

# Pengembangan Algoritma *Biogeography-based Optimization* (BBO) untuk Penyelesaian *Single Machine Total Weighted Tardiness Problem* (SMTWTP)

Ade Lia D. Safitri dan Budi Santosa

Jurusan teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: budi\_s@ie.its.ac.id

**Abstrak**— Permasalahan penjadwalan adalah salah satu permasalahan populer yang masih banyak diteliti. Salah satu masalah penjadwalan dasar adalah *Single Machine Total weighted Tardiness Problem* (SMTWTP). Permasalahan tersebut termasuk *NP-hard* sehingga tidak sesuai untuk diselesaikan dengan metode eksak. Saat ini telah banyak berkembang metode metaheuristik yang mampu memberikan solusi cukup bagus untuk permasalahan *NP-hard*. Salah satu metode metaheuristik baru yang mengadaptasi fenomena biogeografi adalah *Biogeography-based Optimization* (BBO). Algoritma BBO diketahui memiliki performansi yang cukup bagus untuk permasalahan kontinyu. Pada penelitian ini dikembangkan sebuah algoritma BBO untuk menyelesaikan permasalahan diskrit yaitu SMTWTP. Dalam penelitian ini BBO mampu mencapai 57 nilai optimal dari 75 kasus berbeda. BBO memiliki performansi yang lebih baik dari *Particle Swarm Optimization* dengan 19 nilai optimal tetapi tidak lebih baik dibandingkan dengan *Genetic Algorithm* modifikasi yang mampu mencapai 67 nilai optimal.

**Kata Kunci**— *Biogeography-based Optimization*, kombinatorial, metaheuristik, *Single Machine Total Weighted Tardiness Problem*.

## I. PENDAHULUAN

PENJADWALAN merupakan salah satu permasalahan yang populer. Sebelumnya telah banyak dilakukan penelitian tentang penjadwalan untuk pengembangan ilmu optimasi. Banyaknya *job* yang harus dikerjakan pada mesin menuntut adanya penjadwalan yang baik agar dapat mengoptimalkan *goal* atau tujuan penjadwalan itu sendiri. *Goal* dari penjadwalan bisa bermacam-macam sesuai dengan kriteria penjadwalan. *Goal* bisa berupa minimasi keterlambatan (*tardiness*), minimasi waktu penyelesaian (*makespan*), minimasi jumlah *job* yang terlambat, dan sebagainya [1].

Salah satu permasalahan penjadwalan dasar adalah *Single Machine Total Weighted Tardiness Problem* atau biasa disebut dengan SMTWTP [2]. Pada permasalahan ini akan dicari solusi berupa urutan *job* pada satu mesin untuk meminimasi keterlambatan (*tardiness*). Masing-masing *job* yang akan dijadwalkan memiliki *due date* dan bobot keterlambatan yang berbeda-beda. Semakin besar bobot pada suatu *job*, maka denda yang ditimbulkan jika terlambat juga akan semakin besar. Oleh karena itu, diperlukan suatu teknik

solusi yang mampu memperoleh urutan *job* agar keterlambatan yang terjadi bisa minimal. SMTWTP merupakan sebuah permasalahan kombinatorial yang tergolong dalam *Non Polynomial-hard (NP-hard) problem* sehingga sulit untuk diselesaikan dengan metode eksak. Jika permasalahan ini diselesaikan dengan metode eksak seperti *integer programming*, akan diperlukan waktu yang sangat lama terutama untuk kasus dengan *job* yang sangat banyak. Sebelumnya sudah banyak dilakukan penelitian yang menawarkan berbagai pendekatan dan metode sebagai alternatif untuk menyelesaikan masalah ini. Beberapa metode tersebut antara lain adalah *Branch and Bound Algorithm* [3], an  $O(n^2)$  *time approximation algorithm* [4], *Tabu Search Algorithm* [5], dan lain-lain.

Saat ini telah banyak berkembang algoritma metaheuristik untuk menyelesaikan kasus-kasus *NP-hard*. Metode metaheuristik yang kini sedang populer adalah metode yang berbasis biologi (*biology based*). Metode-metode ini banyak mengadaptasi dari fenomena alam dan perilaku hewan dalam kehidupan sehari-hari. Metode yang berbasis biologi antara lain adalah *Particle Swarm Optimization*, *Ant Colony Optimization*, *Genetic Algorithm*, dan *Biogeography-based Optimization*.

