

## PEMECAHAN MASALAH DAN REPRESENTASI PEMBELAJARAN MATEMATIKA

**Asmar Bani**

Program Studi Pendidikan Matematika  
Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
FKIP Universitas Khairun

### ABSTRAK

Pemecahan masalah merupakan kajian yang dibahas dalam makalah ini. Sebuah masalah matematika yang diajukan pada siswa dan siswa tersebut dapat menyelesaikannya, maka setidaknya siswa memahami masalah tersebut, sehingga siswa dapat merencanakan penyelesaian, melaksanakan perhitungan dengan tepat, dan dapat memeriksa atau melihat kembali apa yang telah diproses sudah tepat. Selain itu, representasi pembelajaran matematika akan dibahas pada bagian selanjutnya. Aspek representasi matematik siswa dapat memberikan gambaran, penterjemahan, pengungkapan, penunjukkan kembali, pelambangan, gagasan, konsep matematik, dan hubungan di antaranya yang termuat dalam suatu konfigurasi, konstruksi, atau situasi masalah tertentu yang ditampilkan oleh siswa dalam bentuk beragam sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahamannya, atau mencari solusi dari masalah yang dihadapinya.

**Kata kunci:** Pemecahan Masalah, Representasi Pembelajaran Matematika

### Pengertian Masalah

Sebagian besar ahli pendidikan matematika menyatakan bahwa masalah merupakan pertanyaan yang harus dijawab atau direspon (Krismanto, 2003:5). Namun mereka menyatakan juga bahwa tidak semua pertanyaan otomatis akan menjadi masalah. Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan (*challenge*) yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin (*routine procedure*) yang sudah diketahui oleh siswa, seperti yang dinyatakan Cooney, et al.(1975: 242) berikut: “... *for a question to be a problem, it must present a challenge that cannot be resolved by some routine procedure known to the student.*”

Implikasi dari definisi di atas, termuatnya ‘tantangan’ serta ‘belum diketahuinya prosedur rutin’ pada suatu pertanyaan yang akan diberikan kepada para siswa akan menentukan terkategori tidaknya suatu pertanyaan menjadi ‘*masalah*’ atau hanyalah suatu ‘*pertanyaan*’ biasa. Karenanya, dapat terjadi bahwa suatu pertanyaan merupakan

*masalah* bergantung kepada individu dan waktu. Artinya, suatu pertanyaan merupakan suatu masalah bagi siswa, tetapi mungkin bukan merupakan suatu masalah bagi siswa yang lain. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa yang tidak bermakna akan bukan merupakan masalah bagi siswa tersebut. Dengan perkataan lain, pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa haruslah dapat diterima oleh siswa tersebut. Jadi pertanyaan itu harus sesuai dengan struktur kognitif siswa.

Demikian juga pertanyaan merupakan suatu masalah bagi seseorang siswa pada suatu saat, tetapi bukan merupakan suatu masalah lagi bagi siswa tersebut pada saat berikutnya, bila siswa tersebut sudah mengetahui cara atau proses mendapatkan penyelesaian masalah tersebut.

Jelas kiranya, syarat suatu masalah bagi seseorang siswa adalah sebagai berikut.: (1) Pertanyaan yang dihadapkan kepada seorang siswa haruslah dapat dimengerti oleh siswa tersebut, namun pertanyaan itu harus merupakan tantangan baginya untuk menjawab, dan (2) Pertanyaan tersebut tidak dapat di jawab dengan prosedur rutin yang telah diketahui siswa. Karena itu, factor waktu untuk menyelesaikan masalah janganlah dipandang sebagai hal yang esensial.

Dalam pengajaran matematika, pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa biasanya disebut soal. Dengan demikian, soal-soal matematika akan dibedakan menjadi dua bagian; (1) Latihan yang diberikan pada waktu belajar matematika adalah bersifat berlatih agar terampil atau sebagai aplikasi dari pengertian yang baru saja diajarkan, Dan (2) Masalah tidak seperti halnya latihan tadi, meghendaki siswa untuk menggunakan sintesis atau analisis. Untuk menyelesaikan suatu masalah, siswa tersebut harus menguasai hal-hal yang telah dipelajari sebelumnya yaitu mengenai pengetahuan, keterampilan dan pemahaman, tetapi dalam hal ini ia menggunakannya pada situasi baru.

