

# ΕΛΕΓΧΟΣ ΤΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΕΝΟΣ ΓΕΝΙΚΕΥΜΕΝΟΥ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗΣ

Η. Ιορδανίδης\* και Π. Αναγνωστόπουλος

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών,  
Τομέας Υδραυλικής & Τεχνικής Περιβάλλοντος, Θεσσαλονίκη 54124  
\*Στοιχεία επικοινωνίας: [ilias.civil@teemail.gr](mailto:ilias.civil@teemail.gr)

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η έλλειψη δεδομένων βροχόπτωσης σε μία περιοχή είναι μια κατάσταση που αντιμετωπίζεται συχνά, τόσο στην έρευνα, όσο και στις εφαρμοσμένες μελέτες. Σε προηγούμενη εργασία (Ιορδανίδης και Αναγνωστόπουλος, 2009) είχε χρησιμοποιηθεί ένα Γενικευμένο Γραμμικό Μοντέλο για τη δημιουργία στοχαστικών χρονοσειρών βροχόπτωσης στην περιοχή της πεδιάδας της Δράμας, με τη χρήση δεδομένων από σταθμούς στη γειτονική κοιλάδα του ποταμού Νέστου. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται και τα δεδομένα από τον τηλεμετρικό σταθμό της Προσοτσάνης εντός της πεδιάδας της Δράμας, με σκοπό να εξεταστεί κατά πόσον η προηγούμενη προσομοίωση, η οποία χρησιμοποίησε εξολοκλήρου δεδομένα από την γειτονική περιοχή, είναι αξιόπιστη, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο από τους ερευνητές και μελετητές.

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** Προσομοίωση βροχόπτωσης, πεδιάδα Δράμας, Γενικευμένο Γραμμικό Μοντέλο

## CONTROL OF RELIABILITY OF A GENERALISED LINEAR MODEL FOR THE GENERATION OF STOCHASTIC RAINFALL SERIES

I. Iordanidis\* and P. Anagnostopoulos

Aristotle University of Thessaloniki, Department of Civil Engineering,  
Division of Hydraulics & Environmental Engineering, Thessaloniki 54124  
\*Corresponding author: [ilias.civil@teemail.gr](mailto:ilias.civil@teemail.gr)

## ABSTRACT

The lack of rainfall data in an area is a situation encountered frequently, both in research and in design projects. In a previous work (Iordanidis and Anagnostopoulos, 2009), a Generalised Linear Model was employed for the generation of stochastic rainfall series in the area of the plain of Drama, by the use of data from stations in the adjacent Nestos river valley. In the present study, data from the telemetric station of Prosotsani inside the area of the plain of Drama are also used, in order to examine whether the previous simulation, which used exclusively data outside the study area, is reliable, and consequently can be used as a research tool by investigators and practitioners.

**KEY WORDS:** Rainfall simulation, Drama plain, Generalised Linear Model

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα της έλλειψης δεδομένων βροχόπτωσης παρουσιάζεται πολύ συχνά, είτε επειδή τα αναγκαία δεδομένα δεν υπάρχουν, είτε επειδή οι αρμόδιοι φορείς είναι απρόθυμοι να τα διαθέσουν. Άλλες φορές, τα δεδομένα έχουν μικρό χρονικό εύρος, με αποτέλεσμα να δυσχεραίνεται η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων. Ένας από τους τρόπους αντιμετώπισης του προβλήματος της έλλειψης ή ανεπάρκειας δεδομένων είναι η χρήση Γενικευμένων Γραμμικών Μοντέλων – ΓΓΜ (Generalized Linear Models – GLM's). Πρόκειται για μοντέλα πιθανοτήτων, τα οποία επιτρέπουν τη χρήση τους σε διάφορες περιβαλλοντικές και υδρολογικές εφαρμογές.

Μία εκτενής περιγραφή των Γενικευμένων Γραμμικών Μοντέλων παρατίθεται από τους McCullagh and Nelder (1989). Η δυνατότητα χρήσης των ΓΓΜ στην Υδρολογία είχε διαφανεί από την εργασία των Coe and Stern (1982). Οι Chandler and Wheeler (2002) πρότειναν τη χρήση των ΓΓΜ για την χωροχρονική προσομοίωση της βροχόπτωσης σε μια περιοχή.

Σε προηγούμενη εργασία (Ιορδανίδης και Αναγνωστόπουλος, 2009) παρουσιάστηκε η εφαρμογή ενός Γενικευμένου Γραμμικού Μοντέλου για την προσομοίωση με H/Y της βροχόπτωσης σε μία περιοχή, για την οποία δεν υπάρχουν δεδομένα (πεδιάδα της Δράμας), με τη χρήση διαθέσιμων δεδομένων από σταθμούς μίας γειτονικής περιοχής (κοιλάδα του ποταμού Νέστου). Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούνται και τα δεδομένα από τον τηλεμετρικό σταθμό της Προσοτσάνης που βρίσκεται στην πεδιάδα της Δράμας, με σκοπό να εξεταστεί κατά πόσον η προηγούμενη προσομοίωση, στην οποία χρησιμοποιήθηκαν εξ ολοκλήρου δεδομένα από την γειτονική περιοχή της κοιλάδας του Νέστου, είναι αξιόπιστη. Εξετάζεται, επίσης, η επίδραση του αριθμού και της θέσης των σταθμών της κοιλάδας του Νέστου. Για το σκοπό αυτό εκτελέστηκε μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων, εξαιρώντας τα δεδομένα ενός, δυο ή τριών βροχομετρικών σταθμών κάθε φορά.

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε είναι το GlimClim, όπως αναπτύχθηκε από τον Dr. Richard Chandler σε συνεργασία με το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών του Imperial College of London. Πρόκειται για ελεύθερο λογισμικό, το οποίο ενσωματώνει τη θεωρία των ΓΓΜ και επιτρέπει την εύκολη και γρήγορη δημιουργία στοχαστικών χρονοσειρών δεδομένων βροχόπτωσης. Είναι ένα ιδιαίτερα εύχρηστο και αξιόπιστο εργαλείο, με την αξιοπιστία βεβαίως να βρίσκεται σε άμεση συνάρτηση με τα διαθέσιμα δεδομένα.

Ένα πολύ καλό παράδειγμα εφαρμογής δίνεται από τους Yang *et al.* (2005), όπου παρουσιάζεται αναλυτικά η εφαρμογή του μοντέλου. Στην εργασία αυτή, η περιοχή μελέτης ήταν προκαθορισμένη και με εκτενείς σειρές δεδομένων, με αποτέλεσμα να προκύψουν πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Επισημαίνονται, επίσης, δυο σημαντικά πλεονεκτήματα των ΓΓΜ, τα οποία είναι η ευκολία στο χειρισμό και στην επεξεργασία των αποτελεσμάτων, καθώς και η μικρή απαίτηση σε υπολογιστική ισχύ. Εκτός, όμως, από την περιοχή αυτή, η χρήση του μοντέλου και σε άλλες περιπτώσεις όπου υπήρχε έλλειψη δεδομένων (Segond, 2006), παρήγαγε επίσης αποδεκτά αποτελέσματα.

