



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

Discipline ou spécialité :

Informatique et Automatique

Présentée et soutenue par :

M. AYOUB TAHIRI

le jeudi 23 mai 2019

Titre :

Optimisation des flux dans les réseaux de transport pour les systèmes dynamiques étendus. Cas des systèmes hydrographiques.

Ecole doctorale :

Systèmes (EDSYS)

Unité de recherche :

Laboratoire de Génie de Productions de l'ENIT (E.N.I.T-L.G.P.)

Directeur(s) de Thèse :

M. BERNARD ARCHIMEDE

MME PASCALE CHIRON

Rapporteurs :

M. ERIC DUVIELLA, IMT LILLE DOUAI

M. GREGORY ZACHAREWICZ, INSTITUT MINES-TELECOM

Membre(s) du jury :

M. LAURENT LEFEVRE, INP GRENOBLE, Président

M. BERNARD ARCHIMEDE, ECOLE NATIONALE D'INGENIEUR DE TARBES, Membre

M. DAVID LADEVEZE, C.A.C.G TARBES, Membre

M. LUDOVIC LHUISSIER, C.A.C.G TARBES, Invité

Mme PASCALE CHIRON, ECOLE NATIONALE D'INGENIEUR DE TARBES, Membre

Mme ROSA ABBOU, UNIVERSITE DE NANTES, Membre

Remerciements

Ce travail a été effectué dans le cadre d'une thèse CIFRE au sein de l'équipe Innovation et Systèmes d'Information de la Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne (CACG) et au sein de l'équipe Décision et Interopérabilité pour la Dynamique des Systèmes du Laboratoire Génie de Production de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes (ENIT).

Je suis très honoré que Monsieur Eric DUVIELLA, professeur à l'Institut Mines Télécom Lille-Douai, et Monsieur Gregory ZACHAREWICZ, professeur à l'Institut Mines Télécom Alès, aient accepté la charge de rapporter sur mes travaux de recherche. J'adresse mes remerciements aux membres du jury de thèse : Madame Rosa ABOU, maître de conférences à l'université de Nantes, et Monsieur Laurent LEFEVRE, professeur à Grenoble INP, pour leur participation à mon jury de soutenance de thèse.

Je tiens à exprimer ma très profonde gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur Bernard ARCHIMEDE, Professeur à l'ENIT pour m'avoir confié ce sujet, accordé sa confiance et m'avoir soutenu tout au long de ma thèse. Mes remerciements s'adressent aussi à ma co-directrice de thèse, Madame Pascale CHIRON, maître de Conférences à l'ENIT, pour son investissement, pour son encadrement et finalement pour ses qualités humaines considérables.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mon encadrant industriel, Monsieur David LADEVEZE, ingénieur de recherche à la CACG. Je lui suis entièrement reconnaissant pour son aide scientifique, ses conseils pertinents et son implication. Mes remerciements vont à l'ensemble du personnel de la CACG et particulièrement Monsieur Ludovic LHUISSIER, directeur de l'équipe ISI, pour sa disponibilité, sa bonne humeur et sa confiance.

Je tiens à remercier Monsieur Daniel CHE de m'avoir accueilli au sein de l'université d'Ohio au États-unis, de son encadrement de qualité et de son encouragement.

Je tiens à remercier tous les thésards qui sont devenus des vrais amis : Adrian, Camille, Danilo, Farouk, Ferhat, Guillaume, Houda, Jérémy, Linda, Louis, Maël, Margot, Marie, Martin, Rabab, Yacine et Yves. Je remercie également : Adil, Brahim, Kamal, Yassine et Zakaria.

Je remercie mes parents, mes frères et Barbara pour leur soutien et leur encouragement.

Table des matières

Notations	1
Table des figures	4
Liste des tableaux	5
Introduction	7
1 Optimisation de flux dynamiques dans un réseau de transport	9
1.1 Introduction	9
1.2 Systèmes dynamiques étendus à retards variables	10
1.3 Réseaux de transport dynamiques	11
1.3.1 Graphes orientés	11
1.3.2 Réseaux de transport	11
1.3.3 Optimisation de flux dans un réseau de transport	12
1.3.4 Le problème du flot de coût minimum	13
1.3.5 Coûts effectifs convexes et séparables	14
1.3.6 Contraintes additionnelles	16
1.3.7 Modélisation des retards	17
1.3.8 Modélisation des déformations	19
1.4 Systèmes hydrographiques	20
1.4.1 Composants des réseaux hydrographiques	21
1.4.2 Dynamique des transferts hydrauliques	21
1.4.3 Problématique de la gestion de la ressource en eau	24
1.4.4 Niveaux de gestion des réseaux hydrographiques	26
1.5 Systèmes de gestion temps réel de la ressource en eau	27
1.5.1 Gestion supervisée de la ressource en eau	27
1.5.2 Les outils d'aide à la décision	29
1.6 Méthodes de gestion par optimisation	31
1.6.1 Optimisation d'un système de retenues	31
1.6.2 État de l'art	31
1.6.3 Réseaux de transport pour la gestion de la ressource en eau	33
1.7 Conclusion	35
2 Algorithme d'optimisation	37
2.1 Introduction	37
2.2 Modélisation des déformations de flux	38
2.2.1 Modélisation initiale	38
2.2.2 Amélioration de la modélisation	39
2.2.3 Répartitions variables	41
2.3 Coûts unitaires et effectifs	42
2.3.1 Coûts unitaires	42
2.3.2 Coûts effectifs	43
2.4 Formulation mathématique du problème d'allocation de la ressource	44
2.4.1 Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}0$	45

