

# Аэрокосмический научный журнал

Сетевое научное издание  
МГТУ им. Н.Э. Баумана  
<http://aerospjournal.ru>

Ссылка на статью:

// Аэрокосмический научный журнал.  
МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2016.  
№ 02. С. 16–29.

DOI: **10.7463/aersp.0216.0837915**

Представлена в редакцию: 12.02.2016

Исправлена: 26.02.2016

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 533.16

## Анализ физической адекватности численного расчета коэффициента восстановления температуры при различных вариантах постановки задачи

Клюквин А. Д.<sup>1,2,\*</sup>

\* [aklyukvin@yandex.ru](mailto:aklyukvin@yandex.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

<sup>2</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

---

Методами численной газодинамики было проведено исследование распределения температуры торможения в турбулентном пограничном слое сжимаемого газа в прямоугольном теплоизолированном канале при сверхзвуковом режиме течения. Была проведена сравнительная оценка адекватности данных, получаемых при использовании  $k - \varepsilon$  и SST моделей турбулентности и различных вариантах постановки граничных условий. Показано, что наложение стандартного граничного условия в виде теплоизолированной стенки иногда приводит к занижению коэффициента восстановления температуры на стенке. При этом для получения корректного граничного условия адиабатности необходима дополнительная верификация с использованием эмпирических зависимостей для коэффициента восстановления температуры.

**Ключевые слова:** пограничный слой, коэффициент восстановления температуры, температура торможения, ANSYS Fluent

---

### Введение

В инженерной практике часто возникает необходимость расчета процессов теплообмена в турбулентном пограничном слое. Интенсивность процессов теплообмена определяется локальной разностью температуры стенки и температуры восстановления газа на стенке [1]. В случае адиабатного изоэнтропного торможения потока на стенке может установиться температура торможения ядра потока. Однако, как впервые было показано в работе [2], при течении сжимаемого газа локальный дисбаланс между генерацией теплоты силами вязкости и ее диссипацией посредством теплопроводности приводит к снижению значения температуры газа на стенке [3, 4].

Данный эффект слабо проявляется при течении газа с низкими числами Маха, однако в высокоскоростных дозвуковых и сверхзвуковых течениях его влияние становится значительным, и пренебрежение им может привести к существенным ошибкам в расчетах.

Метод энергоразделения, основанный на этом эффекте изложен в работе [5] и получил первое экспериментальное подтверждение в работе [6].

Количественная оценка интенсивности температурной стратификации для газов была дана в работах [7, 8]. Методика расчета устройства энергоразделения представлена в работах [9, 10], получила экспериментальное подтверждение при работе устройства на природном газе [11, 12], смеси инертных газов [13] и воздухе [14] и модернизирована в [15].

В работе [16] показано, что повышения эффективности энергоразделения можно достичь путем применения газов с низкими значениями числа Прандтля (например, смеси инертных газов [17]) или использованием поверхностного рельефа (например, полусферических лунок [18, 19]). Однако, как показано в работе [20], для некоторых случаев более рационально использование не интенсификаторов теплообмена, а гладкой стенки.

В данной работе методами численного моделирования было проведено исследование эффекта температурной стратификации в пограничном слое. При этом были построены две группы моделей: в одной были использованы стандартные средства программы ANSYS Fluent, а во второй производилось задание граничных условий с привлечением экспериментальных данных по значению коэффициента восстановления температуры. В дальнейшем была произведена сравнительная оценка физической адекватности полученных результатов.

## 1. Постановка задачи

Температура, устанавливающаяся на адиабатной стенке при обтекании ее потоком газа, называется температурой восстановления на стенке  $T_w^*$ , К. Характер получаемой кривой распределения температуры восстановления по толщине пограничного слоя газа в основном определяется значением числа Прандтля рабочего тела [3]:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\mu$ , Па·с – динамическая вязкость,  $C_p$ , Дж/(кг·К) – теплоемкость при постоянном давлении,  $\lambda$ , Вт/(м·К) – коэффициент теплопроводности.