## 2. ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Το GlimClim βασίζεται στην προσαρμογή δύο ενσωματωμένων μοντέλων στα υπάρχοντα δεδομένα. Το πρώτο μοντέλο είναι ένα μοντέλο λογιστικής κατανομής, το οποίο προβλέπει αν θα εκδηλωθεί ή όχι βροχόπτωση σε μία συγκεκριμένη μέρα (Μοντέλο Συμβάντων, Events Model). Η εξίσωση που χρησιμοποιεί η κατανομή αυτή, είναι η ακόλουθη:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = x_i^T \beta \quad (2.1)$$

όπου  $p_i$  είναι η πιθανότητα εκδήλωσης βροχόπτωσης σε μια συγκεκριμένη ημέρα,  $i$ , βασισμένη σε ένα σύνολο (διάνυσμα) μεταβλητών  $x_i$  για το διάνυσμα παραγόντων  $\beta$ . Το διάνυσμα μεταβλητών  $x_i$  περιλαμβάνει την μαθηματική έκφραση, μέσω του κώδικα του μοντέλου, όλων των παραμέτρων, οι οποίες επηρεάζουν την πιθανότητα βροχής. Στην παρούσα εργασία, οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν ήταν η μηνιαία εποχικότητα, η εκδήλωση βροχόπτωσης την προηγούμενη ημέρα και η περίοδος μέσα στο έτος. Ο  $x_i^T$  είναι ο ανάστροφος πίνακας του  $x_i$ . Το μοντέλο θεωρεί ότι η πιθανότητα εκδήλωσης βροχόπτωσης ακολουθεί την λογιστική κατανομή, σύμφωνα με την εξίσωση (2.2):

$$f(x; s, \mu) = \frac{e^{-\frac{x-\mu}{s}}}{s \left(1 + e^{-\frac{x-\mu}{s}}\right)^2} \quad (2.2)$$

Το διάνυσμα παραγόντων  $\beta$  περιλαμβάνει τους συντελεστές της λογιστικής κατανομής. Οι συντελεστές  $\mu$  (μέση τιμή) και  $s$  (τυπική απόκλιση) υπολογίζονται από τα δεδομένα εισόδου, και χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του διανύσματος  $\beta$ . Ο υπολογισμός των  $\mu$  και  $s$  εξασφαλίζει την βέλτιστη προσαρμογή της προκύπτουσας λογιστικής κατανομής στα δεδομένα εισόδου, ούτως ώστε να περιγράφεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το καθεστώς που διέπει τις βροχοπτώσεις στην περιοχή μελέτης.

Για τον υπολογισμό του ύψους βροχής σε μια ημέρα με βροχόπτωση χρησιμοποιείται ένα μοντέλο κατανομής Γάμμα, με την υπόθεση ότι οι τιμές του ύψους βροχόπτωσης για μια ημέρα,  $i$ , είναι βασισμένες σε ένα διάνυσμα μεταβλητών  $\xi_i$ ,

$$\ln(\mu_i) = \xi_i^T \gamma \quad (2.3)$$

όπου  $\mu_i$  είναι η μέση τιμή της κατανομής Γάμμα για την  $i$ -οστή μέρα, όπως υπολογίζεται από τα διαθέσιμα δεδομένα,  $\gamma$  το διάνυσμα παραγόντων και  $\xi_i^T$  ο ανάστροφος πίνακας του διανύσματος  $\xi_i$ . Αντίστοιχα με την εξίσωση (2.1), στην εξίσωση (2.3) το διάνυσμα  $\xi_i$  περιλαμβάνει τις παραμέτρους που επηρεάζουν το εκτιμώμενο ύψος βροχόπτωσης και το διάνυσμα  $\gamma$  τους συντελεστές της κατανομής Γάμμα. Οι συντελεστές αυτοί είναι ο συντελεστής σχήματος (shape) και κλίμακας (scale)  $k$  και  $\theta$  αντίστοιχα, όπως υπολογίζονται από τα δεδομένα, θεωρώντας ότι ακολουθούν την κατανομή Γάμμα της εξίσωσης (2.4):

$$f(x; k, \theta) = \frac{1}{\theta^k} \cdot \frac{1}{\Gamma(k)} x^{k-1} e^{-x/\theta} \quad (2.4)$$

Οι παράμετροι που χρησιμοποιήθηκαν για την κατανομή Γάμμα ήταν αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στην εξίσωση (2.1), και επιπλέον η χωρική συσχέτιση μεταξύ των σταθμών, το ύψος βροχόπτωσης για χρονική περίοδο έως και τρεις ημέρες πριν από μια δεδομένη μέρα και ο προσδιορισμός μιας κατώτατης πολύ μικρής τιμής, η οποία

χρησιμεύει ως όριο για να μην δημιουργούνται προβλήματα διαίρεσης με το μηδέν στο μοντέλο.

Το μοντέλο χαρακτηρίζεται ως γραμμικό λόγω της υπόθεσης ότι υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των σταθμών. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει την πολυπλοκότητα και το πλήθος των παραμέτρων που θα εισαγάγει στην προσομοίωσή του, καθώς και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους. Η συνήθης πρακτική προσομοίωσης, η οποία επιτρέπει στο χρήστη πολύ καλό έλεγχο κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, είναι η προσαρμογή (fitting) των μοντέλων με την εισαγωγή σε αρχικό στάδιο λίγων σχετικά παραμέτρων και τη σταδιακή αύξηση του αριθμού τους, καθώς και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Μετά από κάθε προσαρμογή, το πρόγραμμα υπολογίζει τον λογάριθμο πιθανοφάνειας (log-likelihood), ο οποίος χρησιμοποιείται ως μέτρο βελτίωσης της προσαρμογής του μοντέλου στα δεδομένα. Η διαδικασία σταματάει όταν μεταξύ δύο διαδοχικών αυξήσεων των παραγόντων της προσομοίωσης δεν επέρχεται βελτίωση (αύξηση) της πιθανοφάνειας.

Ένα χρήσιμο στοιχείο που παρέχει το συγκεκριμένο μοντέλο, είναι η δυνατότητα εξέτασης της αλληλεπίδρασης μεταξύ των διαφόρων παραμέτρων. Ο χρήστης μπορεί να επιλέξει να εξετάσει κατά πόσο η βροχόπτωση προηγούμενων ημερών επηρεάζει την πιθανότητα βροχόπτωσης μία δεδομένη ημέρα, αν υπάρχει εποχιακή ή ομοιόμορφη κατανομή των βροχοπτώσεων μέσα στο έτος κ.λπ. Αν μετά την προσθήκη μιας παραμέτρου προκύψει βελτίωση της απόδοσης του μοντέλου, τότε συμπεραίνεται ότι η παράμετρος αυτή είναι σημαντική για την κατανομή των βροχοπτώσεων στην περιοχή.

Όσον αφορά στη χωρική κατανομή των βροχοπτώσεων, το GlimClim προσφέρει την ευελιξία να μην απαιτεί συγκεκριμένη μορφή συντεταγμένων για τους σταθμούς, για τους οποίους γίνεται η μελέτη. Αρκεί οι συντεταγμένες να είναι εκφρασμένες στο ίδιο σύστημα, είτε επίσημα καθορισμένο, είτε και ως σχετικές θέσεις σε έναν απλό χάρτη. Η δυνατότητα αυτή απαλλάσσει το χρήστη από τη διαδικασία της αναζήτησης συντεταγμένων σε ορισμένη μορφή και με τη χρήση κατάλληλων μετασχηματισμών να περιγράψει με ακρίβεια την τοπογραφία της περιοχής μελέτης. Το πρόγραμμα λειτουργεί καλύτερα, όταν οι τιμές των συντεταγμένων κυμαίνονται μεταξύ των τιμών (0, 0) και (100, 100). Η μέγιστη περιοχή στην οποία μπορεί να αναφέρεται μία προσομοίωση, είναι ίση με 100x100 km<sup>2</sup>.

Η προσομοίωση της βροχόπτωσης πραγματοποιείται με τη χρήση των βέλτιστων παραμέτρων που προέκυψαν από την προσαρμογή του λογιστικού μοντέλου και του μοντέλου Γάμμα. Στη συνέχεια, ο χρήστης επιλέγει τη χρονική περίοδο της προσομοίωσης, τον αριθμό των προσομοιώσεων και τη μορφή των αποτελεσμάτων. Στην περίπτωση που το μοντέλο χρησιμοποιηθεί για τη συμπλήρωση υπαρχουσών χρονοσειρών θα επιστρέφει πάντα την καταγεγραμμένη τιμή, όταν αυτή υπάρχει (σε συγκεκριμένη μέρα), εφόσον η τιμή αυτή είναι εξ ορισμού η καλύτερη που μπορεί να βρεθεί για τη μέρα εκείνη. Περισσότερες λεπτομέρειες για τον τρόπο λειτουργίας και το μαθηματικό υπόβαθρο του μοντέλου περιέχονται στον οδηγό χρήσης (Chandler, 2002).

