

# Revista Academia y Virtualidad

7(1):-86-101, 2014

## Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

**Autor:**

Alfonso Jiménez Espinosa<sup>1</sup>  
Maritsa Rivera Mesa<sup>2</sup>

Fecha de presentación: marzo 4 de 2014  
Fecha de evaluación: abril 1 de 2014  
Fecha de aceptación: mayo 13 de 20

### Resumen

El propósito de este documento es diagnosticar dificultades en estudiantes de grado séptimo sobre el manejo del número fraccionario y sus operaciones básicas, e intervenir con alternativas para mejorar el ambiente de aula y el aprendizaje, mediante estrategias específicas de comunicación.

La investigación tuvo un enfoque cualitativo y para el análisis de información se establecieron inductivamente categorías de representación, expresión de la representación mediante un símbolo y comparación (parte-todo). Estas categorías corresponden a aspectos centrales en la comprensión y el manejo de las fracciones. Se utilizaron instrumentos como lectura, escritura y construcción de mapas conceptuales, por parte de los estudiantes; y una dinámica de aula en tres momentos: trabajo individual, grupo y plenaria. Se constató que el trabajo en grupo permite a los estudiantes debatir los procesos que realizan, explicar sus puntos de vista, llegar a consensos y participar activamente de las plenarios. Este ambiente de aula, el diálogo entre pares y la interacción, muestra beneficios para el niño tanto en su aprendizaje, como en lo afectivo.

**Palabras clave:** aprendizaje de matemáticas, estrategias comunicativas, lectura, escritura, mapas conceptuales, trabajo en grupo.

1. Post-doctor en Educación Universidad Estatal de Campinas; profesor titular Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
2. Docente en propiedad Secretaría Educación en Boyacá; Licenciada Matemáticas y Física, Institución Educativa Técnica Amistad Bolivariana de San José de Pare; [maritme24@hotmail.com](mailto:maritme24@hotmail.com)

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

### Learning rational numbers and communication strategies

#### Abstract

This paper aims to diagnose difficulties in 7th grade students about managing fractional numbers and their basic operations by applying approaches to improve classroom environment and learning through specific communication strategies. This research was based on a qualitative approach to data analysis using inductively established representation categories, an expression representation by symbols and comparisons (part-whole). Such categories correspond to critical issues, which involve fractions understanding and management. Tools such as reading, writing and concept mapping were used by students, and also 3-stage classroom dynamics, as follows: individual, group and plenary work. We found that group tasks allow students to discuss processes they perform, explain their views, reach consensus and participate actively during plenary session. This classroom environment, peer dialogue and interaction offer benefits both for learning and affective issues by children.

**Keywords:** Math learning, communicative strategies, reading, writing, concept mapping, group work.

### Estratégias comunicativas no aprendizado dos números racionais

#### Resumo

O propósito deste artigo é de diagnosticar dificuldades nos estudantes de sétimo grau sobre o uso do número fracionário e suas operações básicas e ao mesmo tempo intervir com alternativas para melhorar a ambiente da sala de aula e da aprendizagem, através de estratégias específicas de comunicação. A pesquisa teve um enfoque qualitativo e para a análise da informação se estabeleceram indutivamente categorias de representação, expressão da representação através de um símbolo e comparação (parte-tudo). Estas categorias correspondem a aspetos centrais na compreensão e no uso das frações. Empregaram-se instrumentos como leitura, escrita e construção de mapas conceituais, pelos estudantes; e assim mesmo uma dinâmica de aula em três momentos: trabalho individual, de grupo e plenário. Constatou-se que o trabalho em grupo permite aos estudantes debater os processos realizados, explicar seus pontos de vista, fazer consenso e participar ativamente dos plenários. Este ambiente de sala de aula, o diálogo entre iguais e a interação, mostra benefícios para a criança tanto na sua aprendizagem, quanto no afetivo.

**Palavras clave:** aprendizado das matemáticas, estratégias comunicativas, leitura, escrita, mapas conceituais, trabalho em grupo.

# Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

## Introducción

Al hablar de enseñanza y de aprendizaje de la matemática se hace necesario pensar en estrategias, procesos o secuencias didácticas que permitan un acercamiento del estudiante al conocimiento, y que dejen ver la relación comunicativa en la construcción de conocimiento matemático, desde el diálogo, la crítica, la argumentación y la contra-argumentación sobre situaciones problemáticas basadas en las actividades de la vida cotidiana.

Este artículo presenta algunos resultados de una investigación a partir de diferentes estrategias de trabajo, algunas implican la lectura y la escritura; en general, todas buscan que los estudiantes analicen, contextualicen, argumenten y sustenten.

Estos tipos de actividades apuntan a la reflexión y conceptualización de ideas fundamentales acerca de las fracciones. La investigación inicia con base en la pregunta de investigación: ¿De qué manera actividades, diferentes de las acostumbradas, promueven en los estudiantes de grado séptimo el aprendizaje de los números racionales?

Esta investigación surge del análisis de la situación que ocurre cotidianamente en las clases, en la falta de comunicación apropiada en la clase de matemáticas, en las dificultades presentadas en las habilidades de lectura y escritura, y en la falta de argumentación en las respuestas de los niños. Para el desarrollo de ese aspecto se tuvieron en cuenta aportes de Oliveira y Espasandín (2007), Godino (2003), Contreras (1997), Ponte (1994), Cedeño (2009), entre otros.

La investigación se enmarcó en un estudio de caso, y el trabajo de aula se basó en el desarrollo de talleres en tres momentos, así: trabajo individual, trabajo en grupo y trabajo en plenaria (Jiménez, Suarez y Galindo, 2010). Algunos de los resultados se evidencian en los

procesos de argumentación matemática por parte de los niños y dejan ver cómo la utilización de diversas formas de comunicación permite promover la construcción, la comprensión y la consolidación de los conceptos matemáticos.

## Referentes teóricos

La enseñanza de las matemáticas muchas veces se convierte en una tarea difícil debido a diversos factores, explicados de forma diferente por profesores y estudiantes. Según Ponte (1994), para los profesores las causas del fracaso de sus estudiantes pueden ser a menudo la mala preparación en los años anteriores y los problemas que se generan en las familias con bajo nivel socioeconómico, pero de ninguna forma consideran el problema desde sí mismos. Para los estudiantes, su poco éxito en el aprendizaje de las matemáticas se debe a que no la entienden, a que los profesores no explican lo suficiente, e incluso a que es aburrida y no sirve para nada.

