

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΑΗΡ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΛΙΒΑΔΙΟΥ ΛΑΡΙΣΗΣ. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΤΟ ΣΥΜΒΙΒΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ.

Π. Καρασαββίδης, Χ. Τζιμόπουλος, Χ. Ευαγγελίδης

Τομέας Συγκοινωνιακών και Υδραυλικών Έργων,
Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Πολυτεχνική Σχολή, Α.Π.Θ.,
54124 Θεσσαλονίκη
pkarasav@yahoo.gr, tzimop@vergina.auth.gr, evan@topo.auth.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η επιλογή της βέλτιστης θέσης κατασκευής ενός φράγματος στην περιοχή Λιβαδίου Λαρίσης. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται για την επίλυση αυτού του προβλήματος είναι η ΑΗΡ (Analytic Hierarchy Process). Εξετάζονται οι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκε αυτή η μέθοδος, αναλύεται το θεωρητικό της υπόβαθρο και με τη χρήση προγράμματος της Visual Fortran εφαρμόζεται στη συγκεκριμένη περιοχή. Τα αποτελέσματα της ΑΗΡ συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού που είχε εφαρμοστεί στην ίδια περιοχή από τους ίδιους συγγραφείς.

APPLICATION OF ANALYTIC HIERARCHY PROCESS IN THE SELECTION OF THE OPTIMUM PLACEMENT OF A DAM AT THE AREA OF LIVADI, LARISSA PREFECTURE/ GREECE. COMPARISON WITH THE COMPROMISE PROGRAMMING.

P. Karasavvidis¹, C. Tzimopoulos¹, C. Evangelides¹

¹Department of Transportation and Hydraulic Works,
Faculty of Rural and Surveying Engineering, School of Engineering,
Aristotle University of Thessaloniki, 54124, Thessaloniki, Greece
pkarasav@yahoo.gr, tzimop@vergina.auth.gr, evan@topo.auth

SUMMARY

In this paper the selection of the optimum area for the construction of a dam within the region of Livadi, Larisa Prefecture/Greece is investigated. The method used is the Analytic Hierarchy Process (AHP). The reasons for the selection of this method are investigated, its theoretical background is analyzed and using a Visual Fortran computer programme, the method is applied in the study area. The results are compared with the ones of the Compromise programming, which had been applied previously in the same area from the same authors.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πολυκριτηριακή ανάλυση αποτελεί ένα εργαλείο λήψης αποφάσεων που αναπτύχθηκε στα μέσα της δεκαετίας του 1970, για να περιορίσει την σύγχυση που προκαλείται σε περιπτώσεις που εμπλέκονται μεταξύ τους πολλά και διαφορετικής φύσεως κριτήρια που αφορούν συγκεκριμένες επιλογές. Αποτελεί μέρος της Επιχειρησιακής Έρευνας και ουσιαστικά, η μέθοδος αυτή επιτυγχάνει τη σύνθεση ενός μεγάλου όγκου πληροφοριών, διατηρώντας παράλληλα τους στόχους και τις προτιμήσεις του εκάστοτε λήπτη της απόφασης. Τελικά, αυτό που επιδιώκεται χρησιμοποιώντας τέτοιες μεθόδους είναι ο συμβιβασμός ανάμεσα σε όλους τους εμπλεκόμενους φορείς, ρυθμίζοντας κατά περίπτωση και ανάλογα με τους στόχους που έχουν τεθεί, το βάρος που φέρει ο καθένας στην τελική λήψη της απόφασης.

Κάθε πρόβλημα πολυκριτηριακής (ή πολυκριτήριας, Δούμπος και Ζοπουνίδης, 2001) ανάλυσης περιλαμβάνει τέσσερα σημαντικά στοιχεία (Po–Lung Yu, 1985):

- Το σύνολο των *εναλλακτικών δραστηριοτήτων*, που συμβολίζεται με X , ενώ κάθε στοιχείο του από το οποίο γίνεται η επιλογή της απόφασης συμβολίζεται με x . Αυτό το σύνολο μπορεί να περιλαμβάνει μόνο έναν μικρό αριθμό επιλογών ή μπορεί να περιλαμβάνει έναν άπειρο αριθμό επιλογών.
- Το σύνολο των *κριτηρίων αξιολόγησης*, που συμβολίζεται με $f=(f_1, \dots, f_q)$, το οποίο έχει ουσιώδη σημασία, για τη λήψη μιας σωστής απόφασης.
- Το αποτέλεσμα της κάθε επιλογής, $f(x)=(f_1(x), \dots, f_q(x))$, υπολογιζόμενο με τους όρους των κριτηρίων, που σημαίνει τη *βαθμολογία* της εναλλακτικής δραστηριότητας x ως προς το κριτήριο f_i .
- Οι δομές προτίμησης του λήπτη της απόφασης. Εάν οι προτιμήσεις επί των πιθανών αποτελεσμάτων Y είναι καθορισμένες, τότε το πρόβλημα της λήψης απόφασης γίνεται εύκολο, γιατί αν το $y^*=f(x^*)$ είναι το βέλτιστο αποτέλεσμα στο Y , τότε η επιλογή θα είναι $x^* \in f^{-1}(y^*)$.

Στην περίπτωση των υδατικών πόρων η πολυκριτηριακή ανάλυση χρησιμοποιείται σε μεγάλο βαθμό για τη βελτιστοποίηση των διαθέσιμων υδατικών πόρων. Ιδιαίτερα βαρύνοντα ρόλο παίζει όταν αναζητείται η επιλογή της βέλτιστης θέσης κατασκευής ενός φράγματος, γεγονός που θεωρείται από τα σημαντικότερα θέματα για τους μελετητές και τις κυβερνητικές υπηρεσίες.

Υπάρχουν πάρα πολλά κριτήρια με βάση τα οποία μπορεί ένας μελετητής να καθορίσει τη βέλτιστη θέση ενός φράγματος και τα οποία εξαρτώνται από την τοποθεσία. Μερικά από αυτά είναι η προσβασιμότητα, οι κλιματικές συνθήκες, η διαθεσιμότητα και η ποιότητα του εργατικού δυναμικού, η προστασία από πλημμύρες, η προστασία του περιβάλλοντος, η ενεργειακή απόδοση του φράγματος και φυσικά το κόστος (Liang and Wang, 1991).

Αυτά τα κριτήρια μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως εξής:

α. Αντικειμενικά κριτήρια: Περιγράφονται πλήρως από έναν αριθμό π.χ. το κόστος και η ενεργειακή απόδοση.