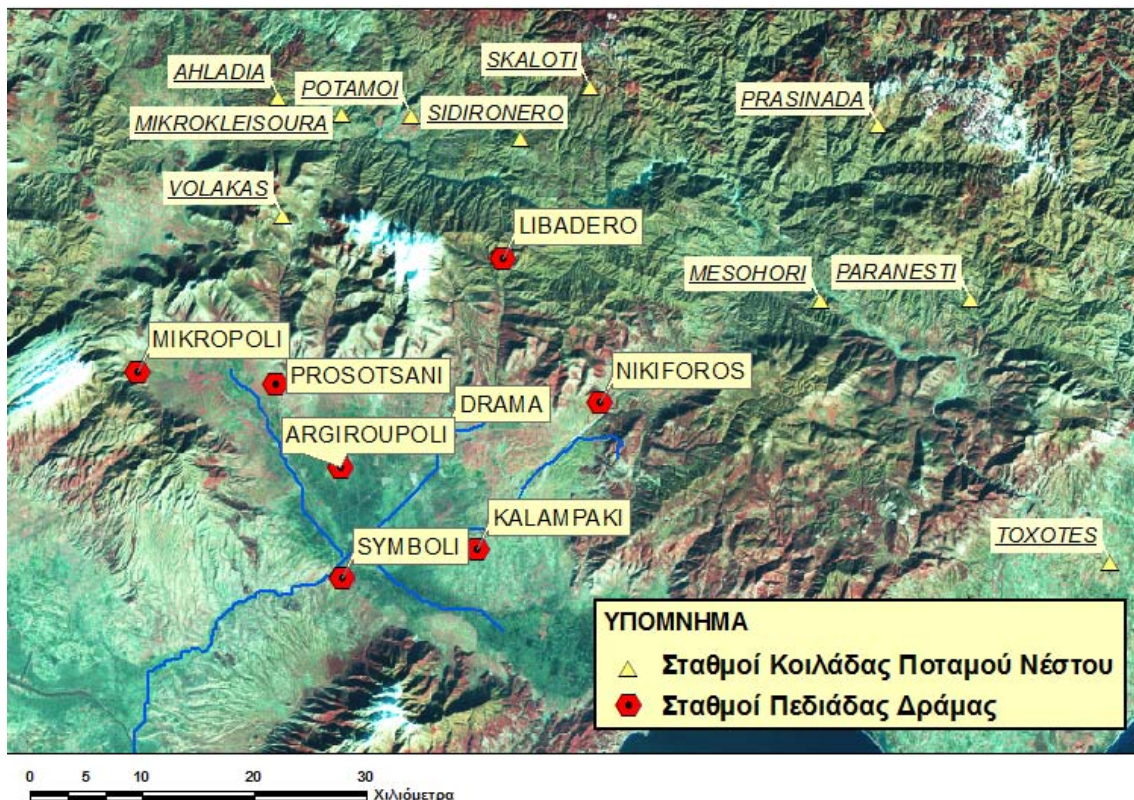
Εκτός από τις παραμέτρους και τις αλληλεπιδράσεις τους που υπολογίζονται από το μοντέλο δίνεται και η δυνατότητα εισαγωγής εξωτερικών μεταβλητών που μπορεί να επηρεάζουν το σύστημα, όπως η μεταβολή της θερμοκρασίας λόγω αλλαγής του κλίματος, η αλλαγή της στάθμης της θάλασσας σε κάποιες περιοχές κ.λπ. Η χρήση αυτής της επιλογής πρέπει να γίνεται με προσοχή και μετά από την πλήρη κατανόηση του μοντέλου, καθώς ενδέχεται να οδηγήσει σε λανθασμένα συμπεράσματα. Αποτελεί, όμως, μια πολύ σημαντική προσθήκη, η οποία διευρύνει σημαντικά τις δυνατότητες της προσομοίωσης.

Μειονέκτημα του προγράμματος (σε σχέση με την ελληνική πραγματικότητα κι όχι με την ίδια την απόδοσή του) είναι ότι απαιτεί τη χρήση ημερήσιων δεδομένων ως

δεδομένων εισόδου. Αν αυτά δεν υπάρχουν, έστω και σε μικρό χρονικό εύρος, τότε η προσομοίωση είναι πρακτικά αδύνατη, καθώς η χρήση του μέσου όρου της μηνιαίας βροχόπτωσης (μια συχνά εφαρμοζόμενη πρακτική) θα οδηγήσει σε τελείως εσφαλμένα αποτελέσματα.

### 3. ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

Ως περιοχή εφαρμογής επιλέχθηκε η περιοχή της πεδιάδας του Νομού Δράμας. Για την περιοχή αυτή υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα σε μηνιαίο βήμα για οκτώ σταθμούς. Οι σταθμοί αυτοί βρίσκονται στους οικισμούς Δράμας, Καλαμπακίου, Νικηφόρου, Αργυρούπολης, Μικρόπολης, Προσοτσάνης, Λιβαδερού και Συμβολής, και οι θέσεις τους απεικονίζονται στο Σχήμα 1. Επειδή για την εφαρμογή του προγράμματος απαιτούνται ημερήσια δεδομένα ως δεδομένα εισόδου, οι σταθμοί αυτοί δεν είναι κατάλληλοι για την εφαρμογή του προγράμματος. Για την εφαρμογή που παρουσιάζεται, χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από δέκα βροχομετρικούς σταθμούς στην ευρύτερη περιοχή του Νέστου, για τους οποίους υπάρχουν ημερήσιες καταγραφές. Οι σταθμοί αυτοί βρίσκονται κοντά στους οικισμούς Αχλαδιά, Ποταμοί, Πρασινάδα, Μεσοχώρι, Μικροκλεισούρα, Βόλακας, Σιδηρόνερο, Παρανέστι, Τοξότες και Σκαλωτή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Το χρονικό εύρος που καλύπτουν τα δεδομένα των σταθμών αντιστοιχεί στην περίοδο Οκτώβριος 1986 – Αύγουστος 1997, χωρίς όμως η περίοδος αυτή να καλύπτεται από τα δεδομένα όλων των σταθμών. Οι περίοδοι καταγραφής για κάθε σταθμό παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.



**Σχήμα 1:** Θέσεις των βροχομετρικών σταθμών στην περιοχή μελέτης. (Οι σταθμοί της κοιλάδας του Νέστου για τους οποίους υπάρχουν ημερήσιες καταγραφές εμφανίζονται με υπογράμμιση).

**Πίνακας 1:** Περίοδος καταγραφής των βροχομετρικών σταθμών

<b>Βροχομετρικός Σταθμός</b>	<b>Περίοδος Καταγραφής</b>
Μεσοχώρι	01/10/1986 – 30/09/1996
Αγλαδιά	01/10/1986 – 30/09/1996
Σιδηρόνερο	01/10/1986 – 30/09/1996
Πρασινάδα	01/10/1991 – 31/12/1995
Ποταμοί	01/10/1986 – 30/09/1996
Μικροκλεισούρα	01/01/1990 – 14/12/1995
Τοξότες	01/01/1990 – 31/08/1997
Σκαλωτή	01/01/1990 – 30/12/1993
Παρανέστι	01/01/1990 – 31/07/1997
Βόλακας	01/01/1990 – 31/12/1995
Προσοτσάνη	19/09/1997 – 31/08/2004

