

УДК 62-522.2, 621.86, 621.87, 681.523.4

Анализ, прогнозирование и управление ударным воздействием на объект подъема при переключении ступеней гидроцилиндра

Кобызев С. В.^{1,*}, Ломакин В. В.¹

[*ksergeyv@hotmail.com](mailto:ksergeyv@hotmail.com)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе рассматривается система, главными элементами которой являются двухступенчатый гидроцилиндр и поднимаемый объект. Методом численного моделирования исследуется природа и величина динамического воздействия (удар) на поднимаемый объект при переключении ступеней гидроцилиндра. Принимается во внимание сжимаемость гидравлической жидкости и трение между элементами гидроцилиндра. В результате исследования определена количественно величина удара. Исследовано влияние трения на величину удара. В качестве меры предотвращения удара предложено введение камеры противодействия нижней ступени гидроцилиндра. Приведено значение оптимального давления в камере противодействия.

Ключевые слова: гидроцилиндр, удар, переключение ступеней, камера противодействия

Введение

Гидроцилиндры, как одноступенчатые, так и многоступенчатые, находят самое широкое применение в агрегатах наземного оборудования стартовых комплексов. Особо широко гидроцилиндры применяются в системах подъема и кантования грузов [1]. Применение гидроцилиндров обусловлено высокими мощностями привода при сравнительно небольшом объеме и массе, удобстве преобразования энергии. Хотя гидроцилиндры, в большинстве своем, не отличаются высокими скоростями работы и, соответственно, динамическими воздействиями на груз, однако существуют системы подъема в которых скорость работы являются важным фактором [2, 3]. При создании и расчете подобных систем необходим учет динамического воздействия системы подъема на поднимаемый объект. Как известно на практике, работа гидроцилиндра сопровождается динамическими воздействиями на поднимаемый объект в начале и конце подъема, а также при переключении ступеней [1]. Динамический расчет агрегата при подъеме груза в таких случаях не может проводиться в отрыве от расчета гидросистемы, необходим сквозной динамический расчет, который учитывает динамические свойства как поднимаемого объекта, так и гид-

росистемы подъема, включая входящие в нее гидроцилиндры. В данной работе рассмотрен вопрос о динамическом воздействии гидроцилиндра на поднимаемый объект при переключении ступеней гидроцилиндра.

Проводится оценка величины ударного воздействия, рассматриваются варианты мер по ослаблению ударного воздействия, приводится метод расчета оптимального давления в камере противодействия для исключения ударного воздействия.

В представляемом исследовании были поставлены следующие проблемные вопросы.

Определение механики возникновения динамического воздействия (удара) при переключении ступеней гидроцилиндра путем цифрового моделирования.

Отработка при создании математической модели и вычислительного алгоритма методики построения математических моделей пневмогидравлических систем из типовых функциональных блоков и типовых межблочных интерфейсов применительно к многоступенчатым гидроцилиндрам.

Исследование на построенной модели влияния характеристик многоступенчатого гидроцилиндра и системы “поднимаемый объект - многоступенчатый гидроцилиндр”, включая подачу насоса, длину подводящих трубопроводов, трение в системе, геометрические характеристики гидроцилиндра, особенности конструкции гидроцилиндра (наличие и отсутствие камеры противодействия) на характеристики динамического воздействия на поднимаемый объект.

Поиск конструктивных и технологических вариантов воздействия на характеристики динамического воздействия при переключении ступеней гидроцилиндра при подъеме объекта. Оценка предлагаемых вариантов.

Составление на основе результатов численного моделирования характеристик динамического воздействия упрощенной зависимости для оценки динамики поднимаемого объекта при проектировании систем с многоступенчатыми гидроцилиндрами без привлечения численного интегрирования и получение зависимости для рекомендуемого давления в камере противодействия, исключающего удар при переключении ступеней.

Разработка и введение, на основе результатов настоящего исследования, в состав методики составления моделей пневмогидравлических систем модуля учета переключения условий работы системы (режимов) (Chain of Events), необходимого для переключения параметров модели при достижении соударения механических элементов системы, закрытия и открытия клапанов, золотников в процессе численного интегрирования [4, 5, 6]. Исследование поведения многоступенчатого гидроцилиндра при переключении ступеней показательно в этом плане, так как именно успешное моделирование переключения режимов данном случае составляет основу вычислительного алгоритма.

Главная задача исследования — при наличии и отсутствии камеры противодействия, заданном соотношении рабочих площадей гидроцилиндра до и после переключе-

ния оценить величину ударного воздействия на поднимаемый объект по величине ударного импульса.

При проведении исследования принято, что при наличии камеры противодействия на первой ступени гидроцилиндра возможно подобрать функцию изменения давления в ней таким образом, что страгивание второй ступени будет происходить до встречи первой ступени с ограничителем и удара не будет происходить вообще. Динамическое воздействие остается. Но его величина при оптимальном выборе функции изменения давления в камере противодействия имеет тот же порядок, что и динамическое воздействие при страгивании первой ступени.

Реальное воздействие на поднимаемый объект будет определяться также массой и податливостью механических элементов между гидроцилиндром и поднимаемым объектом (стрела)[3], и податливостью грунта [2].

Математическая модель

Расчетная схема системы «Жесткое основание – двухступенчатый гидроцилиндр – жесткий шток – поднимаемый объект» приведена на рис. 1.

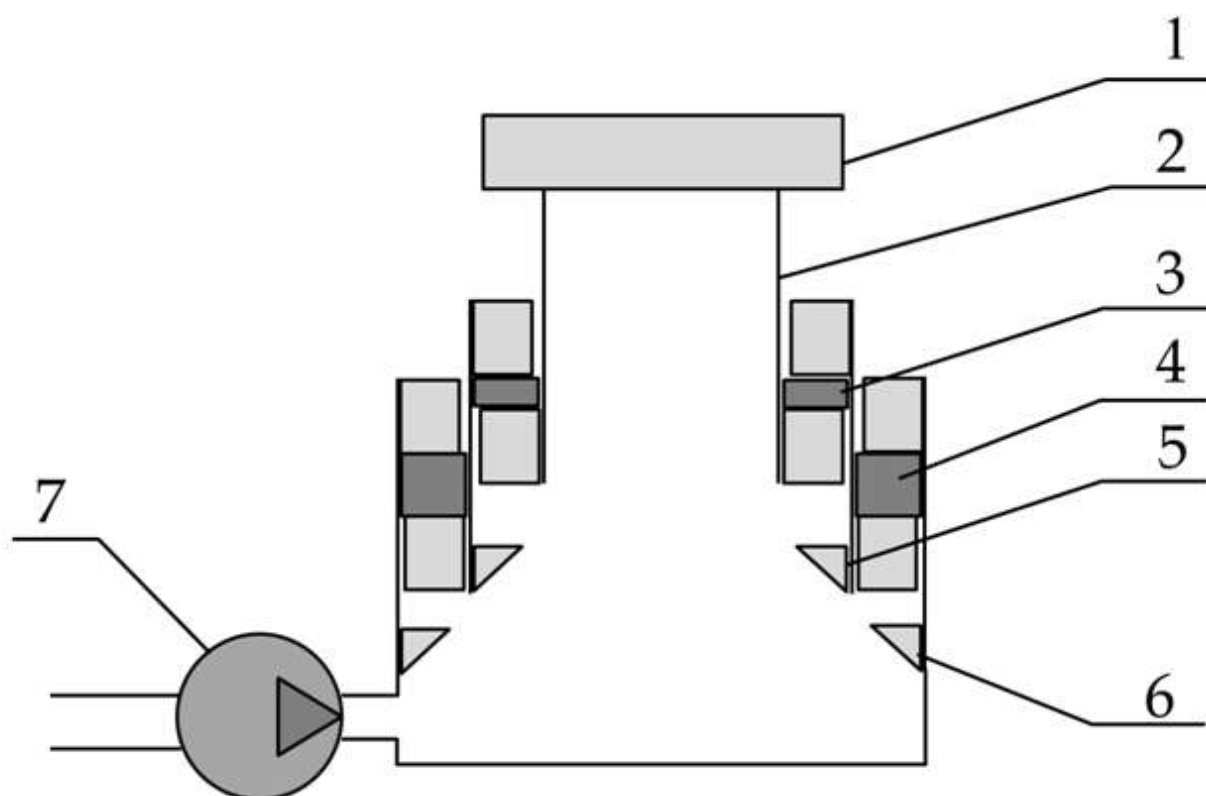


Рис. 1. Расчетная схема системы. 1 – поднимаемый груз, 2 – вторая ступень гидроцилиндра, 3 – камера противодействия верхней ступени, 4 – камера противодействия первой ступени, 5 – нижний упор верхней ступени гидроцилиндра, 6 – нижний упор нижней ступени гидроцилиндра.

Система уравнений, используемая при моделировании движения поднимаемого груза:

Массовая подача насоса:

$$\dot{m} = Q\rho_0$$

где Q – объемная подача, ρ_0 – плотность жидкости на входе в насос.