Menurut Polya (1973), terdapat dua macam masalah; (1) Masalah untuk menemukan, dapat teoritis atau praktis, abstrak atau konkret, termasuk teka-teki. Kita harus mencari variabel masalah tersebut; kita mencoba untuk mendapatkan, menghasilkan atau mengkonstruksi semua jenis obyek yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan masalah itu. Bagian utama dari masalah itu adalah sebagai berikut: Apakah yang dicari?, Bagaimana data yang diketahui? Dan Bagaimana syaratnya?. Ketiga bagian utama tersebut sebagai landasan untuk dapat menyelesaikan masalah jenis ini, dan (2) Masalah untuk membuktikan adalah untuk menunjukkan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah-tidak kedua-duanya. Kita harus menjawab pertanyaan:

“Apakah pernyataan itu benar atau salah?” Bagian utama dari masalah jenis ini adalah hipotesis dan konklusi dari suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.

Kedua bagian utama tersebut sebagai landasan untuk dapat menyelesaikan masalah jenis ini. Namun secara umum, suatu masalah adalah situasi yang memenuhi beberapa persyaratan sebagai, (1) Situasi tersebut menunjukkan adanya kesenjangan antara harapan dan kenyataan, (2) Situasi tersebut membangkitkan motivasi bagi orang tersebut untuk berupaya menemukan jalan keluarnya, dan (3) Tidak tersedia secara “instant” alat yang dapat digunakan untuk mewujudkan keinginan orang tersebut untuk menemukan jalan keluarnya.

### **Pengertian Pemecahan Masalah**

Pemecahan masalah adalah suatu proses untuk mengatasi kesulitan yang ditemui untuk mencapai suatu tujuan yang diinginkan (Sumarmo: 2000:8). Dalam hal ini tentu saja pemecahan masalah selalu berangkat dari permasalahan itu sendiri. Yang dimaksud dengan masalah adalah suatu kesenjangan antara suatu yang diharapkan dan kenyataan yang ada. Ruseffendi (1991: 336-337) mengemukakan bahwa suatu persoalan merupakan masalah bagi seseorang bila persoalan itu tidak dikenalnya, dan orang tersebut mempunyai keinginan untuk menyelesaikannya, terlepas apakah ia sampai atau tidak kepada jawaban masalah itu.

Selanjutnya Sumarmo (1994: 8) mengemukakan bahwa pemecahan masalah dapat berupa mencipta ide baru, atau menemukan teknik atau produk baru. Bahkan dalam matematika selain istilah pemecahan masalah mempunyai arti khusus. Istilah tersebut juga mempunyai interpretasi yang berbeda. Dengan demikian pemecahan masalah dapat didefinisikan secara berbeda oleh orang yang berbeda dalam saat yang sama atau oleh orang yang sama pada saat yang berbeda. Namun demikian pada hakekatnya pemecahan masalah merupakan proses berpikir tingkat tinggi dan mempunyai peranan yang penting dalam pembelajaran matematika.

Menurut Branca (dalam Sumarmo : 1994) pemecahan masalah dapat diartikan dengan menggunakan interpretasi umum yaitu: pemecahan masalah sebagai tujuan, pemecahan masalah sebagai proses dan pemecahan masalah sebagai keterampilan dasar. Pemecahan masalah sebagai tujuan menyangkut alasan mengapa matematika itu diajarkan. Jadi dalam interpretasi ini pemecahan masalah bebas dari soal, prosedur,

metode atau isi khusus, yang menjadi pertimbangan utama adalah bagaimana cara menyelesaikan masalah yang merupakan alasan mengapa matematika itu diajarkan.

Pemecahan masalah sebagai proses muncul sebagai suatu kegiatan yang dinamis, misalnya menggunakan suatu pengetahuan kedalam suatu keadaan baru. Pandangan pemecahan masalah sebagai proses ini kemudian menjadi fokus dalam mengembangkan kurikulum matematika disemua tingkat sekolah.

Pemecahan masalah sebagai keterampilan menyangkut dua pengertian yaitu: keterampilan umum yang harus dimiliki siswa dan dievaluasi ditingkat lokal maupun nasional, serta keterampilan minimum yang diperlukan seorang siswa agar dapat menjalankan fungsinya dalam masyarakat.

### **Proses dan Tahap-tahap Pemecahan Masalah Matematika**

Sekalipun Polya telah sukses memperkenalkan empat fase model dalam *process mathematical problem solving*, namun bagi Lester (1980) model ini tidak cukup membantu dalam menspesifikasi proses mental yang dilibatkan pada keberhasilan pemecahan masalah. Model lain dikembangkan oleh Newell dan Simon (1972) yang berupaya untuk menjelaskan tingkah laku pemecahan masalah dalam hubungannya dengan proses kognitif. Usaha-usaha Newell dan Simon terutama difokuskan pada *puzzle problem*, tetapi menurut Lester (1980) model ini tidak menunjukkan mayoritas masalah yang dihadapkan pada siswa matematika.