Τα δεδομένα από τους σταθμούς της πεδιάδας της Δράμας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη στατιστική επαλήθευση των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης. Σε προηγούμενη εργασία (Ιορδανίδης και Αναγνωστόπουλος, 2009), η προσομοίωση πραγματοποιήθηκε χωρίς να υπάρχουν διαθέσιμα ημερήσια δεδομένα για την περιοχή εφαρμογής και για το λόγο αυτό χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα μόνον των σταθμών από τη γειτονική περιοχή του ελληνικού τμήματος της κοιλάδας του Νέστου. Πρόσφατα κατέστησαν διαθέσιμα τα δεδομένα του τηλεμετρικού σταθμού στην Προσοτσάνη, ο οποίος βρίσκεται εντός της περιοχής μελέτης και διαθέτει ημερήσιες καταγραφές για την περίοδο 1997-2004. Τα δεδομένα αυτά χρησιμοποιήθηκαν στην προσομοίωση που έγινε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, η οποία περιλαμβάνει και το σταθμό της Προσοτσάνης στα δεδομένα εισόδου, ώστε να εξεταστεί κατά πόσον η προηγούμενη προσομοίωση ήταν αξιόπιστη. Το ζητούμενο είναι, τα αποτελέσματα της προσομοίωσης χωρίς το σταθμό της Προσοτσάνης και τα αποτελέσματα με τη χρήση των δεδομένων από το σταθμό αυτό, να μην διαφέρουν σε μεγάλο βαθμό. Οι σταθμοί της πεδιάδας της Δράμας που χρησιμοποιήθηκαν για τη στατιστική επαλήθευση, είναι της Δράμας, της Προσοτσάνης και του Καλαμπακίου. Για το σταθμό της Δράμας υπάρχουν μηνιαίες καταγραφές για τα έτη 1966-2006, για την Προσοτσάνη μηνιαίες καταγραφές για τα έτη 1980-2001 (επιπλέον των ημερησίων για το διάστημα που προαναφέρθηκε) και για το Καλαμπάκι για τα έτη 1977-2006.

Μειονέκτημα των δεδομένων των σταθμών του Νέστου μπορεί να θεωρηθεί ότι η περίοδος που καλύπτουν χαρακτηρίστηκε σε μεγάλο ποσοστό της από ξηρασία, με αποτέλεσμα οι μετρήσεις να μην αποτελούν πλήρως αντιπροσωπευτικό δείγμα των βροχοπτώσεων στην περιοχή. Δυστυχώς, όμως, αυτά είναι και τα μοναδικά διαθέσιμα στοιχεία, επομένως η αβεβαιότητα που ενδεχομένως εισάγουν έπρεπε αναγκαστικά να γίνει αποδεκτή.

## **4. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ**

### **4.1 ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΩΝ ΧΡΟΝΟΣΕΙΡΩΝ**

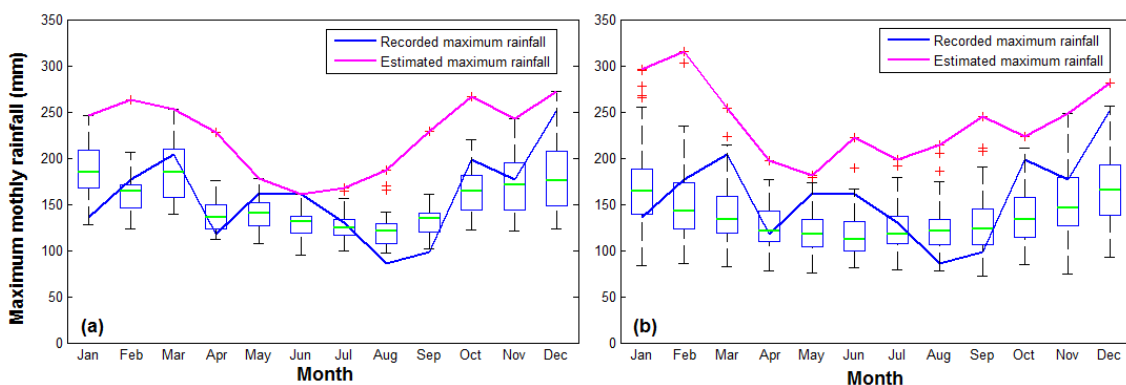
Η τελική προσομοίωση καλύπτει την περίοδο από τον Ιανουάριο του 2010 μέχρι τον Δεκέμβριο του 2050. Ως αρχεία εισόδου χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα από όλους τους σταθμούς της κοιλάδας του ποταμού Νέστου για την περίοδο που ήταν διαθέσιμα για κάθε σταθμό, καθώς και αυτά του σταθμού της Προσοτσάνης, μόνο στις προσομοιώσεις στις οποίες ελήφθησαν υπόψη. Το πρόγραμμα έχει τη δυνατότητα να

αποδέχεται δεδομένα ανά διαφορετικό σταθμό, τα οποία δεν καλύπτουν την ίδια περίοδο, κάνοντας έτσι ευκολότερη την εισαγωγή περισσότερων δεδομένων (Chandler, 2002). Φυσικά, αν τα δεδομένα αυτά έχουν μεγάλη χρονική διασπορά, τότε η αβεβαιότητα της προσομοίωσης αυξάνεται. Στο αρχείο εισόδου των χωρικών συντεταγμένων τροφοδοτήθηκαν οι συντεταγμένες τόσο των σταθμών του Νέστου, όσο και της περιοχής της πεδιάδας της Δράμας. Με τον τρόπο αυτό, στην τελική προσομοίωση, το GlimClim μπορεί να δώσει αποτελέσματα για τους σταθμούς για τους οποίους δεν υπάρχουν δεδομένα, θεωρώντας τους ως τμήμα της περιοχής μελέτης. Καθορίστηκαν, επίσης, τα ακραία όρια της περιοχής μελέτης, η οποία στην περίπτωση αυτή έχει διαστάσεις 60x60 km<sup>2</sup>, οπότε θεωρείται ότι εμπίπτει στις παραμέτρους λειτουργίας του μοντέλου.

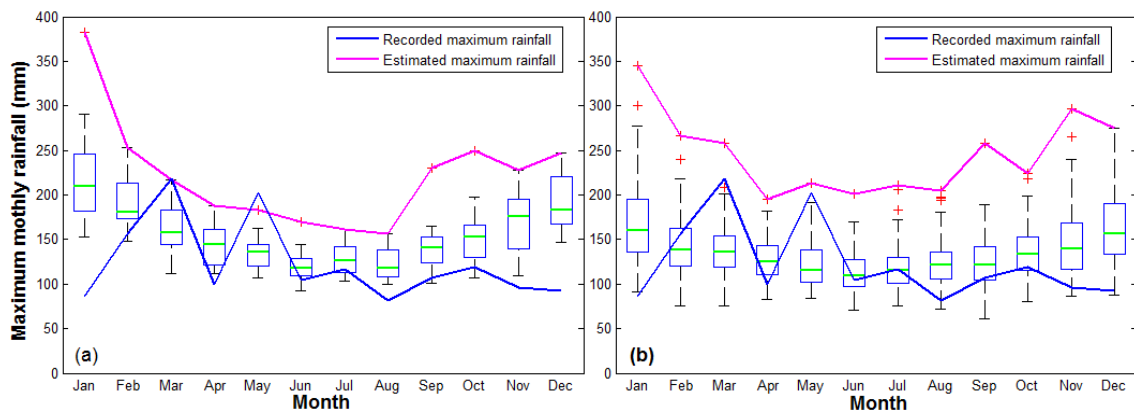
Για την περίοδο μελέτης πραγματοποιήθηκε μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων (~1000). Ο λόγος που επιλέχθηκε τόσο μεγάλο πλήθος προσομοιώσεων σχετίζεται με τον τρόπο λειτουργίας του GlimClim. Επειδή πρόκειται για στατιστικό μοντέλο, με τον τρόπο αυτό δημιουργείται δείγμα 1000 διαφορετικών πιθανών εκτιμήσεων για την βροχόπτωση σε κάθε ημέρα. Αυτού του είδους η ανάλυση ονομάζεται «Monte Carlo» και αποτελεί τον ενδεδειγμένο τρόπο χρήσης του GlimClim.