*Biogeography-based Optimization* merupakan suatu metode metaheuristik baru yang diperkenalkan oleh Simon [6]. Algoritma BBO mampu menghasilkan solusi yang kompetitif untuk fungsi-fungsi unimodal maupun multimodal dibandingkan dengan algoritma metaheuristik berbasis populasi lainnya. Karena masih baru, metode ini masih belum banyak diaplikasikan pada permasalahan-permasalahan nyata. Algoritma BBO diadaptasi dari fenomena alam tentang persebaran makhluk hidup di berbagai pulau. Di masing-masing pulau akan terjadi migrasi baik emigrasi maupun imigrasi oleh makhluk hidup penghuninya. Pulau dengan kesesuaian lingkungan hidup yang tinggi, baik dari suhu, curah hujan, dan sebagainya, akan memiliki lebih banyak spesies di dalamnya dibandingkan pulau yang lain. Dalam kasus penjadwalan, pulau dengan kesesuaian spesies yang tinggi mewakili urutan penjadwalan *job* yang baik. Sampai saat ini algoritma BBO belum pernah diaplikasikan untuk kasus penjadwalan khususnya SMTWTP. Maka dari itu, pada penelitian ini akan dilakukan pengembangan algoritma BBO

untuk menyelesaikan permasalahan SMTWTP.

II. DEFINISI PERMASALAHAN

*Single Machine Total Weighted Tardiness* didefinisikan sebagai berikut [4] :

- a. Terdapat  $n$  job ( $J_1, J_2, J_3, \dots, J_n$ ) yang tersedia untuk dikerjakan.
- b. Hanya ada satu mesin yang tersedia untuk mengerjakan *job*.
- c. Mesin hanya bisa mengerjakan satu *job* dalam satu waktu.
- d. Masing-masing *job* ( $J_i$ ) memiliki waktu proses  $p_i$ , *due date*  $d_i$ , dan bobot penalti keterlambatan  $w_i$ .
- e. Semua *job* tersedia pada waktu ke-0 untuk diproses mesin tanpa adanya *preemption*.

Tujuan utama dari penyelesaian SMTWTP adalah mendapatkan urutan *job* untuk meminimasi *total tardiness*. Keterlambatan dari masing-masing *job* diformulasikan sebagai berikut.

$$T_i(\pi) = \max \{0, C_i(\pi) - d_i\} \tag{1}$$

dimana  $C_i(\pi)$  adalah waktu penyelesaian (*completion time*) dari *job*  $j$  pada urutan  $\pi$  dan  $T_i(\pi)$  adalah keterlambatan *job*  $i$  pada urutan  $\pi$ . Sedangkan fungsi tujuan dari SMTWTP dapat diformulasikan sebagai berikut.

$$f(\pi) = \sum_{i=1}^n w_i T_i(\pi) \tag{2}$$

dimana fungsi  $f(\pi)$  merupakan fungsi minimasi dan  $w_i$  adalah bobot keterlambatan *job* ke- $i$ .

III. BIOGEOGRAPHY-BASED OPTIMIZATION

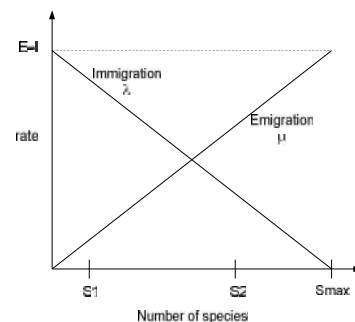
*Biogeography-based Optimization* (BBO) merupakan salah satu metode metaheuristik baru yang terinspirasi dari fenomena alam yaitu ilmu biogeografi. Biogeografi merupakan ilmu yang mempelajari persebaran spesies tertentu berdasarkan kondisi geografi [7]. Metode BBO diperkenalkan pertama kali oleh Simon untuk menyelesaikan fungsi-fungsi kontinu Metode ini berdasar atas prinsip bagaimana spesies bermigrasi dari satu pulau ke pulau lain, bagaimana spesies baru bisa muncul, dan bagaimana spesies bisa punah [6]. Berikut ini adalah konsep dari BBO.

A. Biogeografi

Berdasarkan prinsip biogeografi, pulau yang memiliki kesesuaian yang tinggi terhadap spesiesnya akan dihuni lebih banyak spesies. Dalam BBO, solusi dari permasalahan dianalogikan sebagai pulau-pulau.. Pulau yang baik memiliki nilai *Habitat Suitability Index* (HSI) yang tinggi. Nilai HSI dalam bidang optimasi biasa disebut dengan nilai *fitness* atau nilai kesesuaian dengan fungsi tujuan. Variabel-variabel yang mempengaruhi HSI disebut dengan *Suitability Index Variable* (SIV). Dalam metode BBO, SIV merupakan *independent variable*, sedangkan HSI merupakan *dependent variable* [6].