2.4.2	Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}1$	46
2.4.3	Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}2$	46
2.5	Graphe résiduel	46
2.5.1	Définitions	46
2.5.2	Exemple illustratif	48
2.6	Méthodologie de résolution des problèmes d'optimisation	49
2.6.1	Élimination des circuits négatifs	49
2.6.2	Détection de circuits négatifs	50
2.7	Résolution du problème $\mathcal{P}0$	51
2.7.1	Condition d'optimalité du problème $\mathcal{P}0$	51
2.7.2	Élimination d'un circuit négatif	53
2.7.3	Détection et identification des circuits négatifs	55
2.8	Résolution du problème $\mathcal{P}1$	59
2.8.1	Définition de multi-circuit	59
2.8.2	Condition d'optimalité de $\mathcal{P}1$	61
2.8.3	Élimination d'un multi-circuit négatif	62
2.8.4	Détection d'un multi-circuit négatif	62
2.9	Résolution du problème $\mathcal{P}2$	64
2.9.1	Condition d'optimalité du $\mathcal{P}2$	64
2.9.2	Détection d'un multi-circuit négatif	65
2.9.3	Élimination d'un multi-circuit négatif	66
2.10	Conclusion	68
3	Cas des réseaux hydrographiques	69
3.1	Introduction	69
3.2	Description du système d'allocation de la ressource en eau	70
3.2.1	Cycle naturel de l'eau	70
3.2.2	Problématique de l'allocation de la ressource en eau	72
3.3	Modélisation physique d'un système hydrographique	74
3.3.1	Modélisation statique du système hydrographique	74
3.3.2	Modélisation dynamique du système hydrographique	75
3.3.3	Initialisation du système	75
3.3.4	Modélisation des déversements	76
3.3.5	Modélisation de l'évaporation	78
3.4	Modélisation des transferts hydrauliques	79
3.4.1	Formulation mathématique du modèle	79
3.4.2	Modélisation des transferts par un graphe	80
3.4.3	Calage du modèle de transfert	80
3.4.4	Validation du modèle de transfert	82
3.5	Modélisation des critères de gestion	84
3.5.1	Les règles de gestion	85
3.5.2	Transcription des règles de gestion en coûts	86
3.6	Surveillance des données hydrométriques	89
3.6.1	Intérêt de la surveillance des données	89
3.6.2	Exemple illustratif	89
3.6.3	Principe de la reconstitution des débits	90
3.7	Surveillance des données pluviométriques	92
3.7.1	Modèles hydrologiques	92

Table des matières

3.7.2	Surveillance des états	94
3.7.3	Méthodologie	94
3.7.4	Formulation mathématique	95
3.7.5	Méthode de résolution	95
3.8	Conclusion	97
4	Evaluation de la stratégie de gestion	99
4.1	Introduction	99
4.2	Système hydrographique de la Haute Vilaine	100
4.2.1	Description du cas d'étude	100
4.2.2	Préparation des données nécessaires à la gestion	101
4.2.3	Modélisation du système hydrographique	104
4.2.4	Les coûts unitaires	105
4.2.5	Analyse des résultats	105
4.3	Système hydrographique de l'Arrats	110
4.3.1	Description du système	110
4.3.2	Modélisation des transferts hydrauliques	112
4.3.3	Reconstitution des débits	114
4.4	Système hydrographique de l'Echez	114
4.4.1	Validation de l'algorithme de reconstitution des pluies	114
4.4.2	Amélioration des prévisions hydrologiques	115
4.5	Conclusion	116
	Conclusion et Perspectives	119
	Bibliographie	121

Notations

G : Réseau de transport,
 N : ensemble des sommets,
 A : ensemble des arcs,
 S : sommet source,
 P : sommet utilisation,
 e_{ij} : arc de sommet initial i et de sommet terminal j ,
 $\eta(i)$: la somme des flux entrant le sommet i ,
 $\eta^{-1}(i)$: la somme des flux sortant le sommet i ,
 y_i : consommation du sommet i ,
 $\gamma(i)$: ensemble des arcs sortants,
 $\gamma^{-1}(i)$: ensemble des arcs entrants,
 u_{ij} : capacité physique de l'arc e_{ij} ,
 ϕ_{ij} : flux circulant sur l'arc e_{ij} ,
 X : ensemble des flux,
 CU_{ij} : coût unitaire de l'arc e_{ij} ,
 C_{ij} : coût effectif de l'arc e_{ij} ,
 π : ressource disponible,

R_y, R_z : sommet principal et secondaire du sommet de répartition R ,
 e_{RR_y}, e_{RR_z} : arc principal et secondaire du sommet de répartition R ,
 E_{ij}^+, E_{ij}^- : écarts positif et négatif de l'arc e_{ij} ,
 CU_{ij}^+, CU_{ij}^- : les coûts unitaires à l'augmentation et à la diminution de l'arc e_{ij} ,
 a_{ij}^+, a_{ij}^- : les pentes à l'augmentation et à la diminution de l'arc e_{ij} ,
 X_k : circulation à l'itération d'amélioration k ,
 $G'(X_k)$: graphe résiduel correspondant à la circulation X_k ,
 $e_{ij}^{\rightarrow}, e_{ij}^{\leftarrow}$: arc direct et arc inverse correspondant à l'arc e_{ij} ,
 A' : l'ensemble des arcs du graphe résiduel,

I_t : débit d'entrée d'un bief à l'instant t ,
 O_t : débit de sortie d'un bief à l'instant t ,
 V_t : volume stocké dans un bief à l'instant t ,
 V_t' : volume résiduel d'un bief à l'instant t ,
 TT : temps de transfert,

Table des figures

1.1	Modélisation des arcs parallèles	11
1.2	Exemple d'un calcul du coût effectif à partir du coût unitaire d'un arc	13
1.3	Approximation d'une fonction quadratique par une fonction linéaire par morceaux	15
1.4	Contrainte additionnelle de proportionnalité	16
1.5	Exemple d'un transfert avec un retard constant	17
1.6	Transformation d'un réseau dynamique en un réseau statique	18
1.7	Fonction d'évolution des temps de transfert constante par morceaux et croissante du flux	18
1.8	Réseau de transport à retards variables	19
1.9	Répartition temporelle d'un ensemble de flux	19
1.10	Exemple de déformation de flux	20
1.11	Schéma des différents paramètres influençant la gestion	25
1.12	Introduction d'outils de surveillance, de diagnostic et d'aide à la décision au niveau de la supervision [De León, 2006]	28
1.13	architecture de commande prédictive et adaptative pour le contrôle de navigabilité [Horváth et al., 2014]	29
1.14	Processus de gestion temps réel	30
2.1	Répartition temporelle des flux	39
2.2	Objet générique de répartition	40
2.3	Déformation temporelle d'un signal de flux	40
2.4	Équivalence des modélisations	41
2.5	Coefficient de répartition variable	43
2.6	Exemple de coût unitaire	44
2.7	Coût effectif	45
2.8	Arc résiduel	48
2.9	Réseau de transport $G=(N,A)$	49
2.10	Graphe résiduel $G'(X_0) = (N, A'(X_0))$	50
2.11	Enlèvement de circuit non-négatif	51
2.12	Exemple de circuit	52
2.13	Variation du coût d'un sous-graphe	54
2.14	Procédure de marquage	56
2.15	Détection d'un circuit négatif	56
2.16	Condition non suffisante	57
2.17	Circuit ne respectant pas la conservation de flux	59
2.18	Exemple de multi-circuit	60
2.19	Multicircuit complexe	60
2.20	Pénalité des arcs principaux et secondaires	63
2.21	Graphe	64
2.22	Graphe résiduel	65
2.23	fonction non-convexe	66
2.24	Procédure de résolution	67
2.25	Graphe résiduel correspondant à la discontinuité	67