Масса гидравлической жидкости в объеме гидроцилиндра и подводящего трубопровода

$$m = m_0 + \int_0^t \dot{m} dt$$

где m_0 – начальная масса гидравлической жидкости при нулевом избыточном давлении

Ускорение первой ступени гидроцилиндра с учетом трения

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_\Sigma} \left(-m_\Sigma g + \sum_i S_i P_i + \sum_j F_{\text{тр}j} \right)$$

где m_Σ – масса жидкости в полости гидроцилиндра, S_i – рабочие площади элементов гидроцилиндра, P_i – давления в полостях гидроцилиндра, $F_{\text{тр}j}$ – силы трения между элементами гидроцилиндра.

$$P = P_0 + \frac{1}{\beta} \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho},$$

где ρ_0 – исходная плотность жидкости в главной рабочей полости гидроцилиндра, ρ – текущая плотность жидкости в главной рабочей полости гидроцилиндра. Сила трения между элементами гидроцилиндра

$$F_{\text{тр}} = -\text{sign}(\Delta\dot{x}_i) m_i g k,$$

где k – коэффициент трения между элементами гидроцилиндра

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$V = V_0 + S_i x_i,$$

где V_0 – начальный объем жидкости в рабочей полости гидроцилиндра, V – текущий объем жидкости в рабочей полости гидроцилиндра, x_i – перемещения элементов гидроцилиндра.

При построении модели приняты следующие основные допущения

Не учтены волновые процессы в трубопроводах, при этом сохранен учет сжимаемости жидкости в трубопроводе.

Объем гидроцилиндра и подводящей магистрали считается единым объемом с полостью гидроцилиндра с постоянным по объему и переменным по времени давлением.

Не учтена податливость трубопроводов и стенок цилиндра.

Шток гидроцилиндра считается вертикальным и жестким, непосредственно соединенным с нагрузкой.

При разработке вычислительного алгоритма учитывались возможные состояния двухступенчатого гидроцилиндра как в варианте с камерой противодействия, так и без камеры противодействия.

Перечень возможных состояний рассматриваемой системы приведен на рис. 2.

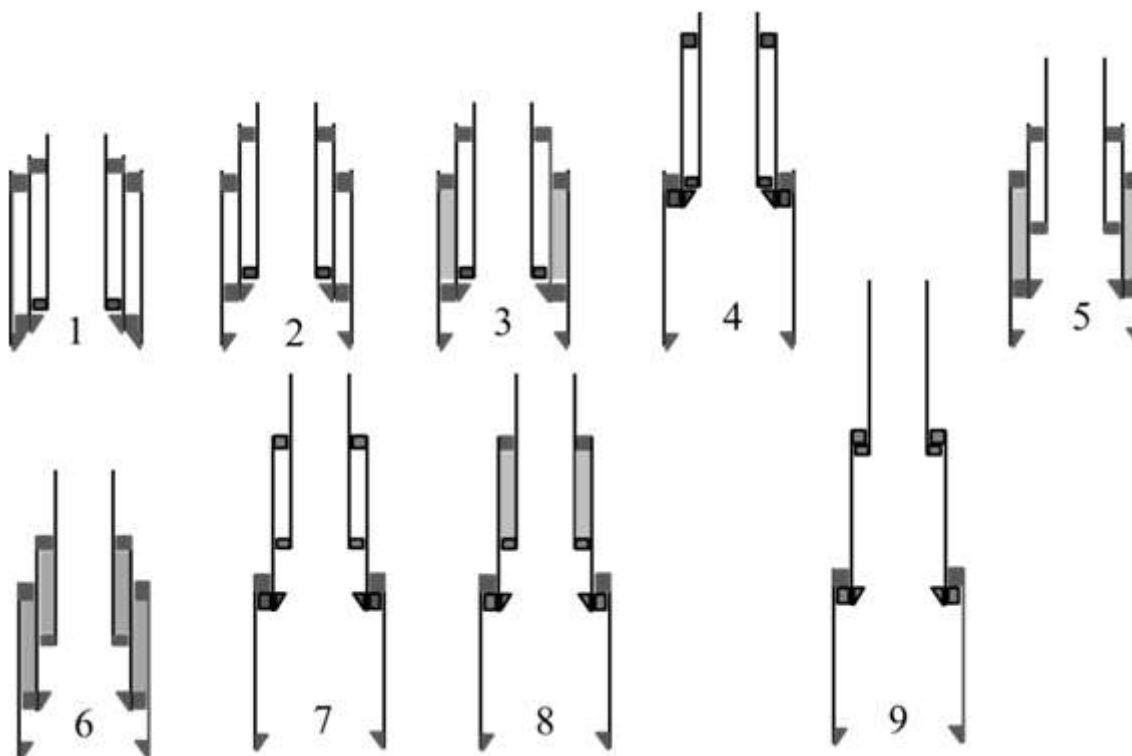


Рис. 2. Перечень возможных состояний рассматриваемой системы.

Схема возможных переходов между состояниями гидроцилиндра [5], реализованная в вычислительном алгоритме, приведена на рис. 3.

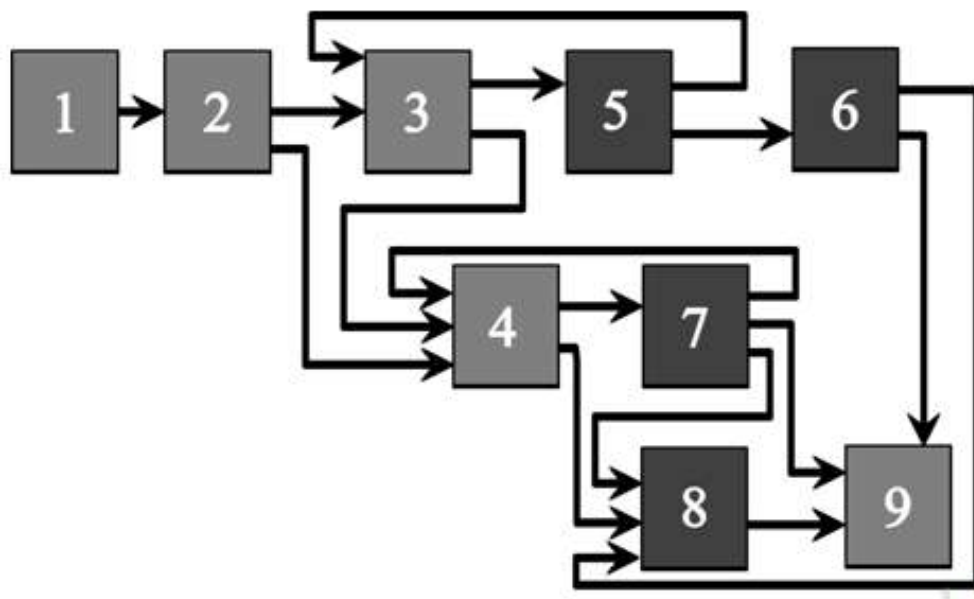


Рис. 3. Переходы между состояниями гидроцилиндра

Геометрические параметры расчетного варианта гидроцилиндра

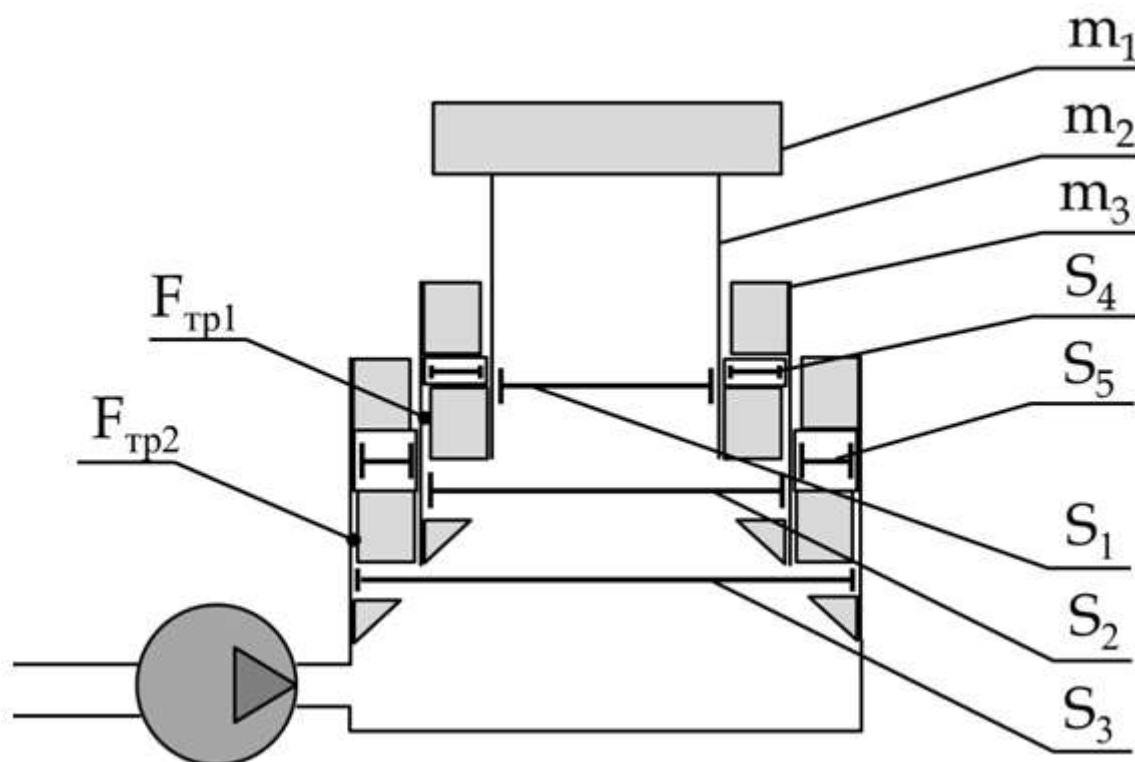


Рис. 4. Характерные параметры гидроцилиндра

Геометрические параметры

$$S_1 = 0,004 \text{ м}^2$$

$$S_2 = 0,025 \text{ м}^2$$

$$S_3 = 0,038 \text{ м}^2$$

$$S_4 = 0,02 \text{ м}^2$$

$$S_5 = 0,012 \text{ м}^2$$

$$m_1 = 6000 \text{ кг}$$

$$m_2 = 200 \text{ кг}$$

$$m_3 = 200 \text{ кг}$$

$$F_{тр1} = 10 \text{ кН}$$

$$F_{тр2} = 10 \text{ кН}$$

Результаты расчета

Результаты расчета данного варианта гидроцилиндра без камеры противодействия приведены на рис. 5 - 11. Явления при страгивании – на рис. 5 – 7 и явления при переключении ступеней – на рис. 8 – 11.