Si bien es cierto que estos factores denunciados por los profesores inciden en el bajo rendimiento académico y son elementos centrales de la problemática, no son los únicos; pues hay otros factores como las condiciones locativas, la infraestructura, factores administrativos y las mismas condiciones salariales de los profesores que también cuentan en gran medida.

De cualquier forma, siguiendo a Stenhouse (1991), quien afirma que “serán los profesores los que transformarán la escuela entendiéndola”, nuestra investigación pretende comprender la problemática del aprendizaje de las fracciones y aportar a la búsqueda de soluciones. En esta búsqueda, desde la teoría se argumenta sobre aspectos como el uso de la lectura y la escritura en la clase de matemáticas, los mapas conceptuales como estrategia comunicativa, el trabajo en grupo y las sesiones plenarias.

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

### El uso de la lectura y la escritura en la clase de matemáticas

Una de las formas para tratar de cambiar la imagen que se tiene de las matemáticas, como misteriosas e inaccesibles, y reorientar su enseñanza con el fin de que sea una actividad exitosa es mediante el uso de algunas estrategias de comunicación que poco o nada se trabajan, por ejemplo, el uso de la lectura y la escritura en clases de matemática, tal como señala Cook (citado en Oliveira y Espasandin, 2007). El uso de algunas estrategias de lectura y escritura en la clase de matemáticas puede dar oportunidad a que los estudiantes expresen sus sentimientos, dudas y percepciones sobre los contenidos, tengan toda la libertad de mostrar su ritmo de aprendizaje, interpretar códigos del lenguaje natural y comprender el contexto del contenido matemático.

De igual manera, Cedeño (2009) percibe la lectura y la escritura como herramientas de gran valor para la formación integral del individuo y recomienda que estén en el centro de la actividad educativa. La lectura y la escritura no son el fin último, ellas constituyen el medio cuyo valor dependerá de la utilización que se les dé. Así, el uso de estas herramientas debería ser un eje de transversalidad curricular que ayude al desarrollo de otras áreas del conocimiento.

Para Godino (2003), las matemáticas tienen un enorme poder como instrumento de comunicación, conciso y sin ambigüedades, porque utiliza diferentes sistemas de notación simbólica (números, letras, tablas, gráficos, etc.); además, son útiles para representar de forma precisa informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables, permitiendo anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados que todavía no se han producido. Así las matemáticas ayudan a leer y describir el mundo, a comunicar las interpretaciones de los problemas cotidianos de los estudiantes, reconociendo las conexiones entre el contexto y esta disciplina. Para este autor, a los estudiantes

se les debe dar la oportunidad de pensar y razonar sobre las matemáticas para que ellos comuniquen los resultados de sus pensamientos a otros compañeros de manera oral o escrita; así aprenderán a ser claros, discutirán sobre la solución de un determinado problema y mejorarán la comprensión y su aprendizaje.

Según Kleiman (citado por Silva y Kaiber, 2013), un aspecto observado desde las aulas de clase es la dificultad que tienen los estudiantes al interpretar y producir textos matemáticos, pues el profesor constituye uno de los directos implicados en su mejoría, ya que niños y jóvenes, en su mayoría carecen de conocimientos teóricos sobre la naturaleza de la lectura, y sobre cómo desarrollar la competencia lectora. Este autor considera la lectura como una actividad que se enseña en la escuela no sólo para servir como un telón de fondo para la enseñanza de la gramática, sino como una estrategia que potencializa el verdadero sentido de la lectura. En todos estos procesos es fundamental que el maestro sea un mediador, orientador y, ante todo, que facilite procesos de aprendizaje, de tal modo que muestre caminos empleando el mismo lenguaje del niño para comunicarse con él. Así, se establecerá una comunicación más productiva y efectiva (Jiménez, Suarez y Galindo, 2010).

### Mapas conceptuales como estrategia comunicativa

El mapa conceptual es una técnica de aprendizaje que se puede utilizar tanto por el docente como por sus estudiantes, convirtiéndose en una estrategia de comunicación para organizar el aprendizaje, de tal forma que ayude a captar el significado de lo que se va a aprender y un recurso que permita esquematizar lo que se quiere aprender. El diseño de mapas conceptuales por parte del estudiante y la confrontación de éstos con los elaborados por sus compañeros, permiten el aprendizaje de contenidos de forma constructiva y significativa y favorecen la creación de esquemas que fortalecen las estructuras mentales.

## Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

Para Ontoria (1994), el mapa conceptual tiene cuatro elementos que lo constituyen: los conceptos, los términos de enlace, las preposiciones y los óvalos que encierran los conceptos. Los conceptos son regularidades en los acontecimientos o en los objetos que se designan a través de un término y son sustantivos; los términos de enlace son los que se utilizan para unir los conceptos y para indicar el tipo de relación que se establece entre ellos; las proposiciones son dos o más conceptos unidos por palabras (términos de enlace) para formar una unidad semántica.

Para Hernández (2007), el trabajo en grupo con la herramienta de los mapas conceptuales permite a los estudiantes intercambiar puntos de vista sobre el tema, discutir la validez de la conexión o términos de enlace entre dos o más conceptos, buscar herramientas para ser claros y convincentes, lo que exige al educando un estudio, análisis y comprensión más profundo de las matemáticas; esto les brinda la oportunidad de profundizar sus propias ideas a fin de construir comprensiones más acabadas del tema tratado. De igual manera, el trabajo en grupo ayuda a aclarar conceptos, desarrollar protagonismo y liderazgo, potenciar la responsabilidad, y, en general, requiere moldear las ideas, sentimientos y emociones de cada persona, lo que exige y a la vez permite entrenarse en comunicar lo que se piensa.

Finalmente, los mapas conceptuales como herramienta para el desarrollo de competencias comunicativas permiten que los estudiantes organicen, consoliden y justifiquen sus razonamientos, y desarrolla en ellos una visión más acabada sobre sus propios procesos de pensamiento. Los mapas conceptuales permiten la comunicación y la reflexión como procesos íntimamente relacionados con el aprendizaje y son una estrategia que ayuda a reflexionar sobre el propio pensamiento, reorganizar y sistematizar el conocimiento, porque permite tomar distancia de las propias ideas (Ídem).