3.1	Grand cycle de l'eau	71
3.2	Schéma d'un bassin versant	71
3.3	Exemple de réaction hydrologique d'un bassin versant	72
3.4	Les usages de l'eau [Wang, 2005]	73
3.5	Processus de l'allocation de la ressource en eau	74
3.6	Modélisation d'une retenue sur un seul pas de temps	75
3.7	Modélisation d'une retenue sur un horizon	76
3.8	Initialisation d'une retenue	77
3.9	Illustration d'un déversement	77
3.10	Modélisation du déversement	78
3.11	Stockage résiduel	80
3.12	Réseau de transport correspondant à un bief, où $TT = 1$ et $Horizon = 4$	81
3.13	Calibration du MSR sur l'événement de Wilson	82
3.14	Relation entre le stockage du bief et le débit	83
3.15	Les trois courbes des niveaux de gestion d'une retenue	86
3.16	Exemple de coût unitaire d'un bief	87
3.17	Exemple de coût unitaire d'une retenue	88
3.18	Exemple de contradiction des données	90
3.19	Reconstitution des données hydrométriques	91
3.20	Exemple de coût effectif d'une station hydrométrique	92
3.21	Schéma fonctionnel du modèle GR4H [Lerat, 2009]	93
3.22	Méthodologie d'identification des précipitations	94
3.23	Algorithme de reconstitution des pluies	97
4.1	Carte de la zone d'étude	100
4.2	Schéma synoptique des rivières et des retenues	102
4.3	Hydrogramme de crue à Chevré	103
4.4	Les hydrogrammes des apports	104
4.5	Modélisation du système hydrographique par un réseau de transport	105
4.6	Les coûts unitaires des barrages	106
4.7	Les coûts unitaire définis pour les zones sensibles	106
4.8	Hydrogramme de crue à Vitré	107
4.9	Hydrogramme de crue à Chateaubourg	108
4.10	Hydrogramme de crue à Cesson	108
4.11	Évolution des lâchers d'eau	109
4.12	Évolution des volumes des retenues	110
4.13	Réseau hydrographique des coteaux de Gascogne [Parent, 1991]	111
4.14	Système Arrats	111
4.15	Calibration du modèle résiduel de stockage	112
4.16	Résultats de la validation	113
4.17	Graphe statique	114
4.18	Reconstitution des débits à Isle Arné	115
4.19	Validation de l'algorithme de reconstitution des précipitations	116
4.20	Les prévisions des quatre séquences	117

Liste des tableaux

2.1	Définition des caractéristiques d'un arc résiduel	48
3.1	Résultats de la calibration	83
4.1	Caractéristiques physiques des barrages	100
4.2	Caractéristiques morphométriques des bassins versants	101
4.3	Caractéristiques des zones sensibles à l'aval des barrages	103
4.4	Synthèse des résultats	109
4.5	Séquences de prévision	116

Introduction

Les systèmes dynamiques étendus sont des systèmes complexes, spatialement répartis et véhiculant des flux. Les flux transportés sont caractérisés par des non-linéarités et sont soumis à des retards lors de leur transfert, mais aussi, à des déformations importantes lorsque la ressource est un fluide. L'étude des systèmes dynamiques s'intéresse à l'évolution d'un système dont on ne connaît que certains états observés ou calculés de son état passé ou présent. La règle d'évolution du système dynamique est une fonction déterministe.

Les systèmes dynamiques étendus sont en général utilisés pour satisfaire des demandes nécessitant le transport de flux. L'allocation de la ressource consiste à acheminer les flux aux bons endroits, aux bons moments et en bonnes proportions. Il est alors nécessaire de mettre en place un outil d'optimisation qui distribue de façon optimale la ressource disponible en prenant en compte les contraintes physiques du système.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à l'étude des systèmes dynamiques étendus véhiculant des fluides et nous proposons une modélisation basée sur des réseaux de transport étendus afin de représenter l'évolution de la ressource au cours du temps et d'intégrer les retards inhérents aux transferts des flux. La dynamique des transferts est modélisée sur plusieurs plages de fonctionnement par des équations linéaires à paramètres variables. Sur une plage de fonctionnement, nous considérons qu'un flux se répartit en plusieurs blocs de flux et que chaque bloc se déplace suivant son propre temps de transfert.

Les objectifs de gestion sont modélisés par des coûts unitaires sur les arcs. Les coûts unitaires considérés sont linéaires par morceaux et croissants. La linéarité par morceaux permet de modéliser l'évolution du coût unitaire pour différents niveaux de gestion. Le caractère croissant des coûts unitaires formalise le principe que le gain généré par une unité de flux diminue au fur et à mesure que l'objectif se remplit. L'allocation optimale de la ressource sur le système est obtenue par la recherche de la circulation de coût minimal sur le réseau de transport étendu correspondant. En plus des contraintes liées au réseau (conservation de flux et capacité), des contraintes additionnelles permettant la modélisation des dynamiques de transfert sont considérées.

Les systèmes hydrographiques appartiennent à la classe des systèmes dynamiques étendus non linéaires à retards variables. La modélisation proposée et les algorithmes développés sont appliqués au cas des systèmes hydrographiques et à la problématique de l'allocation de la ressource en eau associée.

Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous définissons les systèmes dynamiques étendus, objets de cette étude. Quand la ressource est un fluide, les différentes méthodes classiques de représentation des systèmes dynamiques ne permettent pas de modéliser leur transport. Nous proposons donc de les modéliser par un réseau de transport en raison de leur structure et de la performance de leurs algorithmes. La terminologie, les notions de base sur les réseaux de transport et le problème du flot de coût minimum sont définis. Les caractéristiques, la composition, ainsi que les dynamiques des systèmes hydrographiques sont décrites. En raison de l'anthropisation des espaces naturels, du changement climatique et de l'augmentation des besoins, la gestion de la ressource en eau offre des problématiques variées. Les différents niveaux de conduite de la ressource sont présentés, en mettant l'accent sur la gestion supervisée en temps réel. Un état de l'art des méthodes d'optimisation utilisées pour la gestion de la ressource en eau est fourni.