Selanjutnya kedua model tersebut membawa Lester untuk mengembangkan suatu model pemecahan masalah matematika yang menyatakan faktor-faktor yang berpengaruh pada suksesnya pemecahan masalah. Model-model tersebut terdiri dari enam langkah, yaitu, (1) menyadari masalah, (2) pemahaman masalah, (3) tujuan analisis, (4) pengembangan rencana, (5) implementasi rencana, dan (6) prosedur yang sebaik evaluasi pemecahan.

Dalam memecahkan masalah matematika, diperlukan langkah-langkah konkrit yang benar sehingga jawaban yang diperolehpun dapat menjadi benar. Ruseffendi (1991:169) mengemukakan bahwa dalam pemecahan masalah ada lima langkah yang harus dilakukan, yaitu; (1) menyajikan masalah dalam bentuk yang lebih jelas, (2) menyatakan masalah dalam bentuk yang operasional (dapat dipecahkan), (3) menyusun

hipotesis-hipotesis alternatif dan prosedur kerja yang diperkirakan baik untuk dipergunakan dalam memecahkan masalah itu, (4) mengetes hipotesis dan melakukan

kerja untuk memperoleh hasilnya (pengumpulan data, pengolahan data, dll); hasilnya mungkin lebih dari sebuah, (5) memeriksa kembali apakah hasil yang diperoleh itu benar; mungkin memilih pula pemecahan yang paling baik.

Sehubungan dengan pemecahan masalah matematika, Polya (1985) menguraikan secara rinci tentang proses yang harus dilakukan yaitu:

1. *Memahami masalah* yakni meliputi; (a) apa yang diketahui? data apa yang diberikan atau bagaimana kondisi soal? (b) mungkinkah kondisi dinyatakan dalam bentuk persamaan atau hubungan lainnya? (c) apakah kondisi yang diberikan cukup untuk mencari apa yang dinyatakan? (d) apakah kondisi tersebut tidak cukup atau kondisi ini berlebihan atau bertentangan? , dan (e) membuat gambar atau tuliskan notasi yang sesuai.
2. *Merencanakan penyelesaian* yang meliputi beberapa aspek penting yaitu; (a) pernahkah anda menemukan soal seperti ini sebelumnya? atau tahukah anda yang mirip dengan soal tersebut? (b) teori mana yang dapat digunakan dalam masalah ini? (c) perhatikan apa yang ditanyakan atau coba pikirkan soal yang pernah dikenal dengan pertanyaan yang sama atau yang serupa. Jika ada soal yang serupa dengan soal yang sudah pernah diselesaikan, dapatkah hal itu digunakan dalam masalah yang sedang dihadapi? (d) dapatkah metode dan hasil yang digunakan pada soal yang pernah dikerjakan digunakan pada soal yang sedang dihadapi? (e) apakah harus dicari unsur lain agar dapat memanfaatkan soal sebelumnya, mengulang soal itu atau menyatakan dalam bentuk lain? Kembalilah kepada definisi, (f) andaikan soal baru belum dapat diselesaikan, coba pikirkan soal serupa dan selesaikan. Bagaimana bentuk soal tersebut? (g) bagaimana bentuk soal yang lebih khusus? soal yang analog? Dapatkah sebagian soal tersebut dapat diselesaikan? (h) andaikan sebagian kondisi dibuang, sejauhmana yang ditanyakan dalam soal dapat dicari? Manfaat apa yang dapat diperoleh dengan kondisi sekarang? (i) dapatkah apa yang ditanyakan, data atau keduanya diubah sehingga menjadi saling berkaitan satu dengan yang lainnya? (j) apakah semua data sudah digunakan termasuk ide-ide penting yang ada dalam soal tersebut?
3. *Melaksanakan perhitungan* yaitu langkah yang menekankan pada pelaksanaan dengan prosedur yang ditempuh adalah; (a) memeriksa setiap langkah apakah sudah benar atau belum? dan (b) bagaimana membuktikan bahwa langkah yang dipilih sudah benar?

4. *Memeriksa kembali proses dan hasil.* Langkah ini menekankan pada bagaimana cara memeriksa kebenaran jawaban yang diperoleh. Prosedur yang harus diperhatikan adalah; (a) dapatkah diperiksa sanggahannya? (b) dapatkah jawaban itu dicari dengan cara lain? dan (c) dapatkah cara atau jawaban tersebut digunakan untuk soal atau masalah lain?

### **Beberapa Strategi Pemecahan Masalah Matematika**

Melakukan suatu pekerjaan akan lebih mudah dan cepat selesai kalau kita mengetahui teknik atau cara menyelesaikan pekerjaan itu. Teknik atau cara memecahkan masalah matematika disebut strategi pemecahan masalah, dan dikenal dengan istilah strategi heuristic. Strategi ini dapat dipelajari dan diajarkan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

Berikut disajikan beberapa strategi yang sering digunakan menurut Polya (1973) dan Pasmien(1989) diantaranya dapat dilihat di bawah ini.