### La comunicación en la clase de matemáticas

La comprensión de los diferentes conceptos matemáticos por parte de los estudiantes depende en gran parte del sentido que estos le den a las definiciones trabajadas en el aula de clase y a las interacciones sociales que ocurren al interior y fuera del aula durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas. En el trabajo de campo de esta investigación se muestra la interacción entre docente y estudiantes que participan en el desarrollo de actividades, las dinámicas grupales y las prácticas comunicativas al interior del aula de clase. Al respecto, Jiménez, Suárez y Galindo (2010) argumentan que:

*[...] con la práctica de una buena comunicación se desarrollan procesos de pensamiento donde los estudiantes son estimulados a utilizar su propio lenguaje, de tal manera que el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción y no como una imposición del profesor (p. 180).*

Es decir, a través de la interacción que surge en las dinámicas grupales, la comunicación aparece como un aspecto para tener en cuenta en el proceso de construcción de argumentos y formas de razonamiento, que respaldan los conceptos que los estudiantes van organizando para comprender nuevos significados.

Ernel (citado por Watabe y Palma, (2013) destaca la importancia de las interacciones sociales en la construcción del conocimiento. La interacción con los compañeros permite que los estudiantes se apropien de las instrucciones de una situación que no entendían, con base en la reformulación hecha por un compañero para comparar su respuesta con otra, la comprensión de las diferencias para tratar de llegar a un consenso, y así presentar la defensa de su método de resolución contra diferentes propuestas de solución de los compañeros. Lo anterior se evidencia en los episodios de clase analizados, cuando el estudiante expone la solución dada

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

a la situación planteada cuando se busca convencer al grupo, interactuando con el otro y argumentando sobre los procesos que el estudiante haya utilizado, lo cual le permite que use la argumentación matemática y se genere un espacio propicio para el desarrollo de habilidades comunicativas.

### Estado del arte

Las investigaciones realizadas sobre el uso de estrategias comunicativas en la clase de matemáticas muestran el problema. La falta de comunicación maestro-estudiante-contexto conduce a un aprendizaje deficiente de las matemáticas, hecho que se puede observar a través de los resultados en las diferentes pruebas, como SABER, SABER ICFES y las pruebas internacionales.

Parra y Flores (2008) presentan perspectivas de la problemática y hacen análisis del proceso de resolución de problemas con fracciones y de la interacción efectuada en una situación de aprendizaje cooperativo, principalmente por alumnos de secundaria con bajo rendimiento. La metodología que adoptan para el desarrollo de la investigación se basa en el aprendizaje a partir de la resolución de problemas y en la intervención desde las características del aprendizaje cooperativo. Ellos concluyen que la principal problemática encontrada es el propio concepto de fracción, los procedimientos rutinarios de operaciones con fracciones y las concepciones sobre problemas con fracciones.

En Brasil, Oliveira y Espasandin (2007) realizan un estudio sobre el uso de diferentes estrategias de lectura y escritura en la enseñanza de las matemáticas en secundaria de una escuela pública de Sao Paulo. Hicieron uso de un portafolio con actividades relacionadas con la lectura e interpretación de textos y producción textual, como la matemática biográfica, el diario, la resolución de problemas vinculados con los contenidos matemáticos y lecturas de temas relativos a la historia de las matemáticas.

Tuvieron en cuenta información sobre el entorno histórico y social de los estudiantes, que permite que el docente conozca al estudiante en su entorno histórico social.

Por otro lado, García y Sánchez (2013) realizaron un estudio sobre el concepto de fracción desde la perspectiva de estudiantes de bachillerato en México, en situaciones de medición, división y la relación parte-todo. El estudio se realizó con treinta estudiantes entre los 15 y 18 años de edad, matriculados en segundo año de bachillerato. Este estudio lo sustentan en las investigaciones de Fandiño (2009) y Sierpinska (1994), respecto a la comprensión de conceptos en términos de actos de comprensión y los caracterizan por medio de cuatro operaciones mentales: identificación, discriminación, generalización y síntesis. La exploración se llevó a cabo mediante la resolución de cinco problemas relativos a fracciones en los contextos continuo y discreto; fue sustentada en las explicaciones verbales y no verbales de los estudiantes durante la resolución de problemas y en una entrevista abierta.

Fetzer (2005) realizó un estudio empírico sobre la pregunta “¿Por qué debo implementar la escritura en mis clases?”. El estudio se diseñó en dos fases, una de escritura y la de publicación, donde los estudiantes exteriorizaban en forma escrita los procesos de resolución de problemas. Presentaban su forma de proceder cuando se trabajaba en la tarea encomendada en el tablero.

Silva y Kaiber (2013) presentan los resultados de una investigación en una escuela pública de la ciudad de Viamão (Brasil); con veintidós estudiantes de segundo grado de secundaria, de edades comprendidas entre los dieciséis y los dieciocho años. La investigación, de enfoque cualitativo, tuvo como objetivo identificar las dificultades en la interpretación y producción de textos matemáticos presentados por estudiantes. El trabajo consistió en el desarrollo de actividades fundamentadas en Matemáticas y Filosofía, Curiosidades Matemáticas, Historia de las Matemáticas, Matemáticas de la vida cotidiana y una actividad práctica con el teodolito; todo

## Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

con el objetivo de analizar los escritos sobre actividades matemáticas. Aplicaron dos cuestionarios, el primero tuvo como objetivo elaborar un perfil de la clase y el segundo identificar las percepciones de los estudiantes sobre el trabajo realizado. En la investigación se hizo uso de la observación sistemática del profesor-investigador, registrada en un diario de campo. Para este análisis se tuvieron en cuenta competencias y habilidades propuestas por los Parámetros Curriculares Nacionales en Matemáticas PCN (Brasil, 1997) y los aspectos cognitivos de la lectura.

El estudio reveló dificultad en el conocimiento sobre las operaciones con racionales, la fuerte dependencia que el estudiante tiene del maestro, y que el bajo rendimiento de los estudiantes en relación con la resolución de problemas no está directamente relacionado con la construcción de una competencia para interpretar los textos matemáticos.

En el ámbito nacional encontramos el trabajo de Vallejo y Tamayo (2008), quienes identifican las posibles causas de las dificultades que se presentan en la comprensión de los números racionales, a partir de la falta de dominio en dos o más sistemas de representación y de la incapacidad de los estudiantes para cambiar los registros de representación. El estudio se realizó en el marco de un enfoque cualitativo, describiendo e interpretando los procesos de tratamiento y conversión que utilizan los estudiantes.