#### 4.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ

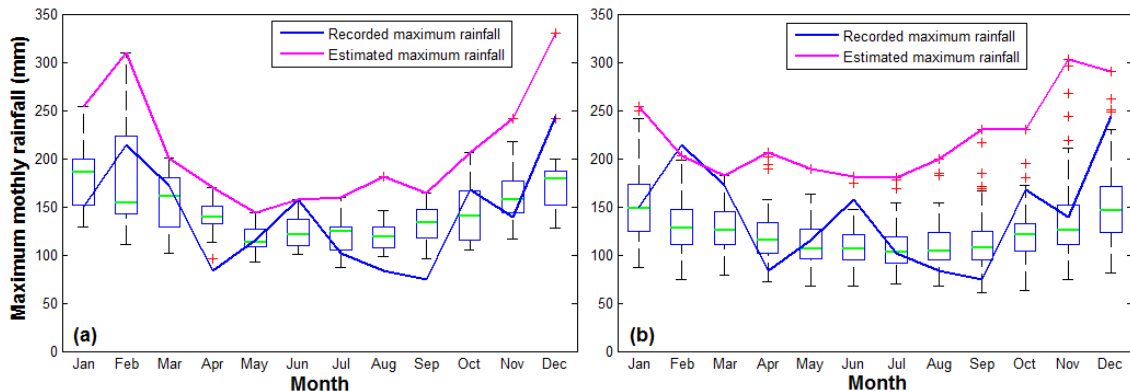
Από τις χρονοσειρές που δημιουργήθηκαν και είναι διαθέσιμες με ημερήσιο βήμα, υπολογίστηκε η τιμή της συνολικής μηνιαίας βροχόπτωσης για κάθε μήνα κάθε έτους στο χρονικό διάστημα 2010 έως 2050. Έπειτα, για κάθε προσομοίωση, επιλέχθηκε η μέγιστη μηνιαία βροχόπτωση για κάθε μήνα ξεχωριστά, ανεξαρτήτως του έτους στο οποίο σημειώθηκε. Η ίδια διαδικασία ακολουθήθηκε για όλες τις προσομοιώσεις. Η διαδικασία αυτή οδήγησε στη δημιουργία ενός πίνακα  $n \times 12$ , όπου  $n$  είναι το πλήθος των προσομοιώσεων. Κάθε στοιχείο του πίνακα αντιστοιχεί στη μέγιστη συνολική μηνιαία βροχόπτωση για κάθε προσομοίωση. Στο τελευταίο στάδιο, προσδιορίστηκε η ελάχιστη και μέγιστη τιμή από κάθε στήλη του πίνακα και υπολογίστηκε η μέση τιμή. Με τον τρόπο αυτό, προέκυψε το εύρος τιμών στο οποίο αναμένεται να κυμανθεί η τιμή της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης για το μήνα Ιανουάριο, Φεβρουάριο κ.λπ για το χρονικό διάστημα που καλύπτει η προσομοίωση. Η ανάλυση τύπου Monte Carlo εξασφαλίζει σε μεγάλο βαθμό ότι σε κάποια από τις σειρές που θα δημιουργηθούν θα έχει εκτιμηθεί η μέγιστη δυνατή βροχόπτωση για την περιοχή στο χρονικό διάστημα που εξετάζεται, που είναι κεφαλαιώδους σημασίας για τις διάφορες εφαρμογές.



**Σχήμα 2:** Μέγιστη μηνιαία βροχόπτωση για το σταθμό της Δράμας σε μορφή boxplot. (a) Δεν συμπεριλαμβάνεται ο σταθμός Προσοτσάνης, δεδομένα μόνον από τους σταθμούς της κοιλάδας του Νέστου. (b) Συμπεριλαμβάνονται και τα δεδομένα του σταθμού Προσοτσάνης.



**Σχήμα 3:** Μέγιστη μηνιαία βροχόπτωση για το σταθμό της Προσοτσάνης σε μορφή boxplot. (a) Δεν συμπεριλαμβάνεται ο σταθμός Προσοτσάνης, δεδομένα μόνον από τους σταθμούς της κοιλάδας του Νέστου. (b) Συμπεριλαμβάνονται και τα δεδομένα του σταθμού Προσοτσάνης.



**Σχήμα 4:** Μέγιστη μηνιαία βροχόπτωση για το σταθμό του Καλαμπακίου σε μορφή boxplot. (a) Δεν συμπεριλαμβάνεται ο σταθμός Προσοτσάνης, δεδομένα μόνον από τους σταθμούς της κοιλάδας του Νέστου. (b) Συμπεριλαμβάνονται και τα δεδομένα του σταθμού Προσοτσάνης.

Τα αποτελέσματα της στατιστικής επεξεργασίας της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης, όπως προέκυψε από το σύνολο των προσομοιώσεων, για τους σταθμούς Δράμας, Προσοτσάνης και Καλαμπακίου, παρουσιάζονται στα Σχήματα 2, 3 και 4 αντίστοιχα. Τα Σχήματα 2-4 έχουν τη μορφή Box-Whisker plots, και προέκυψαν από τη χρήση του λογισμικού MatLab. Για καθένα από τους σταθμούς της Δράμας, Προσοτσάνης και Καλαμπακίου, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων για κάθε μήνα. Καθένα από τα σχήματα αυτά περιλαμβάνει δυο διαγράμματα σε μορφή boxplot. Στο αριστερό διάγραμμα (a) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προηγούμενων προσομοιώσεων, με δεδομένα μόνον από τους σταθμούς της κοιλάδας του Νέστου, και δεξιά (b) τα αποτελέσματα των νέων προσομοιώσεων, στις οποίες έχουν περιληφθεί τα δεδομένα του τηλεμετρικού σταθμού της Προσοτσάνης. Σε κάθε boxplot, η πράσινη γραμμή αντιστοιχεί στην διάμεση τιμή των μέγιστων μηνιαίων βροχοπτώσεων. Σαν διάμεση τιμή ορίζεται η τιμή που αντιστοιχεί στο 50% του πλήθους των τιμών, και δεν πρέπει να συγχέεται με την μέση τιμή της μέγιστης βροχόπτωσης. Το άνω και κάτω όριο σε κάθε μπλε κουτί (box) αντιστοιχεί στην τιμή που είναι μεγαλύτερη από το 75% και 25% του πλήθους των τιμών αντίστοιχα. Με μαύρη διακεκομμένη γραμμή σημειώνονται τα όρια που αντιστοιχούν στο διάστημα  $[\mu - 3s, \mu + 3s]$ , όπου  $\mu$  είναι η μέση τιμή και  $s$  η τυπική



απόκλιση των τιμών των μεγίστων βροχοπτώσεων. Με κόκκινο σταυρό σημειώνονται όλες οι τιμές που είναι έξω από το διάστημα  $[\mu-3s, \mu+3s]$  και θεωρούνται ως ακραίες τιμές. Στα Σχήματα 2-4 ακραίες τιμές υπάρχουν, πλην ελαχίστων εξαιρέσεων, μόνον για μεγάλες τιμές των μεγίστων βροχοπτώσεων. Οι μέγιστες τιμές των μεγίστων βροχοπτώσεων που προέκυψαν για κάθε μήνα απεικονίζονται με μωβ (magenta) γραμμή. Η ελάχιστη τιμή της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης δεν παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις κατά τη διάρκεια του έτους και είναι περίπου ίδια και για τους τρεις σταθμούς. Με την μπλε γραμμή απεικονίζονται οι τιμές της μέγιστης καταγεγραμμένης βροχόπτωσης για κάθε μήνα.