Начало движения (страгивание). В модели принято кулоново трение. В реальной конструкции страгивание будет более жестким и будет порождать большие величины ускорений. Однако в данном исследовании основное внимание уделяется ускорениям при

переключении ступеней, а величины расчетных ускорений при страгивании рассматриваются в качестве параметров для сравнения.

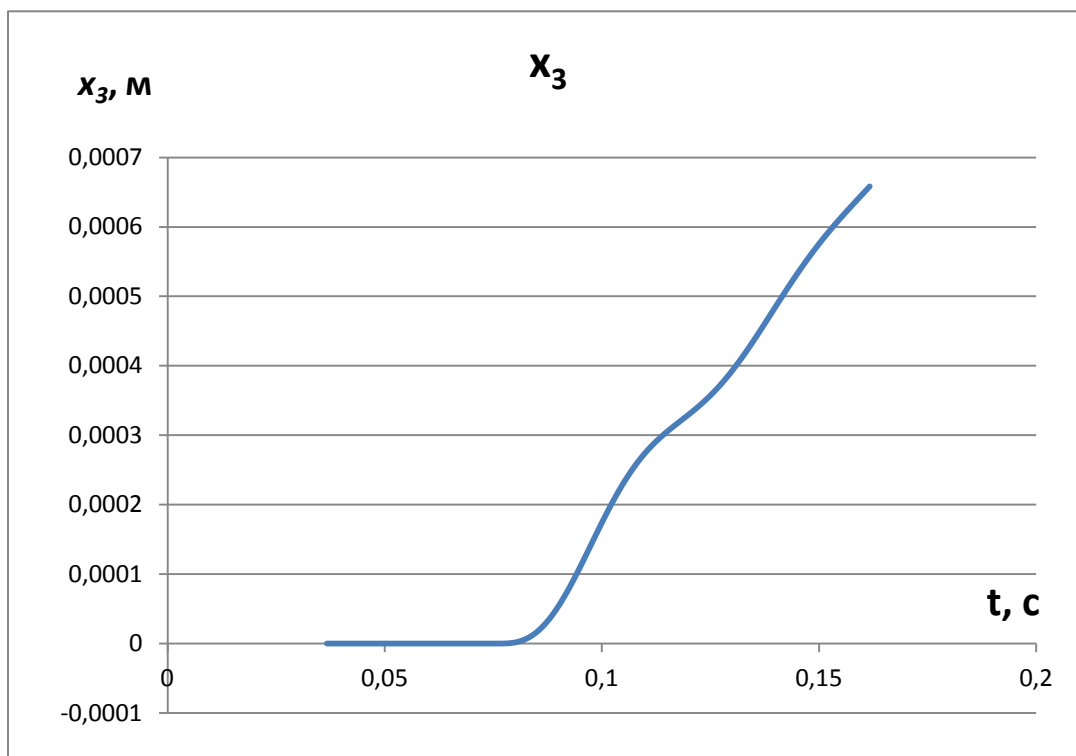


Рис. 5. Перемещения первой ступени при страгивании

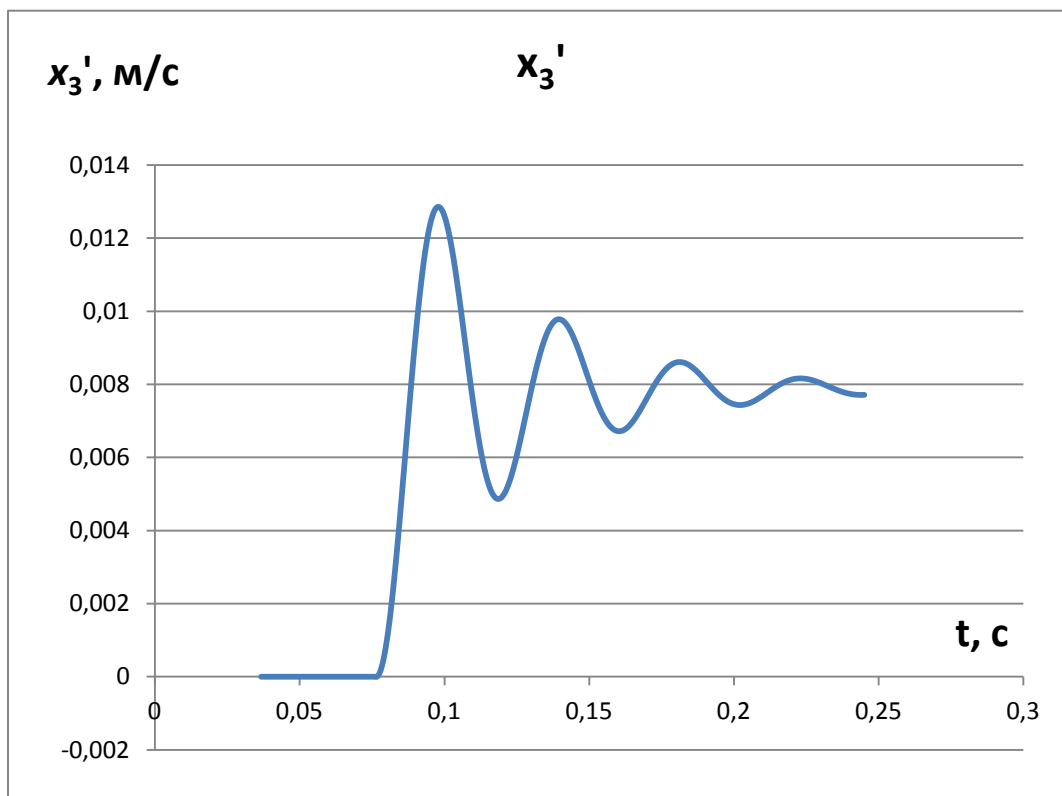


Рис. 6. Скорости первой ступени при страгивании

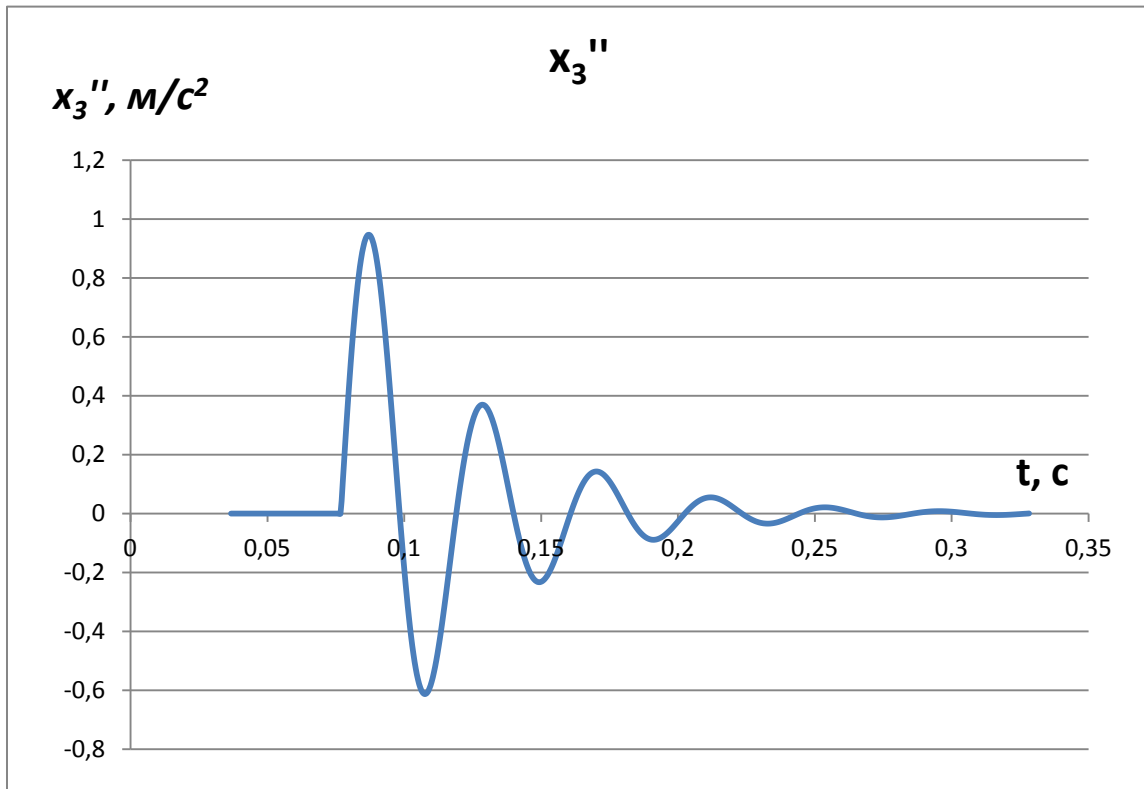


Рис.7. Ускорения первой ступени при страгивании

Момент переключения ступеней.