Contreras (1997) destaca que numerosos autores han incentivado el uso de los mapas conceptuales como estrategia de comunicación, han estudiado las formas de representar las tramas conceptuales mediante estructuras proposicionales elaboradas por los estudiantes.

De igual manera afirma que han comprobado que los mapas conceptuales son un instrumento de interpretación y comprensión, útiles para explicar los esquemas conceptuales de los estudiantes en una determinada etapa de la comprensión y la cognición de un tema. El trabajo

de investigación lo realiza mediante el estudio de casos en el ámbito de la identificación de los números racionales, siguiendo cinco fases: diagnóstico, exploración, evolución, diseño, puesta en práctica de un instructivo y análisis de la información.

### Aspectos metodológicos

Para el desarrollo del proyecto se utilizó el enfoque de investigación cualitativo interpretativo y se enmarcó en un estudio de caso. Las fases de la investigación, siguiendo a Goetz y LeCompte (1988), fueron las siguientes:

- Período previo al trabajo de campo, a manera de diagnóstico. Al ingresar a la Institución Educativa Técnica La Amistad Bolivariana como docente del área de matemáticas, se percibió que los estudiantes tienen un bajo rendimiento académico en el área, que presentan fallas en las operaciones con números racionales, tienen dificultades en la manera como interpretan, analizan y comunican los resultados en la solución de problemas (Archivo Institucional), lo cual se corrobora en los resultados de las pruebas SABER.
- Acceso del investigador al escenario: una vez detectado el problema se decide trabajar el sistema de los números racionales con los estudiantes del grado séptimo de la Institución. La propuesta de intervención se desarrolló mediante la aplicación de talleres.
- En el desarrollo del trabajo de campo se aplicaron dos talleres que diagnosticaron la capacidad que tenían los estudiantes en la representación del número racional. Con base en ese diagnóstico, posteriormente se aplicaron tres talleres que persiguieron promover el desarrollo del pensamiento matemático usando la lectura, la escritura, el trabajo en grupo, los mapas

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

conceptuales y otras estrategias de comunicación. El desarrollo de los talleres en clase se hizo en tres etapas: de trabajo individual, en grupo y en plenaria (Jiménez, Suárez y Galindo, 2010).

- En la etapa de análisis de la información, para lo cual se describen los resultados mediante la sistematización, se realiza un análisis detallado de las respuestas más reiterativas de los estudiantes y posteriormente se hace una reflexión y comparación a la luz de la teoría.

### Análisis y discusión de resultados

El análisis de la información sobre dificultades (diagnóstico), se realizó sobre la representación de las fracciones, las operaciones aritméticas y las estrategias comunicativas usadas por los estudiantes en las soluciones realizadas sobre las actividades propuestas. Las dificultades en los procesos para representar y aplicar los algoritmos de las operaciones de números racionales que desarrollan los niños, y su posterior intervención, fueron el punto de partida para visualizar el resultado de la investigación.

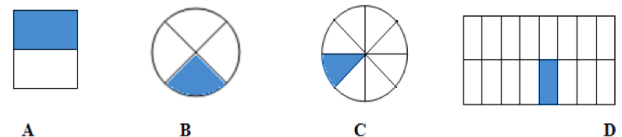
Para el análisis de la información, inductivamente se establecieron las siguientes categorías: la representación, la expresión de la representación mediante un símbolo (número) y la comparación (parte-todo). Las categorías establecidas corresponden a los aspectos centrales en la comprensión y manejo de las fracciones.

Para el análisis de las estrategias comunicativas se tuvieron en cuenta dos categorías, la argumentación y la representación. La argumentación se percibe cuando los estudiantes explican las soluciones dadas, las sustentan y las defienden ante el grupo o en plenaria.

La representación se puede valorar en los mapas conceptuales, las carteleras y los dibujos realizados sobre situaciones matemáticas de las actividades desarrolladas en sus cuadernos.

Inicialmente se aplicaron dos talleres para el diagnóstico, los cuales fueron desarrollados por los estudiantes de grado séptimo con el objetivo de identificar el grado de desarrollo del pensamiento matemático en el aprendizaje de los números racionales. Por ejemplo, para el desarrollo del taller número 1 los estudiantes debían identificar y relacionar la gráfica con su correspondiente fracción expresada simbólicamente en un número. Veamos un ejemplo de algunas de las respuestas emitidas por los estudiantes en la plenaria y de las interacciones producidas:

**Conteste las preguntas 1 y 2 con base en la observación de las siguientes figuras:**



1. La fracción que representa cada figura A, B, C, D es, respectivamente (seleccione una de las opciones):

- |                                      |                   |                   |                   |                    |
|--------------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| <input type="checkbox"/> Opción (1): | $A = \frac{1}{2}$ | $B = \frac{1}{3}$ | $C = \frac{1}{4}$ | $D = \frac{1}{15}$ |
| <input type="checkbox"/> Opción (2): | $A = \frac{3}{4}$ | $B = \frac{1}{7}$ | $C = \frac{1}{2}$ | $D = \frac{1}{16}$ |
| <input type="checkbox"/> Opción (3): | $A = \frac{1}{2}$ | $B = \frac{1}{4}$ | $C = \frac{1}{8}$ | $D = \frac{1}{16}$ |
| <input type="checkbox"/> Opción (4): | $A = \frac{1}{4}$ | $B = \frac{3}{4}$ | $C = \frac{3}{4}$ | $D = \frac{1}{16}$ |

**Figura 1.** Enunciado del taller diseñado en febrero de 2012.

**Fuente:** Elaboración propia.

- E1<sup>3</sup> : Yo, creo que es la opción 2.
- E2: No estoy de acuerdo con E1
- P: ¿Por qué?
- E2: Porque cada fracción concuerda con la gráfica, por ejemplo... (el estudiante dibuja las figuras en el tablero).

3. Para mantener la identidad de los alumnos, se mencionan con E1, E2,...; en lugar de sus respectivos nombres. Aquí P, significa profesor.



## Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

5. E2: La primera y la segunda opción no sirven
6. P: ¿Por qué?
7. E2: Porque la primera figura representa  $1/4$
8. P: ¿Representa  $1/4$ ?
9. E2: No, perdón me equivoqué, representa  $1/2$ , porque en la primera gráfica se divide en 2 y se toma 1, en la segunda se divide en 4 y se toma 1, en la tercera son 8 partes y se toma 1, y en la cuarta son 16 partes y se toma 1.
10. P: ¿E3, está de acuerdo?
11. E3: Sí

Se observa que algunos estudiantes cuentan con un concepto de fracción como parte de un todo; tienen en cuenta las representaciones de las fracciones y justifican las respuestas emitidas. Chamorro (2003) afirma que “el dominio de los números racionales es, por tanto, un campo conceptual constituido por un conjunto de situaciones cuyo dominio progresivo requiere la utilización de una variedad de procedimientos, de conceptos y de representaciones simbólicas que están en estrecha conexión”.

En la segunda pregunta, “Teniendo en cuenta la información anterior ¿Qué fracción seguirá si se construye la figura E?”, el estudiante está en condiciones de establecer relaciones entre cantidades, relación entre una parte y el todo. La respuesta de E4 en 16, deja ver que el estudiante hace la relación “el doble de” porque “va sumando el mismo número”; en tanto que E9 realiza la relación mediante el uso de la gráfica. La interpretación de número racional implica situaciones de medida y la comparación del todo y sus partes. Para los estudiantes parece ser más cómodo definir la fracción como la relación entre la parte y el todo, esto se puede percibir a continuación:

13. E4: Es  $1/32$
14. P: ¿Por qué?

15. E4: Porque si nos damos cuenta en la pregunta anterior, se va sumando el mismo número y se van dando las fracciones: dos y dos, sería la fracción  $1/4$  y cuatro y cuatro, sería la fracción un octavo ( $1/8$ ); ocho y ocho sería la fracción un dieciseisavo ( $1/16$ ), entonces la opción cuatro [sic. Realmente se refiere a la opción dos] nos explica que sería la fracción un treintaidosavo ( $1/32$ ) porque dieciséis y dieciséis da como resultado treinta y dos.
16. E6. No estoy de acuerdo, porque sumé dieciséis más cuatro y da como resultado veinte ( $16 + 4 = 20$ ), porque a la última le sumé cuatro.
17. P: ¿Por qué?
18. E6: Porque como que ese valor más o menos se ve que va.
19. P: ¿Se ve que va, en dónde?
20. E6: En las gráficas.
21. E9: No, eso no es cierto, porque cada figura va aumentando en su doble, sí, en la primera es un medio ( $1/2$ ) y pasó a un cuarto ( $1/4$ ) y así sucesivamente, entonces la última es un treintaidosavo ( $1/32$ ).

Opción (4):  $E = \frac{1}{32}$

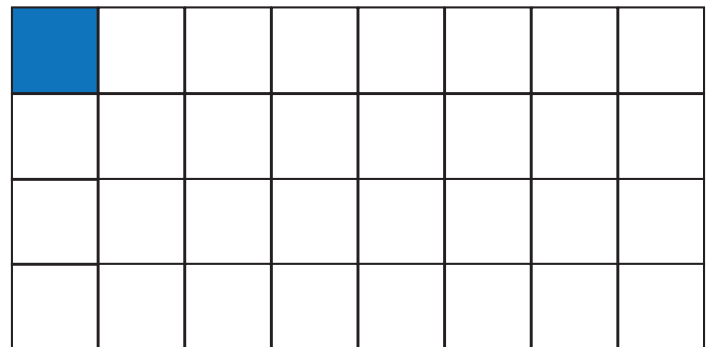


Figura 2. Representación de la fracción ( $1/32$ ) hecha por un estudiante, febrero 2012.

Fuente: Elaboración propia.

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

El diálogo de los estudiantes muestra que la argumentación no es totalmente consistente. Obsérvese cómo, a pesar que la respuesta del alumno E9 es coherente, presenta un error en su argumentación, pues la figura es la misma (no aumenta), lo que aumenta es el número de pedazos, justamente disminuyendo en su doble.

Para la solución de las preguntas 3 y 4, se tiene en cuenta la siguiente situación que requiere comprensión lectora e identificación de fracciones. Entre los 60 preseleccionados para un grupo musical se observan las siguientes características: Un cuarto ( $\frac{1}{4}$ ) de los preseleccionados toca elementos de percusión, cinco doceavos ( $\frac{5}{12}$ ) de los preseleccionados tiene habilidades vocales, seis veinticuatroavos ( $\frac{6}{24}$ ) de los preseleccionados tocan instrumentos de cuerda, y un doceavo ( $\frac{1}{12}$ ) de los preseleccionados reúne las tres características. El número de preseleccionados que tocan instrumentos de cuerda e instrumentos de percusión son respectivamente:

- Opción (1): Percusión 15 y cuerda 20
- Opción (2): Percusión 20 y cuerda 25
- Opción (3): Percusión 15 y cuerda 15
- Opción (4): Percusión 20 y cuerda 20

Basados en la situación anterior se buscaba determinar el grado de interpretación que tenían los estudiantes en ciertos contextos, es decir, cómo la fracción desempeña el papel de operador, el que reduce o amplía una cierta cantidad, sin olvidarse de la relación entre un todo y sus partes. Las respuestas dadas por los estudiantes fueron las siguientes:

66. E7: No estoy de acuerdo con E5, porque como un cuarto ( $\frac{1}{4}$ ), tocan instrumentos de percusión son sesenta dividido entre 4 y da como resultado quince ( $\frac{60}{4} = 15$ ) y sesenta dividido entre 24 da como

resultado veinte ( $\frac{60}{24} = 20$ ), entonces la respuesta es (percusión 15 y cuerda 20).

67. P: ¿E12, Qué opina?  
 68. E12: No, así no es  
 69. P: ¿Por qué?  
 70. E12: mmmm.  
 71. P: ¿E8, Qué opina?  
 72. E8: Ésa no la respondí porque no la sé.

Se observa que los estudiantes no poseen esquemas que les permita otorgar un verdadero significado a las fracciones; no hay un modelo implícito de fracción en el estudiante. Esta situación puede ser explicada mediante las afirmaciones de León (1998), quien dice que en la educación básica los docentes exigen de los niños el uso prematuro de un lenguaje convencional y los algoritmos, sin reconocer que se necesitan ciertos esquemas (reparticiones, equivalencia, conservación, ampliación, reducción), para darle sentido al lenguaje simbólico y a las reglas de cálculo. Los estudiantes no cuentan con una verdadera noción de fracción asociada al concepto de razón, proporción y porcentaje, y eso obstaculiza la transferencia del concepto a otros contextos; por tal razón, se hace necesario hacer especial énfasis en estas situaciones, porque ellas propician el desarrollo de habilidades frente al concepto de operador como reductor, o de dividir en partes iguales la unidad. Esto se evidencia en el anterior diálogo.