B. Migrasi

Habitat atau pulau yang memiliki HSI tinggi atau dihuni lebih banyak spesies akan memiliki tingkat emigrasi yang tinggi serta tingkat imigrasi yang rendah. Hal tersebut akan memungkinkan habitat dengan HSI tinggi akan cenderung statis. Karena memiliki tingkat emigrasi yang tinggi, spesies akan cenderung beremigrasi ke habitat-habitat terdekatnya. Begitu sebaliknya, habitat dengan HSI rendah akan memiliki tingkat emigrasi yang rendah serta tingkat imigrasi yang tinggi sehingga akan lebih banyak menerima spesies dari habitat-habitat yang “lebih baik”. Meskipun begitu, spesies yang beremigrasi ke pulau lain tidak benar-benar hilang dari pulau asalnya. Spesies tersebut akan tetap ada pada pulau awal, dalam waktu bersamaan spesies tersebut akan muncul pada pulau dengan HSI rendah. Secara umum proses migrasi ini akan menyebabkan solusi buruk menerima fitur dari solusi yang lebih baik (Simon, 2008). Semakin tinggi tingkat emigrasi suatu pulau, maka akan semakin rendah tingkat imigrasinya. Begitu sebaliknya, pulau dengan tingkat emigrasi rendah akan cenderung memiliki tingkat imigrasi yang tinggi. Tingkat emigrasi suatu pulau selaras dengan jumlah spesies yang hidup di dalamnya. Pulau dengan tingkat emigrasi tinggi memiliki spesies yang lebih banyak dibanding pulau lain dengan tingkat emigrasi lebih rendah. Ilustrasi hubungan antara tingkat emigrasi, imigrasi, dengan jumlah spesies serta perbandingan dua solusi berbeda ditunjukkan pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Grafik Migrasi [6]

C. Mutasi dan Elitisme

Selain proses migrasi, dalam metode BBO juga terjadi mutasi dan elitisme. Mutasi merupakan suatu kejadian yang menyebabkan perubahan besar terhadap suatu habitat. Probabilitas mutasi suatu habitat disebut dengan *mutation rate*. Tingkat mutasi suatu habitat ditentukan dari banyaknya spesies yang hidup pada habitat tersebut. Habitat dengan nilai HSI tinggi memiliki tingkat mutasi yang cenderung lebih kecil dibandingkan habitat yang memiliki nilai HSI rendah. Hal ini menyebabkan solusi-solusi baik jarang terpilih untuk dimutasi sehingga tetap bertahan pada generasi selanjutnya. Dengan terjadinya mutasi ini akan muncul habitat baru yang mengganti habitat lama yang memiliki nilai HSI rendah. Jika tidak ada mutasi akan menyebabkan solusi-solusi dengan HSI tinggi menjadi lebih dominan sehingga bisa terjebak *local optima*. Tingkat mutasi dari tiap habitat diformulasikan seperti berikut.

$$m_k = m_{max} \left( \frac{1 - P_k}{P_{max}} \right) \tag{3}$$

dimana  $m_k$  adalah tingkat mutasi,  $m_{max}$  adalah tingkat mutasi maksimum yang merupakan parameter yang ditentukan,  $P_k$  adalah probabilitas jumlah spesies pada habitat, dan  $P_{max}$  adalah probabilitas maksimum yang mungkin terjadi.

Habitat baru hasil mutasi akan menggantikan habitat yang telah ada sebelumnya. Dengan adanya elitisme, solusi-solusi terbaik yang sudah ditemukan sebelumnya akan tetap bertahan. Mutasi bisa terjadi pada semua solusi kecuali solusi terbaik dengan probabilitas ( $P_k$ ) tertinggi. Mekanisme dari mutasi yang digunakan dalam BBO bisa bermacam-macam seperti halnya mekanisme mutasi yang digunakan pada *Genetic Algorithm*.