При критерии Прандтля, равном единице, что соответствует равенству генерируемой и отводимой теплоты в каждой точке газа, перераспределения температуры восстановления не наблюдается. В случае же  $Pr < 1$  механизмами теплопроводности от стенки отводится большее количество теплоты, чем генерируется за счет работы сил вязкости. Это приводит к снижению температуры стенки относительно температуры торможения газа. В результате профиль температуры торможения в пограничном слое имеет вид, показанный на рис. 1. Температура восстановления на стенке обычно определяется по формуле [1]:

$$T_w^* = T_0 + r \frac{W_0^2}{2C_p}, \quad (2)$$

где  $\Gamma = \frac{T_w^* - T_0}{T_0^* - T_0}$  - коэффициент восстановления температуры,  $W_0$ , м/с – скорость течения в ядре потока,  $T_0$ , К – статическая температура в ядре потока,  $C_p$ , Дж/(кг · К) - теплоемкость газа при постоянном давлении.

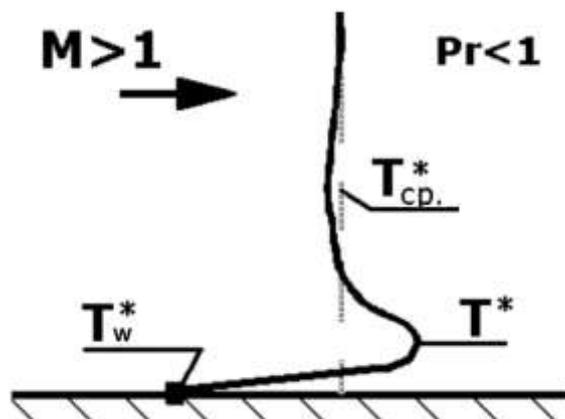


Рис. 1 Распределение температуры торможения (восстановления) в пограничном слое

Коэффициент восстановления является количественной характеристикой изменения температуры стенки относительно температуры торможения. В случае  $Pr < 1$  коэффициент восстановления можно интерпретировать как долю кинетической энергии газа, перешедшей в теплоту на стенке. В диапазоне чисел Прандтля 0.6–2.0 для турбулентного пограничного слоя коэффициент восстановления  $\Gamma$  хорошо описывается выражением [16]:

$$\Gamma = \sqrt[3]{Pr}. \quad (3)$$

В работе [4] показано, что при течении воздуха числа Маха и Рейнольдса и продольный градиент давления слабо влияют на коэффициент восстановления температуры, который при турбулентном течении воздуха равен  $0.89 \pm 0.01$ . Эти данные согласуются с выражением (3), которое для диапазона  $Pr = 0.69 - 0.72$  дает значение коэффициента восстановления температуры в диапазоне  $\Gamma = 0.884 - 0.896$ .

В данной работе средствами численного моделирования были проведены исследования зависимости безразмерной температуры торможения  $\theta = \frac{T^* - T_0}{T_0^* - T_0}$  (где  $T^*$ , К – температура

торможения,  $T_0^* = T_0 + \frac{W_0^2}{2C_p}$  – температура торможения в ядре потока) от безраз-

мерной поперечной координаты  $\frac{y}{\delta_T}$  (где  $y$ , м – поперечная координата,  $\delta_T$ , м – толщина

температурного пограничного слоя), а также сравнение значений коэффициентов восстановления температуры при различных вариантах постановки задачи.

## 2. Расчетная модель

Эффект искривления профиля температуры восстановления был рассмотрен на примере сверхзвукового турбулентного плоскопараллельного течения воздуха в прямоугольном канале с теплоизолированными стенками длиной  $l=0.2$  м и полувисотой  $h=0.01$  м. В целях сокращения времени машинного счета была рассчитана только нижняя половина канала, а на верхнюю границу расчетной модели наложено граничное условие симметрии. При этом протяженность канала в третьем измерении принята бесконечной.

Расчет проводился с использованием  $k-\varepsilon$ , а также SST моделей турбулентности на крупной и мелкой сетках (подробнее см. [21]). Оценка качества сетки проводилась с помощью безразмерной поперечной координаты:

$$y^+ = \frac{W_* y}{\nu},$$

где  $W_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ , м/с – динамическая скорость,  $\tau_w$ , Па – напряжение на стенке,  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup> – плотность газа.

Для мелкой сетки величина  $y^+ = 1$ , а для крупной -  $y^+ = 20$ .

