

EL EMPLEO DEL EJEMPLO PROMUEVE LA INTUICIÓN LÓGICA DE LAS LEYES DE DeMORGAN

Guillermo Macbeth¹

Instituto de Investigaciones Psicológicas

Universidad del Salvador

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

Eugenia Razumiejczyk¹

Instituto de Investigaciones Psicológicas

Universidad del Salvador

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

Resumen

Se presenta un reporte breve que informa los resultados de un experimento relacionado con el empleo de ejemplos sencillos para incrementar la intuición de equivalencias en la lógica de predicados. Los sujetos que recibieron ejemplos sencillos que ilustran las equivalencias de las leyes de DeMorgan lograron mejores rendimientos en tareas experimentales que requieren intuir tales equivalencias que los sujetos no expuestos a ejemplos ilustrativos. El tamaño del efecto de tal diferencia resultó mediano. Se discuten las implicancias de los resultados para la psicología del pensamiento y para la didáctica de las matemáticas.

Palabras clave

Cognición, lógica, leyes de DeMorgan, didáctica de las matemáticas

Introducción

Tanto las teorías sintácticas del razonamiento (Rips, 1994), como las semánticas (Johnson-Laird, 2008), coinciden en señalar la relevancia de la negación lógica para la comprensión del pensamiento humano (González Labra, 1998). La tradicional corriente de investigación dedicada al estudio de la lógica natural (Rips, 1994), por un lado, y el amplio campo de los

¹ Contacto: Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad del Salvador (IIPUS). Marcelo T. de Alvear 1314 (C1058AAV). Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina. Tel: (011) 4813-3404. Email: g.macbeth@conicet.gov.ar

modelos mentales (Johnson-Laird, 2008), por el otro, convergen en destacar la importancia cognitiva de las equivalencias en la lógica de predicados (Macbeth, Razumiejczyk & Adrover, 2011). Una de estas equivalencias, entendida como bicondicional tautológico (Garnier & Taylor, 1996), se define para los casos específicos de negación de conjunciones y de disyunciones. Las reglas conocidas como leyes de DeMorgan afirman que: a) la negación de una conjunción de dos proposiciones p y q equivale formalmente a la disyunción de ambas proposiciones negadas, y b) la negación de una disyunción de dos proposiciones p y q equivale formalmente a la conjunción de ambas proposiciones negadas. La primera ley de DeMorgan puede expresarse como $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$. La segunda ley de DeMorgan afirma que $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$. En estudios experimentales previos se ha encontrado que éstas leyes se reconocen de manera espontánea bajo ciertas condiciones (Macbeth *et al.*, 2011). El presente estudio se propone evaluar si el empleo del ejemplo en fase de estudio logra un incremento significativo del reconocimiento de leyes de DeMorgan en fase de prueba. En el contexto general de la psicología del pensamiento, esta conjetura no ha logrado resultados favorables de manera sistemática (González Labra, 1998). Por el contrario, en algunos casos se han generado distorsiones cognitivas de diversa importancia. Así, la ejemplificación como método para incrementar la calidad de la calibración ha generado sesgos de sobreestimación del propio rendimiento conocidos como sesgos de sobreconfianza (Evans & Over, 1996). Sin embargo, se propone aquí como hipótesis de trabajo que el empleo del ejemplo ilustrativo promueve la comprensión de las leyes de DeMorgan en contextos experimentales que requieren el reconocimiento intuitivo de tales figuras.

Método

Participantes

Se reclutaron aleatoriamente 94 estudiantes de la Facultad de Psicología y Psicopedagogía de la Universidad del Salvador en Buenos Aires, Argentina. La media de edad resultó de 21,2 años ($DE=0,3$). De esta muestra, 46 eran mujeres (49%) y 48 eran varones (51%). Ningún participante había recibido formación académica en lógica ni en matemáticas a la fecha del estudio. Se asignaron al azar 51 participantes a la condición experimental, que consistió en recibir ejemplos de leyes lógicas. Los 43 participantes restantes no recibieron ejemplos y fueron considerados como grupo control.