β. Υποκειμενικά κριτήρια: Μπορούν να περιγραφούν μόνο ποιοτικά και με λεκτικές εκφράσεις όπως «πολύ καλά», «μέτρια» κ.α. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν η προσβασιμότητα, η ποιότητα του εργατικού δυναμικού κ.α. (Liang and Wang, 1991).

Πολλά από αυτά τα κριτήρια είναι αλληλοσυγκρουόμενα, οπότε θεωρείται απαραίτητη η συνδρομή των μεθόδων της πολυκριτηριακής ανάλυσης. Σήμερα έχει αναπτυχθεί ένα μεγάλο πλήθος μεθόδων και θα πρέπει κάθε φορά να επιλέγεται η πιο κατάλληλη για το υφιστάμενο πρόβλημα. Μεταξύ των πολλών μεθόδων αναφέρονται η

MAUT, η AHP, η SMART, η ELECTRE, ο MACBETH, ο Συμβιβαστικός Προγραμματισμός, η Ασαφής Λογική κλπ. (Garcia-Cascales and Lamata, 2007, Τζιμόπουλος κ.ά., 2009, Tzimosopoulos and Evangelides, 2009).

Η AHP (Analytic Hierarchy Process) αποτελεί μια μέθοδο πολυκριτηριακής ανάλυσης που αναπτύχθηκε από το Saaty στις αρχές της δεκαετίας του 1980 (Saaty, 1980). Χρησιμοποιείται παγκοσμίως σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών όπου πολλές εναλλακτικές δραστηριότητες προτείνονται για την επίτευξη ενός σκοπού υπό αλληλοσυγκρουόμενα κριτήρια. Η ισχύς αυτής της μεθόδου εστιάζεται στο γεγονός ότι συνθέτει τόσο τα αντικειμενικά όσο και τα υποκειμενικά κριτήρια με ένα συστηματικό τρόπο και παρέχει στο Λήπτη Απόφασης (ΛΑ) μια δομημένη όσο και απλή λύση στα προβλήματα πολυκριτηριακής ανάλυσης (Kamal, 1999).

Στο παρόν άρθρο εξετάζεται η εφαρμογή της παραπάνω θεωρίας στην εύρεση της βέλτιστης θέσης κατασκευής ενός φράγματος στην περιοχή Λιβαδίου Λαρίσης. Οι προτεινόμενες τοποθεσίες (εναλλακτικές δραστηριότητες) είναι τρεις: Σαραντάπορο, Πόρτες και Άζωρος (παλαιότερη ονομασία Βουβάλα). Τα κριτήρια μέσω των οποίων γίνεται η επιλογή της βέλτιστης θέσης φράγματος είναι α) το κόστος κατασκευής, β) η προστασία από πλημμύρες, γ) η προστασία του περιβάλλοντος, δ) η ενεργειακή απόδοση και ε) η προσβασιμότητα. Για την επίλυση του αλγορίθμου της AHP συντάχθηκε πρόγραμμα σε γλώσσα Visual Fortran. Τα αποτελέσματα της AHP συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού για το ίδιο πρόβλημα που είχε εξεταστεί σε άλλη εργασία (Καρασαββίδης κ.ά., 2009).

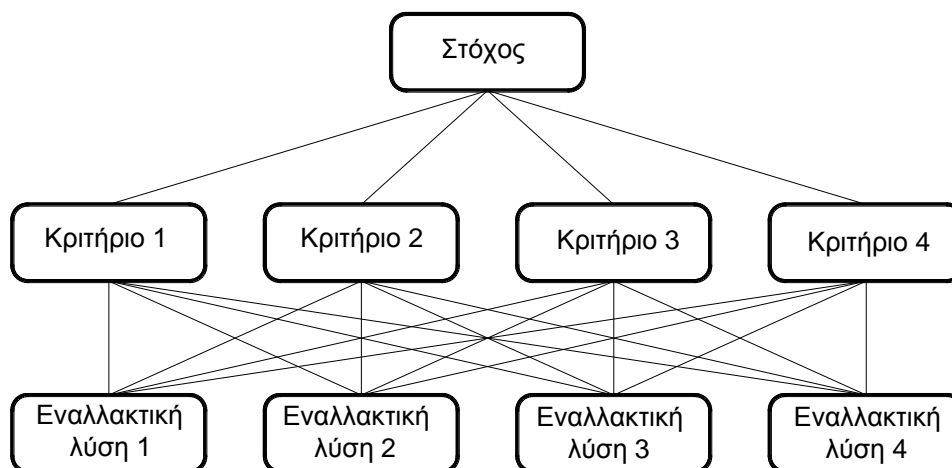
2. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

2.1. Η ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΗΣ ΙΕΡΑΡΧΙΑΣ

Ο χρήστης της AHP πρώτα αποδομεί το πρόβλημα σε μια ιεραρχία περισσότερο κατανοητών υποπροβλημάτων, το κάθε ένα από τα οποία μπορεί να επιλυθεί ανεξάρτητα. Αφού η ιεραρχία έχει κατασκευασθεί, ο ΛΑ αξιολογεί συστηματικά τα διάφορα στοιχεία της συγκρίνοντάς τα κατά ζεύγη. Για να γίνουν οι συγκρίσεις, ο ΛΑ μπορεί να χρησιμοποιήσει είτε σαφή αριθμητικά δεδομένα, είτε τη δική του υποκειμενική κρίση. Εξάλλου, το μεγάλο πλεονέκτημα της AHP είναι ότι επιτρέπει εξίσου και την ανθρώπινη υποκειμενική κρίση να έχει συμβολή στο τελικό αποτέλεσμα. (Saaty, 2008)

Η ιεραρχία της AHP αποτελείται από τρία **επίπεδα**: Το **στόχο του προβλήματος** (goal), τις **εναλλακτικές δραστηριότητες** (alternatives) και τα **κριτήρια αξιολόγησης** (criteria) που συνδέουν το στόχο με τις εναλλακτικές δραστηριότητες. Τα κριτήρια μπορούν να διαιρεθούν περαιτέρω σε υποκριτήρια, υπο-υποκριτήρια κ.ο.κ. σε όσα επίπεδα το πρόβλημα απαιτεί. Κατασκευάζοντας την ιεραρχία, οι συμμετέχοντες εξερευνούν τις πλευρές του προβλήματος σε κάθε του πτυχή και επίπεδο. Με αυτόν τον τρόπο βελτιώνουν την κατανόηση που έχουν για το πρόβλημα, τις σκέψεις και τα συναισθήματα όλων των εμπλεκόμενων ατόμων (Saaty, 1999).