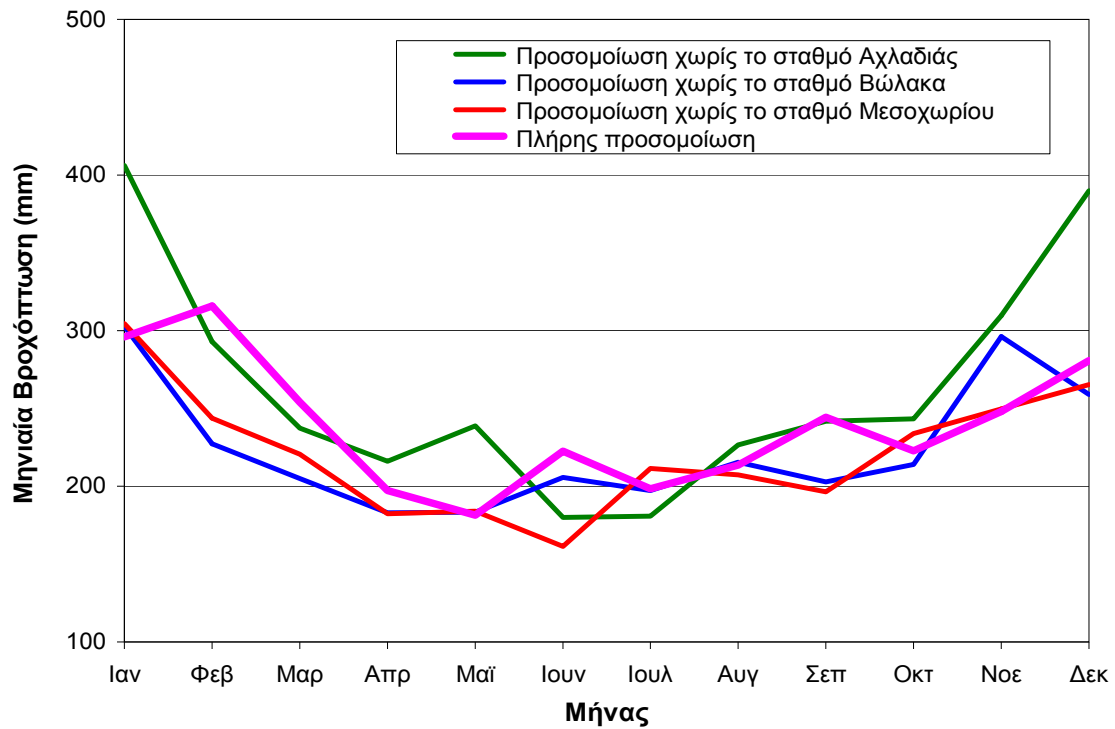
Οι σταθμοί της πεδιάδας της Δράμας, αν και δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εφαρμογή του προγράμματος, χρησιμεύουν για τη στατιστική επαλήθευση των αποτελεσμάτων. Ο έλεγχος της αξιοπιστίας του μοντέλου γίνεται από τη σύγκριση των μεγίστων τιμών της μηνιαίας βροχόπτωσης που προέκυψαν από το πρόγραμμα και των μεγίστων καταγεγραμμένων (Κισσουδής, 2002). Οι μέγιστες καταγεγραμμένες είναι οι μέγιστες τιμές βροχόπτωσης για κάθε μήνα, ανεξαρτήτως του έτους που παρατηρήθηκαν, και απεικονίζονται με μπλε γραμμή στα Σχήματα 2-4, όπως προαναφέρθηκε. Σε περίπτωση που οι τιμές της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης που υπολογίστηκαν είναι μεγαλύτερες από τις καταγεγραμμένες, τα αποτελέσματα του μοντέλου θεωρούνται αξιόπιστα.

Οι τιμές που προέκυψαν συμπεριλαμβάνοντας τα δεδομένα από το σταθμό της Προσοτσάνης είναι στο μεγαλύτερο μέρος τους υψηλότερες από τις προηγούμενες. Για τους σταθμούς Δράμας και Προσοτσάνης, οι εκτιμήσεις των νέων και προηγούμενων τιμών της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης δεν διαφέρουν σημαντικά. Οι νέες τιμές που εκτιμήθηκαν για το σταθμό της Προσοτσάνης είναι πάντοτε μεγαλύτερες από τις καταγεγραμμένες, ενώ, στην προηγούμενη προσομοίωση (χωρίς τα δεδομένα του σταθμού της Προσοτσάνης), οι τιμές που προέκυψαν από τον υπολογισμό ήταν ελάχιστα μικρότερες για μερικούς μήνες. Στην περίπτωση του σταθμού Καλαμπακίου, δεν παρατηρείται, επίσης, μεγάλη διαφοροποίηση μεταξύ των μεγίστων εκτιμώμενων τιμών των δύο προσομοιώσεων, με εξαίρεση τον μήνα Φεβρουάριο.

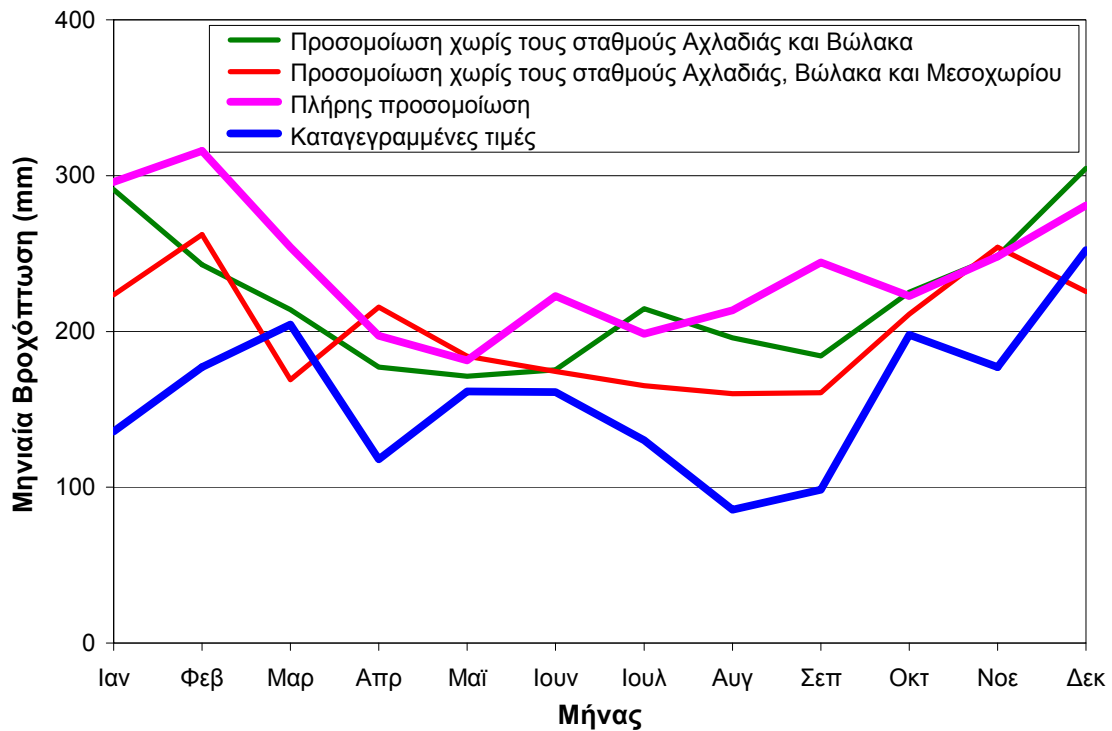
Οι νέες τιμές της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης που υπολογίστηκαν για το χρονικό διάστημα των σαράντα ετών είναι σε όλες τις περιπτώσεις μεγαλύτερες από τις καταγεγραμμένες, γεγονός που επιβεβαιώνει την αξιοπιστία της προσομοίωσης. Τονίζεται και πάλι ότι δεν αναμένονται κάθε έτος βροχοπτώσεις αυτής της τάξης μεγέθους. Οι μέγιστες τιμές στα Σχήματα 2-4 αποτελούν εκτίμηση της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης, η οποία αναμένεται να σημειωθεί στην περιοχή κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης.