Dans le second chapitre, nous proposons une modélisation à base de réseaux de transport étendus dans laquelle le système est représenté sur plusieurs pas de temps et les dynamiques de transfert des flux sont prises en compte. Ces dernières sont décrites par des équations linéaires à paramètres

variables définies au niveau des sommets de répartition, dont le rôle est de répartir un flux en plusieurs blocs de flux. Pour transcrire les objectifs de gestion, des coûts unitaires et effectifs sont affectés aux arcs. Les coûts effectifs, issus de l'intégration des coûts unitaires, sont quadratiques par morceaux et convexes. L'allocation optimale de la ressource est formulée sous la forme d'un problème d'optimisation. La nature du problème dépend de la qualité de la modélisation souhaitée. Ainsi, trois problèmes d'optimisation de difficulté croissante $\mathcal{P}0$, $\mathcal{P}1$, $\mathcal{P}2$ sont considérés. Le problème $\mathcal{P}0$ traite les flux comme des solides, le problème $\mathcal{P}1$ modélise le transfert des flux sur une seule plage de fonctionnement, tandis que le problème $\mathcal{P}2$ le modélise sur l'ensemble des plages de fonctionnement. Nous proposons des méthodes de résolution des problèmes d'optimisation basées sur l'élimination des circuits de coût négatif dans le graphe d'écart.

Dans le troisième chapitre, nous rappelons les éléments hydrologiques du grand cycle naturel de l'eau et décrivons l'outil d'aide à la décision développé afin de répondre à la problématique de l'allocation de la ressource en eau. Les solutions issues de l'outil permettent le partage de l'eau de manière efficace, équitable et écologiquement durable. Le système hydrographique y est modélisé par un réseau de transport étendu et les transferts hydrauliques à surface libre dans les biefs par des sommets de répartition. La modélisation des transferts hydrauliques est validée sur un événement de référence et les résultats sont comparés à ceux du modèle de Muskingum. Nous proposons des règles de gestion de la ressource en eau et des lignes directrices pour les transcrire sous forme de coûts unitaires sur les arcs. L'outil d'aide à la décision est alimenté, en permanence, par des données hydrométriques et pluviométriques. La pertinence des décisions dépendant de la qualité des données d'entrée, nous avons développé deux algorithmes de surveillance des données hydrométriques et pluviométriques. La surveillance des variables d'entrée a pour objectif d'exploiter la redondance des mesures et des sorties du modèle hydrologique pour détecter et/ou traiter les incohérences et les imprécisions des mesures afin d'obtenir un ensemble de données compatibles validées.

L'objectif du quatrième chapitre est de mettre en œuvre la modélisation du système hydrographique proposée dans le troisième chapitre et d'évaluer la capacité de notre approche à répondre à la problématique de l'allocation de la ressource en eau. L'outil d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau est utilisé pour la gestion des trois retenues du bassin versant de la Haute-Vilaine dans le but de protéger des inondations trois zones vulnérables. La modélisation des transferts hydrauliques est appliquée sur un bief de la rivière Arrats d'une longueur de 40km, les résultats obtenus sont comparés à ceux du modèle de Muskingum. L'algorithme de surveillance des données hydrométriques est évalué en reconstituant les débits d'une station hydrométrique de l'Arrats considérée peu fiable. Finalement, l'algorithme de surveillance des données pluviométriques est appliqué au cas du bassin versant de l'Echez. L'amélioration des prévisions hydrologiques grâce à la reconstitution des pluies et du suivi de l'état des réservoirs du modèle hydrologique est illustrée.

Optimisation de flux dynamiques dans un réseau de transport

Sommaire

1.1	Introduction	9
1.2	Systèmes dynamiques étendus à retards variables	10
1.3	Réseaux de transport dynamiques	11
1.3.1	Graphes orientés	11
1.3.2	Réseaux de transport	11
1.3.3	Optimisation de flux dans un réseau de transport	12
1.3.4	Le problème du flot de coût minimum	13
1.3.5	Coûts effectifs convexes et séparables	14
1.3.6	Contraintes additionnelles	16
1.3.7	Modélisation des retards	17
1.3.8	Modélisation des déformations	19
1.4	Systèmes hydrographiques	20
1.4.1	Composants des réseaux hydrographiques	21
1.4.2	Dynamique des transferts hydrauliques	21
1.4.3	Problématique de la gestion de la ressource en eau	24
1.4.4	Niveaux de gestion des réseaux hydrographiques	26
1.5	Systèmes de gestion temps réel de la ressource en eau	27
1.5.1	Gestion supervisée de la ressource en eau	27
1.5.2	Les outils d'aide à la décision	29
1.6	Méthodes de gestion par optimisation	31
1.6.1	Optimisation d'un système de retenues	31
1.6.2	État de l'art	31
1.6.3	Réseaux de transport pour la gestion de la ressource en eau	33
1.7	Conclusion	35

1.1 Introduction

L'étude des systèmes dynamiques s'intéresse à l'évolution d'un système dont on ne connaît que certains états observés ou calculés de son état passé ou présent. Lorsque les éléments composant le système sont répartis dans l'espace, ceux-ci forment un système qualifié d'étendu. Ces derniers ont la particularité de véhiculer des flux. Les flux transportés sont caractérisés par des non-linéarités et sont soumis à des retards lors de leur transfert, mais aussi, à des déformations importantes lorsque la ressource est un fluide. Dans ce travail, nous proposons de prendre en compte, dans la modélisation de ces systèmes, l'ensemble de ces contraintes pour une gestion optimale de transport de fluide.

Nous modélisons les systèmes étudiés par des réseaux de transport étendus, en raison de leur structure et de la performance de leur algorithmes. Ils permettent de représenter l'évolution de la ressource au cours du temps et d'intégrer les retards inhérents aux transferts des flux. Après avoir introduit les systèmes faisant l'objet de notre étude dans la deuxième section, nous précisons dans la troisième section la terminologie et les notions de base sur les réseaux de transport utilisées. Ensuite, nous nous focalisons sur le problème du flot de coût minimum et à ses différentes variantes.

Nous nous intéressons aux réseaux hydrographiques sur lesquels seront appliqués ces travaux. Ces derniers appartiennent à la classe des systèmes dynamiques étendus non linéaires à retards variables. Leur composition, leur dynamique, ainsi que les différentes problématiques liées à la gestion de la ressource en eau sont présentées dans la quatrième partie. Dans la cinquième section, nous décrivons la gestion supervisée en temps réel de la ressource, en portant une attention particulière aux outils d'aide à la décision.

Compte tenu de l'anthropisation des espaces naturels, du changement climatique et de l'augmentation des besoins, une gestion efficace de la ressource dans les deux situations extrêmes, crue et étiage est indispensable. Aussi, la sixième section présentera un état de l'art des méthodes d'optimisation utilisées pour la gestion de la ressource en eau, et en particulier des méthodes basées sur les réseaux de transport.

1.2 Systèmes dynamiques étendus à retards variables

Un système dynamique est un système caractérisé par une évolution temporelle de son état. L'état du système à un instant est donné par un vecteur de nombres réels. La règle d'évolution du système dynamique est une fonction qui fournit les états futurs à partir d'un état initial.