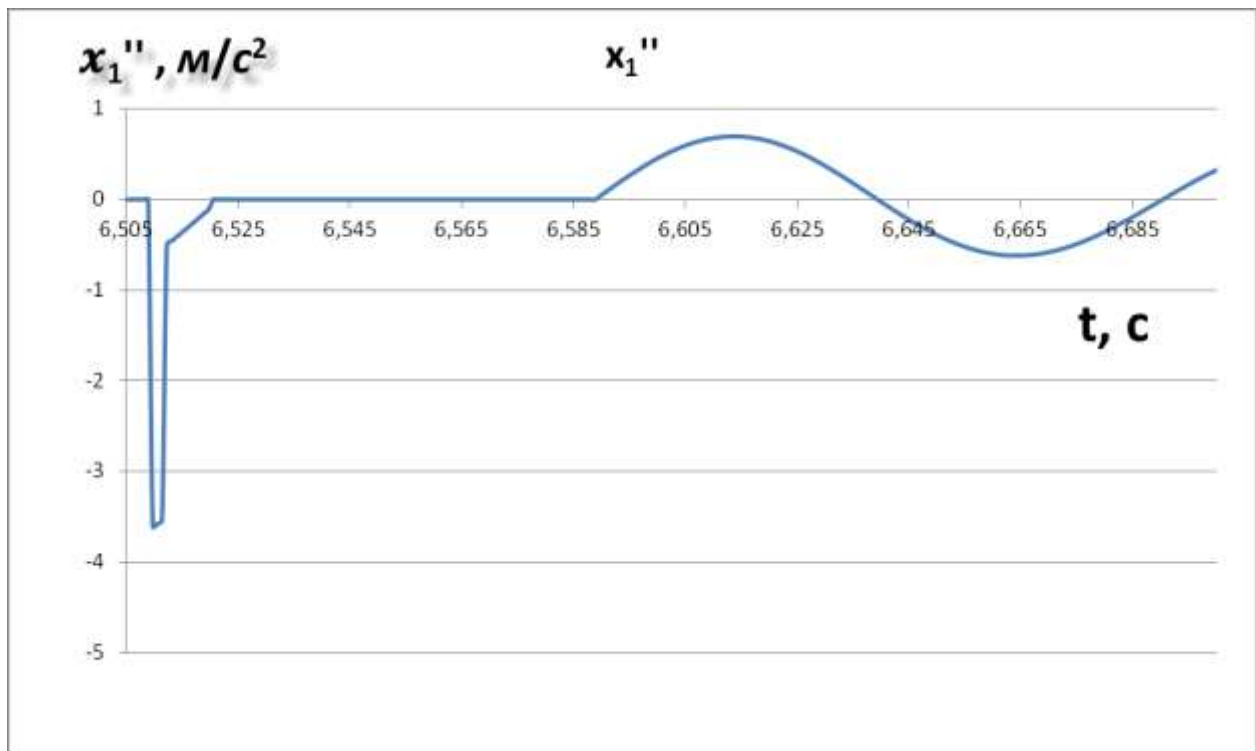


Рис. 8. Ускорения верхней ступени при переключении ступеней (крупный масштаб)

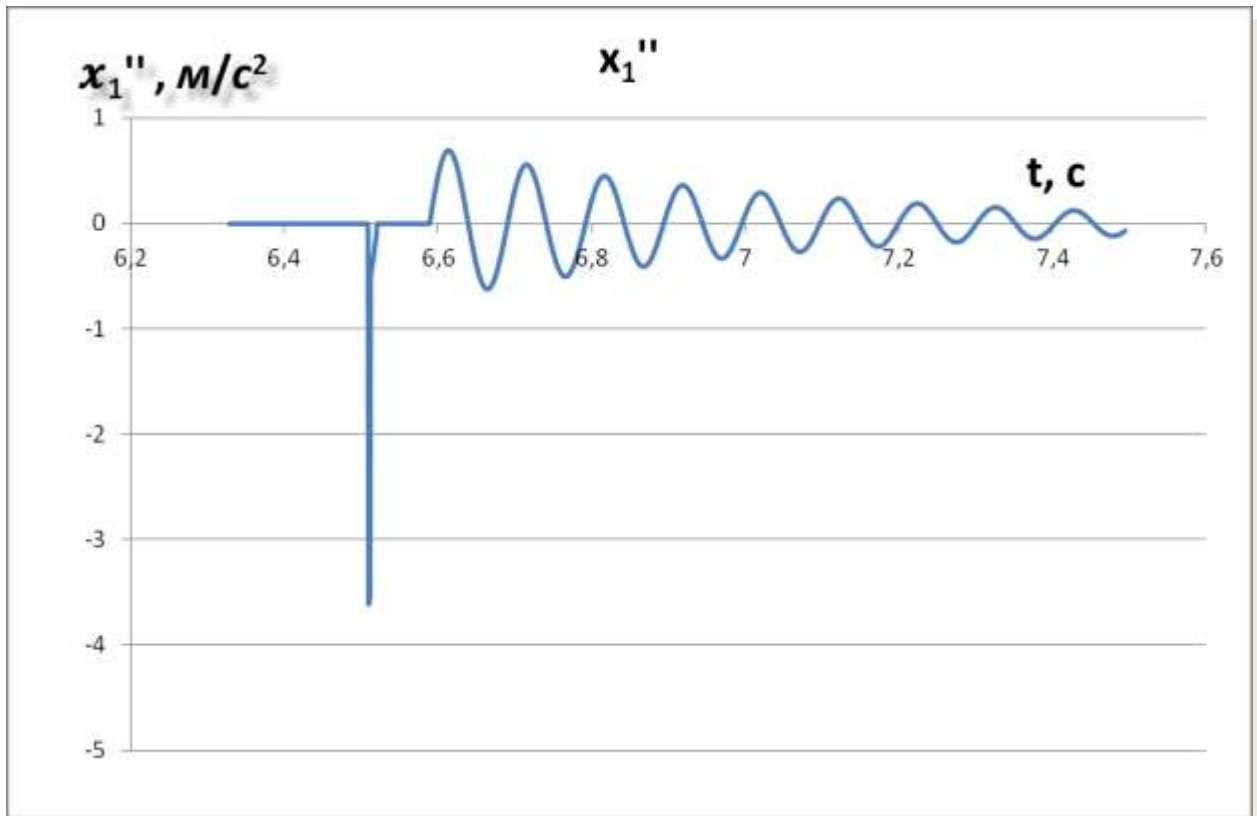


Рис. 9. Ускорения верхней ступени при переключении ступеней (мелкий масштаб)