Con el desarrollo de las plenarias es notoria la manera como cada estudiante analiza la situación tratando de convencer al grupo, así la argumentación no sea la más convincente. Al estudiante se le pide un análisis anticipado para que posteriormente, a través de los algoritmos apropiados llegue a la respuesta correcta; veamos las respuestas emitidas por los estudiantes a la siguiente situación:

## Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

¡Cómo! ¿Ya se acabó la leche? Preguntó la madre asombrada. Si ayer compré suficiente para la cena (Tomado de Flores, R. y Macotela, S. (2006)).

- La mitad la usó mi tía para preparar un arequipe. Dijo Rosita.
- Bueno, yo use la mitad de la que quedó para las malteadas esta mañana. Dijo María.
- Acuérdate que al medio día gastaste la mitad de la que había para el postre, aclaró Juan.
- Y yo me tomé la mitad de la que quedaba esta tarde, mientras miraba televisión, dijo Joselyn.
- ¿Y sólo queda un cuarto (  $1/4$  ) de litro? Preguntó el padre. Pues, ¿cuánta leche compraste ayer?

A continuación se presenta un ejemplo de la socialización de la actividad del taller en plenaria:

1. E2: Como le sacó la mitad quedan dos litros y esos son dos “botellas” de 100 mililitros entonces es dos litros [sic], bueno como dice que la mitad de la mitad de leche la utilizaron para el postre, no para el arequipe y la otra para la malteada entonces un medio más un medio (  $1/2 + 1/2$  ) ahí formamos un litro; entonces, la mitad que quedaba la utilizaron para el postre, entonces ahí iría litro y medio y la otra mitad se la tomaron mirando televisión, entonces quedarían dos litros y solo queda un cuarto (  $1/4$  ) donde ahí reuniéndolos se formaban 4 litros.
2. E3: No, supongamos que hay cuatro (4) litros, dice que la mitad la gastó para hacer arequipe: dos (2). La mitad la gastó para hacer malteadas una (1) y la mitad la gastó para hacer postres y la mitad del medio litro se la tomo mirando televisión y sobra un cuarto (  $1/4$  ) entonces todo esto daría cuatro (4) litros.
3. P: E7 ¿Está de acuerdo?

4. E7: Ahhh, No porque son dos litros, porque dos personas cogieron de a mitad de leche: Arequipe un medio (  $1/2$  ), Malteada un medio (  $1/2$  ), Postre un medio (  $1/2$  ), se tomaron un medio (  $1/2$  ) entonces son dos (2) litros.

5. E8: No, porque como yo vi en la gráfica

6. P: ¿Cuál gráfica?

7. E8: Yo lo voy a explicar con la gráfica del otro punto (Una manera de representar gráficamente la situación es):

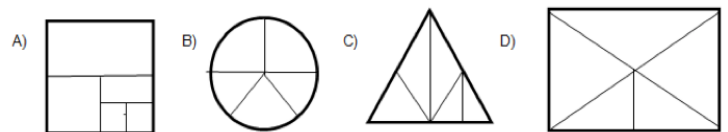
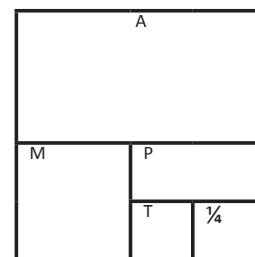


Figura 3. Opciones de respuesta ejercicio N°4, Taller Diagnóstico, abril de 2012.  
Fuente: Elaboración propia.

8. E8: Entonces son cuatro (4) litros, para el arequipe se fueron dos (2), para las malteadas se fue medio litro (  $1/2$  ) y un litro para el postre y queda un cuarto (  $1/4$  ), así:



Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes realizan sus razonamientos e interpretaciones, pero puede verse que para ellos el litro equivale a una botella (E2 en 1). Aquí, el contexto está influyendo en la solución de la situación; el estudiante está acostumbrado a trabajar con botellas y no con litros por

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

lo que al parecer la respuesta de E2 es equivocada y así debemos analizar qué significado tiene para éste el término “botella”. Como se observa, el uso de gráficos permite expresar los razonamientos que hacen del problema y así lograr que el conocimiento sea significativo para ellos.

De otra parte se puede observar que los estudiantes presentan dificultades en la operatoria con fracciones, suman el numerador con el denominador y lo convierten así en un entero, veamos:

46. E4: No, es arequipe un medio ( $\frac{1}{2}$ ), malteada un medio ( $\frac{1}{2}$ ), postre un medio ( $\frac{1}{2}$ ), se tomaron un medio ( $\frac{1}{2}$ ) y quedó un cuarto ( $\frac{1}{2}$ ), entonces sumo doce más doce más doce más doce más catorce igual a sesenta y dos ( $12 + 12 + 12 + 12 + 14 = 62$ ) y luego sesenta y dos por cinco es igual a trescientos diez ( $62 \times 5 = 310$ ) entonces es tres coma diez (3,10) es decir tres (3) litros). Se observa aquí que no hay claridad en la manera cómo desarrollar operaciones básicas entre fracciones.

Los estudiantes presentan confusiones, operan las fracciones como si se tratara de números enteros sin ninguna relación entre sí, suman por ejemplo un medio ( $\frac{1}{2}$ ) y un cuarto ( $\frac{1}{4}$ ) como si el numerador y el denominador fuesen los dígitos del número, dando como resultado doce (310), el cual es dividido entre cinco porque suponen que es la cantidad de números operados, otro aspecto es la operatoria que hace del resultado, pues el valor es trescientos diez (310) y como es una cantidad no contemplada para el resultado la convierte en número decimal (3,10) y hace aproximación por defecto asegurando ser tres litros como respuesta.