Η ιεραρχία μπορεί να παρασταθεί όπως στο Σχήμα 1. Το κάθε επίπεδο ορθογώνιο ονομάζεται κόμβος (node).



Σχήμα 1: Ιεραρχική δόμηση της διαδικασίας λήψης απόφασης μέσω της μεθόδου ΑΗΡ .

Για την έκφραση των προτιμήσεων του αποφασίζοντος κατά τη διεξαγωγή των συγκρίσεων, χρησιμοποιείται μια αριθμητική κλίμακα από το 1 έως το 9, η οποία παρουσιάζεται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1: Η θεμελιώδης κλίμακα για συγκρίσεις ανά ζεύγη

Ένταση προτίμησης	Ορισμός	Εξήγηση
1	Ίση προτίμηση	Τα δύο στοιχεία συνεισφέρουν εξίσου στο Στόχο
3	Ασθενής προτίμηση	Η πείρα και η κρίση ευνοούν ελαφρώς το ένα στοιχείο έναντι του άλλου
5	Ισχυρή προτίμηση	Η πείρα και η κρίση ευνοούν ισχυρά το ένα στοιχείο έναντι του άλλου
7	Πολύ ισχυρή προτίμηση	Το ένα στοιχείο ευνοείται πολύ ισχυρά έναντι του άλλου, η υπεροχή του είναι προφανής
9	Ακραία προτίμηση	Η υπεροχή του ενός στοιχείου έναντι του άλλου είναι του ισχυρότερου δυνατού βαθμού

Οι εντάσεις προτίμησης βαθμών 2,4,6 και 8, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για ενδιάμεσες καταστάσεις.

2.2 Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ

Οι προτεραιότητες (priorities) είναι αριθμοί που σχετίζονται με τους κόμβους της ΑΗΡ. Συμβολίζουν τα σχετικά βάρη των κόμβων σε κάθε επίπεδο. Για να υπολογιστούν οι τελικές προτεραιότητες των κριτηρίων γίνονται συγκρίσεις μεταξύ των κριτηρίων κατά ζεύγη. Αν τα κριτήρια είναι n συνεπάγεται ότι οι συγκρίσεις που θα γίνουν θα είναι $n(n-1)/2$. Ο ΛΑ χρησιμοποιεί έναν αριθμό από το σύνολο $\{1/9, 1/8,$

$1/7, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 7, 8, 9$ με τη βοήθεια της θεμελιώδους κλίμακας (Saaty, 2008) όπως αυτή φαίνεται στον Πίνακα 1. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργείται ο πίνακας σύγκρισης \mathbf{A} . Έτσι λοιπόν το στοιχείο a_{ij} δηλώνει τη σύγκριση του κριτηρίου A_i με το A_j . Θα ισχύει δηλαδή $A_{ij}=w_i/w_j$ όπου w_k τα βάρη των κριτηρίων. Συνεπάγεται ότι για τα διαγώνια στοιχεία του \mathbf{A} ισχύει $a_{ii}=1$ ενώ για $i \neq j$ ισχύει $a_{ij}=1/a_{ji}$. Δηλαδή ο \mathbf{A} είναι ένας αναστροφοαντίστροφος πίνακας (reciprocal matrix).

Έστω η ιδανική περίπτωση κατά την οποία τα στοιχεία του \mathbf{A} ($n \times n$, n αριθμός κριτηρίων) είναι μεταβατικά (δηλαδή αν $A_1 > A_2$ και $A_2 > A_3 \rightarrow A_1 > A_3$) και συνεπή (δηλαδή ισχύει $a_{ij}=a_{ik}a_{kj}$, $i, k, j=1, 2, 3, \dots, n$).

Τότε ο \mathbf{A} θα έχει τη μορφή (Saaty, 2008):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_1}{w_1} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Είναι δυνατόν να ανακτηθούν τα βάρη των κριτηρίων w , χρησιμοποιώντας την παρακάτω εξίσωση:

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_1}{w_1} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \\ \frac{w_n}{w_1} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ή πιο σύντομα $\mathbf{A}\mathbf{w}=n\mathbf{w}$.

Σε αυτήν την εξίσωση είναι γνωστοί οι λόγοι των βαρών w_i/w_j (έχει ερωτηθεί γι' αυτούς ο λήπτης απόφασης, ΛA) και άγνωστα είναι τα βάρη w_i . Οδηγούμεθα στην παρακάτω λύση:

$$\mathbf{A}\mathbf{w}-n\mathbf{w}=\mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{w}(\mathbf{A}-n\mathbf{I})=\mathbf{0}.$$

Η εξίσωση αυτή αποτελεί ένα σύστημα ομογενών γραμμικών εξισώσεων και για να έχει λύση εκτός της προφανούς μηδενικής $\mathbf{w}=\mathbf{0}$, θα πρέπει να ισχύει $|\mathbf{A}-n\mathbf{I}|=0$, δηλαδή το \mathbf{w} να είναι το ιδιοδιάνυσμα του \mathbf{A} και n η ιδιοτιμή του.

Για τον πίνακα \mathbf{A} μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις:

- Ο βαθμός του ισούται με 1, αφού η κάθε γραμμή είναι πολλαπλάσια της πρώτης γραμμής. Δηλαδή $r(\mathbf{A})=1$
- Το ίχνος του ισούται με n , $\text{tr}(\mathbf{A}) = n$
- Το άθροισμα των ιδιοτιμών ενός πίνακα ισούται με το ίχνος του, δηλαδή $\Sigma \lambda_i = \text{tr}(\mathbf{A})$ (Δερμάνης, 1985).
- Ο αριθμός των μη μηδενικών ιδιοτιμών ενός πίνακα ισούται με το βαθμό του. Ένας τετραγωνικός πίνακας του οποίου τα στοιχεία είναι πραγματικά και μεγαλύτερα του μηδενός, έχει μια μοναδική μέγιστη ιδιοτιμή και το

αντίστοιχο ιδιοδιάνυσμα έχει αυστηρά θετικά στοιχεία σύμφωνα με το θεώρημα Perron-Frobenius (Horn and Johnson, 1990).

Από τα παραπάνω συμπεραίνεται ότι ο πίνακας \mathbf{A} έχει μόνο μια μη μηδενική ιδιοτιμή, τη n που φυσικά είναι και η μέγιστη ιδιοτιμή.