В случае мелкой сетки ламинарный подслой разрешен полностью, поэтому в расчете использовался алгоритм улучшенной обработки пристеночной зоны (Enhanced wall treatment, подробнее см. [21]). Физические свойства рабочего тела и граничные условия модели представлены в таблице 1 [22] и таблице 2, соответственно.

Условие адиабатной стенки было реализовано двумя различными способами: в первом случае использовалось стандартное условие ANSYS Fluent, а во втором с помощью UDF (User Defined Function) на стенке был вручную установлен коэффициент восстановления, определенный по эмпирической формуле (3).

Таблица 1. -Свойства рабочего тела

Параметр	Значение
$C_p$ , Дж/(кг·К)	1006.43
$\lambda$ , Вт/(м·К)	0.026
$\mu$ , Па·с	$1.79 \cdot 10^{-5}$
$Pr$	0.69

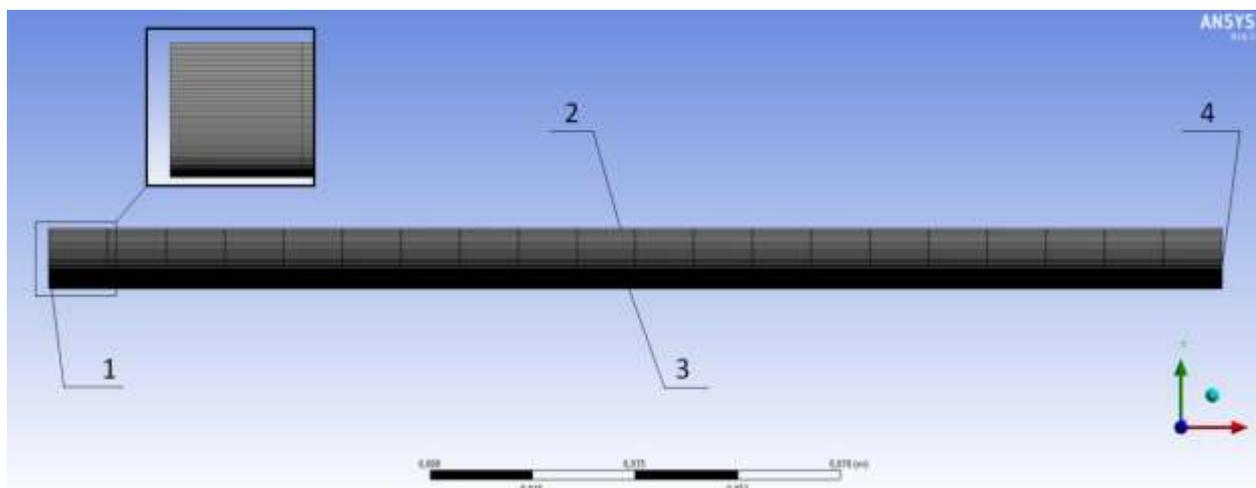
Таблица 2 - Граничные условия модели

Параметр	Значение
Скорость газа на входе $W_0$ , м/с	500
Температура газа на входе $T_0$ , К	300
Давление газа на входе $p_0$ , МПа	0.1

В данной работе была использована структурированная расчетная сетка на основе прямоугольных элементов, построенная с помощью сеткогенератора ANSYS Meshing на

базе платформы ANSYS Workbench (лицензия МГТУ им. Н.Э. Баумана № 339001). Коэффициент роста ячеек в поперечном направлении 1.10. Полученная расчетная модель представлена на рис. 2.

Для расчета газодинамических и тепловых параметров в канале была использована программа ANSYS Fluent. Оценка адекватности поставленной модели методами одномерной газодинамики была проведена в работе [23].



**Рис. 2** Расчетная модель: 1 – Входное сечение (Inlet); 2 – Ось симметрии канала (Symmetry); 3 – Адиабатная стенка (Wall); 4 – Выходное сечение (Outlet).

### 3. Полученные результаты

В результате расчета были получены поля распределения основных параметров в пограничном слое течения, таких как давление, температура и скорость рабочего тела. При этом дисбалансы энергии по расчетной области для различных случаев постановки задачи представлены в таблице 3.

Для различных вариантов постановки задачи были построены графики зависимости коэффициента восстановления температуры от продольной координаты (рис. 4) и по закону Фурье была определена величина теплового потока в стенку  $Q = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} l \cdot 1, \text{ Вт}$  (значения представлены в табл. 4).