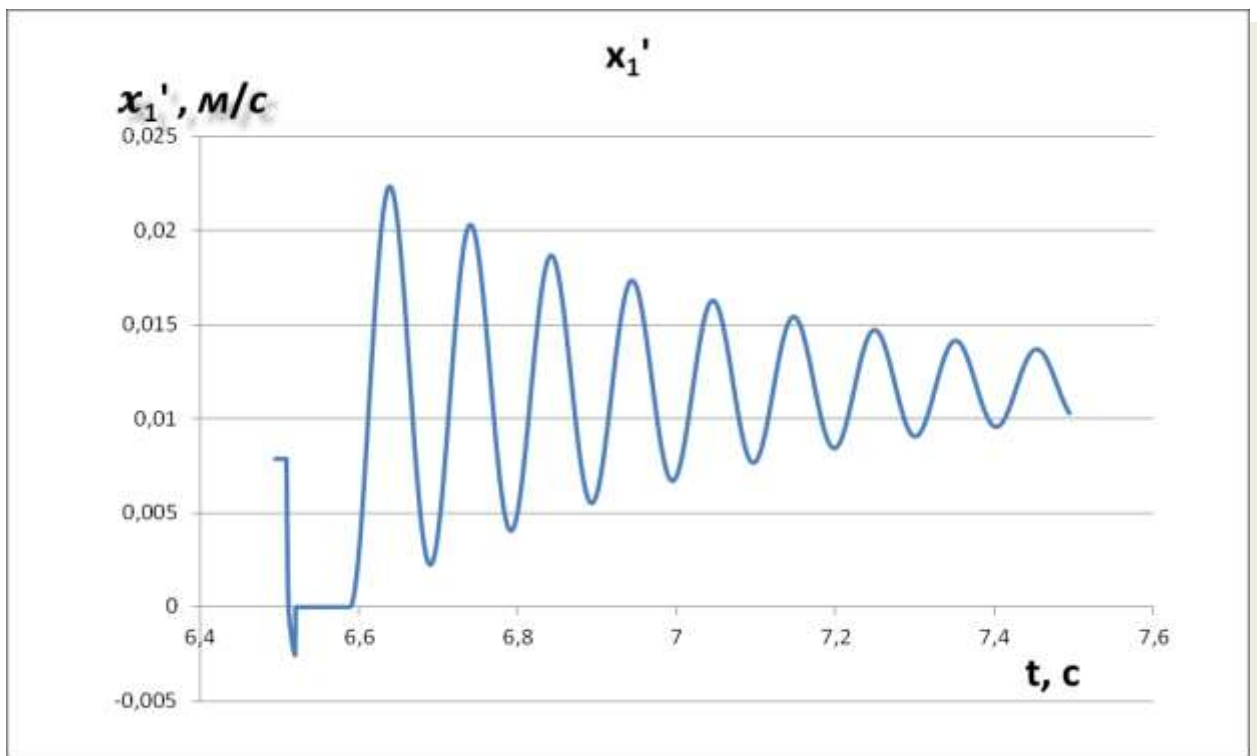


Рис. 10. Скорости верхней ступени при переключении ступеней

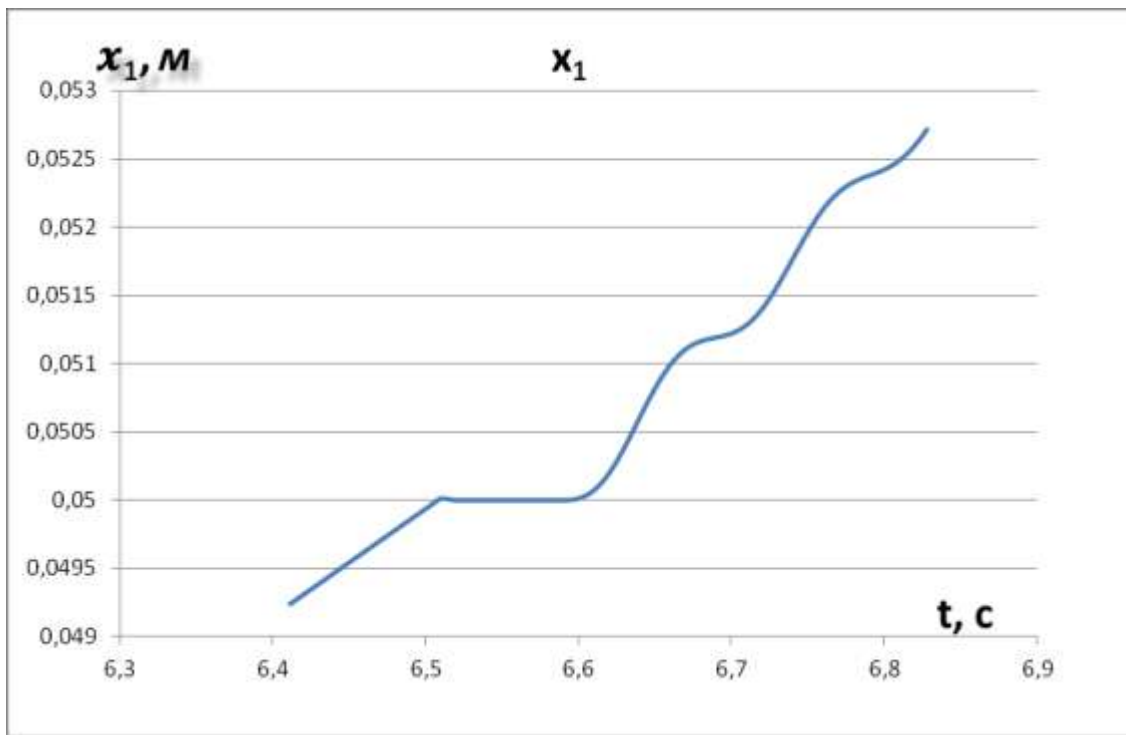


Рис. 11. Перемещения верхней ступени при переключении ступеней

Последний рисунок, отражающий зависимость перемещения вступающей в действие ступени от времени, приводится, в частности, в [1] и часто в литературе этим и ограничиваются, хотя графики скоростей и ускорений показывают наличие проблемы (удар) более явно.

Видно, что при принятых допущениях, главным из которых является жесткая связь между гидроцилиндром и поднимаемым объектом, происхождение ударного воздействия представляется при рассмотрении результатов расчета следующим образом.

Вторая ступень гидроцилиндра в момент постановки первой ступени на упор (полностью выдвинута) продолжает движение с прежней скоростью. Однако сила, действующая на вторую ступень при постановке первой ступени на упор со стороны гидравлической жидкости скачкообразно меняется в меньшую сторону в связи с меньшей рабочей площадью второй ступени. Меньшей силы от давления в цилиндре недостаточно для противодействия весу поднимаемого объекта и после прохождения с отрицательным ускорением положения равновесия вторая ступень вместе с грузом возвращается на нижний упор верхней ступени. Нижняя ступень во всех вариантах расчета остается на верхнем упоре. Именно в момент возврата верхней ступени и происходит удар. В реальных условиях при высокой податливости поднимаемого объекта или системы шток-стрела отрыва верхней ступени гидроцилиндра от ее нижнего упора может не произойти. В этом случае динамическое воздействие будет меньшим и может, при известной податливости системы шток второй ступени-стрела-поднимаемый объект также быть в рамках предложенной методики смоделировано. Рассмотренное в данной работе динамическое воздействие, сопровождающееся ударом, следует, таким образом, считать предельным, максимальным случаем воздействия, раскрывающим его природу.

Рассмотрим вариант поведения системы, когда трение в ней будет искусственно увеличено.

Авторы полагают, что при рассмотрении динамики процессов в гидроцилиндре, в данном конкретном случае, случае определения параметров динамических воздействий на объект подъема, учет трения приводит к получению реальной картины релаксационного процесса.

Влияние трения наглядно видно из следующей группы рисунков рис. 12...14., где трение между элементами гидроцилиндра искусственно повышено (в три раза).

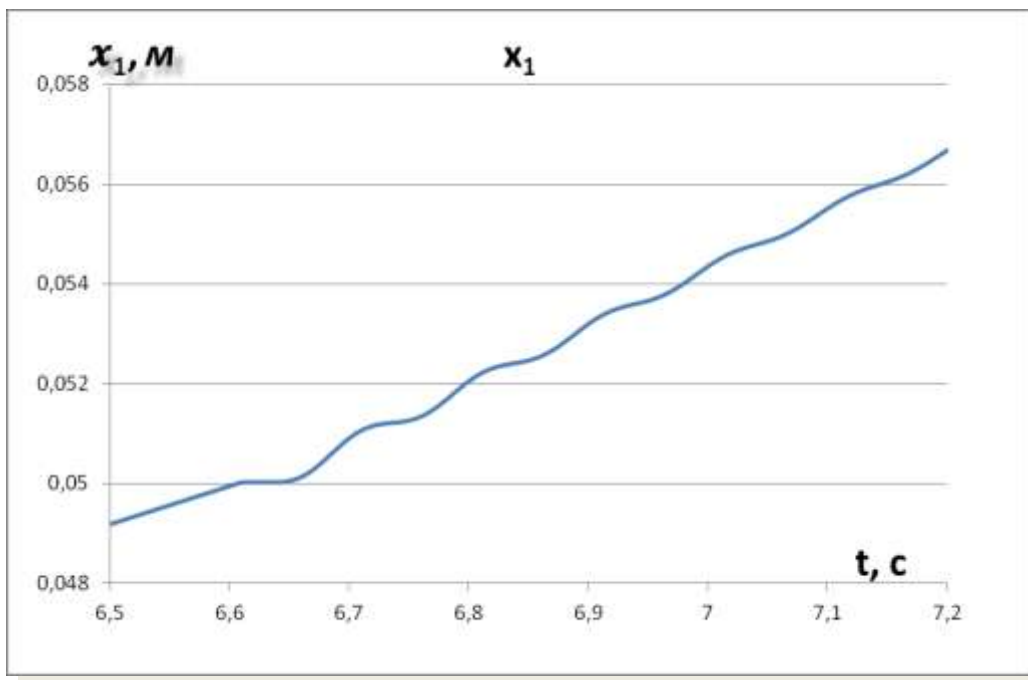


Рис. 12. Перемещения верхней ступени при переключении ступеней при повышенном трении

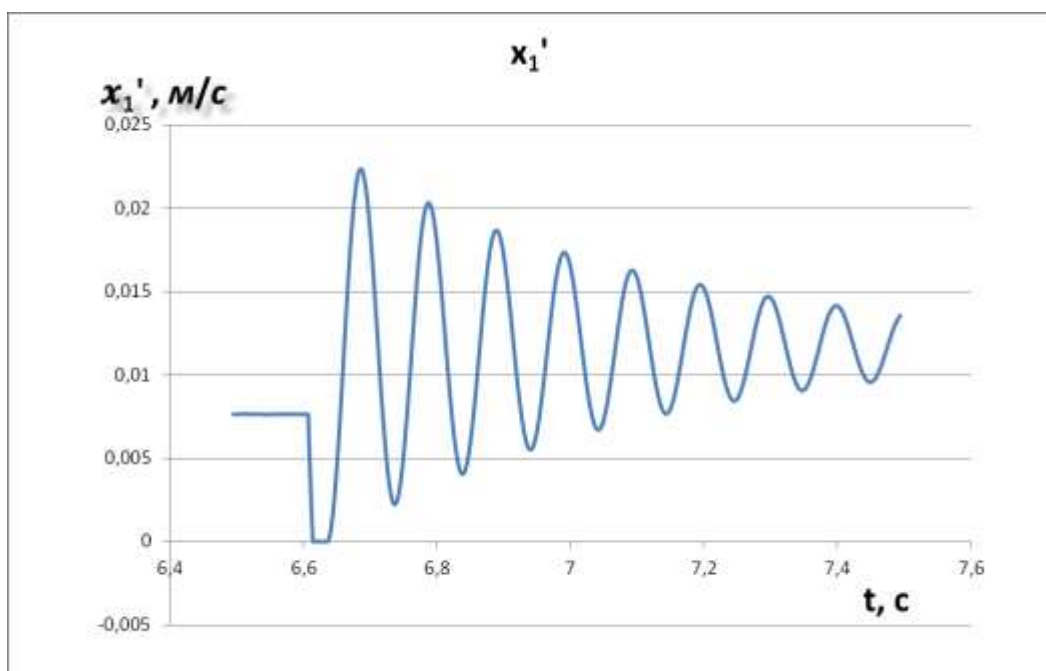


Рис. 13. Скорости верхней ступени при переключении ступеней при повышенном трении