Στη γενική περίπτωση δεν είναι γνωστοί οι λόγοι w_i/w_j με ακρίβεια (αφού εκφράζουν τις υποκειμενικές κρίσεις του ΛA) και ο προκύπτων πίνακας σύγκρισης \mathbf{A} δεν είναι συνεπής (υπενθυμίζουμε ότι ένας πίνακας είναι συνεπής εάν $a_{ij}=a_{ik}a_{kj}$). Σ' αυτήν την περίπτωση θα ισχύει η σχέση $\mathbf{A}\mathbf{w}=\lambda_{\max}\mathbf{w}$.

Το ιδιοδιάνυσμα \mathbf{w} μπορεί να προκύψει είτε επιλύοντας κανονικά την παραπάνω εξίσωση, είτε χρησιμοποιώντας κάποια προσεγγιστική μέθοδο. Οι προσεγγιστικές μέθοδοι είναι χρήσιμες στον προγραμματισμό και στην προκειμένη περίπτωση έχει χρησιμοποιηθεί μια τέτοια προσεγγιστική μέθοδος με πολύ καλά αποτελέσματα όπως θα δειχθεί παρακάτω.

Το επόμενο βήμα αποτελεί η εύρεση της μέγιστης ιδιοτιμής λ_{\max} . Εφόσον το ιδιοδιάνυσμα \mathbf{w} είναι γνωστό (με ακρίβεια ή προσεγγιστικά) στην κανονικοποιημένη του μορφή, προστίθενται οι στήλες του \mathbf{A} και πολλαπλασιάζεται το ιδιοδιάνυσμα που προκύπτει με το διάνυσμα \mathbf{w} . Ο αριθμός που προκύπτει είναι ο λ_{\max} . Αυτό προκύπτει από τις σχέσεις: (Saaty, 1991)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij}w_j &= \lambda_{\max} w_i \\ \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n a_{ij}w_j \right) &= \sum_{i=1}^n \lambda_{\max} w_i = \lambda_{\max} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΥΝΕΠΕΙΑΣ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ

Σε έναν συνεπή πίνακα θα ισχύει $\mathbf{A}\mathbf{w}=n\mathbf{w}$. Για έναν ασυνεπή πίνακα (γενικότερη περίπτωση) θα ισχύει $\mathbf{A}\mathbf{w}=\lambda_{\max}\mathbf{w}$. Ακόμη θα ισχύει $\lambda_{\max} \geq n$ με την ισότητα να ισχύει στην περίπτωση που ο \mathbf{A} είναι συνεπής. Έτσι λοιπόν η διαφορά $\lambda_{\max}-n$ αποτελεί ένα μέτρο της συνέπειας του πίνακα \mathbf{A} .

Από το κεφάλαιο (2.2) έχουμε τις σχέσεις για την περίπτωση ενός ασυνεπή πίνακα:

$$\begin{aligned} n &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \Rightarrow n = \lambda_{\max} + \sum_{i=2}^n \lambda_i \\ \Rightarrow \lambda_{\max} - n &= -\sum_{i=2}^n \lambda_i \\ \Rightarrow \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} &= \frac{-1}{n-1} \sum_{i=2}^n \lambda_i = CI \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ο λόγος $(\lambda_{\max}-n)/(n-1)$ ονομάζεται Δείκτης Συνέπειας (Consistency Index, CI) και δίνει ένα μέτρο της συνέπειας του \mathbf{A} , αφού ισούται με τον (αρνητικό) μέσον όρο των λ_i $i=2, \dots, n$. Όσο μεγαλύτερος είναι, τόσο μεγαλύτερη και η ασυνέπεια του \mathbf{A} .

Ο Λόγος Συνέπειας (Consistency Ratio, CR) υπολογίζεται συγκρίνοντας τον CI με έναν αριθμό από τον πίνακα 2, όπου ο κάθε ένας από τους αριθμούς είναι ο μέσος όρος του Δείκτη Συνέπειας που υπολογίστηκε από ένα δείγμα 500 τυχαία

δημιουργούμενων αναστροφοαντίστροφων πινάκων, των οποίων το κάθε στοιχείο είναι τυχαίο χρησιμοποιώντας την κλίμακα $\{1/9, 1/8, 1/7, \dots, 1/2, 1, 2, 3, \dots, 9\}$. Ο αριθμός αυτός ονομάζεται Τυχαίος Δείκτης (Random Index, RI) και μπορεί να προκύψει και από την εξίσωση:

$$RI = 0,0000135n^5 - 0,0007231n^4 + 0,0154010n^3 - 0,1651940n^2 + 0,9300670n - 0,7822977 \quad (2.5)$$

Ο συντελεστής προσδιορισμού ανάμεσα στις τυχαίες τιμές του πίνακα 2 και την σχέση αυτή είναι $R^2 = 0,9999025$.

$$\text{Τελικά θα ισχύει η σχέση } CR = CI/RI \quad (2.6)$$

Για να θεωρηθεί μικρή η ασυνέπεια του πίνακα **A**, ο Saaty (1991) προτείνει ο λόγος συνέπειας CR να είναι μικρότερος ή ίσος προς 0,10 και πάντως όχι μεγαλύτερος από 0,20. Αν είναι μεγαλύτερος το πρόβλημα και οι κρίσεις του ΛΑ θα πρέπει να επανεξεταστούν.

Πίνακας 2: Ο μέσος όρος του Δείκτη Συνέπειας (CI) τυχαίων αναστροφοαντίστροφων πινάκων διάστασης nxn, ο οποίος ονομάζεται Τυχαίος Δείκτης (Random Index, RI).

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Ο αριθμός των στοιχείων που συγκρίνονται πρέπει να είναι μικρός. Εάν ο αριθμός τους είναι μεγάλος, οι διαφορές ανάμεσα στις προτεραιότητές τους θα είναι μικρές και ένα σφάλμα μπορεί εύκολα να αλλάξει τη σειρά προτίμησης. Εάν ο αριθμός των υπό σύγκριση στοιχείων είναι μικρός και οι διαφορές ανάμεσα στις προτεραιότητες είναι μεγάλες ένα μικρός λάθος δεν αλλάζει τη σειρά προτίμησης. Για να συμβούν όλα αυτά τα υπό σύγκριση στοιχεία πρέπει να είναι λιγότερα από 10 έτσι ώστε η μέση τιμή των τελικών προτεραιοτήτων τους να είναι μικρότερη από 10% για το κάθε στοιχείο και έτσι να μένει ανεπηρέαστη από ένα σφάλμα της τάξης του 1%.