1. *Mencoba-coba:* Strategi ini biasanya digunakan untuk mendapatkan gambaran umum pemecahan masalahnya dengan mencoba-coba (*trial and error*). Proses mencoba-coba ini tidak akan selalu berhasil. Adakalanya gagal. Karenanya, proses mencoba-coba dengan menggunakan suatu analisis yang tajam yang sangat dibutuhkan pada penggunaan strategi ini.
2. *Membuat diagram:* Strategi ini berkaitan dengan pembuatan sket atau gambar untuk mempermudah memahami masalahnya dan mempermudah mendapatkan gambaran umum penyelesaiannya. Dengan strategi ini, hal-hal yang diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak saja namun dapat dituangkan ke atas kertas.
3. *Mencobakan pada soal yang lebih sederhana:* Strategi ini berkaitan dengan penggunaan contoh-contoh khusus yang lebih mudah dan lebih sederhana, sehingga gambaran umum penyelesaian masalahnya akan lebih mudah dianalisis dan akan lebih mudah ditemukan.
4. *Membuat tabel:* Strategi ini digunakan untuk membantu menganalisis permasalahan atau jalan pikiran kita, sehingga segala sesuatunya tidak hanya dibayangkan oleh otak yang kemampuannya sangat terbatas.
5. *Menemukan pola:* Strategi ini berkaitan dengan pencarian keteraturan-keteraturan. Dengan keteraturan yang sudah didapatkan tersebut akan lebih memudahkan kita untuk menemukan penyelesaian masalahnya.

6. *Memecah tujuan*: Strategi ini berkaitan dengan pemecahan tujuan umum yang hendak kita capai menjadi satu atau beberapa tujuan bagian. Tujuan bagian ini dapat digunakan sebagai batu loncatan untuk mencapai tujuan yang sesungguhnya.
7. *Memperhitungkan setiap kemungkinan*: Strategi ini berkaitan dengan penggunaan aturan-aturan yang dibuat sendiri oleh para pelaku selama proses pemecahan masalah berlangsung sehingga dapat dipastikan tidak akan ada satupun alternatif yang terabaikan.
8. *Berpikir logis*: Strategi ini berkaitan dengan penggunaan penalaran ataupun penarikan kesimpulan yang sah atau valid dari berbagai informasi atau data yang ada.
9. *Bergerak dari belakang*: Dengan strategi ini, kita mulai dengan menganalisis bagaimana cara mendapatkan tujuan yang hendak dicapai. Dengan strategi ini, kita memulai proses pemecahan masalahnya dari yang diinginkan atau yang ditanyakan lalu menyesuaikannya dengan yang diketahui.
10. *Mengabaikan hal yang tidak mungkin*: Dari berbagai alternatif yang ada, alternatif yang sudah jelas-jelas tidak mungkin agar dicoret/ diabaikan sehingga perhatian dapat dicurahkan sepenuhnya untuk hal-hal yang tersisa dan masih mungkin saja.

Mempelajari strategi pemecahan masalah ini bagi para siswa lalu menjadi sangat penting karena dapat digunakan atau dimanfaatkan para siswa ketika mereka terjun langsung di masyarakat, maupun ketika mereka mempelajari mata pelajaran lainnya.

### **Implikasi Pemecahan Masalah Pada Pembelajaran Matematika**

Keterampilan serta kemampuan berpikir yang didapat ketika seseorang memecahkan masalah diyakini dapat ditransfer atau digunakan orang tersebut ketika menghadapi masalah di dalam kehidupan sehari-hari. Pembelajaran pemecahan masalah adalah suatu tindakan yang dilakukan guru agar para siswanya termotivasi untuk menerima tantangan yang ada pertanyaan (soal) dan mengarahkan para siswa dalam proses pemecahannya.

Para siswa harus diberi kesempatan untuk mempelajari pemecahan masalah yang terkategori sebagai masalah proses. Pada pendekatan pembelajaran ini, masalah diberikan diawal kegiatan sebagai tantangan bagi para siswa. Dengan masalah ini, para siswa diberi kesempatan untuk bereksplorasi atau menyelidiki, pertanyaan-pertanyaan bisa berasal dari guru maupun dari siswa sendiri dalam bentuk *problem posing*, sehingga para siswa dilatih dan dibiasakan untuk belajar memecahkan masalah selama

proses pembelajaran di kelas sedang berlangsung sedemikian sehingga pemahaman suatu konsep atau pengetahuan harusnya dibangun sendiri (dikonstruksi) oleh si pembelajar di bawah bimbingan guru.