**Таблица 3**

№	Модель турбулентности	Качество сетки	Граничное условие на стенке	Дисбаланс энергии, %
1	$k - \varepsilon$	Крупная	Стандартная адиабатная стенка	1.01
2	$k - \varepsilon$	Крупная	UDF	0.98
3	$k - \varepsilon$	Мелкая	Стандартная адиабатная стенка	1.08
4	$k - \varepsilon$	Мелкая	UDF	1.04
5	SST	Крупная	Стандартная адиабатная стенка	1.00
6	SST	Крупная	UDF	1.04
7	SST	Мелкая	Стандартная адиабатная стенка	1.06
8	SST	Мелкая	UDF	1.02

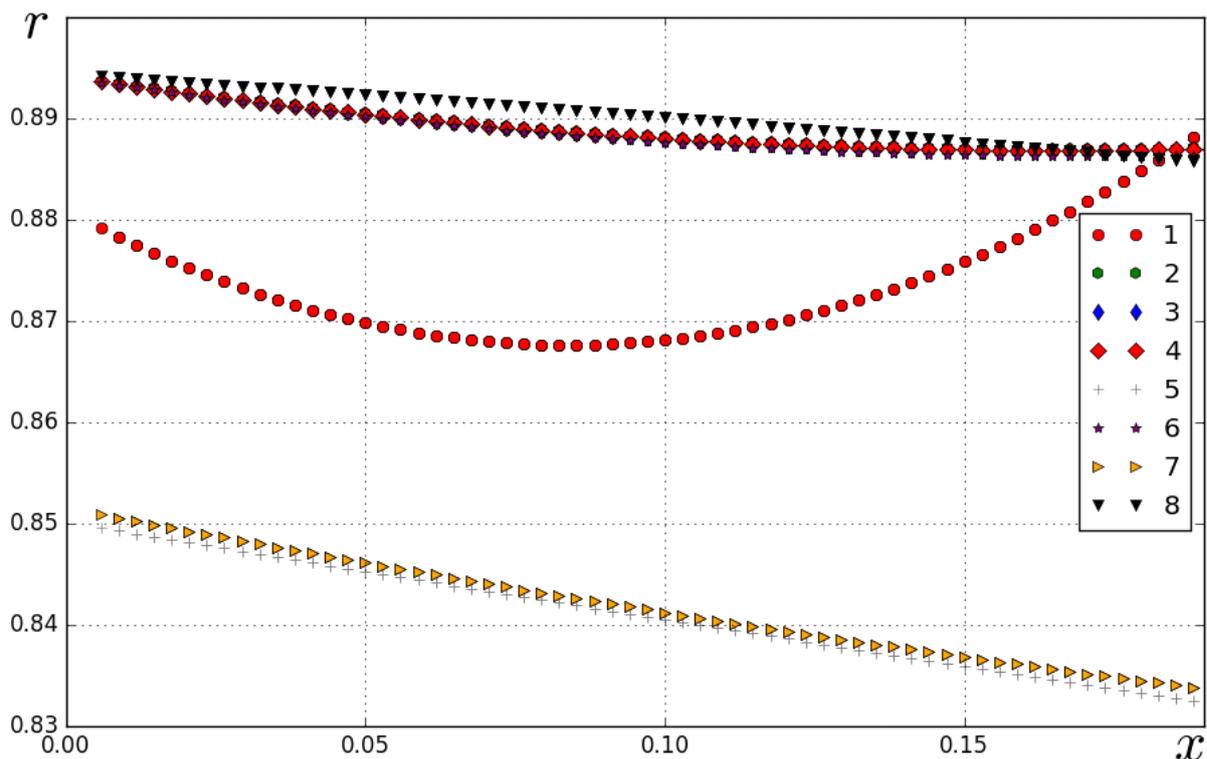


Рис. 3 Профили распределения коэффициента восстановления по длине канала:

- 1 –  $k-\varepsilon$  модель, крупная сетка, условие стандартной адиабатной стенки;
- 2 –  $k-\varepsilon$  модель, крупная сетка, UDF;
- 3 –  $k-\varepsilon$  модель, мелкая сетка, условие стандартной адиабатной стенки;
- 4 –  $k-\varepsilon$  модель, мелкая сетка, UDF;
- 5 – SST модель, крупная сетка, условие стандартной адиабатной стенки;
- 6 – SST модель, крупная сетка, UDF;
- 7 – SST модель, мелкая сетка, условие стандартной адиабатной стенки;
- 8 – SST модель, мелкая сетка, UDF;