2.4. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΩΝ

Τελικά κατασκευάζεται ο πίνακας σύγκρισης **A** των κριτηρίων. Υπολογίζεται το κανονικοποιημένο ιδιοδιάνυσμα (διάνυσμα προτεραιοτήτων) και η ιδιοτιμή του **A**. Ελέγχεται ο CR και αν είναι μικρότερος του 0,1 τα αποτελέσματα γίνονται δεκτά, αν είναι σημαντικά μεγαλύτερος του 0,1 τότε ο ΛΑ πρέπει να επανεξετάσει τις κρίσεις του.

Η ίδια διαδικασία ακολουθείται και για τις εναλλακτικές δραστηριότητες σε σχέση με το κάθε κριτήριο. Οι προτεραιότητες που υπολογίζονται πολλαπλασιάζονται με την προτεραιότητα του κριτηρίου βάσει του οποίου έγινε η σύγκριση των εναλλακτικών δραστηριοτήτων. Η τελική προτεραιότητα των εναλλακτικών δραστηριοτήτων προκύπτει προσθέτοντας όλες τις προτεραιότητες που προέκυψαν από όλες τις συγκρίσεις της κάθε εναλλακτικής λύσης με το κάθε κριτήριο.

3. Η ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ

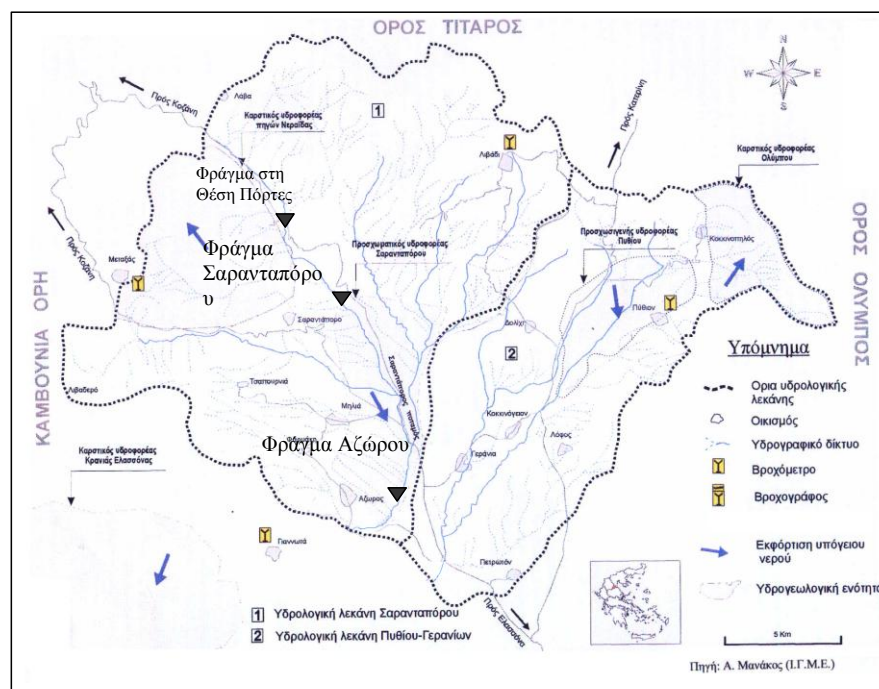
Σε αυτήν την εργασία εξετάζεται η βέλτιστη θέση κατασκευής ενός φράγματος στην περιοχή Λιβαδίου Λαρίσης. Το Λιβάδι αποτελεί παραδοσιακό οικισμό του Ν.

Λαρίσης, έχει 3187 μόνιμους κατοίκους (απογραφή 2001) και βρίσκεται σε υψόμετρο 1200 m περίπου. (Καρασαββίδης κ.ά, 2009).

Οι τρεις προτεινόμενες θέσεις κατασκευής του φράγματος (Σαραντάπορο, Πόρτες, Άζωρος) βρίσκονται στο Δήμο Σαρανταπόρου βόρεια του Νομού Λαρίσης. Το Σαραντάπορο έχει 907 μόνιμους κατοίκους, βρίσκεται σε υψόμετρο 840 m και είναι γνωστό εξαιτίας της ιστορικής σημασίας μάχης που έγινε εκεί το 1912. Η Άζωρος (πρώην Βουβάλα) έχει 551 μόνιμους κατοίκους και έχει υψόμετρο 520 m. Τα στενά Πόρτες είναι μια περιοχή βορειοανατολικά του Σαρανταπόρου. Βασικές οικονομικές δραστηριότητες των κατοίκων της περιοχής είναι η γεωργία και η κτηνοτροφία ενώ τα τελευταία χρόνια αναπτύσσεται και ο τουρισμός.

Τα φράγματα θα κατασκευαστούν στον ποταμό Τιταρήσιο (ή Σαραντάπορο) ο οποίος είναι ένας από τους πιο σημαντικούς παραποτάμους του Πηνειού. Το συνολικό μήκος του ποταμού είναι 70 χιλιόμετρα και στο μεγαλύτερο μήκος του είναι μόνιμα κατακλυσμένος, θεωρούμενος ως συνεχούς ροής. Κυριότερη χρήση του ποταμού είναι η άρδευση (με μειούμενη όμως αποτελεσματικότητα λόγω της μεγάλης πτώσης των υδάτινων αποθεμάτων του τα τελευταία χρόνια). Δευτερεύουσα χρήση είναι η αναψυχή.

Στον υγρότοπο έχουν επέλθει δραστικές αλλοιώσεις όσον αφορά τα γνωρίσματά του (αβιοτικά και βιοτικά) με κύρια αίτια την κατασκευή έργων διευθέτησης της ροής των υδάτων και τις υπεραντλήσεις, τόσο του ποταμού όσο και του υπόγειου υδροφόρου ορίζοντα, ο οποίος εμπλουτίζεται σχεδόν αποκλειστικά από τα ύδατα του ποταμού.



Σχήμα 2: Η λεκάνη απορροής του Σαρανταπόρου και οι θέσεις των φραγμάτων.

4. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΑΗΡ

Οι προτεινόμενες τοποθεσίες (εναλλακτικές δραστηριότητες) είναι τρεις: 1) Σαραντάπορο, 2) Πόρτες και 3) Άζωρος. Τα κριτήρια μέσω των οποίων γίνεται η επιλογή της βέλτιστης θέσης φράγματος είναι τα εξής:

- Το κόστος κατασκευής του φράγματος.
- Η προστασία από τις πλημμύρες.