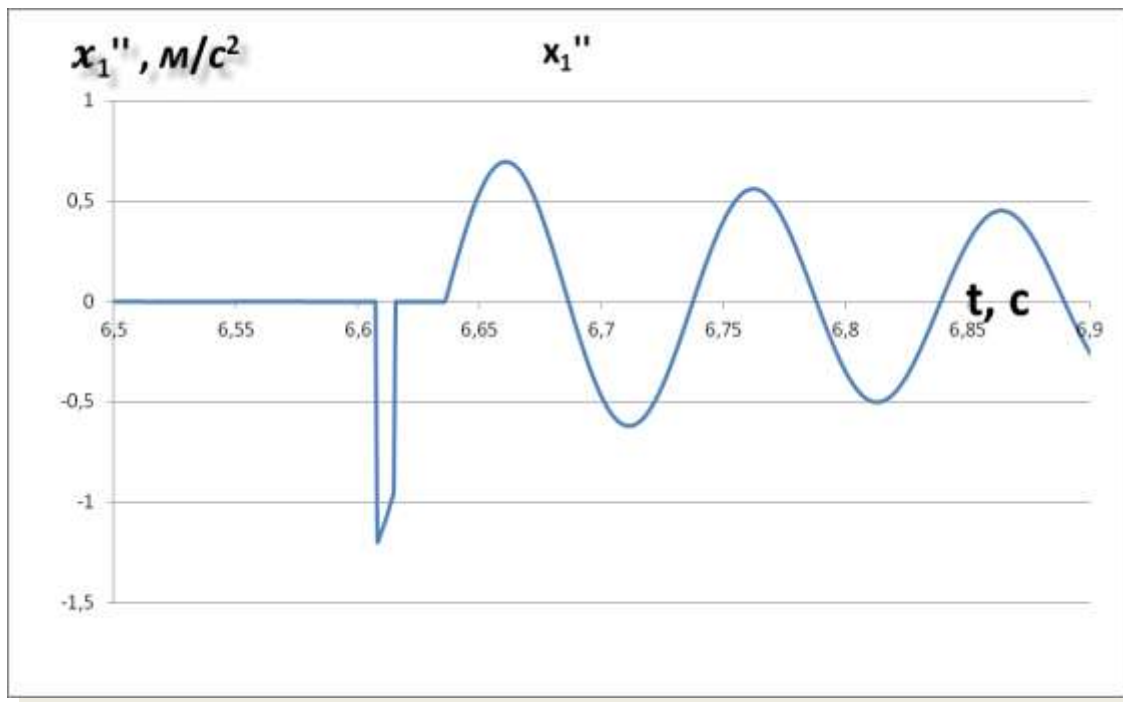


Рис. 14. Ускорения верхней ступени при переключении ступеней при повышенном трении

Видно, что величина ударного импульса при увеличенном трении снижается, так как при движении второй ступени с объектом подъема до верхнего положения и обратно некоторое количество кинетической энергии переходит в тепло, однако самого явления удара повышенное трение не устраняет.

Составление практически важных зависимостей на основе проведенных исследований.

Для оценки величины ударного импульса, передаваемого на поднимаемый объект (оценка сверху) примем при отсутствии трения скорость возврата верхней ступени гидроцилиндра вместе с поднимаемым грузом как

$$\dot{x}_{30} = \frac{\dot{m}_H}{\rho S_3},$$

где \dot{x}_{30} – скорость верхней ступени в момент постановки нижней ступени на упор, \dot{m}_H – массовая подача насоса.

Тогда ударный импульс при возврате ступени можно оценить как

$$T = (m_1 + m_2) \frac{\dot{m}_H}{\rho S_3}$$

В качестве меры гарантированного устранения ударного воздействия на поднимаемый объект при переключении ступеней гидроцилиндра предлагается использовать камеру противодействия первой ступени гидроцилиндра, увеличивая давление в ней при подходе первой ступени к верхнему пределу таким образом, чтобы вызвать страгивание вто-

рой ступени гидроцилиндра с нижнего упора до постановки первой ступени на верхний упор.

Расчет оптимального противодействия на основании результатов моделирования

Оптимальное давление в камере противодействия нижней ступени для момента запланированного страгивания второй ступени с нижнего упора можно определить следующим образом:

Ускорение верхней ступени в момент непосредственно после постановки нижней ступени на упор при отсутствии противодействия (отрицательное)

$$\ddot{x}_1 = \frac{1}{m_\Sigma} (S_2 P_3 - (m_1 + m_2)g - F_{\text{тр}1})$$

Если предположить, что при постоянной подаче насоса объект подъема перед переключением ступеней двигался равномерно, то

$$\begin{aligned} S_3 P_3 - m_\Sigma g - F_{\text{тр}2} &= 0 \\ S_3 P_3 &= m_\Sigma g + F_{\text{тр}2} \end{aligned}$$

Пренебрегая разницей $F_{\text{тр}1}$ и $F_{\text{тр}2}$, а также массой первой ступени гидроцилиндра в сравнении с массой поднимаемого груза, имеем оценку для ускорения поднимаемого объекта в момент начала движения верхней ступени (страгивание)

$$\ddot{x}_1 = -\frac{P_3}{m_\Sigma} (S_3 - S_2)$$

Ставим задачу введением камеры противодействия на нижней ступени и выбором величины противодействия обеспечить максимальное значение ускорений поднимаемого груза на уровне ускорения страгивания, полностью исключив соударение ступеней в результате возврата верхней ступени на упор. Увеличение давления в камере противодействия нижней ступени до момента постановки нижней ступени на упор позволяет поднять давление в основной полости цилиндра до величины, обеспечивающей страгивание верхней ступени.

При наличии противодействия обе ступени начинают двигаться с отрицательным ускорением:

$$\ddot{x}_3 = \ddot{x}_1 = \frac{1}{m_\Sigma} (S_3 P_3 - S_5 P_5 - m_\Sigma g - F_{\text{тр}2})$$

С этим же ускорением движется и верхняя ступень, до тех пор, пока

$$\ddot{x}_1 > \frac{1}{m_1 + m_2} (S_2 P_3 - (m_1 + m_2)g - F_{\text{тр}1})$$

Пренебрегая разницей $F_{\text{тр}1}$ и $F_{\text{тр}2}$, а также массой первой ступени гидроцилиндра в сравнении с массой поднимаемого груза получаем рекомендуемую величину противодействия в виде

$$P_5 = \frac{P_3(S_3 - S_2)}{S_5}$$

1

При выборе оптимального давления в камере противодействия для момента страгивания верхней ступени графики скоростей и ускорений будут выглядеть следующим образом (рис. 15...17).