Les systèmes considérés sont déterministes et causaux. Leur évolution ne dépend que de phénomènes du passé ou/et du présent. Un seul état futur découle de l'état initial. La relation entre l'entrée u et la sortie y est donnée par :

$$y(t) = F(\{u(t') : t_0 \leq t' \leq t\}, t) \quad (1.1)$$

où t_0 représente l'instant à partir duquel l'entrée contrôle la sortie et F la fonction décrivant l'évolution temporelle en fonction de l'entrée.

Généralement, la dynamique des systèmes est régie par les lois fondamentales de la physique mises sous forme d'équations différentielles tenant compte de plusieurs variables indépendantes ainsi que de leurs dérivées successives [Duviella, 2005]. Le système dynamique est dit linéaire s'il est régi par une équation différentielle linéaire. La relation entre l'entrée et la sortie est donc de la forme :

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i y^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^m b_i u^{(i)}(t) \quad (1.2)$$

où $u^{(i)}(t)$ et $y^{(i)}(t)$ sont respectivement la i^{eme} dérivée de $u(t)$ et de $y(t)$, et a_i et b_i sont des coefficients constants avec $m \leq n$. Le système est dit d'ordre n .

L'équation 1.2 peut être écrite sous forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (1.3)$$

où A , B et C sont respectivement les matrices d'état, de commande et de sortie, et x le vecteur d'état.

Dans le cas des systèmes dynamiques étendus, la réponse à une entrée est caractérisée par des retards dus aux distances importantes à parcourir par rapport à la vitesse du flux.

1.3 Réseaux de transport dynamiques

Si le système est caractérisé par un retard constant τ , il peut être représenté par l'équation 1.4.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.4)$$

Dans plusieurs cas, le comportement du système dépend de son état. Ainsi, les matrices A , B et C dépendent du vecteur d'état x . La représentation d'état d'un tel système pour un retard donné τ est fournie par l'équation 1.5 [Duviella, 2005].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t - \tau) \\ y(t) = C(x(t))x(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

Lorsque les flux transportés sont des fluides, ils sont soumis à des déformations importantes et à des retards dépendant à la fois des flux et de l'état du système. En effet, le mouvement des fluides newtoniens est régi par les équations de Navier-Stokes qui sont des équations aux dérivées partielles non linéaires [Majda and Bertozzi, 2002]. En linéarisant ces équations autour de plusieurs points de fonctionnement, le système peut être représenté par l'équation 1.5.

Nous nous intéressons à l'intégration de cette représentation des systèmes dynamiques étendus dans les réseaux de transport lorsque les flux transportés sont des fluides.

1.3 Réseaux de transport dynamiques

1.3.1 Graphes orientés

Un graphe orienté est un couple $G = (N, A)$, formé d'un ensemble N de sommets, et d'un ensemble A d'arcs. Un arc e_{ij} , est constitué de deux sommets ordonnés i et j , où i est le sommet d'origine, et j est le sommet terminal. L'arc e_{ij} est un arc sortant du sommet i et un arc entrant du sommet j . Notons, $\gamma(i)$ et $\gamma^{-1}(i)$ les ensembles des arcs sortants et entrants un sommet i , respectivement. Pour que nous puissions nous référer sans ambiguïté à l'arc d'origine i et de sommet terminal j par e_{ij} , nous considérons des graphes sans arcs parallèles (mêmes sommets d'origines et terminaux). Les arcs parallèles peuvent être représentés en introduisant pour l'un d'eux, un sommet intermédiaire k , afin de remplacer l'arc e_{ij} par les arcs e_{ik} et e_{kj} (cf. figure 1.1). Dans tout ce qui suit, toutes nos références à un graphe supposent implicitement que le graphe est orienté.

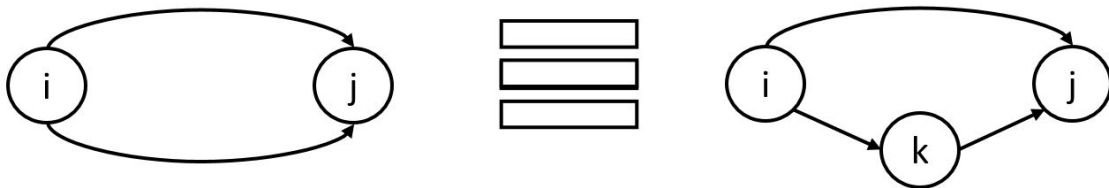


FIGURE 1.1 – Modélisation des arcs parallèles

1.3.2 Réseaux de transport

Dans la théorie des graphes, un réseau de transport est un graphe orienté valué, où chaque arc e_{ij} a une capacité positive u_{ij} et un flux positif $\phi_{ij} \in [0; u_{ij}]$ ne dépassant pas la capacité. Les termes flux et flot sont interchangeables. Pour un graphe $G = (N, A)$, l'ensemble des flux $X = \{\phi_{ij} | e_{ij} \in A\}$ est nommé le vecteur des flux. Notons $\eta(i) = \sum_{\{j | e_{ij} \in \gamma(i)\}} \phi_{ij}$ et $\eta^{-1}(i) = \sum_{\{j | e_{ji} \in \gamma^{-1}(i)\}} \phi_{ji}$ la somme

des flux sortants et entrants le sommet i , respectivement. La consommation y_i , d'un sommet i est définie par :

$$y_i = \eta(i) - \eta^{-1}(i) \quad (1.6)$$

Un réseau de transport dispose de deux sommets particuliers : le sommet source S et le sommet utilisation P . D'une façon générale, un réseau de transport modélise l'écoulement d'une ressource depuis la source, où elle est produite, jusqu'à l'utilisation, où elle est consommée [Ahuja et al., 1995]. Les sommets source et utilisation n'ont que des arcs sortants et entrants, respectivement. Nous appelons *ressource* d'un réseau de transport, la consommation du sommet source $y_S = \eta(S)$.

Chaque sommet du graphe, hormis le sommet source et le sommet utilisation respecte la loi de conservation des flux (loi de Kirchhoff). La somme des flux entrants est égale à la somme des flux sortants. La somme des flux sortants du sommet source est égale à la somme des flux entrants au sommet utilisation. Mathématiquement, la loi de conservation des flux s'écrit :

$$\begin{cases} \forall i \in N \setminus \{S, P\} & y_i = 0 \\ y_S = -y_P \end{cases} \quad (1.7)$$

Le transport d'une unité de flux sur un arc peut être affecté d'un **coût unitaire** représenté par une fonction notée CU_{ij} . Cette fonction peut prendre plusieurs formes : constante, linéaire, convexe, etc.