**D. Algoritma BBO untuk SMTWTP**

Untuk menyelesaikan SMTWTP dengan menggunakan BBO dibutuhkan *input* data *job* serta beberapa parameter BBO. Parameter yang dibutuhkan adalah:

- $S_{max}$  : jumlah spesies maksimal dalam habitat
- $it_{max}$  : iterasi/generasi maksimal
- $m_{max}$  : tingkat mutasi maksimal
- $E_{max}$  : tingkat emigrasi maksimal
- $I_{max}$  : tingkat imigrasi maksimal
- Elit* : parameter elit

Pengembangan algoritma BBO ini dijelaskan pada 3 algoritma utama berikut:

**Algoritma 1 (BBO)**

1. Menginisiasi parameter awal
2. Set iterasi=1
3. Membangkitkan bilangan *random* sejumlah matrik  $N \times n$ , dimana  $N$  adalah jumlah pulau/habitat dan  $n$  adalah jumlah *job* yang akan dijadwalkan.
4. Mentransformasikan bilangan *random* tersebut menjadi urutan-urutan *job*.
5. Mengevaluasi HSI masing-masing habitat dengan fungsi tujuan minimasi *tardiness*.
6. Mengurutkan habitat dari yang terbaik ke paling buruk.
7. Memetakan HSI ke jumlah spesies.
8. Menghitung  $\mu_i$  dan  $\mu_j$
9. Modifikasi habitat non-elit berdasarkan operasi migrasi pada **Algoritma 2**
10. Melakukan mutasi untuk habitat non-elit berdasarkan operasi mutasi yang ada pada **Algoritma 3**
11. Mengevaluasi habitat-habitat baru
12. Mengganti habitat lama dengan habitat baru
13. Mengganti habitat buruk dengan habitat elit pada tahap sebelumnya
14. Iterasi=iterasi+1
15. Ulangi ke langkah 5 selama belum mencapai iterasi maksimal.

**Algoritma 2 (Migrasi)**

1. Menyalin bilangan *random* dalam habitat emigrasi ke habitat imigrasi untuk menggantikan bilangan *random* pada urutan yang sama dari habitat emigrasi. Langkah ini dilakukan berdasarkan nilai  $\mu_i$  untuk menentukan habitat mana yang menjadi acuan emigrasi.

2. Ulangi langkah 1 untuk semua SIV (bilangan *random*) dalam habitat.
3. Menghitung  $scale$
4. Membangkitkan bilangan *random* kemudian membandingkan dengan  $scale$ . Jika bilangan  $random < scale$ , maka SIV terpilih untuk bermigrasi.
5. Ulangi langkah 4 untuk semua SIV dan habitat.
6. Mengganti habitat awal dengan habitat hasil migrasi.
7. Transformasikan kembali bilangan *random* pada habitat menjadi urutan *job*.
8. Ulangi langkah 1 hingga semua habitat diseleksi untuk migrasi.

**Algoritma 3 (Mutasi)**

1. Hitung tingkat mutasi
2. Memilih habitat yang akan dimutasi sesuai dengan tingkat mutasi
3. Lakukan mutasi dengan metode *flip* (membalik)
4. Ulangi langkah 1 untuk semua habitat non-elit

**IV. PENGUJIAN ALGORITMA**

Pengujian algoritma BBO untuk SMTWTP dilakukan untuk tiga ukuran data yang berbeda. Algoritma BBO akan dibandingkan dengan metode GA modifikasi yang memiliki performansi cukup bagus untuk permasalahan kombinatorial [8]. Selain itu BBO akan dibandingkan dengan algoritma *Particle Swarm Optimization* (PSO) yang juga menggunakan bilangan *random* sebagai elemen partikelnya. Data uji yang digunakan adalah 25 sampel kasus wt40, 25 sampel kasus wt50, dan 25 sampel kasus wt100 yang diperoleh dari *OR Library*. Setiap kasus masing-masing akan di-*running* sebanyak beberapa kali replikasi menggunakan parameter yang berbeda-beda. Pada algoritma BBO digunakan tingkat mutasi maksimal sebesar 0,03 dan menggunakan metode *flip* untuk operasi mutasinya. Sedangkan pada algoritma PSO digunakan nilai  $\rho_{max}$  sebesar 0,9 dan  $\rho_{min}$  sebesar 0,4. Untuk mengetahui performansi algoritma, akan dilihat seberapa banyak algoritma dapat mencapai nilai optimal dan *best known* untuk seluruh *instance*/kasus yang digunakan. Tabel 1 dan Tabel 2 berikut ini adalah hasil pengujian data dengan Algoritma BBO dibandingkan dengan metode GA modifikasi dan PSO.

