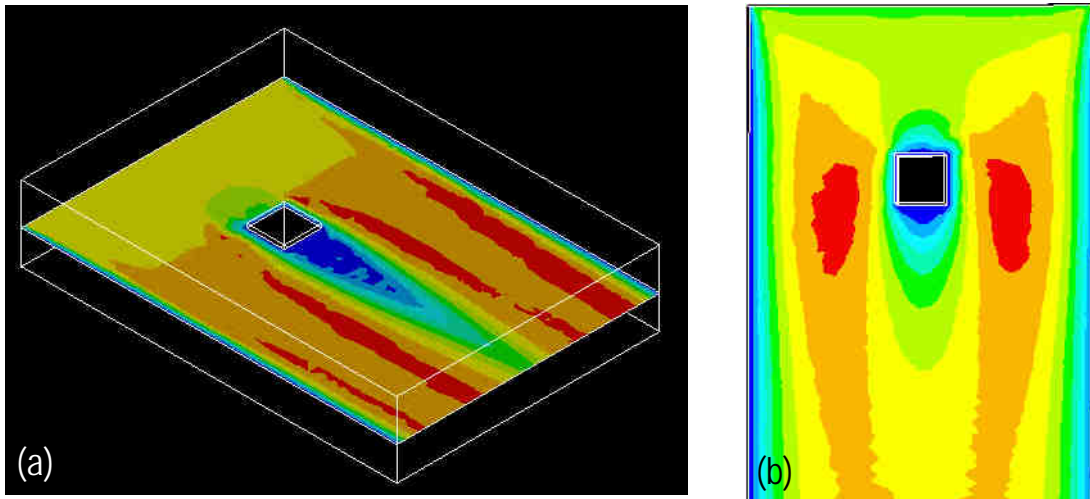


Figura 18. Comparación de las líneas de corriente entre el flujo de aire (a), y el flujo de glicerina -- un fluido mucho más denso y viscoso-- (b).

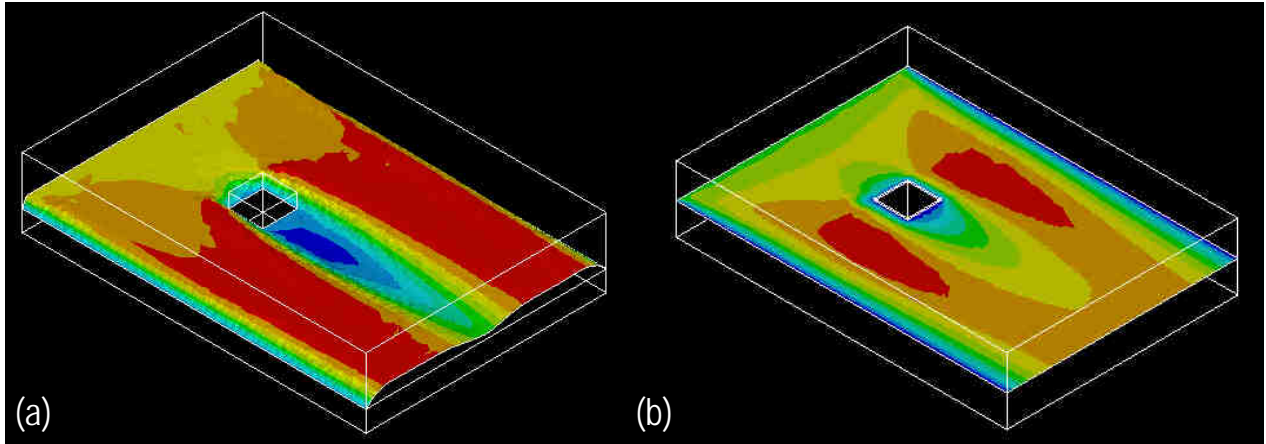


Figura 19. Comparación de la distribución de velocidad axial en torno a un obstáculo para (a) flujo de aire, (b) flujo de glicerina.