Proses pembelajaran di kelas yang mengkondisikan siswa untuk belajar memecahkan dan menemukan kembali ini akan membuat para siswa terbiasa melakukan penyelidikan dan menemukan sesuatu. Kegiatan belajarnya biasanya dimulai dengan penayangan masalah nyata yang pernah dialami atau dapat dipikirkan para siswa, dilanjutkan dengan kegiatan bereksplorasi dengan benda konkret, lalu para siswa akan mempelajari ide-ide matematika secara informal, belajar matematika secara formal dan diakhiri dengan kegiatan pelatihan. Dengan kegiatan seperti ini, diharapkan para siswa akan dapat memahami konsep, rumus, prinsip, dan teori-teori matematika sambil belajar memecahkan masalah.

### **Representasi Matematik**

Menurut Goldin (2002: 209) representasi adalah suatu konfigurasi (bentuk atau susunan) yang dapat menggambarkan, mewakili, atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara. Contohnya, suatu kata dapat menggambarkan suatu objek kehidupan nyata atau suatu angka dapat mewakili suatu posisi dalam garis bilangan. Dalam hal ini, hubungan representasi-representasi dapat dipandang sebagai hubungan dua arah (*bidirectional*). Misalnya, grafik dalam bidang Cartesius dapat digunakan sebagai representasi persamaan (ekspresi matematika) dengan cara menggambarkan himpunan penyelesaiannya atau persamaan merupakan representasi grafik dengan cara membuat pola hubungan yang memenuhi semua koordinat titiknya.

Steffe dan Weigel (1996), Schultz dan Waters (2000), Joijner dan Reijs (2001) yang dikutip oleh Hudojo (2002: 427) menyebutkan bahwa representasi sebagai gambaran mental merupakan proses belajar yang dapat difahami dari pengembangan mental yang ada dalam diri seseorang dan tercermin seperti yang divisualisasikan dalam wujud verbal, gambar, atau benda konkret. Hal ini menunjukkan bahwa proses penggambaran atau pelambangan sesuatu terjadi dalam fikiran seseorang. Kemudian hasil fikirnya tersebut dituangkan dalam bentuk nyata berupa kata-kata, visual, atau notasi-notasi.

Sedangkan, Kaput (dalam Swafford dan Langrall, 2000: 91) mengungkapkan bahwa representasi-representasi adalah alat-alat yang digunakan individu untuk

mengorganisasikan dan menjadi situasi-situasi lebih bermakna. Artinya, suatu representasi dari situasi masalah matematik merupakan gambaran hubungan-hubungan dan operasi-operasi dari situasi masalah tersebut.

Secara lebih detail, NCTM (1989: 27) menuturkan bahwa "*Representing involves translating a problem or an idea into a new form, representing includes the translation of diagram or physical model into symbols or words, representing is also used in translating or analyzing a verbal problem to make its meaning clear*". Pada dasarnya, beberapa ungkapan tersebut bermakna bahwa: a) proses representasi melibatkan penterjemahan masalah atau ide ke dalam bentuk baru; b) proses representasi termasuk pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata; c) proses representasi juga dapat digunakan dalam penterjemahan atau penganalisisan masalah verbal untuk membuat maknanya menjadi jelas.

Dengan demikian, representasi matematik merupakan penggambaran, penterjemahan, pengungkapan, penunjukkan kembali, pelambangan atau bahkan pemodelan dari ide, gagasan, konsep matematik, dan hubungan di antaranya yang termuat dalam suatu konfigurasi, konstruksi, atau situasi masalah tertentu yang ditampilkan siswa dalam bentuk beragam sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahamannya, atau mencari solusi dari masalah yang dihadapinya.

Berdasarkan uraian diatas terlihat bahwa representasi sebenarnya bukan hanya menunjukkan kepada hasil atau produk yang diwujudkan dalam konfigurasi atau konstruksi baru dan berbeda tetapi juga proses fikir yang dilakukan untuk dapat menangkap dan memahami konsep, operasi, dan hubungan-hubungan matematik dari suatu konfigurasi. Artinya, proses representasi matematik berlangsung dalam dua tahap yaitu secara internal dan eksternal.

Menurut Hiebert dan Carpenter (dalam Hudojo, 2002: 427) representasi internal adalah proses berfikir tentang ide-ide matematik yang memungkinkan fikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut. Sedangkan Goldin (2002: 210) menyebutkan bahwa beberapa sumber menggunakan ekspresi representasi mental sebagai representasi internal.