Таблица 4 Результаты расчета теплового потока

№	Модель турбулентности	Качество сетки	Граничное условие на стенке	Q, Вт
1	$k-\varepsilon$	Крупная	Стандартная адиабатная стенка	414
2	$k-\varepsilon$	Крупная	UDF	361
3	$k-\varepsilon$	Мелкая	Стандартная адиабатная стенка	780
4	$k-\varepsilon$	Мелкая	UDF	682
5	SST	Крупная	Стандартная адиабатная стенка	397
6	SST	Крупная	UDF	281
7	SST	Мелкая	Стандартная адиабатная стенка	520
8	SST	Мелкая	UDF	382

#### 4. Анализ полученных данных

Из полученных профилей коэффициента восстановления видно, что в случае SST модели турбулентности применение условия стандартной адиабатной стенки приводит к значениям  $r$ , хорошо соответствующим значениям коэффициента восстановления для ламинарного пограничного слоя [24].

В случае  $k-\varepsilon$  модели получаемые значения оказываются более близкими к экспериментальным, особенно на мелкой сетке.

Поскольку в SST модели ламинарный подслой разрешается, а не рассчитывается на основе пристеночных функций, из этого можно сделать вывод, что в некоторых случаях методы численного расчета теплообмена трением в пограничном слое не позволяют учесть различие между ламинарным подслоем и полноценным ламинарным пограничным слоем.

Также можно заметить, что тепловой поток, в стенку, определенный по закону Фурье, во всех случаях оказался не равен нулю.

В случае использования стандартной адиабатной стенки данный факт может быть объяснен следующим образом: как показано в работе [25], установка физических величин, определяемых граничными условиями, осуществляется не непосредственно на стенке, а в виртуальном ряду ячеек, выходящим за физические границы рассматриваемой области. В пользу этого объяснения говорит тот факт, что при использовании условия стандартной адиабатной стенки встроенная функция ANSYS Fluent, предназначенная для определения теплового потока на стенке, возвращает нулевое значение теплового потока.

То есть, в расчетной модели при использовании граничных условий адиабатной стенки нулевой градиент температур достигается не на границе потока, а на некотором расстоянии внутри стенки

В случае применения UDF наличие теплового потока определяется приближенным характером эмпирического расчета коэффициента восстановления на стенке.

Из данных табл. 4 следует, что использование UDF, основанных на экспериментальных данных, позволило уменьшить тепловой поток в стенку. То есть данное граничное условие более точно соответствует идеальной адиабатной стенке, чем стандартное граничное условие программного пакета.

#### Заключение

В данной работе с помощью программного пакета ANSYS Workbench было проведено численное моделирование плоскопараллельного турбулентного течения воздуха в прямоугольном канале и исследовано распределение безразмерной температуры восстановления по высоте пограничного слоя в различных сечениях канала для стандартной адиабатной стенки и стенки с заданным коэффициентом восстановления температуры.

Было показано, что наложение стандартного ограничения теплоизолированной стенки иногда приводит к занижению коэффициента восстановления температуры на стенке как при использовании стандартной  $k-\varepsilon$ , так и SST моделей турбулентности.

Кроме того, было показано, что постановка граничного условия адиабатной стенки с помощью градиента температуры в фиктивных ячейках приводит к получению некорректных градиентов температур вблизи стенки, что характеризуется наличием теплового потока в стенку.

Коррекция граничных условий с использованием эмпирических зависимостей для коэффициента восстановления позволила уменьшить тепловые потоки и получить более хорошее приближение граничного условия адиабатности.

Таким образом, из полученных данных следует, что расчет теплообмена в турбулентном пограничном слое средствами программы ANSYS Fluent пока не обеспечивает физически адекватных результатов, и для его уточнения на данный момент необходимо привлечение сторонних экспериментальных данных.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант РФФ 14-19-00699).