Le **coût effectif** du flux ϕ_{ij} sur l'arc e_{ij} est défini par l'intégrale de la fonction de coût unitaire sur l'intervalle $[0; \phi_{ij}]$:

$$C_{ij}(\phi_{ij}) = \int_0^{\phi_{ij}} CU_{ij}(\varphi) d\varphi \quad (1.8)$$

La figure 1.2 illustre un exemple d'un coût unitaire linéaire. Il est défini par $\forall \phi \in [0; +\infty[$ $CU_{ij}(\phi) = 4\phi - 100$. Le coût effectif correspond donc à $C_{ij}(\phi) = \int_0^{\phi} CU_{ij}(\varphi) d\varphi = 2\phi^2 - 100\phi$. Si on suppose qu'un flux de $\phi_{ij} = 30$ est présent sur l'arc, le coût unitaire de transport est égal à $CU_{ij}(\phi_{ij}) = 20$, et le coût effectif correspond à la surface en bleu : $C_{ij}(\phi_{ij}) = -1200$.

1.3.3 Optimisation de flux dans un réseau de transport

Les problèmes d'optimisation de flux dans un réseau de transport sont une classe de problèmes qui consistent à trouver une circulation de flux qui optimise une fonction objectif et qui respecte un ensemble de contraintes. La circulation est définie par l'ensemble des flux X . Dans cette classe de problèmes, nous trouvons des problèmes classiques tels que :

- **Le problème du flot maximum**, qui consiste à déterminer le flot maximum transitant depuis le sommet source vers le sommet utilisation, en respectant les contraintes de capacité, et la loi de conservation de flux [Ford and Fulkerson, 1956]. Il s'agit de maximiser la ressource du réseau de transport.
- **Le problème du multi-flux (Multi-commodity flow problem)**, qui consiste à trouver une circulation réalisable, maximale ou de coût minimal pour un ensemble de flux hétérogènes qui partagent le même réseau [Even et al., 1975].
- **Le problème du flot maximal à coût minimum** est le problème de recherche d'une circulation de coût minimal pour le flot maximum transitant depuis la source vers l'utilisation [Ahuja et al., 1995]. Le coût d'une circulation sur un graphe G est la somme des coûts effectifs des flux de ses arcs.

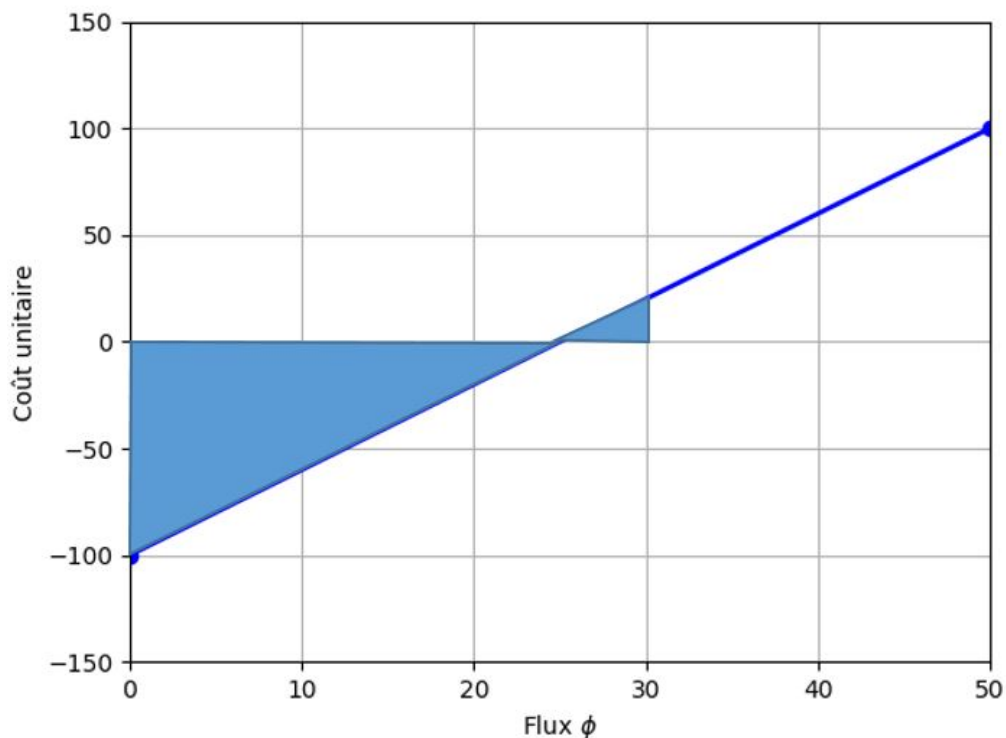


FIGURE 1.2 – Exemple d’un calcul du coût effectif à partir du coût unitaire d’un arc

- **Le problème de flot de coût minimum** : sur chaque arc du réseau de transport est défini un coût unitaire. L’objectif est de déterminer pour une ressource donnée π la circulation de coût minimal, c’est-à-dire acheminer la ressource du sommet source jusqu’au sommet utilisation avec un coût minimal. Le problème de flot de coût minimum peut être formalisé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_X \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall e_{ij} \in A \quad 0 \leq \phi_{ij} \leq u_{ij} \end{array} \right. \quad (1.9)$$

La suite de ce mémoire se focalisera sur le problème de flot de coût minimum et ses différentes variantes. L’objectif étant d’optimiser le transport des fluides dans les systèmes dynamiques étendus.

1.3.4 Le problème du flot de coût minimum

Le problème du flot de coût minimum (Minimum Cost Network flow problem (MCNFP)) appartient à la catégorie des problèmes d’optimisation des réseaux de transport. Plusieurs autres problèmes d’optimisation bien connus, comme le problème du plus court chemin ou le problème du flot maximum, sont des cas particuliers de ce dernier. La complexité du problème du flot de coût minimal dépend principalement de la nature des coûts sur les arcs et des contraintes du problème.

Dans le cas où les coûts effectifs sont linéaires par morceaux, le problème peut être ramené au cas linéaire en dupliquant les arcs [Bertsekas, 1998]. Il s’agit alors d’un problème d’optimisation linéaire pour lequel les algorithmes génériques de résolution peuvent être utilisés directement. Cependant, l’utilisation d’algorithmes adaptés à la particularité des contraintes du problème du flot

de coût minimum et à la structure du graphe permettent d'accélérer leur convergence. Le premier algorithme de complexité polynomiale pour le problème du flot de coût minimal a été proposé par Edmonds et Karp [Edmonds and Karp, 1972] en 1972. Il a fallu attendre l'an 1979 pour trouver le premier algorithme polynomial pour les problèmes d'optimisation linéaire [Khachiyan, 1979], [Karmarkar, 1984]. Encore aujourd'hui, aucun algorithme fortement polynomial n'existe pour les problèmes d'optimisation linéaire, alors que Tardos a proposé un algorithme fortement polynomial pour le problème du flot de coût minimal [Tardos, 1985].