Sesuai dengan pendapat Hiebert, Carpenter, dan Goldin di atas, Bruner (dalam Hasanah, 2004: 58) menuturkan bahwa untuk memahami konsep matematik yang lebih penting bukanlah penyimpanan pengalaman masa lalu tetapi bagaimana mendapatkan kembali pengetahuan yang telah disimpan dalam ingatan dan relevan dengan kebutuhan

serta dapat digunakan ketika diperlukan. Selanjutnya, dijelaskan pula bahwa proses mendapatkan pengetahuan yang relevan dan penggunaannya sangat terkait dengan pengkodean pengalaman masa lalu tersebut. Proses itulah yang disebut representasi internal karena merupakan salah satu aktivitas mental.

Proses representasi internal tersebut tentu tidak dapat diamati secara kasat mata dan tidak dapat dinilai secara langsung karena merupakan aktivitas mental seseorang di dalam pikirannya (*minds on*). Dengan kata lain, seseorang yang melakukan proses representasi internal dalam belajar matematika akan berfikir (*think*) tentang ide, gagasan, atau konsep matematik yang sedang dipelajarinya agar dapat memaknai dan memahami masalah secara jelas, menghubungkan dan mengaitkan masalah tersebut dengan pengetahuan yang telah dimilikinya, dan menyusun strategi penyelesaiannya.

Adapun representasi eksternal menurut Goldin (2002: 208) adalah hasil perwujudan untuk menggambarkan apa-apa yang dikerjakan siswa, guru, ahli matematik secara internal atau representasi internal. Hasil perwujudan tersebut dapat diungkapkan baik secara lisan atau tulisan dalam bentuk kata-kata, symbol, ekspresi, atau notasi matematik, gambar, grafik, diagram, tabel, atau melalui objek fisik berupa alat peraga.

Hiebert dan Wearne (dalam Mulligan, Mitchelmore, Outhred, dan Bobis, 2002) memandang bahwa pemahaman konsep yang dibangun dalam pengkonstruksian pemikiran akan menghubungkan beberapa representasi ide-ide matematik secara fisik, gambar, verbal, dan symbol. Lebih jauh, Hiebert dan Wearne memberi kesan bahwa pembangunan hubungan-hubungan antara representasi eksternal akan mendorong tumbuhnya pemahaman konsep dan representasi internal yang lebih terpadu dari ide-ide matematik.

Berdasarkan paparan di atas terlihat bahwa proses interaksi representasi internal dan representasi eksternal terjadi secara timbal-balik (*feedback*) ketika seseorang mempelajari matematika. Secara visual, interaksi timbal-balik antara kedua representasi tersebut digambarkan sebagai berikut:



Interaksi Timbal-Balik antara Representasi Internal dan Eksternal

Dengan demikian, jika siswa memiliki kemampuan membuat representasi-representasi tersebut, secara khusus siswa telah mempunyai alat-alat dalam meningkatkan ketrampilan komunikasi matematikanya dan secara umum dapat meningkatkan kemampuan matematikanya. Hal ini disebabkan representasi-representasi tersebut dapat membantu siswa untuk mengorganisasikan fikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya.

### **Manfaat Representasi Matematik dalam Pengajaran dan Pembelajaran Matematika.**

Seperti telah diungkapkan sebelumnya, representasi baik secara internal maupun secara eksternal perlu dilakukan dalam proses belajar-mengajar matematika karena dapat membantu siswa dalam mengorganisasian fikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya. Selain itu, representasi juga dapat membantu siswa dalam membangun konsep atau prinsip matematik yang sedang dipelajarinya. Dengan demikian, sangat tepat jika NCTM (1989: 27) menegaskan bahwa representasi merupakan pusat pembelajaran dan penggunaan matematika.

Pendapat lain tentang perlunya representasi dikemukakan oleh Vergnaud (dalam Goldin, 2002: 207) yang memandang representasi sebagai elemen krusial dalam pengajaran dan pembelajaran teori matematika bukan hanya karena penggunaan sistem simbol sangat penting dalam matematika; sintaksis dan semantiknya yang kaya, bervariasi, dan universal; tetapi juga karena alasan kuat secara epistemologi yaitu matematika memainkan bagian penting dalam konseptualisasi dunia nyata. Sedangkan Sabandar (2004: 12) menganggap representasi matematik merupakan suatu ketrampilan yang harus diperhitungkan dalam proses pembelajaran dan pengajaran matematika.

### **Strategi Pemecahan Masalah Yang Menekankann Representasi Matematik.**

Kita telah memperoleh gambaran umum tentang berbagai hal yang berkaitan dengan pengertian masalah, proses pembelajaran pemecahan masalah, rambu-rambu bagaimana membelajarkan pemecahan masalah di bidang matematika, serta representasi matematika. Anda telah sampai pada suatu kesimpulan bahwa pembelajaran strategi pemecahan masalah merupakan titik central dalam pembelajaran matematika, yang dimulai dari kelas rendah sekalipun.