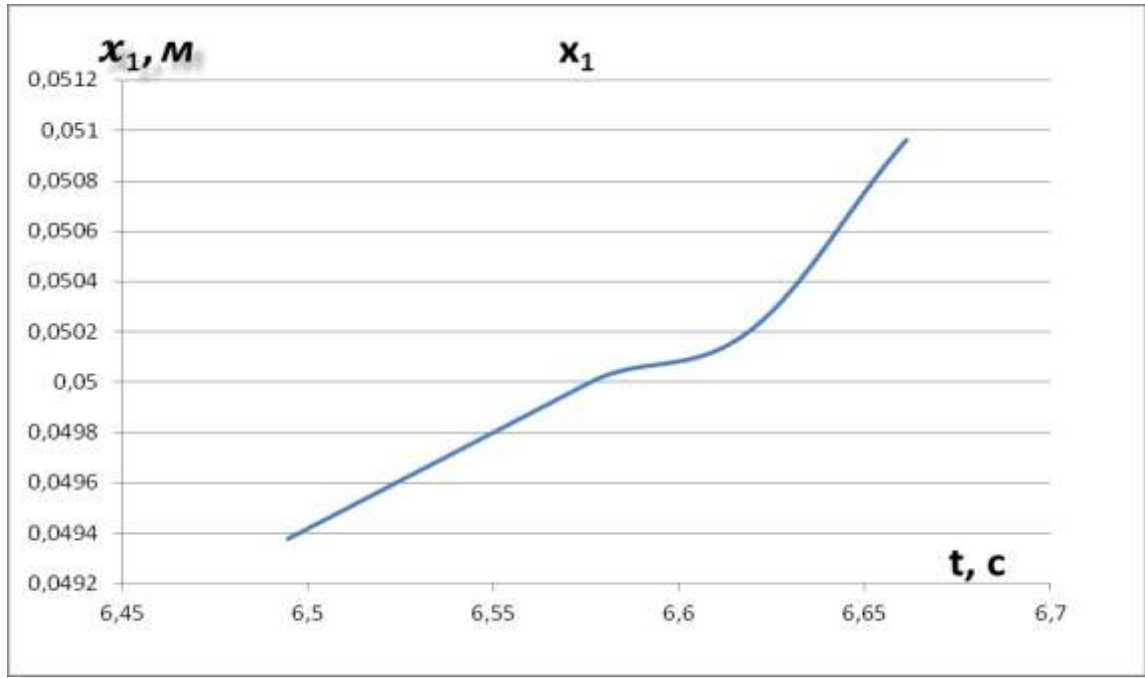


Рис. 15. Перемещения верхней ступени при оптимальной величине противодействия

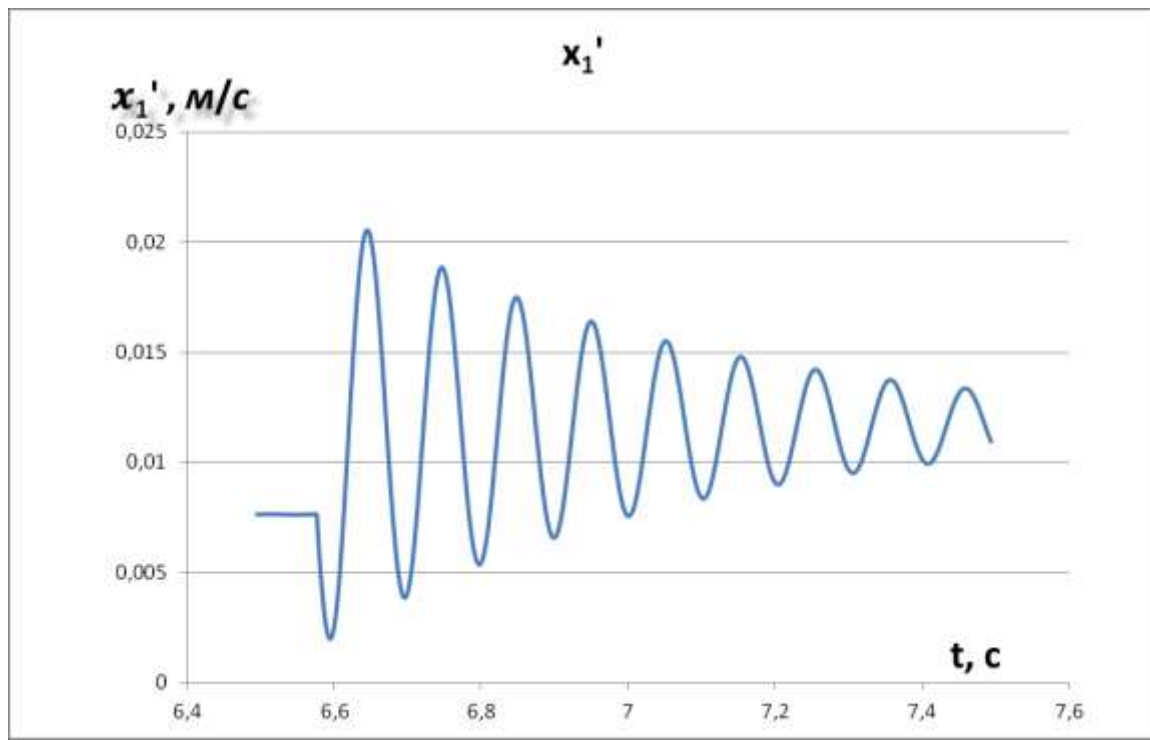


Рис. 16. Скорости верхней ступени при оптимальной величине противодействия

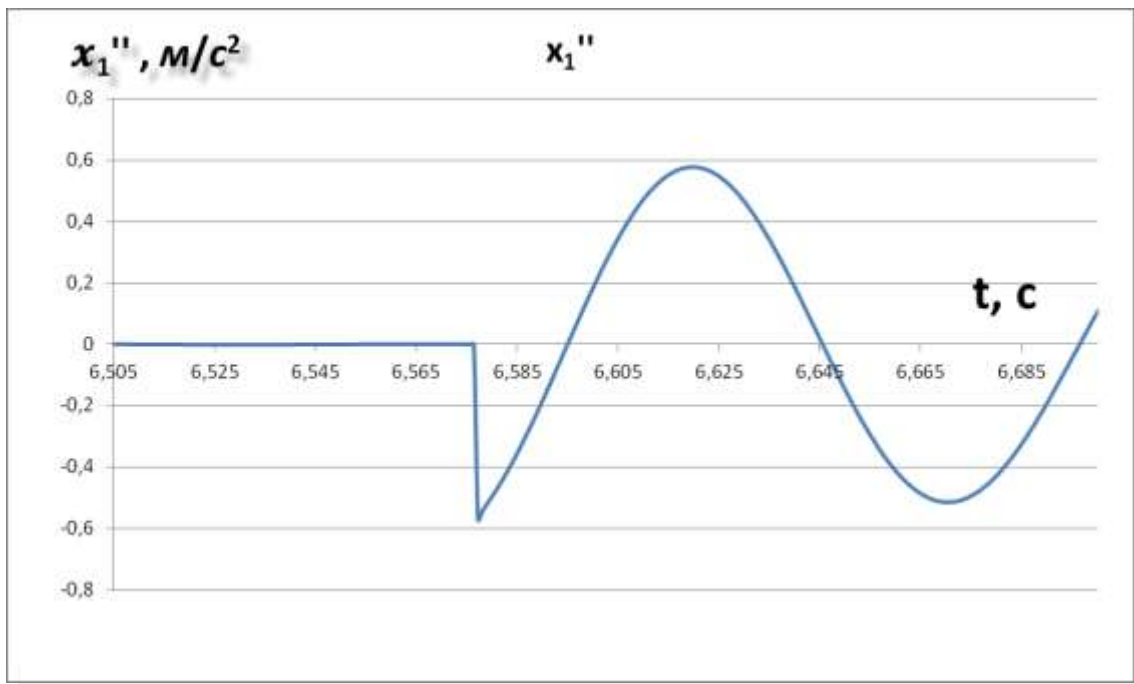


Рис. 17. Скорости верхней ступени при оптимальной величине противодействия

Видно, что ударное воздействие не наблюдается совсем, а ускорения по порядку величины соответствуют ускорениям при страгивании нижней ступени из состояния покоя (рис. 7).

Представляет интерес и расчетный случай, когда давление в камере противодействия устанавливается большим, чем рекомендуемое, определенное по формуле (1)

Результаты расчета этого варианта приведены на рис. 18...20.