Il existe une multitude d'algorithmes exacts et approximatifs de résolution du problème du flot de coût minimum, pour des variables continues ou entières : Network-Simplex [Orlin, 1997], Cycle-Canceling [Klein, 1967], Out-of-kilter [Fulkerson, 1961], successive shortest path [Edmonds and Karp, 1972], et la méthode du point intérieur [Karmarkar, 1984]. Avec la démocratisation des environnements d'exécution parallèle (multithreading) et compte tenu de la structure des réseaux de transport facilitant l'implantation, beaucoup d'efforts sont orientés vers la conception d'algorithmes exploitant des processeurs multithread [Beraldi et al., 1997], [Badr et al., 2006].

Si le problème du flot de coût minimal est résoluble en temps polynomial dans le cas des coûts effectifs linéaires, d'autres variantes du problème avec des coûts effectifs convexes, concaves, ou encore non-linéaires sont plus complexes à résoudre.

Dans le cas où les coûts effectifs sont concaves, le problème est NP-difficile [Guisewite and Pardalos, 1990]. La complexité provient de la minimisation d'une fonction concave sur un ensemble convexe, défini par les contraintes de capacité du réseau, ce qui implique qu'un optimum local n'est pas nécessairement un optimum global. De plus, il n'existe pas de critère simple permettant de décider si un minimum local est également un minimum global. Les coûts effectifs concaves sont utilisés principalement dans les réseaux de transport pour modéliser une économie d'échelle qui correspond à la baisse du coût unitaire d'un produit en accroissant la quantité de production. C'est le cas des applications telles que le problème de minimisation des dépenses de production, le problème d'exploitation optimale d'un réseau de télécommunication, etc. Fontes et al [Fontes et al., 2006b] ont proposé une méthode basée sur la programmation dynamique pour trouver l'optimum dans le cas de coûts concaves sur les arcs. Ils ont également développé un algorithme de séparation-et-évaluation (Branch-and-Bound) capable de résoudre le problème sur de grands systèmes [Fontes et al., 2006a].

1.3.5 Coûts effectifs convexes et séparables

Dans le cas où les coûts effectifs sont convexes, le problème du flot de coût minimum est appelé Minimum Convex-Cost Network Flow Problem. Les fonctions convexes sont souvent utilisées pour modéliser des coûts unitaires croissants. De telles situations résultent naturellement de facteurs tels que l'encombrement des systèmes (par exemple, le problème de répartition des ressources disponibles sur un réseau de télécommunication) et les effets de file d'attente (par exemple, la gestion du trafic urbain). Nous rappelons qu'un problème d'optimisation est considéré convexe lorsque la fonction à minimiser est convexe et que l'ensemble admissible est convexe. Un espace $F \subset \mathbb{R}^n$ est convexe si pour tout $x, y \in F$, et pour tout $\alpha \in [0; 1]$, $\alpha x + (1 - \alpha)y \in F$. Une fonction $f : F \mapsto \mathbb{R}$ est dite convexe si :

$$\forall x, y \in F, \forall \alpha \in [0; 1] \quad f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y) \quad (1.10)$$

Si nous nous limitons aux contraintes classiques d'un réseau de transport (conservation de flux et contraintes de capacité), l'espace de recherche est convexe, et le problème est considéré comme un problème d'optimisation convexe. Le principal avantage des problèmes convexes est l'absence des minimum locaux.

1.3 Réseaux de transport dynamiques

La fonction objectif C est dite partiellement séparable lorsqu'elle peut s'écrire sous la forme :

$$C(\{\phi_{ij} | e_{ij} \in A\}) = \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \quad (1.11)$$

Le problème du flot de coût minimal est dit **séparable** lorsque la fonction objectif est séparable, et l'espace admissible est construit uniquement avec les contraintes de conservation de flux et les contraintes de capacité. La séparabilité de la fonction objectif est obtenue par construction en considérant des sous-fonctions objectifs adaptées. La séparabilité est une propriété majeure du problème, car elle réduit considérablement le nombre d'évaluations nécessaires à l'optimisation. Sans la propriété de la séparabilité, le problème devient difficile à résoudre [Bertsekas, 1998] (Page 342).

La principale technique pour la résolution de problèmes non-linéaires est leur linéarisation pour appliquer les algorithmes d'optimisation linéaire [Hochbaum and Shanthikumar, 1990] [Kamesam and Meyer, 1984]. Il s'agit de remplacer la fonction non-linéaire par son approximation du premier ordre autour d'un point. La figure 1.3 représente un exemple d'approximation d'une fonction quadratique par une fonction linéaire par morceaux.

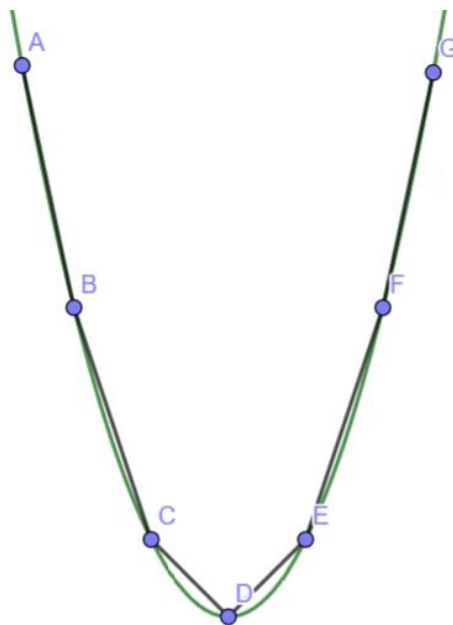


FIGURE 1.3 – Approximation d'une fonction quadratique par une fonction linéaire par morceaux

Minoux a développé un algorithme de complexité polynomiale pour résoudre le problème de flot de coût minimal séparable avec des coûts effectifs quadratiques et convexes [Minoux, 1984]. C'est à dire que le coût effectif sur un arc e_{ij} est de la forme $C_{ij}(\phi) = a_{ij}\phi^2 + b_{ij}\phi$, où $a_{ij} \geq 0$ et b_{ij} sont des constantes. Végh a proposé un algorithme fortement polynomial pour les coûts effectifs quadratiques, convexes et séparables [Végh, 2012].