Procedimiento

Se diseñó, programó e implementó una plataforma *on-line* para la recolección de datos. En el sitio *Web* del Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad del Salvador (IIPUS) situado en <http://www.iipus.com> se instaló un formulario de tecnología *Google Docs* para evaluar las respuestas de los participantes a tareas de razonamiento lógico que emplean las leyes de DeMorgan. A todos los participantes se les presentó coloquialmente el significado y la forma específica que se corresponde con las leyes de DeMorgan para la negación de conjunciones y para la negación de disyunciones. Aleatoriamente se asignó a cada participante una de dos condiciones posibles antes de completar la tarea. De esta manera, se recolectó un grupo de sujetos que recibió ejemplos y otro grupo que no los recibió. Luego, en fase de prueba, todos los participantes respondieron a la misma tarea lógica que solicitó reconocer equivalencias para la negación de conjunciones y para la negación de disyunciones. Se emplearon ejemplos sencillos y coloquiales. Luego de consignar la forma abstracta de las equivalencias en ambos grupos, se empleó en la condición asignada al ejemplo la siguiente ilustración para la ley de negación de conjunciones: “Note que es lo mismo decir ‘no es cierto que: las manzanas son frutas y las palomas son pájaros’, que decir ‘o las manzanas no son frutas o las palomas no son pájaros’”. Para la ley de negación de disyunciones se empleó un ejemplo similar ajustado a la forma de la correspondiente figura. Cada participante debió responder diez tareas, de las cuales cinco son de la primera ley de DeMorgan y cinco son de la segunda. Cada tarea consistió en leer una expresión que contiene la negación de una conjunción, o la negación de una disyunción y seleccionar, luego, su equivalencia entre cuatro posibilidades.

Materiales

Se implementó la tarea experimental mediante una computadora situada en las instalaciones del IIPUS. Cada participante recibió las consignas directamente en la pantalla y sus respuestas se almacenaron *on-line*. La Figura 1 presenta una captura de pantalla de la consigna general y la Figura 2 presenta un ejemplo de tarea experimental.

Para dar sus respuestas, los participantes eligieron en pantalla la opción de respuesta que, según su intuición, aplica la ley de DeMorgan señalada en fase de estudio. Debido a que el manejo del formulario es sencillo, todos los participantes completaron las tareas sin requerir asistencia de los investigadores. Todas las respuestas y la navegación completa a través del formulario se realizaron mediante el uso de la consola y el *mouse*.

La recolección de las respuestas dadas por todos los participantes se realizó desde el dispositivo *Google Docs* y se exportó a un archivo de extensión *.xls* y, luego, se volvió a exportar al paquete R para su análisis estadístico.

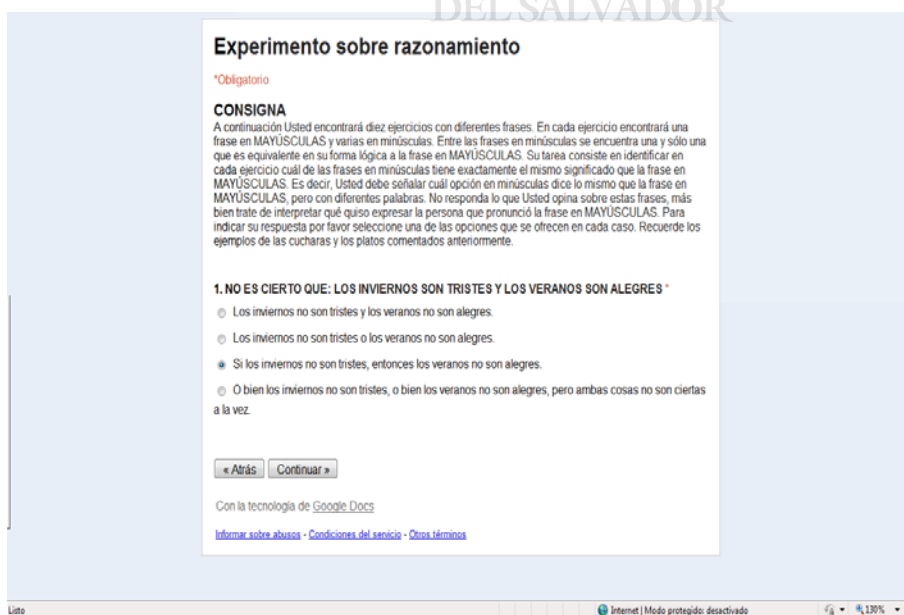
Figura 1

Consigna inicial del experimento *on-line*



Figura 2

Ejemplo de tarea experimental



Hipótesis

Se espera que el grupo de participantes que recibe ejemplos sencillos que ilustran el funcionamiento de las leyes de DeMorgan obtenga mejores rendimientos que el grupo que no recibe ejemplos.