### Список литературы

1. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. 2-е изд., перераб. М.: Энергоатомиздат. 1985. 320 с.
2. Eckert E., Drewitz O. Die Berechnung des Temperaturfeldes in der laminaren Grenzschicht schnell angeströmter, unbeheizter Körper // Luftfahrt-Forschung. 1942. Bd. 19. С. 189-196.
3. Леонтьев А.И. Газодинамические методы температурной стратификации (обзор) // Известия РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 6-26.
4. Бурцев С.А. Анализ влияния различных факторов на значение коэффициента восстановления температуры на поверхности тел при обтекании потоком воздуха. Обзор // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2004. № 11. 28 с. DOI: 10.7463/1104.0551021
5. Леонтьев А.И. Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35. № 1. С. 157-159.
6. Леонтьев А.И., Щеголев Н.Л., Носатов В.В., Стерелюхин С.А. Новый газодинамический метод температурной стратификации газа // Сб. тез. докл. 10-й Всерос. межвуз. н.-т. конф. "Газотурбинные и комбинированные установки и двигатели". М.: Изд-во ГПНТБ, 1996. С. 76-77.
7. Леонтьев А.И. Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Докл. РАН. 1997. Т. 354. №4. С. 475-477.
8. Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. Энергетика. 2000. № 5. С. 101-113.

9. Бурцев С.А. Исследование температурной стратификации газа // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. 1998. № 2. С. 65-72.
10. Бурцев С.А. Исследование температурного разделения в потоках сжимаемого газа: дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2001. 124 с.
11. Леонтьев А.И., Бурцев С.А., Визель Я.М., Чижиков Ю.В. Экспериментальное исследование газодинамической температурной стратификации природного газа // Газовая промышленность. 2002. № 11. С. 72-75.
12. Бурцев С.А. Исследование устройства температурной стратификации при работе на природном газе // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2004. № 9. 21 с. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/516097.html> (дата обращения 20.01.2016).
13. Виноградов Ю.А., Ермолаев И.К., Здитовец А.Г., Леонтьев А.И. / Измерение равновесной температуры стенки сверхзвукового сопла при течении смеси газов с низким значением числа Прандтля // Известия РАН. Энергетика. 2005. № 4. С. 128-133.
14. Здитовец А.Г., Титов А.А. Экспериментальное исследование газодинамического метода безмашинного энергоразделения воздушных потоков // Тепловые процессы в технике. 2013. № 9. С. 391-397.
15. Бурцев С.А. Исследование путей повышения эффективности газодинамического энергоразделения // ТВТ. 2014. Т. 52. № 1. С. 14-21. DOI: [10.7868/S0040364414010062](https://doi.org/10.7868/S0040364414010062).
16. Леонтьев А.И., Бурцев С.А. Исследование влияния диссипативных эффектов на температурную стратификацию в потоках газа (обзор) // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, №2, С. 310-322.
17. Бурцев С.А., Кочуров Д.С., Щеголев Н.Л. Исследование влияния доли гелия на значение критерия Прандтля газовых смесей // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 5. С. 314-329. DOI: [10.7463/0514.0710811](https://doi.org/10.7463/0514.0710811).
18. Бурцев С.А., Киселёв Н.А., Васильев В.К., Титов А.А. Экспериментальное исследование характеристик поверхностей, покрытых регулярным рельефом // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 1. С. 263-290. DOI: [10.7463/0113.0532996](https://doi.org/10.7463/0113.0532996).
19. Бурцев С.А., Киселёв Н.А., Леонтьев А.И. Особенности исследования теплогидравлических характеристик рельефных поверхностей // ТВТ. 2014. Т. 52. № 6. С. 895-898. DOI: [10.7868/S0040364414060052](https://doi.org/10.7868/S0040364414060052).
20. Леонтьев А.И., Олимпиев В.В. Потенциал энергосбережения различных способов закрутки потока и дискретно шероховатых каналов (обзор) // Известия РАН. Энергетика. 2010. № 1. С. 13-49.
21. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide. Режим доступа: <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node101.htm> (дата обращения: 15.03.2016 г.).

22. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
23. Клюквин А.Д. Верификация численного расчета параметров ламинарного пограничного слоя. // Молодежный научно-технический вестник. Электр. журн. 2015. № 4 (<http://sntbul.bmstu.ru/doc/775027.html>)
24. Петухов Б.С. Теплообмен в движущейся однофазной среде. Ламинарный пограничный слой: Монография. М.: Издательство МЭИ. 1993. 352с.
25. Н.К. Versteeg, W. Malasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method. New York, Longman Scientific and technical, 1995. 257 p.