Εξετάστηκε, επίσης η επίδραση του πλήθους και της θέσης των βροχομετρικών σταθμών στην κοιλάδα του Νέστου. Για το σκοπό αυτό εξαιρέθηκαν ένας, δύο και τρεις σταθμοί και υπολογίστηκαν οι τιμές της μέγιστης, μέσης και ελάχιστης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στους σταθμούς Δράμας, Προσοτσάνης και Καλαμπακίου. Πραγματοποιήθηκε μεγάλος αριθμός προσομοιώσεων για διάφορους συνδυασμούς, στις οποίες περιελήφθησαν τα δεδομένα από τον τηλεμετρικό σταθμό της Προσοτσάνης. Στο Σχήμα 5 παρουσιάζεται ενδεικτικά η κατανομή των τιμών της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στη Δράμα που προέκυψε χωρίς τα δεδομένα από τους σταθμούς στην Αχλαδιά, Βώλακα ή Μεσοχώρι και στο Σχήμα 6 η αντίστοιχη κατανομή χωρίς τα δεδομένα από τους σταθμούς Αχλαδιά και Βώλακα και Αχλαδιά, Βώλακα και Μεσοχώρι. Σε κάθε προσομοίωση έγινε εξαρχής ρύθμιση του μοντέλου, βασισμένη στα δεδομένα που προέκυψαν μετά τις διάφορες εξαιρέσεις σταθμών. Από το Σχήμα 5 προκύπτει ότι η εξαίρεση του σταθμού Αχλαδιάς έχει ως αποτέλεσμα υψηλότερες τιμές της μέγιστης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης σε μερικούς μήνες από αυτές

της πλήρους προσομοίωσης. Αποτελεί μοναδική περίπτωση σταθμού, από την εξαίρεση του οποίου προέκυψαν τέτοια αποτελέσματα. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις οι

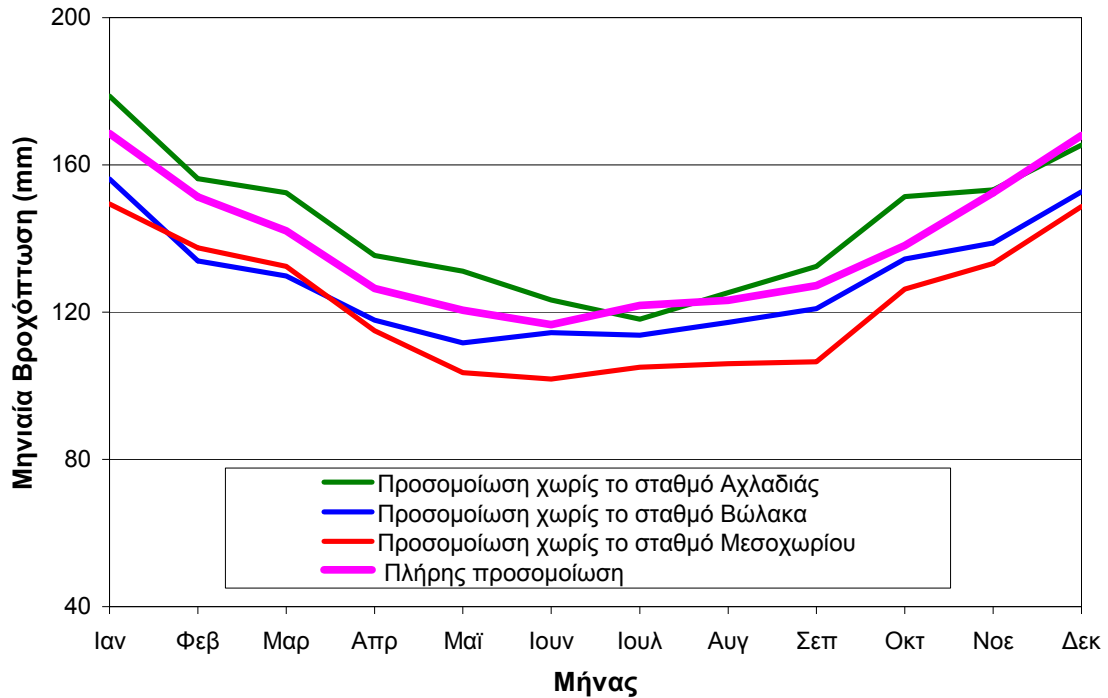


**Σχήμα 5:** Ετήσια κατανομή της μέγιστης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στη Δράμα, εξαιρώντας δεδομένα από ένα διαφορετικό σταθμό.

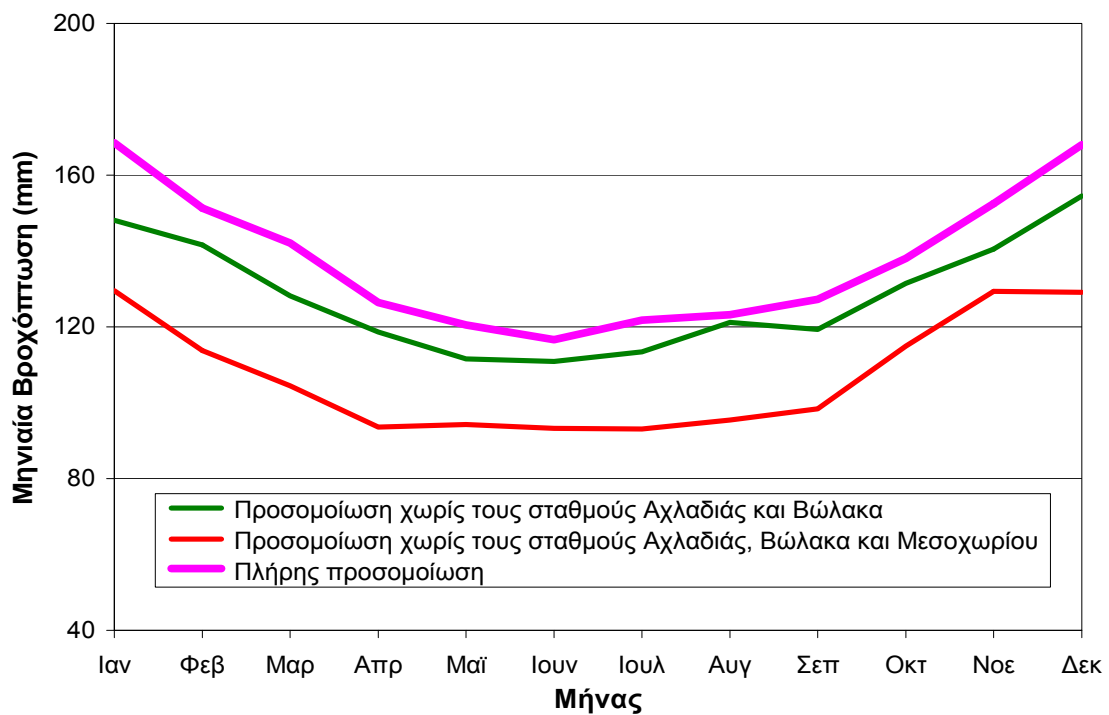


**Σχήμα 6:** Ετήσια κατανομή της μέγιστης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στη Δράμα, εξαιρώντας δεδομένα από δύο ή τρεις σταθμούς.

τιμές που προέκυψαν από την εξαίρεση ενός μόνον σταθμού, ήταν χαμηλότερες από αυτές της πλήρους προσομοίωσης. Σε λίγες περιπτώσεις προέκυψαν υψηλότερες τιμές από αυτές της πλήρους προσομοίωσης μόνο για ένα μήνα, όπως τον Νοέμβριο εξαιρώντας το σταθμό του Βώλακα. Από το Σχήμα 6 είναι προφανές ότι αν και η



Σχήμα 7: Ετήσια κατανομή της μέσης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στη Δράμα, εξαιρώντας δεδομένα από ένα διαφορετικό σταθμό.



Σχήμα 8: Ετήσια κατανομή της μέσης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης στη Δράμα, εξαιρώντας δεδομένα από δύο ή τρεις σταθμούς.

εξαίρεση των σταθμών Αχλαδιάς και Βώλακα και Αχλαδιάς, Βώλακα και Μεσοχωρίου έχει ως συνέπεια ελάχιστα υψηλότερες τιμές από αυτές της πλήρους προσομοίωσης για μερικούς μήνες, οι τιμές της πλήρους προσομοίωσης είναι γενικά υψηλότερες. Αντίστοιχα αποτελέσματα για τις μέσες τιμές της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης απεικονίζονται στα Σχήματα 7 και 8. Από το Σχήμα 7 προκύπτει ότι η εξαίρεση των δεδομένων της Αχλαδιάς έχει ως συνέπεια υψηλότερες τιμές της μέσης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης σε σχέση με αυτές της πλήρους προσομοίωσης. Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις, η εξαίρεση ενός ή περισσότερων σταθμών έδωσε χαμηλότερες τιμές από αυτές της πλήρους προσομοίωσης.