Resultados

Los datos obtenidos resultaron incompatibles con el supuesto de normalidad por las pruebas de Kolmogorov-Smirnov, Levene y Shapiro-Wilk. Se emplearon en consecuencia métodos no paramétricos tanto para la obtención de significación estadística, como para la estimación del tamaño del efecto.

El grupo que no recibió ejemplos ($n=43$) obtuvo una media de 7,53 aciertos ($DE=2,75$) y una mediana de 9 aciertos ($MAD=1$). El grupo que recibió ejemplos ($n=51$) generó una media de 8,45 ($DE=2,35$) y una mediana de 10 aciertos ($MAD=0$). Los aciertos del grupo que recibió ejemplos predominaron sobre los aciertos del grupo que no los recibió. Este predominio resultó significativo por el test de Mann-Whitney ($Z=-2,107$, $p=0,035$). El correspondiente tamaño del efecto no paramétrico se estimó mediante la δ de Cliff, que resultó de 0,241. Esta magnitud se corresponde con un tamaño del efecto mediano. Este resultado es coherente con la hipótesis de trabajo propuesta.

Discusión

El entrenamiento en tareas de pensamiento no siempre genera mejoras del rendimiento en experimentos de razonamiento lógico (Evans & Over, 1996). En el presente estudio centrado en la intuición de las leyes de DeMorgan, sin embargo, el empleo del ejemplo ilustrativo logró promover el reconocimiento de tales figuras. El efecto detectado es significativo, de tamaño del efecto mediano y coherente con estudios previos (Macbeth *et al.*, 2011).

Una limitación del presente estudio consiste en la utilización exclusiva de ejemplos coloquiales. Se sugiere emplear en futuros estudios otros medios de ejemplificación tales como las tablas de verdad y los diagramas de Venn-Euler para comparar el efecto de los diferentes niveles de abstracción sobre la comprensión de las leyes de DeMorgan.

Los hallazgos poseen implicancias básicas para la comprensión de los procesos cognitivos del pensamiento deductivo, pero también para la enseñanza de la lógica. Desde una

perspectiva didáctica, los resultados del experimento aquí reportado recomiendan el empleo sistemático de ejemplos sencillos y coloquiales para la promoción de la comprensión de las leyes de DeMorgan.

Reconocimientos

El presente estudio recibió fondos del PIP N° 11420080100602 concedido al primer autor por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas de Argentina.

En todas las etapas de desarrollo del estudio se contó con la participación activa de los miembros del grupo de investigación sobre Pensamiento, Razonamiento y Toma de Decisiones del Instituto de Investigaciones Psicológicas de la Universidad del Salvador (IIPUS), bajo la dirección del primer autor.

Referencias

- Evans, J.S.B., & Over, D.E. (1996). *Rationality and Reasoning*. East Sussex, UK: Psychology Press.
- Garnier, R., & Taylor, J. (1996). *100% Mathematical Proof*. Chichester: John Wiley & Sons.
- González Labra, M.J. (1998). *Introducción a la Psicología del Pensamiento*. Madrid: Trotta.
- Johnson-Laird, P.J. (2008). *How We Reason*. Oxford: Oxford University Press.
- Macbeth, G., Razumiejczyk, E., & Adrover, J.F. (2011). Efecto de la Personalidad sobre la Intuición Lógica. *Acta Psiquiátrica y Psicológica de América Latina*, 57(2), 115-121.
- Rips, L.J. (1994). *The Psychology of Proof. Deductive Reasoning in Human Thinking*. Cambridge, Mass: MIT Press.