## Analysing a Numerical Calculation Adequacy of the Recovery Factor for Various Problem Statement Options

A.D. Kliukvin<sup>1,2,\*</sup>

\* [aklyukvin@yandex.ru](mailto:aklyukvin@yandex.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** boundary layer, recovery factor, total temperature, ANSYS Fluent

---

The paper studies a recovery temperature distribution in a turbulent boundary layer of the compressible gas in a rectangular heat-insulated channel in supersonic flow mode using the numerical methods of gas dynamics. The software package ANSYS Fluent was used for calculation.

In the numerical simulation were used SST and k-epsilon turbulence models with two types of thermal boundary conditions on the channel wall: the standard adiabatic condition, provided by the software package, as well as the user boundary condition (UDF) based on the empirical dependence of the recovery factor in a turbulent boundary layer on the Prandtl number of the medium.

A data analysis showed that an application of the standard boundary condition of a heat-insulated wall, in some cases, results in recovery factor values on the wall, corresponding to the laminar rather than turbulent boundary layer.

For all options of the numerical model under consideration was found a non-zero value of the heat flow to the adiabatic wall. In the case of setting the user boundary conditions, this fact is due to the approximate nature of the dependence of the recovery factor on the Prandtl number.

For standard boundary condition of an adiabatic wall the most likely explanation for this result is a feature of the numerical solution scheme, according to which, to set the zero heat flow, is used a number of ghost cells, which can lead to the heat pattern distortion in the computational domain in the vicinity of the wall.

Correction of boundary conditions using an empirical relationship for the recovery factor enabled us to reduce the heat flows and have a better approximation of the adiabatic boundary condition.

Thus, it follows from the data obtained that the calculation of heat exchange in a turbulent boundary layer by means of ANSYS Fluent software physically yet does not provide the adequate results, and for its update at the moment the third party experimental data are required.

## References

1. Kutateladze S.S., Leont'yev A.I. *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pograničnom sloe* [Heat and mass transfer in turbulent boundary layer]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985. 320 p. (in Russian).
2. Eckert E., Drewitz O. Die Berechnung des Temperaturfeldes in der laminaren Grenzschicht schnell angeströmter, *unbeheizter Körper*. *Luftfahrt-Forschung*, 1942, n. 19, ss. 189-196.
3. Leont'yev A.I. [Gasdynamic method of thermal stratification (review)]. *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 2002, no. 4, pp. 6-26. (in Russian).
4. Burtsev S.A. Analysis of influence of different factors on the value of the temperature recovery factor at object surfaces in case of an airflow. Review. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2004, no. 11, pp.28. (in Russian). DOI: 10.7463/1104.0551021
5. Leont'yev A.I. Gas-dynamic method of energy separation of gas flows. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1997, vol. 35, no. 1, pp. 157-159. (in Russian).
6. Leont'yev A.I., Shchegolev N.L., Nosatov V.V., Sterelyukhin S.A. [New gasdynamic method of gas thermal stratification]. *Sb. tez. dokl. 10-i Vseros. mezhvuz. n.-t. konf. "Gazoturbinnye i kombinirovannye ustanovki i dvigateli"* [Proc. 10<sup>th</sup> All-Russian Int. sci.-tech. conf "New gas-turbine and combined units and engines"]. Moscow, GPNTB Publ., 1996, pp. 76-77. (in Russian).
7. Leont'yev A.I. Temperature stratification of supersonic gas flow. *Doklady RAN*, 1997, vol. 354, no. 4, pp. 475-477. (in Russian). (English version of journal: *Doklady Physics*, 1997, vol. 42, no. 6, pp. 309-311.)
8. Burtsev S.A., Leont'yev A.I. Thermal stratification in supersonic gas flow. *Izvestiya RAN. Energetika = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2000, no. 5, pp. 101-113. (in Russian).
9. Burtsev S.A. Issledovanie temperaturnoy stratifikatsii gaz. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Mashinostroenie = Ser. Mechanical Engineering*, 1998, no. 2, pp. 65-72. (in Russian).
10. Burtsev S.A. *Issledovanie temperaturnogo razdeleniya v potokakh szhimaemogo gaza*. Diss. kand. tekhn. nauk. [Research on thermal separation in compressible gas flows. Ph.D. tech. sci. diss]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2001. 124 p. (in Russian).
11. Leont'yev A.I., Burtsev S.A., Vizel' Ya.M., Chizhikov Yu.V. Experimental research on gas-dynamic thermal stratification of natural gas. *Gazovaya promyshlennost'*, 2002, no. 11, pp. 72-75. (in Russian).
12. Burtsev S.A. Investigation of the operation of temperature lamination device working on the natural gas. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2004, no. 9, pp. 21. (in Russian). DOI: 10.7463/0904.0516097