Agar diperoleh gambaran yang utuh tentang arti penting dari pembelajaran strategi pemecahan masalah bagi siswa, yang merupakan fokus utama dalam pembelajaran matematika, berikut disajikan beberapa strategi pemecahan masalah yang menekankan representasi matematika.

### Aplikasi Dalam Kesebangunan Bangun Datar

Sebagai contoh, disajikan situasi masalah sebagai berikut:

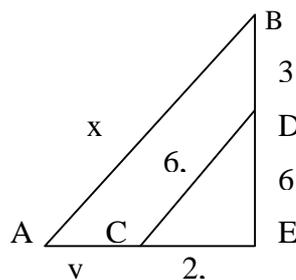
Sebuah tangga dengan panjang 6,5 meter disandarkan pada tembok dan mencapai ketinggian 6 meter. Kaki tangga berjarak 2,5 meter dari tembok. Tangga lain disandarkan pada tembok dengan sudut kemiringan yang sama dan mencapai ketinggian 9 meter. Tentukan panjang tangga kedua dan jarak kaki tangga kedua dengan tembok.

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan masalah di atas, ada empat langkah penting yang harus dilakukan, yaitu:

#### 1. Memahami Masalahnya.

Pada langkah ini, para pemecah masalah (siswa) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Gambar sering membantu menggambarkan situasi yang terjadi dibanding bila kita hanya membaca masalah yang diberikan. Dengan membuat gambar hal-hal yang



diketahui tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke atas kertas.

#### 2. Merencanakan Cara Penyelesaian

Menentukan panjang tangga kedua ( $x$ ) dan menentukan jarak kaki tangga kedua dengan tembok ( $y$ ). Untuk membuat solusi dari situasi masalah tersebut, terlebih dahulu siswa membuat hubungan  $x$  dan  $y$ , dengan kesebangunan bangun segitiga.

### 3. Melaksanakan Rencana

Berdasarkan rencana di atas, kita dapat menggunakan kesebangunan segitiga AEB

dan segitiga CED. Sehingga  $\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$

$$\frac{x}{6,5} = \frac{9}{6}$$

$$6x = 58,5 \quad \rightarrow \quad x = 9,75$$

dan  $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$

$$\frac{y + 2,5}{2,5} = \frac{9}{6}$$

$$6y + 15 = 22,5$$

$$6y = 7,5 \quad \rightarrow \quad y = 1,25$$

### 4. Melihat Kembali

Sekarang kita dapat menentukan panjang tangga kedua (x) yaitu 9,75 m dan jarak kaki tangga kedua dengan tembok (y) yaitu 1,25 m.

### Aplikasi Dalam Peluang Suatu Kejadian

Sebagai contoh, disajikan situasi masalah sebagai berikut:

Diketahui dua kantong, masing-masing berisi bola hitam dan bola putih. Kantong pertama berisi 5 bola hitam dan 8 bola putih. Kantong kedua berisi 3 bola hitam dan 5 bola putih. Dari setiap kantong, diambil masing-masing satu bola. Tentukan peluang bahwa kedua bola yang terambil adalah bola putih.

Penyelesaian :

Untuk menyelesaikan masalah di atas, ada empat langkah penting yang harus dilakukan, yaitu:

#### 1. Memahami Masalahnya.

Pada langkah ini, para pemecah masalah (siswa) harus dapat menentukan dengan jeli apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Gambar/diagram pohon sering membantu menggambarkan situasi yang terjadi dibanding bila kita hanya membaca masalah yang diberikan. Dengan membuat gambar/diagram hal-hal yang diketahui

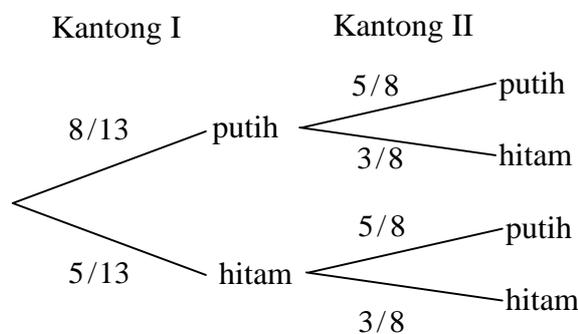
tidak hanya dibayangkan di dalam otak yang sangat terbatas kemampuannya, namun dapat dituangkan ke atas kertas.