Tabel 1. Hasil Pencapaian optimal BBO, GA modif, dan PSO

Metode	Jumlah Optimal		
	wt40	wt50	wt100
BBO	25	25	7
GA modif	25	25	17
PSO	8	7	4

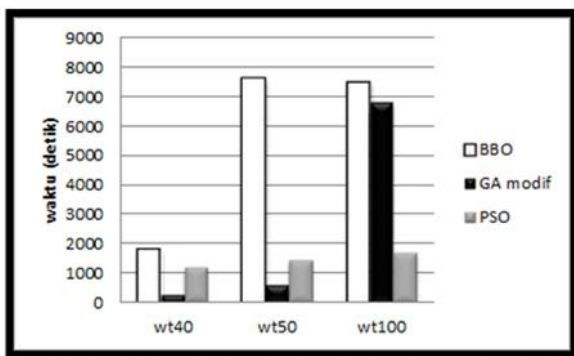
Tabel 2. Hasil waktu komputasi BBO, GA modif, dan PSO

Metode	Waktu Rata-rata (s)		
	wt40	wt50	wt100
BBO	1811,903	7630,026	7499,894
GA modif	255,5006	628,1413	6795,917

PSO	1179,476	1425,241	1687,39
-----	----------	----------	---------

Dari pengujian algoritma dapat diketahui bahwa performansi BBO sama dengan GA modifikasi pada kasus wt40 dan wt50 dengan mampu menyelesaikan seluruh sampel kasus dengan optimal. Namun, BBO hanya mampu menyelesaikan 7 dari 25 kasus wt100 sedangkan GA modif lebih unggul dengan mampu menyelesaikan 17 dari 25 sampel kasus wt100. Berbeda cukup jauh dengan BBO dan GA modifikasi, algoritma PSO yang menggunakan bilangan random sebagai elemen partikel hanya mampu mencapai 8 nilai optimal untuk wt40, 7 nilai optimal untuk wt50 dan 4 nilai optimal untuk wt100. Pengujian data pada PSO dilakukan dengan menggunakan iterasi dan jumlah partikel yang sesuai hingga terjadi konvergensi dimana tidak ada perbaikan solusi meskipun jumlah iterasi ditambah.

Dari segi waktu komputasi, BBO membutuhkan waktu yang lebih lama dibandingkan GA modifikasi untuk mencapai nilai optimal. Sedangkan waktu yang dibutuhkan PSO untuk mencapai konvergensi lebih cepat dibandingkan waktu yang dibutuhkan algoritma BBO. Pada Gambar 2 berikut ini ditunjukkan grafik perbandingan waktu komputasi dari BBO dan GA modifikasi.



Gambar 3. Grafik Perbandingan Waktu Komputasi BBO-GA modifikasi

## V. KESIMPULAN

Dalam jurnal ini diusulkan suatu algoritma BBO untuk menyelesaikan SMTWTP. Dari pengujian algoritma diketahui bahwa algoritma BBO memiliki performansi yang cukup kompetitif dengan mampu menyelesaikan 57 kasus dengan optimal dari total 75 sampel kasus. Performansi BBO tidak lebih baik dibandingkan metode GA modifikasi tetapi lebih baik dari algoritma PSO untuk kasus SMTWTP. Hasil BBO masih di bawah performansi GA modifikasi yang mampu menyelesaikan 67 dari 75 kasus tetapi lebih unggul daripada PSO yang mampu menyelesaikan 19 dari 75 kasus.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih untuk seluruh Dosen dan Karyawan Jurusan Teknik Industri, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Sepuluh Nopember yang memberikan banyak dukungan dalam penelitian ini.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Baker, Kenneth R. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey (1974).
- [2] Pinedo, Michael. *Scheduling Theory, Algorithms, and Systems, second edition*. Prentice Hall. New Jersey (2002).
- [3] Baker, Kenneth R and Dan Trietsch *Principles of Sequencing and Scheduling*. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey (2009).
- [4] Cheng, T.C.E, C.T Ng, J.J. Yuan, and Z.H. Liu *Single Machine Scheduling to Minimize Total Weighted Tardiness*. *European Journal of Operational Research, Volume 165, Issue 2, 1 September 2005, Pages 423-443* (2004).
- [5] Wan Guohua and Benjamin P.-C. Yen. Tabu Search for Single Machine Scheduling with Distinct Due Windows and Weighted Earliness/Tardiness Penalties. *European Journal of Operational Research, Volume 142, Issue 2, 16 October 2002, Pages 271-281*(2002).
- [6] Simon, Dan. *Biogeography-based Optimization*. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 12, no. 6 (2008).
- [7] Huggett, Richard John *Fundamentals of Biogeography, second edition*. Roulledge. Milton Park, Abingdon (2004).
- [8] Santosa, B. and P. Willy *Metoda Metaheuristik Konsep dan Implementasi*. Surabaya, Guna Widya (2011).