Παρόμοια ήταν τα αποτελέσματα και για τους σταθμούς Προσοτσάνης και Καλαμπακίου. Και για τους δύο σταθμούς, η εξαίρεση των δεδομένων της Αχλαδιάς είχε ως αποτέλεσμα υψηλότερες τιμές της μέγιστης τιμής της μέγιστης μηνιαίας βροχόπτωσης σε μερικούς μήνες από αυτές της πλήρους προσομοίωσης. Η εξαίρεση των δεδομένων δύο ή τριών σταθμών, στους οποίους περιλαμβανόταν ο σταθμός της Αχλαδιάς, έδωσε χαμηλότερες τιμές από αυτές της πλήρους προσομοίωσης.

Από όσα προαναφέρθηκαν, προκύπτει ότι, κατά κανόνα, όταν εξαιρούνται τα δεδομένα ενός ή περισσότερων σταθμών στη κοιλάδα του Νέστου, οι μέγιστες τιμές βροχόπτωσης στη πεδιάδα της Δράμας είναι μικρότερες από αυτές που προκύπτουν όταν χρησιμοποιούνται τα δεδομένα όλων των σταθμών. Επομένως, συνάγεται ότι δεν υπάρχει βέλτιστος αριθμός σταθμών για την προσομοίωση της βροχόπτωσης σε μια περιοχή, αλλά ότι, όσο περισσότερα δεδομένα είναι διαθέσιμα και όσο μεγαλύτερη ομοιομορφία υπάρχει στην χωρική κατανομή των σταθμών, τόσο μεγαλύτερη είναι η αξιοπιστία της προσομοίωσης και μικρότερη η αβεβαιότητα, αφού καθίσταται πιθανότερο να εκτιμηθούν πιθανές ακραίες τιμές.

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εργασία αυτή αποσκοπεί στο να παρουσιάσει για πρώτη φορά τη χρήση του συγκεκριμένου υπολογιστικού εργαλείου (GlimClim) στον ελληνικό χώρο, για την αντιμετώπιση του προβλήματος της έλλειψης δεδομένων βροχόπτωσης. Το μοντέλο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καλύψει κενά σε υπάρχοντα δεδομένα ή να δημιουργήσει στοχαστικές χρονοσειρές για μελλοντικές περιόδους. Από τα αποτελέσματα της παρούσας εργασίας συνάγεται ότι το μοντέλο ανταποκρίνεται αρκετά ικανοποιητικά στο πρόβλημα. Σε προηγούμενες εργασίες (Yang *et al.*, 2005), το μοντέλο είχε χρησιμοποιηθεί σε περιοχές όπου υπήρχαν διαθέσιμα δεδομένα για μεγάλες χρονικές περιόδους και συνεπώς ήταν καταλληλότερες για την εκτέλεση σχετικών υπολογιστικών πειραμάτων.

Από την άλλη πλευρά, παρατηρείται ότι το μοντέλο είχε ικανοποιητική απόδοση και στην περίπτωση μιας λεκάνης με πλήρη ανυπαρξία ημερησίων δεδομένων (Ιορδανίδης και Αναγνωστόπουλος, 2009). Το γεγονός ότι, και μετά τη χρήση δεδομένων από την ίδια την περιοχή μελέτης, το εύρος των εκτιμώμενων τιμών δεν μεταβλήθηκε αισθητά, ενισχύει την πεποίθηση ότι η συγκεκριμένη μεθοδολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση βροχόπτωσης σε μια περιοχή με ελλιπή ή ανύπαρκτα δεδομένα. Όπως είναι αυτονόητο, όσο μεγαλύτερο χρονικό εύρος καλύπτουν τα δεδομένα, τόσο καλύτερη και με μικρότερη αβεβαιότητα θα είναι η εκάστοτε προσομοίωση. Το ίδιο ισχύει και για το πλήθος των σταθμών που χρησιμοποιούνται. Όσο περισσότεροι σταθμοί είναι διαθέσιμοι, τόσο μεγαλύτερη βελτίωση αναμένεται στην απόδοση του μοντέλου. Παρ' όλα αυτά, η προσομοίωση μπορεί να δώσει πολύ καλά αποτελέσματα ακόμη και με ελλιπή δεδομένα, ειδικά αν χρησιμοποιηθούν αναλύσεις τύπου Monte Carlo που απαιτούν μεγάλο πλήθος προσομοιώσεων. Η εφαρμογή σε μια περιοχή, για

την οποία δεν υπάρχουν δεδομένα, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα μιας γειτονικής, είναι μια από τις πιο δύσκολες περιπτώσεις προσομοίωσης. Το γεγονός ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν ήταν ικανοποιητικά, ενθαρρύνει τη χρησιμοποίηση του μοντέλου σε αντίστοιχες περιπτώσεις.

Στο σημείο αυτό, θα πρέπει να σημειωθεί ότι το GlimClim δεν είναι μοντέλο πρόγνωσης βροχοπτώσεων, το οποίο αποσκοπεί στην πρόγνωση της τιμής της βροχόπτωσης για μία συγκεκριμένη μέρα. Πρόκειται για ένα στατιστικό μοντέλο, το οποίο έχει τη δυνατότητα να εκτιμήσει το εύρος τιμών στο οποίο αναμένεται να κυμανθεί η βροχόπτωση σε μια συγκεκριμένη περιοχή, σε ένα καθορισμένο χρονικό διάστημα.

Τέλος, θα μπορούσε να σημειωθεί ότι το συγκεκριμένο μοντέλο, αν εφαρμοστεί σωστά και στα πλαίσια των περιορισμών που υπάρχουν, μπορεί να αντεπεξέλθει στο πρόβλημα των ελλειπόν δεδομένων. Σκοπός του είναι να δώσει μια πρώτη εκτίμηση της κατάστασης στο μέλλον, αξιοποιώντας τα όποια υπάρχοντα δεδομένα. Αυτό, όμως, δεν πρέπει να μειώσει την προσπάθεια των ερευνητών ή μελετητών για την αναζήτηση και απόκτηση μεγαλύτερου αριθμού δεδομένων, με σκοπό την εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων.

## 6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ιορδανίδης, Η. και Αναγνωστόπουλος, Π. 2009. *Δημιουργία στοχαστικών σειρών δεδομένων βροχόπτωσης για την περιοχή της πεδιάδας Δράμας με την εφαρμογή ενός γενικευμένου γραμμικού μοντέλου*. Πρακτικά 11<sup>ου</sup> Συνεδρίου της Ελληνικής Υδροτεχνικής Ένωσης, Βόλος, 27-30 Μαΐου 2009, Τόμος Ι, 205-212.
- Κισσούδης, Δ. 2002. *Διαχείριση – αξιοποίηση υδατικών πόρων στη γεωργία του Ν. Δράμας*. Μελέτη της ΔΕΒ Δράμας.
- Chandler, R. and Wheater, H.S. 2002. *Analysis of rainfall variability using GLMs: A case study from the west of Ireland*. Water Resources Research, 38: 1192.
- Chandler, R. 2002. *GLIMCLIM: Generalized linear modelling for daily climate time series (software and user guide)*. Tech. Rep. 227, Dept. of Stat. Sci., UCL, London.
- Coe, R. and Stern, R.D. 1982. *Fitting models to daily rainfall*. Journal of Applied Meteorology, 21: 1024-1031.
- McCullagh, P. and Nelder, J. 1989. *Generalised linear models*. CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Segond, M.L. 2006. *Stochastic modelling of space-time rainfall and the significance of spatial data for flood runoff generation*. PhD Thesis, Imperial College, London.
- Yang, C., Chandler, R.E., Isham, V.S. and Wheater, H.S. 2005. *Spatial-temporal rainfall simulation using generalized linear models*. Water Resources Research, 41: W11415.