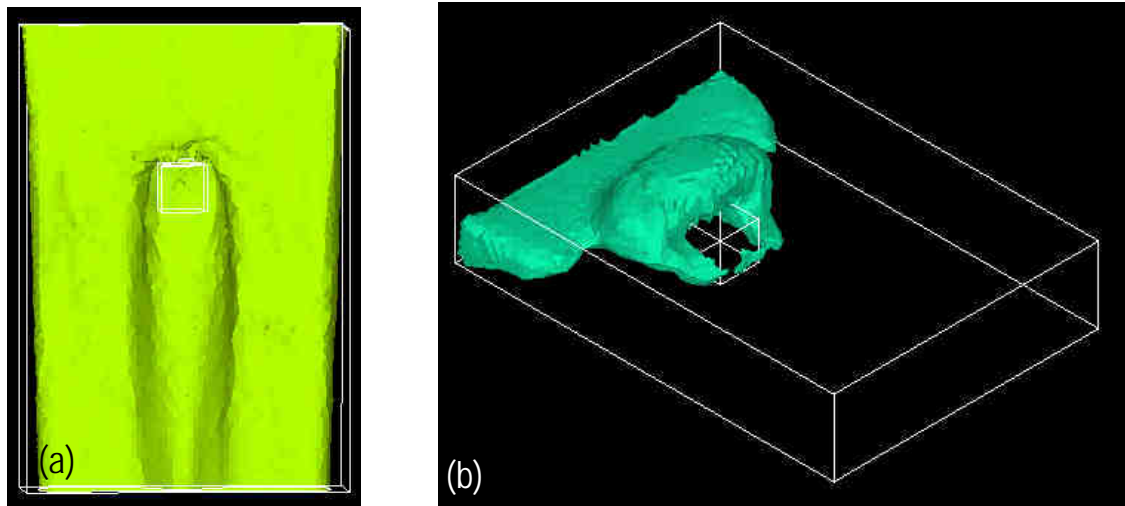


Figura 20. Comparación de iso-superficies de presión en torno a un obstáculo para (a) flujo de aire, (b) flujo de glicerina.

E. Perspectivas

Cada uno de los ejemplos anteriores se convierte en una herramienta exploratoria muy poderosa, que provee soporte para la solución de problemas en la vida real, dado que representan idealizaciones de un número significativo de situaciones de la práctica profesional. Dichos ejemplos enriquecen la "calidad" de los procesos de solución de problemas para el usuario, dado que le permiten un acceso ilimitado para actuar y "sumergirse" en un proceso basado en observaciones "reales" en el cual puede manipular parámetros y probar hipótesis sin una consecuencia física real de riesgo y en un tiempo tal que es conveniente y manejable para cimentar sus conocimientos de manera activa.

La habilidad de comparar parámetros de entrada y datos de respuesta en varios formatos de manera simultánea, es uno de los aspectos claves de las herramientas de simulación como ANSYS, ya que ayuda al usuario a efectuar conexiones y asociaciones, así como en la comprensión de la interrelación causa-efecto. Adicionalmente, el experimento computacional le permite al usuario relacionar los resultados gráficos en el propio contexto del problema bajo estudio dado que ofrece una representación visual del modelo. Al respecto, el software y el ambiente que provee se convierten en una herramienta cognositiva para los usuarios, que ayuda en la solución de un problema en un conexto específico.

Los ejemplos simplificados, presentados en este artículo muestran como ANSYS o cualquiera otra herramienta de CFD puede utilizarse como herramienta Virtual de Aprendizaje que soporta un ambiente de simulación poderoso y que puede aplicarse no sólo a la comprensión de ideas y conceptos fundamentales sino tambien al diseño y optimización de procesos de aplicación práctica.

Agradecimientos

Este trabajo es soportado por COLCIENCIAS y la Universidad Militar Nueva Granada a través del proyecto de investigación No: 1123-05-13702. El trabajo de L. Pineda y C. Riaño es soportado financieramente por la Universidad Militar Nueva Granada y por COLCIENCIAS a traves del programa de formación de Jovenes Investigadores COLCIENCIAS-BID. Los autores expresan su agradecimiento al Centro de Investigaciones y al Centro de Realidad Virtual de la Facultad de Ingeniería de la UMNG por su colaboración y apoyo para la realización de las simulaciones.

Referencias

- [1] A. Szabo and N. Hastings, *Computers & Education* **35**, 175-187 (2000).
- [2] A. Jimoyiannis and V. Komis, *Computers & Education* **36**, 183-204 (2001).
- [3] B. Harper, J. G. Hedberg, and R. Wright, *Computers & Education* **34**, 163-176 (2000).
- [4] C. Solomonidou and H. Stavridou, *Education and Information Technologies* **6**, 5-27 (2001).
- [5] G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*, 2nd edition (Cambridge University Press, Cambridge, 1999), Chap. 4
- [6] R. Malek-Madani, *Advance Engineering Mathematics*, 1st edition (Addison Wesley Longman, Inc, New York, 1998), Vol. 2, Chap. 12
- [7] D. del-Castillo-Negrete, *Physics of Fluids* **10**, 576-594 (1998).

- [8] E. R. Weeks "*Experimental Studies of anomalous diffusion, blocking phenomena, and two-dimensional turbulence*", PhD Thesis. University of Texas at Austin, (1997).
- [9] A. Vikhansky, *Physics of Fluids* **15**, 1830-1836 (2003).
- [10] M. R. Maxey, *Physics of Fluids* **30**, 1915-1928 (1987).
- [11] J-Y Hwang and K-S Yang, *Physics of Fluids* **16**, 2382-2394 (2004).