Finalmente transcurre la plenaria y se observa que los argumentos utilizados para demostrar la solución no son convincentes; los estudiantes no hacen uso de herramientas que les permitan obtener la respuesta correcta. En las

prácticas dinámicas sí existe la interacción o el proceso de comunicación, pero se infiere que los procesos cognitivos acerca de la fracción son débiles en el aspecto cognitivo, es decir, los estudiantes no se han familiarizado con los conceptos que los talleres pretenden explorar. Fuera de ello es notorio el escaso léxico en la comunicación y acomodación de conceptos matemáticos en situaciones del contexto donde ellos se desempeñan.

En la otra etapa de la investigación, en la socialización de los talleres donde se utilizaron las actividades comunicativas, los estudiantes lograron expresarse, utilizaron su ingenio, plasmaron sus ideas y le dieron rienda suelta a su creatividad; veamos un ejemplo en uno de sus aspectos:

- Hacer un dibujo que muestre de manera gráfica los aspectos matemáticos referentes a fracciones, que se encuentran en el cuento [El cuento de las frutifracciones, tomado y adaptado de Lloret, José A. (2009)], trata de la historia desarrollada en un bosque encantado, en donde los niños para poder salir debían responderle al duende problemas sobre las fracciones equivalentes). Veamos la socialización de las respuestas:

E4: Dibujemos un árbol, una cesta y el duende con los niños

E5: Sí, déjeme a mí dibujar el árbol

E6: A mí me gusta pintar, yo coloreo

E4: Pero yo le ayudo, déjeme pintar, el árbol es como café.

E5: Sí, hagamos un canasto de mmm chusque cafecito

E6: Y el puente negro.

E4: Sí, pero pintemos y luego le ponemos un título bonito

E6: Pero faltan las fracciones en el árbol.

E5: Sí, como es que era mmm, espere vuelvo a leer.

# Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

De esta manera se destaca que los estudiantes comprendieron el texto y por tanto están en condiciones de interpretarlo mediante la acción de un dibujo y argumentarlo frente a todos sus compañeros. Estos espacios de aula permiten que el estudiante desarrolle competencias comunicativas como discutir, razonar, argumentar, criticar y justificar ideas y explicaciones que son la razón de la construcción del conocimiento matemático. Por tal razón, es necesario establecer prácticas que ofrezcan a los estudiantes múltiples oportunidades de confrontar resultados y estrategias en la solución de problemas, debatir y establecer consensos, comunicar lo aprendido, tanto en forma oral como escrita.

De otro lado, en cuanto al trabajo en grupo, se puede decir que enriquece los procesos de pensamiento, se da la participación de cada integrante y se permite que se respeten las opiniones; esto permite que el aprendizaje sea motivado y divertido, por lo que se puede concluir que las fuentes de información sobre el avance conceptual en los niños a través de medios de comunicación visual y escrita evidencian las actitudes, las inquietudes, los puntos de vista y hasta las creencias que los niños tienen sobre las fracciones. De igual forma se dejan ver los equívocos, concepciones erradas, que poco a poco van siendo reestructuradas con la articulación de diferentes maneras de expresar los conceptos expuestos por los miembros de otros grupos, es decir, se goza del beneficio de la ayuda entre pares, lo que mejora la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Los procesos de argumentación matemática que hacen los estudiantes, dejan ver que en el desarrollo de una estrategia, permiten promover la aprehensión de conceptos matemáticos que lo encaminan a la construcción, la comprensión, la consolidación, y en últimas, el aprendizaje. El uso de esta clase de recursos,

herramientas y estrategias didácticas, deja ver la relación entre los conceptos de los números racionales y el contexto. Al respecto Alsina (2008, p. 145), plantea que “si lo que se aprende no tiene cabida en el conocimiento del mundo real, lo aprendido tiene una validez limitada, probablemente se olvidará y difícilmente se usará”.

Otro aspecto para destacar fue la utilización de mapas conceptuales como estrategia de comunicación pedagógica, ya que permitió elaborar descripciones a partir de lo observado, obtener explicaciones detalladas con base en términos conocidos, argumentar y comunicar lo aprendido de una manera diferente. Con esta actividad se buscaba determinar y promover estrategias metodológicas basadas en la comunicación que promuevan el aprendizaje de los números racionales; los estudiantes debían buscar algunos términos relacionados con fracciones en una sopa de letras, escoger cinco de ellos y hacer oraciones, posteriormente elaborar un mapa conceptual con todos los términos encontrados. Veamos un ejemplo:

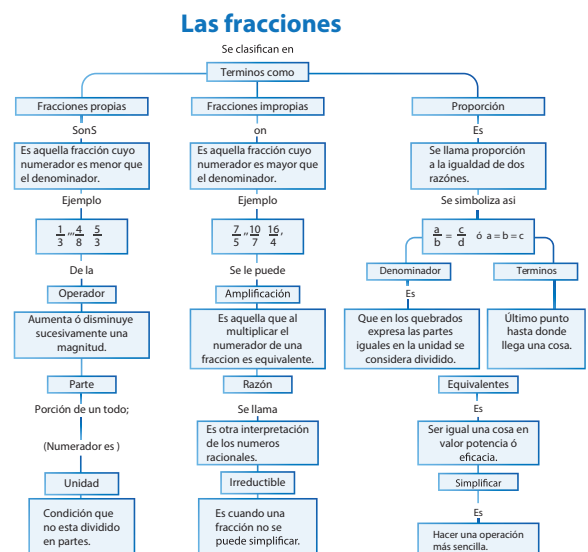


Figura 4. Mapa Conceptual elaborado por un estudiante, septiembre de 2012. Fuente: Elaboración propia.

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

A pesar que aún no se capta que el diagrama tenga exactamente la característica de un mapa conceptual, su utilización como estrategia de comunicación pedagógica permite elaborar descripciones a partir de lo observado, elaborar explicaciones detalladas con base en términos conocidos, argumentar y comunicar lo aprendido de una manera diferente.

### Conclusiones

Una vez aplicados y analizados los talleres diagnósticos se puede identificar que existe una problemática marcada en los estudiantes frente a las fracciones; por un lado está el concepto de fracción y por otro los procesos habituales de operaciones con fracciones y los juicios acerca de los problemas donde intervienen las fracciones. Para los estudiantes no es muy común el trabajo con el concepto de fracción como parte de un todo, o como razón, o como cociente; aspectos esenciales de lo que significa realmente una fracción. De otro lado, los estudiantes presentan dificultades en la operatoria con fracciones, suman el numerador con el denominador y lo convierten así en un entero, suman las fracciones como si se tratara de enteros sin ninguna relación entre sí, no tienen claridad en la manera de hallar un común denominador, presentan confusiones en la multiplicación y en la división de fracciones.