Diketahui kejadian ini merupakan kejadian yang saling bebas, karena pengambilan di kantong pertama tidak ada hubungannya dengan pengambilan di kantong kedua.

Sehingga peluang mengambil bola putih di kantong pertama adalah  $\frac{8}{13}$  dan

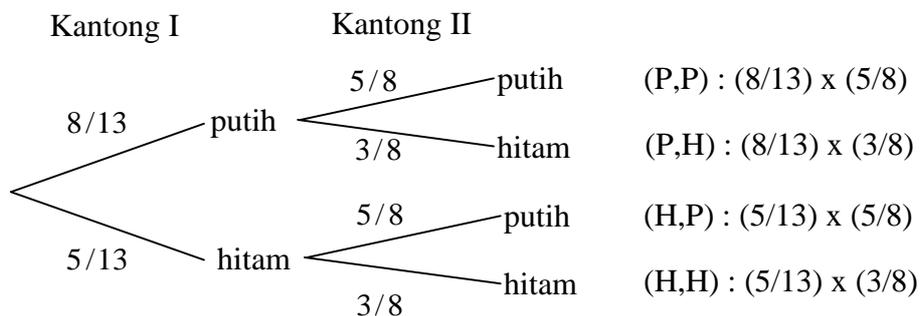
peluang mengambil bola putih di kantong kedua adalah  $\frac{5}{8}$ .

Cara untuk merepresentasikan yang diketahui pada soal ini dapat menggunakan diagram pohon sebagai berikut:



2. Merencanakan Cara Penyelesaian

Cara yang mudah untuk menyelesaikan persoalan ini adalah dengan menggunakan diagram pohon, yaitu :



3. Melaksanakan Rencana

Berdasarkan diagram pohon itu, kita dapat menentukan hal berikut:

$$P(\text{kantong I bola putih dan kantong II bola putih}) = (8/13) \times (5/8) = (5/13)$$

$$P(\text{kantong I bola putih dan kantong II bola hitam}) = (8/13) \times (3/8) = (3/13)$$

$$P(\text{kantong I bola hitam dan kantong II bola putih}) = (5/13) \times (5/8) = (25/104)$$

$$P(\text{kantong I bola hitam dan kantong II bola hitam}) = (5/13) \times (3/8) = (15/104)$$

#### 4. Melihat Kembali

Sekarang kita dapat menentukan peluang bahwa kedua bola yang terambil adalah bola putih, yaitu  $5/13$ .

### Kesimpulan

Sebuah masalah matematika yang diajukan pada siswa dan siswa tersebut dapat menyelesaikannya, maka setidaknya siswa memahami masalah tersebut, sehingga siswa dapat merencanakan penyelesaian, melaksanakan perhitungan dengan tepat, dan dapat memeriksa atau melihat kembali apa yang telah diproses sudah tepat. Aspek representasi matematik siswa dapat memberikan gambaran, penterjemahan, pengungkapan, penunjukkan kembali, pelambangan, gagasan, konsep matematik, dan hubungan di antaranya yang termuat dalam suatu konfigurasi, konstruksi, atau situasi masalah tertentu yang ditampilkan oleh siswa dalam bentuk beragam sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahamannya, atau mencari solusi dari masalah yang dihadapinya.

### DAFTAR PUSTAKA

- Dewanto, SP, 2007. *Meningkatkan Kemampuan Representasi Multipel Matematis Mahasiswa Melalui Belajar Berbasis Masalah*. Disertasi PPS UPI Bandung. Tidak Dipublikasikan.
- Hasanah, A, 2004. *Mengembangkan Kemampuan Pemahaman Matematika Siswa SMP Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah yang Menekankan pada Representasi Matematik*. Tesis PPS UPI Bandung, Tidak Diterbitkan.
- Hudojo, H, 1998. *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistis*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan dalam Era Globalisasi. PPS IKIP Malang. Malang, 4 April 1998.
- Lester, F., Garofalo, J, dan Kroll, D, 1989. *The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes (Final Report to The National Science Foundation NSF Project No. MDR 85 – 50346)* Blomington Indiana University, Mathematic Education Development Center.

Murtadlo, S, dan Tambunan, G, 1987. *Materi Pokok Pengajaran Matematika*. Jakarta. Karya Usaha.

National Council of Teachers of Mathematic, 1989. *Curriculum and Evaluation Student for School Mathematic*. Reston, VA :NCTM.

Polya, G., 1988. *How to Solve It*, New Jersey, Princeton University Press.

Ruseffendi, 1991. *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung, Tarsito.

Sumarmo, 1994. *Suatu Alternatif Pengajaran Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Guru dan Siswa SMA*. Laporan Penelitian FPMIPA, IKIP Bandung. Tidak Diterbitkan.