- c) Η προστασία του περιβάλλοντος και η αισθητική τοπίου.
- d) Η ενεργειακή απόδοση του φράγματος.
- e) Προσβασιμότητα.

Στην περίπτωση μας, ο ΛΑ έκανε τις εξής κρίσεις:

Κόστος/Προστασία από πλημμύρες=1, Κόστος/Περιβάλλον=3, Κόστος/Ενεργειακή απόδοση=4, Κόστος/Προσβασιμότητα=7, Προστασία από πλημμύρες/Προστασία περιβάλλοντος=2, Προστασία από πλημμύρες/Ενεργειακή απόδοση=3, Προστασία από πλημμύρες/Προσβασιμότητα=6, Προστασία περιβάλλοντος/Ενεργειακή απόδοση=3, Προστασία περιβάλλοντος/Προσβασιμότητα=6, Ενεργειακή απόδοση/Προσβασιμότητα=5.

Προκειμένου να ευρεθεί ο πίνακας σύγκρισης **A** έγινε μια εκτίμηση του σχετικού ενδιαφέροντος των διαφόρων παραμέτρων λαμβάνοντας υπόψη α) τη διεθνή βιβλιογραφία (Jaber and Mohsen, 2000, Baban and Wan-Yusof, 2002, Καρασαββίδης 2009), β) την υποκειμενική αξιολόγηση του ΛΑ και γ) του γεγονότος ότι η κλίμακα αυτή των βαρών μεταβάλλεται κατά τόπο και χρόνο.

Πίνακας 3: Ο πίνακας σύγκρισης **A** (pair-wise comparison matrix) των κριτηρίων.

	Κόστος	Πλημ.	Περιβ.	Ενέργεια	Προσβ.
Κόστος	1	1	3	4	7
Πλημ.	1	1	2	3	6
Περιβ.	1/3	1/2	1	3	6
Ενέργεια	1/4	1/3	1/3	1	5
Προσβ.	1/7	1/6	1/6	1/5	1
Σύνολο	2,726	3,000	6,500	11,200	25,000

Το επόμενο βήμα είναι να βρεθεί ο συνθετικός πίνακας (synthesized matrix). Υπολογίζεται το άθροισμα των n στηλών του πίνακα σύγκρισης **A**. Στη συνέχεια, διαιρείται το κάθε στοιχείο του πίνακα **A** με το άθροισμα της στήλης στην οποία ανήκει το στοιχείο (Saaty, 1980).

Πίνακας 4: Ο συνθετικός πίνακας (synthesized matrix) και το διάνυσμα προτεραιοτήτων (priority vector) των κριτηρίων.

	Κόστος	Πλημ.	Περιβ.	Ενέργεια	Προσβ.	Διάνυσμα προτεραιοτήτων w_k
Κόστος	0,367	0,333	0,461	0,357	0,280	0,360
Πλημ.	0,367	0,333	0,308	0,268	0,240	0,304
Περιβ.	0,122	0,167	0,154	0,268	0,240	0,190
Ενέργεια	0,092	0,111	0,051	0,089	0,200	0,108
Προσβ.	0,052	0,056	0,026	0,018	0,040	0,038
Σύνολο	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Ο μέσος όρος των στοιχείων της κάθε γραμμής του συνθετικού πίνακα δίνει τα στοιχεία του κανονικοποιημένου προσεγγιστικού ιδιοδιανύσματος του πίνακα **A**. Το διάνυσμα αυτό ονομάζεται διάνυσμα προτεραιοτήτων w_k (priority vector)

$$\mathbf{w}_k = \begin{bmatrix} 0,360 \\ 0,304 \\ 0,190 \\ 0,108 \\ 0,038 \end{bmatrix}, \sum_{k=1}^5 w_k = 1.$$

και δίνει τη σχετική αξία των κριτηρίων (Saaty, 1980, Bascetin, 2006).

Η προσεγγιστική μέγιστη ιδιοτιμή προκύπτει ως εξής: Πολλαπλασιάζεται ο πίνακας \mathbf{A} με το διάνυσμα \mathbf{w}_k . Έτσι προκύπτει το διάνυσμα $[1,932 \ 1,596 \ 1,014 \ 0,553 \ 0,193]^T$ το οποίο ονομάζεται διάνυσμα σταθμισμένου αθροίσματος (weighted sum vector) (Kamal, 1999) και στη συνέχεια κάθε στοιχείο αυτού του διανύσματος διαιρείται με το αντίστοιχο στοιχείο του διανύσματος προτεραιοτήτων \mathbf{w}_k

$$\begin{bmatrix} 1,932/0,360 \\ 1,596/0,304 \\ 1,014/0,190 \\ 0,553/0,108 \\ 0,193/0,038 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,367 \\ 5,250 \\ 5,337 \\ 5,120 \\ 5,079 \end{bmatrix}$$

Από το μέσον όρο των τιμών αυτών προκύπτει η μέγιστη ιδιοτιμή:

$$\lambda_{\max} = \frac{5,367+5,250+5,337+5,120+5,079}{5} = 5,231 \quad \text{και} \quad CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1} = 0,057$$

Σημείωση 1: Η πραγματική τιμή λ_{\max} του παραπάνω πίνακα είναι ίση με 5,2081, (υπολογίστηκε από το πρόγραμμα MATLAB), ενώ οι πραγματικές τιμές του διανύσματος προτεραιοτήτων είναι:

$\mathbf{w}_{k\text{real}}=[0,366 \ 0,303 \ 0,1905 \ 0,1037 \ 0,036]^T$. Έτσι διαπιστώνουμε ότι έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{|\lambda_{\max} - \lambda_{\max,\text{real}}|}{\lambda_{\max}} = 4.37 * 10^{-3} \quad \text{και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα μεταξύ του } \mathbf{w}_k$$

και $\mathbf{w}_{k\text{real}}$ είναι ίσο με $\text{mse}=9,54*10^{-4}$.

Για να διαπιστώσουμε αν η παραπάνω τιμή του CI είναι αποδεκτή υπολογίζουμε το λόγο:

$$CR = \frac{CI}{RI}.$$

Από τον πίνακα 2 φαίνεται ότι για $n=5$, $RI=1,11$ οπότε $CR=0,057/1,11=0,051$ ή 5,1%, δηλαδή η τιμή αυτή είναι μικρότερη του 10%, άρα γίνεται αποδεκτή. Με τον ίδιο τρόπο έγιναν οι κρίσεις στις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με το κάθε κριτήριο.