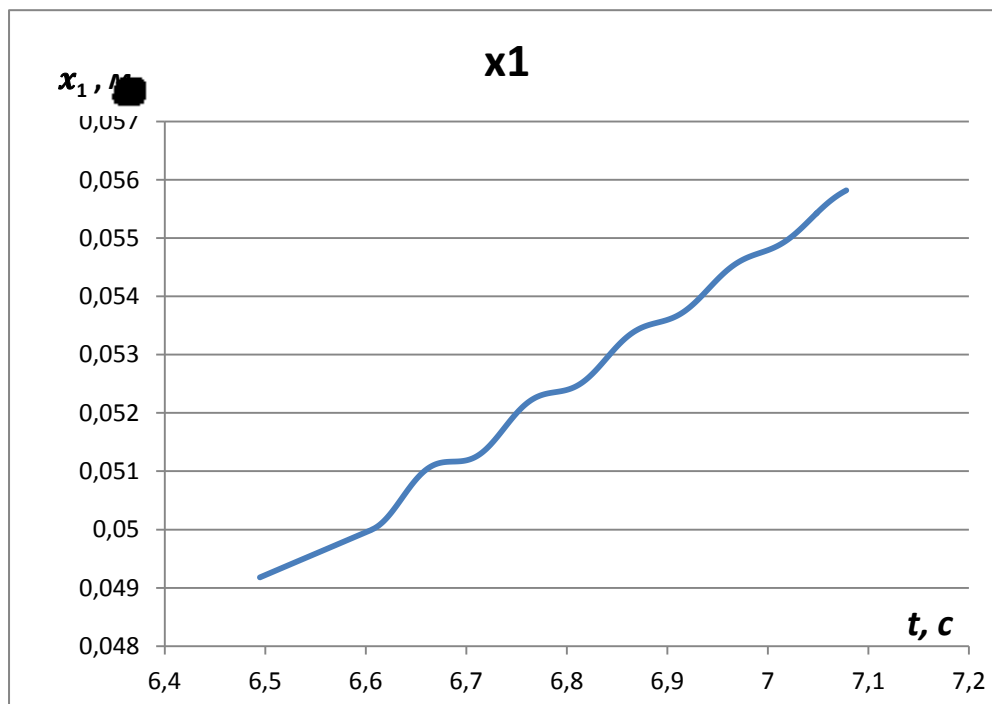


Рис. 18. Перемещения верхней ступени при завышенной величине противодействия

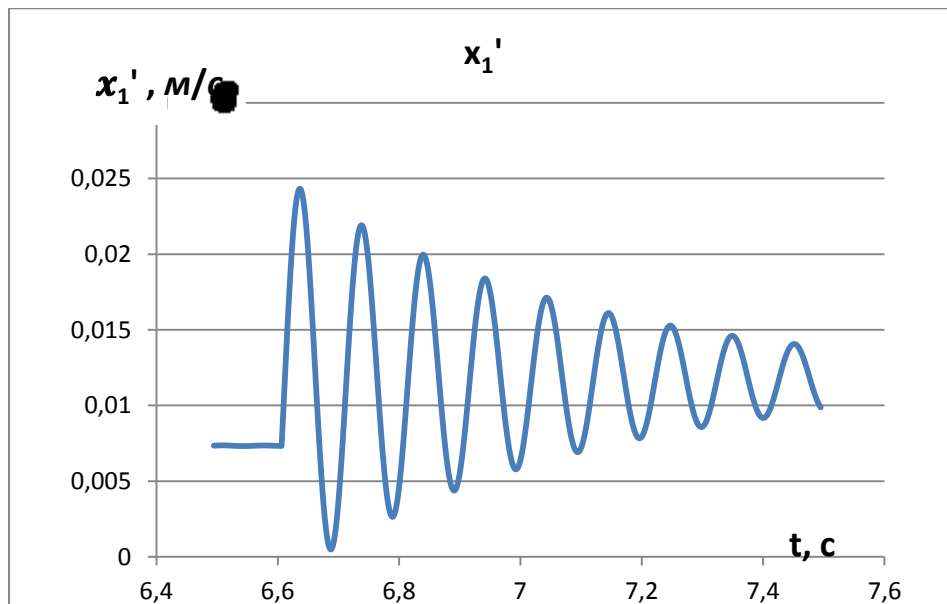


Рис. 19. Скорости верхней ступени при завышенной величине противодействия

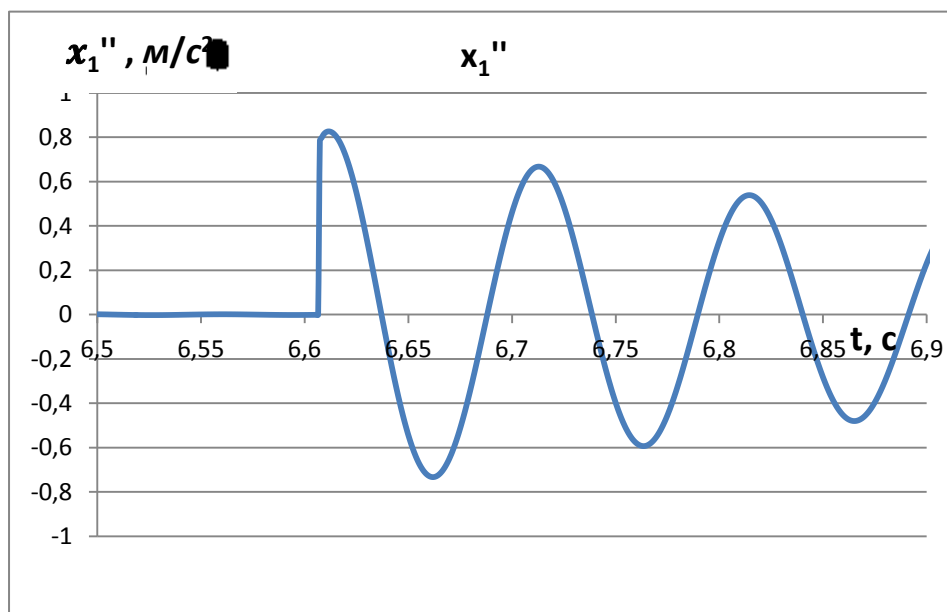


Рис. 20. Ускорения верхней ступени при завышенной величине противодействия

Видно, что повышенное давление в камере дает повышенное значение ускорения в момент включения камеры противодействия, хотя собственно механического удара и в этом случае и не происходит.

Заключение

Представленная модель двухступенчатого гидроцилиндра, при указанных ранее допущениях, выполняет задачу определения динамического воздействия на поднимаемый объект от причин, связанных с геометрией гидроцилиндра, сжимаемостью жидкости, на-

личием трения. Окончательные результаты расчетов и экспериментов по определению динамического воздействия с учетом податливости конструкций и грунта изменяют эту картину, но при этом сходство результатов, полученных в настоящей работе и результатов, приведенных в [1, 3] очевидно.

Модель, помимо расчета ударного воздействия на объект подъема, позволяет исследовать переходные процессы при страгивании ступеней, принимая во внимание особенности, связанные с трением.

Наибольшее воздействие на объект происходит при переключении ступеней гидроцилиндра при возврате стронувшейся второй ступени на нижний упор.

Ударный импульс этого воздействия можно оценить как

$$T = (m_1 + m_2) \frac{\dot{m}_H}{\rho S_3}$$

То есть в наиболее неблагоприятных условиях (удар осуществляется, мероприятий по предотвращению удара не вводится) можно оценить величину ударного воздействия на поднимаемый объект по величине ударного импульса как произведение вертикальной скорости в момент переключения на массу поднимаемого объекта

Этот ударный импульс в реальной системе несколько меньше, за счет трения, импульса при внезапной остановке поднимаемого объекта, и направлен в сторону, противоположную подъему. Снижение величины этого воздействия, очевидно, возможно при снижении скорости подъема. Однако в ряде практических приложений скорость подъема стремятся увеличивать, [2] применяя, в частности, пневмогидравлические схемы, и такой метод решения проблемы не может быть принят. Требуется уменьшать перегрузки, не снижая скорости подъема.

Увеличение трения в системе также по результатам моделирования ударное воздействие уменьшает, но не исключает полностью.

При моделировании с включенной камерой противодействия видно, что при оптимальном выборе момента страгивания второй ступени путем оптимального выбора величины противодействия удастся не допустить механического удара второй ступени о ее нижний упор и обеспечить ускорения поднимаемого объекта на уровне ускорений, соответствующих моменту страгивания ступени из состояния покоя.

Рекомендуемое противодействие находится как

$$P_5 = \frac{P_3(S_3 - S_2)}{S_5}$$

Максимальные ускорения поднимаемого объекта при этом будут соответствовать величине ускорений при страгивании.

Проведенное исследование позволит проектировать механизмы подъема на основе многоступенчатых гидроцилиндров с высокими скоростями подъема и отсутствием ударных нагрузок на поднимаемый объект при переключении ступеней.

Список литературы

1. Гидропривод тяжелых грузоподъемных машин и самоходных агрегатов / Под ред. М.Ф. Самусенко. М.: Машиностроение, 1968. 264 с.
2. Сова А.Н., Трибунский А.И., Балдин П.С. Методика расчета системы ускоренного подъема длинномерных грузов в вертикальное положение // 49-я научная конференция МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» (Долгопрудный, 2006): труды. М.; Долгопрудный: МФТИ, 2006.
3. Круглов Ю.А., Зюзликов В.П., Синильщиков Б.Е., Синильщиков В.Б. Расчет динамических и газодинамических процессов в приводах подъема с газовым аккумулятором. СПб.: Изд-во Балт. гос. техн. ун-та, 2003. 158 с.
4. Попов Д. Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: Учебник. 2-е изд. М.: Машиностроение, 1987. 464 с.
5. Лоу А.М., Кельтон В.Д. Имитационное моделирование. 3-е изд. СПб.: Питер, 2004. 847 с. [Law A.M., Kelton W.D. Simulation modelling & analysis. 3rd ed. Osborne: McGraw Hill, 2000. 759 p.].
6. Николенко И.В., Рыжаков А.Н. Математическое моделирование рабочего процесса в гидроприводе на основе регулируемых аксиально-поршневых гидромашин // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 9. С. 17-31. DOI: [10.7463/0915.0812337](https://doi.org/10.7463/0915.0812337)

Analysis, Predictive Modeling and Hoisted Object Impact Control in Hydro-cylinder Stage- Switching

S.V. Kobyzev^{1,*}, V.V. Lomakin¹

*ksergeyv@hotmail.com

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: hydrocylinder; impact; switching stages; counterpressure chamber

The paper considers a problem of dynamic impact of hoisting mechanisms, which are based on the multistage hydro-cylinders, on the hoisted object. Hydro-cylinders have high specific characteristics, but there are also some drawbacks. One of them is an impact at the beginning and at the end of hoist and in switching the stages. And in case of switching the stages under certain conditions the impact in nature can be a high impact impulse. The paper explores the impacts at the beginning of hoist and when switching the stages.

Numerical modeling is assumed to be a method of study. To build a mathematical model the following factors have been considered: geometrical cylinder parameters, hydraulic liquid compressibility, and friction between cylinder elements. Elasticity of ground, elasticity of rod, and elasticity of cylinder walls have been ignored.

The modeling results allowed us to reveal a hydraulic nature of the stage-switching impact, introduce a formula to estimate the impact impulse value, show the friction effect on the impact impulse value and give a proposal to use a counter-pressure chamber to eliminate the stage-switching impact. An expression for the optimal counter-pressure is presented.

The results obtained can find application in designing the new and upgrading the existing hoisting multistage hydro-cylinder mechanisms to increase a hoisting speed and simultaneously eliminate the impact on hoisted object.

Compared to existing papers in the field concerned, this one concentrates on revealing a specific hydraulic nature of the stage-switching impact, without regard to dynamics and elasticity of the hoisting mechanism parts other than the cylinder itself.

The achieved results find confirmation when compared to the numerical and field data published by other authors.

References

1. *Gidroprivod tiazhelykh gruzopod'emnykh mashin i samokhodnykh agregatov* [Hydraulic Gear of Heavy Hoisting Machines and Self-Propelled Units] / Ed. M.F. Samusenko. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1968. 264 p. (in Russ.).
2. Sova A.N., Tribunsky A.I., Baldin P.S. Metodika rascheta sistemy uskorennoho pod'ema dlinnomernykh gruzov v vertikal'noe polozhenie [Method of Estimation of High-Speed Hoisting of a Long Loads to Vertical State]. *49 nauchnaia konferentsiia MFTI «Sovremennye problemy fundamental'nykh i prikladnykh nauk»* [49th MIPT Scientific Conf. «Contemporary Problems of Fundamental and Applied Sciences» (Dolgoprydnyj, 2006): proceedings. Moscow; Dolgoprudnyj: MIPT, 2006 (in Russ.).
3. Kruglov Yu.A., Zuzlikov V.P., Sinil'schikov B.E., Sinil'schikov V.B. *Raschet dinamicheskikh i gasodinamicheskikh prozessov v privodakh pod'ema s gazovum akkumulatorom* [Estimation of dynamic and hydrodynamic processes in hoisting mechanisms with pneumo-accumulator]. S.-Petersburg: Baltic State Technical Univ. Publ., 2003. 158 p. (in Russ.)
4. Popov D.N. *Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem* [Dynamic and control of hydro- and pneumosystems]: Textbook. 2nd ed. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 464 p. (in Russ.)
5. Law A.M., Kelton W.D. *Simulation modeling and analysis*. 3rd ed. Osborne: McGraw Hill, 2000. (Russ. ed.: Law A.M., Kelton W.D. *Imitatsionnoe modelirovanie*. S.-Petersburg: Piter Publ., 2004. 759 p.
6. 6. Nikolenko I.V., Ryzhakov A.N. Mathematical modelling of working process in a hydraulic gear basing on controlled axial piston hydraulic units. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2015, no. 9, pp. 17–31. DOI: [10.7463/0915.0812337](https://doi.org/10.7463/0915.0812337)