13. Vinogradov Yu.A., Ermolaev I.K., Zditovets A.G., Leont'yev A.I. Measurement of an equilibrium temperature of a supersonic nozzle wall at current of a gases mixture with low Prandtl number. *Izvestiya RAN. Energetika = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2005, no. 4, pp. 128-133. (in Russian).
14. Zditovets A.G., Titov A.A. Experimental study of a gas-dynamic method for an air stream energy separation. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal Processes in Engineering*, 2013, no. 9, pp. 391-397. (in Russian).
15. Burtsev S.A. Exploring ways to improve efficiency of gasdynamic energy separation. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 1, pp. 14-21. (in Russian). DOI: [10.7868/S0040364414010062](https://doi.org/10.7868/S0040364414010062). (English version of journal: *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 1, pp. 12-18. (in Russian). DOI: [10.1134/S0018151X14010064](https://doi.org/10.1134/S0018151X14010064))
16. Leont'yev A.I., Burtsev S.A. Study of the influence of dissipative effects on the temperature stratification in gas flows (Review). *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 310-322. (in Russian). DOI: [10.7868/S0040364413060069](https://doi.org/10.7868/S0040364413060069) (English version of journal: *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 297-307. (in Russian). DOI: [10.1134/S0018151X13060060](https://doi.org/10.1134/S0018151X13060060))
17. Burtsev S.A., Kochurov D.S., Shchegolev N.L. Investigation of the Helium Proportion Influence on the Prandtl Number Value of Gas Mixtures. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, no. 5, pp. 314-329. (in Russian). DOI: [10.7463/0514.0710811](https://doi.org/10.7463/0514.0710811).
18. Burtsev S.A., Kiselev N.A., Vasil'yev V.K., Titov A.A. Experimental study of parameters of surfaces coated with regular relief. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2013, no. 1, pp. 263-290. (in Russian). DOI: [10.7463/0113.0532996](https://doi.org/10.7463/0113.0532996).
19. Burtsev S.A., Kiselev N.A., Leont'yev A.I. Peculiarities of studying thermohydraulic characteristics of relief surfaces. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 6, pp. 895-898. (in Russian). DOI: [10.7868/S0040364414060052](https://doi.org/10.7868/S0040364414060052). (English version of journal: *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 6, pp. 869-872. DOI: [10.1134/S0018151X14060054](https://doi.org/10.1134/S0018151X14060054))
20. Leont'yev A.I., Olimpiev V.V. Power saving potential for different ways of flow torsion and stepped rough channels. Review. *Izvestiya RAN. Energetika = Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 2010, no. 1, pp. 13-49. (in Russian).
21. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide. Eneagrid: project website. Available at: <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node101.htm> accessed: 15.03.2016.
22. Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Reference book on thermophysical properties of gases and fluids]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 720 p. (in Russian).

23. Klyukvin A.D. [Numerical calculation verification for laminary boundary layer parameter]. *Molodezhnyy nauchno-tehnicheskiy vestnik*, 2015, no. 4. (in Russian). Available at <http://sntbul.bmstu.ru/doc/775027.html> (accessed 03.03.2016).
24. Petukhov B.S. *Teploobmen v dvizhushcheysya odnofaznoy srede. Laminarnyy pogranichnyy sloy* [Heat exchange in moving single-phase medium. Laminary boundary layer]. Moscow, MPEI Publ., 1993. 352 p. (in Russian).
25. H.K. Versteeg, W. Malasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*. New York, Longman Scientific and technical, 1995. 257 p.