Για τον υπολογισμό αυτών των στοιχείων χρησιμοποιήθηκε πρόγραμμα στη Visual Fortran (Τζιμόπουλος, 2009) για την επίλυση του αλγορίθμου της AHP. Το

πρόγραμμα υπολογίζει τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα με βάση τους προσεγγιστικούς τύπους που προαναφέρθηκαν (εξισώσεις (2.3), (2.4)).

Πίνακες σύγκρισης των εναλλακτικών λύσεων για το κάθε κριτήριο

Πίνακας 5: Κόστος

	ΣΑΡΑΝΤ.	ΠΟΡΤΕΣ	ΑΖΩΡΟΣ	w_k
ΣΑΡΑΝΤ.	1	2	4	0,571
ΠΟΡΤΕΣ	1/2	1	2	0,286
ΑΖΩΡΟΣ	1/4	1/2	1	0,143
ΣΥΝΟΛΟ				1,000

$\lambda_{\max}=3,000$, $CI=0,000$, και $CR=0,000\%$ δηλαδή ο πίνακας είναι απόλυτα συνεπής.

Πίνακας 6: Προστασία από πλημμύρες

	ΣΑΡΑΝΤ.	ΠΟΡΤΕΣ	ΑΖΩΡΟΣ	w_k
ΣΑΡΑΝΤ.	1	1/2	2	0,297
ΠΟΡΤΕΣ	2	1	3	0,539
ΑΖΩΡΟΣ	1/2	1/3	1	0,164
ΣΥΝΟΛΟ				1,000

$\lambda_{\max}=3,0088$, $CI=0,00442$, και $CR=0,762\% < 10\%$ δεκτό

Πίνακας 7: Περιβάλλον - αισθητική τοπίου

	ΣΑΡΑΝΤ.	ΠΟΡΤΕΣ	ΑΖΩΡΟΣ	w_k
ΣΑΡΑΝΤ.	1	1	3	0,416
ΠΟΡΤΕΣ	1	1	4	0,458
ΑΖΩΡΟΣ	1/3	1/4	1	0,126
ΣΥΝΟΛΟ				1,000

$\lambda_{\max}=3,00884$, $CI=0,00442$, και $CR=0,762\% < 10\%$ δεκτό

Πίνακας 8: Ενέργεια

	ΣΑΡΑΝΤ.	ΠΟΡΤΕΣ	ΑΖΩΡΟΣ	w_k
ΣΑΡΑΝΤ.	1	1/4	1/2	0,151
ΠΟΡΤΕΣ	4	1	1	0,472
ΑΖΩΡΟΣ	2	1	1	0,377
ΣΥΝΟΛΟ				0,999

$\lambda_{\max}=3,05379$, $CI=0,0269$, και $CR=4,637\% < 10\%$ δεκτό

Πίνακας 9: Προσβασιμότητα

	ΣΑΡΑΝΤ.	ΠΟΡΤΕΣ	ΑΖΩΡΟΣ	w_k
ΣΑΡΑΝΤ.	1	1/2	1/2	0,198
ΠΟΡΤΕΣ	2	1	2	0,490
ΑΖΩΡΟΣ	2	1/2	1	0,312
ΣΥΝΟΛΟ				1,000

$\lambda_{\max}=3,05374$, $CI=0,02687$, και $CR=4,633\% < 10\%$ δεκτό.

Σημείωση 2: Σε σχέση με τις πραγματικές τιμές των λ_{\max} και τις τιμές του ιδιοδιανύσματος w_k , έχουν προκύψει και για τους Πίνακες 5~9 (από το πρόγραμμα MATLAB), ανάλογες τιμές όπως αναφέρεται στη σημείωση 1. Οι διαφορές τους σχετικά με τις τιμές που προέκυψαν με εφαρμογή της προσεγγιστικής μεθόδου θεωρούνται πρακτικά αμελητέες και ουδόλως επηρεάζουν την πορεία των υπολογισμών.

Το επόμενο βήμα αποτελεί ο πολλαπλασιασμός του πίνακα των προτεραιοτήτων της κάθε εναλλακτικής δραστηριότητας για το κάθε κριτήριο με το διάνυσμα των προτεραιοτήτων των κριτηρίων.

$$\alpha/\alpha \begin{bmatrix} \text{Κόστ.} & \text{Πλημ.} & \text{Περιβ.} & \text{Ενέργ.} & \text{Προσβ.} \\ \text{Σαραντ.} & 0,571 & 0,297 & 0,416 & 0,151 & 0,198 \\ \text{Πόρτες} & 0,286 & 0,539 & 0,458 & 0,472 & 0,490 \\ \text{Άζωρος} & 0,143 & 0,164 & 0,126 & 0,377 & 0,312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,360 \\ 0,304 \\ 0,190 \\ 0,108 \\ 0,038 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta.T.Π. \\ 0,399 \\ 0,423 \\ 0,178 \end{bmatrix}$$

Έτσι το Διάνυσμα των Τελικών Προτεραιοτήτων ($\Delta.T.Π.$) είναι: $[0,399 \ 0,423 \ 0,178]^T$ και το άθροισμα των στοιχείων του ισούται με 1. Συμπεραίνεται λοιπόν ότι η καλύτερη εναλλακτική λύση είναι η θέση Πόρτες με βαθμολογία 0,423. Δεύτερη προκύπτει η θέση Σαραντάπορο με βαθμολογία 0,399, ενώ η θέση Άζωρος έπεται με σημαντική διαφορά με βαθμολογία 0,178.

5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕ ΤΟ ΣΥΜΒΙΒΑΣΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ – ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε προηγούμενο άρθρο των ιδίων συγγραφέων για το ίδιο πρόβλημα (Καρασαββίδης κ.ά., 2009) αλλά με τη χρησιμοποίηση του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού, σαν βέλτιστη λύση είχε επιλεγεί η τοποθεσία Πόρτες ακολουθούμενη από το Σαραντάπορο και την Άζωρο (Βουβάλα). Όπως φαίνεται η ΑΗΡ συμφωνεί ικανοποιητικά με τη μέθοδο του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού που εφαρμόστηκε για το ίδιο ακριβώς πρόβλημα. Και οι δύο μέθοδοι υποδεικνύουν σαν καλύτερη εναλλακτική λύση τις Πόρτες. Η μόνη διαφορά είναι ότι η δεύτερη καλύτερη εναλλακτική λύση (Σαραντάπορος) ενώ στην ΑΗΡ εμφανίζεται σαν σχεδόν ισάξια με τις Πόρτες, στο Συμβιβαστικό Προγραμματισμό είναι επίσης δεύτερη αλλά με μεγαλύτερη διαφορά. Το γεγονός αυτό μπορεί να εξηγηθεί λόγω του διαφορετικού θεωρητικού υποβάθρου των δύο μεθόδων.