En el análisis, interpretación y argumentación los niños a través del desarrollo de las actividades identifican las regularidades en el desarrollo de las diversas lecturas, representan y reconstruyen las formas básicas de la fracción hasta llegar a las fracciones equivalentes. En un trabajo que se hizo sobre la comprensión de los significados de los términos desconocidos, la argumentación permite contrastar las respuestas y llegar a consensos a cerca de los procesos desarrollados y mediante la elaboración de

carteleras, los estudiantes construyen una versión de lo interpretado, para compartirlo con sus pares, inmersos en el aula de clase. Hacen uso de estrategias implementadas por el docente, pero su reflexión es individual, parte de su experiencia, de sus representaciones y reconstrucciones que han sido creadas en la construcción de conceptos matemáticos.

Tanto la lectura como la escritura se convierten en una herramienta que, debido a su uso permanente, genera en los alumnos conocimiento y aprendizaje; si los niños al interior del grupo y en compañía del docente reflexionan críticamente acerca de los escritos podrán ejercer un mayor control en su aprendizaje y establecerán criterios que les permite medir la comprensión, y así el contexto para aprender es activo; es decir, el estudiante es quien dirige, con asesoría del docente, su propio aprendizaje. En las estrategias comunicativas se puede ver cómo el estudiante hace uso de ellas en la medida que el docente se lo permita. Si el docente prepara lecturas acordes o relacionadas con el tema planeado y hace uso de estrategias de comunicación, el estudiante las asimila acertadamente y a partir de ellas inicia un proceso de construcción de conocimiento. Esto lleva a inferir que los estudiantes se sienten motivados con la implementación de estrategias como elaboración de carteleras, producción de texto, exposiciones, elaboración de mapas conceptuales, entre otros, porque a través de ellas pueden interpretar, argumentar, y dar razones valederas que los lleve a dinamizar el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Estas prácticas de aula, como las realizadas en esta investigación, permiten negociar el significado, compartir ideas, comprender nuevos conceptos a partir de las diversas respuestas, de la discusión, de la elaboración, de la escritura, de la lectura y de lo que escuchan los estudiantes en un proceso de indagación permanente;

## Revista Academia y Virtualidad

Alfonso Jiménez Espinosa ; Maritsa Rivera Mesa

es decir, cuando se da la oportunidad a los estudiantes de pensar matemáticamente y comunicar los resultados de este proceso a sus pares en forma oral o escrita, los estudiantes hacen uso de herramientas que los conducen a intentar ser claros y convincentes.

### Referencias

- Alsina, A. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva propuesta para una educación*.
- Cedeño, R. (2009). *Lectura y Escritura: caminos hacia un mundo posible*. Caracas: Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
- Chamorro, M del C. (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson.
- Contreras, L. (1997). Uso de mapas conceptuales como herramienta educativa en el ámbito de los números racionales. En: *Enseñanza de las ciencias*. 15(1), 111-122. Huelva: Universidad de Huelva.
- Fandiño, M. (2009). Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Magisterio.
- Fetzer, M. (2005). "Why should I implement writing in my classes?" *An empirical study on Mathematical writing*. En: Schwank (Ed.). *Contribuciones a la Educación Matemática Conferencias en la 40ª Conferencia de la Educación Matemática en Osnabrück*, pp. 187-190.
- Flores, R. & Macotela, S. (2006). *Problemas de Aprendizaje en la Adolescencia: Experiencias en el Programa Alcanzando, el éxito en secundaria*. Facultad de Psicología UNAM, p. 158. Recuperado del enlace: <http://tutoriaaprendizajeadolescentes.org/agosto/problemas-aprendizaje.pdf>.
- García, I. & Sánchez, G. (2013). *El concepto de fracción en situaciones de medición, división y la relación parte-todo con estudiantes de nivel medio superior*. En Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 26. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., pp. 240-248.
- Godino, J., Batanero, C., & Font V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros*. Madrid: Universidad de Granada.
- Goetz, J., & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Hernández, G. (2007). *Una estrategia didáctica de innovación docente para la asignatura "procesadores de lenguaje"*. Madrid: Universidad de Alcalá.
- Jiménez, A., Suárez, N., & Galindo, S. (2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. En: *Revista Praxis y Saber. Vol. 1. Núm. 2. P. 173-202*. Tunja: UPTC.
- León P. (1998). Procedimiento de los niños de primaria en la solución de problemas de reparto. En: *Revista latinoamericana de investigación matemática educativa*. Julio, Año/vol.1, N. 002. México.
- MEN, Col. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: MEN.
- Ministério da Educação. Brasil. Secretaria do Ensino Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática. 1º e 2º ciclos*.
- Oliveira, R.A Da. Espasandin, C. (2007). *O Ler e o Escrever na Construção do Conhecimento Matemático no Ensino Médio*. Boletim de Educação Matemática, vol. 26, núm. 42 B. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Brasil, pp. 513-534.
- Ontoria, A. (1994). *Mapas Conceptuales: Una técnica para aprender*. Madrid: Narcea.
- Parra, M. & Flores, R. (2008) *Aprendizaje colaborativo en la solución de problemas con fracciones*. México: Santillana
- Ponte, J. & Pedro Da. (1994). *Matemática: Uma disciplina condenada ao fracasso?* Portugal: Universidad de Lisboa.

## Revista Academia y Virtualidad

Estrategias comunicativas en el aprendizaje de los números racionales

- Sierpiska, A. (1998). *Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism*. En: H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom*; pp. 30-62. Reston, VA: NCTM.
- Silva, R. V Da. Kaiber, C.T. (2013). *As competências de leitura e interpretação no ensino de matemática*. En: Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 26. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C., pp. 354-362.
- Stenhouse, L. (1991). *Investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid: Morata.
- Vallejo, M & Tamayo, O. (2008) *Dificultad en los estudiantes de grado octavo en los procesos de tratamiento y conversión de los números racionales*. Manizales: Universidad de Caldas.
- Watabe, L. & Palma de O. M. (2013). *Interação pela linguagem em situações de resolução de problemas matemáticos no 4º ano do ensino fundamental*. En: Flores R. (Ed.). (2013). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, V. 26. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C., pp. 768-776.