Θα μπορούσε επίσης να παρατηρηθεί, ότι ενώ στο Συμβιβαστικό Προγραμματισμό η επιλογή των βαρών γίνεται με μεγάλη υποκειμενικότητα, στην ΑΗΡ η όλη διαδικασία ξεκινάει από τις κρίσεις του ΛΑ οι οποίες επιπλέον ελέγχονται για τη συνέπειά τους.

Αντιθέτως, το μαθηματικό μοντέλο του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού επιτρέπει καλύτερη επεξεργασία των τεχνικών χαρακτηριστικών των φραγμάτων, όταν αυτά είναι γνωστά και μπορούν να περιγραφούν σαφώς από κάποιο αριθμό (ενεργειακή απόδοση, κόστος κατασκευής κ.α.).

Δηλαδή η μέθοδος ΑΗΡ υπερτερεί, όταν τα κριτήρια είναι τόσο αντικειμενικά όσο και υποκειμενικά, ενώ ο Συμβιβαστικός Προγραμματισμός φαίνεται να διαχειρίζεται καλύτερα τα προβλήματα πολυκριτηριακής ανάλυσης, όταν τα κριτήρια είναι μόνο αντικειμενικά.

Τέλος, στη διεθνή βιβλιογραφία συναντώνται περιπτώσεις χρησιμοποίησης του Συμβιβαστικού Προγραμματισμού με τα βάρη αυτής της μεθόδου να υπολογίζονται με την AHP. (Escobar and Moreno-Jimenez, 1997).

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baban, S. M. J. and Wan-Yusof K., 2002. *Modelling Optimum Sites for Locating Reservoirs in Tropical Environments*. Water Resources Management, 17: 1-17, 2003
- Bascetin, A., 2006. *A decision support system using analytical hierarchy process (AHP) for the optimal environmental reclamation of an open-pit mine*. Springer Berlin Environmental Geology, 52: 663-672 .
- Δερμάνης, Α., 1985. *Γραμμική Άλγεβρα και Θεωρία Πινάκων*. Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 382 σελ.
- Δούμπος, Μ. και Ζοπουνίδης, Κ., 2001. Πολυκριτήριες Τεχνικές Ταξινόμησης-Θεωρία και Εφαρμογές, Εκδόσεις «Κλειδάριθμος», Αθήνα, 390 σελ.
- Escobar, M. T. and Moreno-Jimenez, J. M., 1997. *The Hierarchical Compromise Programming*. Sociedad de Estadística e Investigación Operativa. Top (1997), 5(2): 253-281.
- Garcia-Cascales, M. S. and Lamata, M. T., 2007. *Solving a decision problem with linguistic information*. Pattern Recognition Letters, 28: 2284-2294.
- Horn, R.A. and Johnson, C.R., 1990. *Matrix Analysis*. Cambridge University Press (chapter 8), 563 pp.
- Jaber, J.O. and Mohsen, M.S., 2000. *Evaluation of non-conventional water resources supply in Jordan, Desalination Strategies in South Mediterranean Countries, Cooperation between Mediterranean Countries of Europe and the Southern Rim of the Mediterranean*. European Desalination Society, 136: 83-92.
- Kamal M.Al-Subhi,Al-Harbi, 2001. *Application of the AHP in project management*. International Journal of Project Management, 19: 19-27.
- Καρασαββίδης, Π., Τζιμόπουλος, Χ. και Ευαγγελίδης, Χ., 2009. *Εφαρμογή της Πολυκριτηριακής Ανάλυσης (Συμβιβαστικός Προγραμματισμός) στη Διαχείριση Υδατικών Πόρων στην Περιοχή Λιβαδίου Λαρίσης*. 6^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Γεωργικής Μηχανικής, Θεσσαλονίκη, σελ. 123-130.
- Liang, Gin-Shuh and Wang, Mao-Jiun, 1991. *A fuzzy multi-criteria decision-making method for facility site selection*. International Journal of Production Research, 29(11): 2313-2330.
- Po-Lung, Yu, 1985. *Multiple-Criteria Decision Making*. Plenum Press-New York and London, 388 pp.
- Saaty, T., 2008. *Relative Measurement and its Generalization in Decision Making: Why Pairwise Comparisons are Central in Mathematics for the Measurement of Intangible Factors - The Analytic Hierarchy/Network Process*. RACSAM (Review of the Royal Spanish Academy of Sciences, Series A, Mathematics), 102(2): 251–318.
- Saaty, T., 1999. *Decision Making for Leaders: The Analytic Hierarchy Process for Decisions in a Complex World*. RWS Publications Pittsburgh, Pennsylvania, 291 pp.
- Saaty, T., 1991. *Some mathematical concepts of the Analytic Hierarchy Process*. Behaviormetrica, 29: 1-9.
- Saaty, T., 1980. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*. McGraw-Hill, New York, 287 pp.

- Tzimopoulos, C. and Evangelides, C., 2009. *Multiobjective decision making in water resources management with fuzzy information*. 11th International Conference on Environmental Science and Technology, CEST 2009, 3-5 Sept., Chania, Crete, Greece, pp. A1478-A1486.
- Τζιμόπουλος, Χ., Γιαννόπουλος, Σ. και Ευαγγελίδης, Χ. 2009. *Πολυκριτηριακή ανάλυση για τη διαχείριση των υδατικών χώρων με εισαγωγή της ασαφούς λογικής. Εφαρμογή στην υδρολογική λεκάνη του Νέστου*. Πρακτικά 6^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Γεωργικής Μηχανικής, Θεσσαλονίκη, σελ. 131-138.
- Τζιμόπουλος, Χ., 2009. *Διάρθρωση προγράμματος AHP σε visual Fortran*. Εσωτερικό άρθρο Εργαστηρίου Υδραυλικών Έργων και Διαχείρισης Περιβάλλοντος, Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών, Α.Π.Θ., 30 σελ.