Plusieurs algorithmes développés pour le problème de flot de coût minimal avec des coûts effectifs linéaires ont été étendus au cas des coûts convexes. L'algorithme d'annulation des circuits de coût négatif initialement conçu pour les coûts effectifs linéaires par Goldberg et Tarjan [Goldberg and Tarjan, 1989] peut être généralisé à des coûts effectifs convexes [Karzanov and McCormick, 1997]. Bertsekas et al, ont généralisé la méthode de relaxation au cas

de coûts effectifs convexes [Bertsekas et al., 1987]. D'autres algorithmes de complexité polynomiale peuvent être trouvés dans [Hochbaum and Shanthikumar, 1990].

1.3.6 Contraintes additionnelles

Lorsque la modélisation d'un problème l'exige, des contraintes additionnelles (side-constraints) peuvent être ajoutées aux contraintes classiques d'un réseau de transport (contraintes de conservation de flux et de capacité). Elles ont la forme suivante :

$$g_a(Y) \leq 0 \quad a = 1, \dots, r \quad (1.12)$$

Avec $Y \subset X$ un sous-ensemble de X et $g_a : \mathcal{P}(X) \mapsto \mathbb{R}$ une fonction, où $\mathcal{P}(X)$ est l'ensemble des parties de X . La formulation mathématique du problème du flot de coût minimum change donc par rapport à l'équation 1.9, et devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_X \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall e_{ij} \in A \quad 0 \leq \phi_{ij} \leq u_{ij} \\ g_a(Y) \leq 0 \quad a = 1, \dots, r \end{array} \right. \quad (1.13)$$

Cette formulation du problème du flot de coût minimal est rencontrée dans plusieurs applications réelles. Un des cas les plus récurrents est la contrainte additionnelle qui couple les flux de deux arcs. Cette contrainte se manifeste naturellement pour modéliser des proportionnalités, par exemple, le volume évaporé d'un barrage peut être considéré proportionnel à son volume, les fuites dans un réseau d'irrigation sont proportionnelles au volume qui y circule, etc.

Considérons par exemple le sous-graphe illustré sur la figure 1.4 où le flux de l'arc e_{ij} est proportionnel à la somme des flux entrants le sommet i .

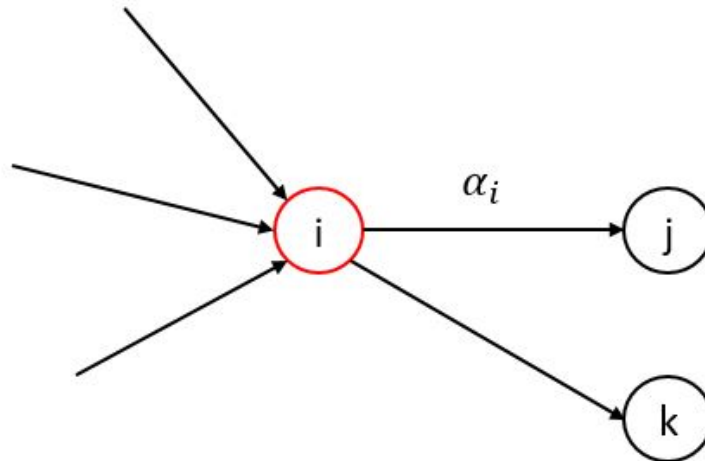


FIGURE 1.4 – Contrainte additionnelle de proportionnalité

Cette proportionnalité est représentée par la contrainte additionnelle suivante :

$$\phi_{ij} = \alpha_i \eta^{-1}(i) \quad \alpha_i \in [0; 1] \quad (1.14)$$

1.3 Réseaux de transport dynamiques

Avec α_i un coefficient de proportionnalité. Avec cette contrainte additionnelle, les flux deviennent dépendants, et de ce fait le problème n'est plus séparable. Cependant la convexité du problème demeure. En effet, il est à noter que certains types de contraintes additionnelles peuvent rendre le problème non-convexe.

Les contraintes additionnelles compliquent généralement la solution du problème car elles représentent une rupture avec la structure des réseaux de transport.

1.3.7 Modélisation des retards

Contrairement aux systèmes statiques où le transport des flux est quasiment instantané, le transport des flux dans les systèmes dynamiques étendus est caractérisé par des retards importants. La figure 1.5 représente l'exemple du transfert d'un ensemble de flux sur un arc e_{ij} dont le temps de transfert est $\tau_{ij} = 4$. Le flux envoyé le long de l'arc par le sommet d'origine arrive dans son intégralité au sommet terminal après un temps de transfert constant et propre à l'arc.

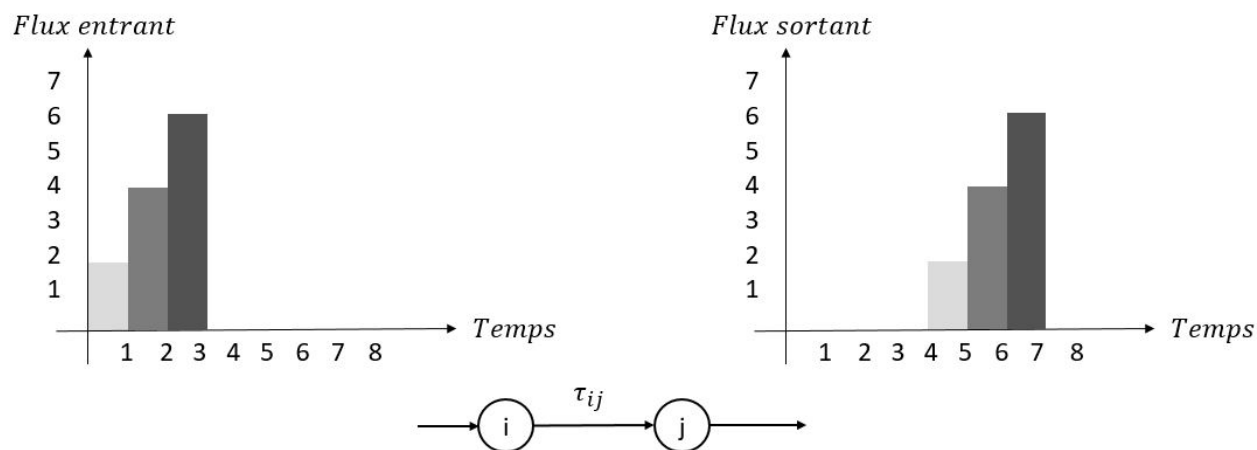


FIGURE 1.5 – Exemple d'un transfert avec un retard constant

Lorsque les temps de transfert des arcs sont indépendants des flux qui y circulent, le réseau de transport étendu proposé par Fulkerson [Fulkerson, 1966] permet le passage d'un réseau dynamique à un réseau statique. Les sommets sont dupliqués à chaque pas de temps et les arcs relient les sommets en fonction du temps de transfert. La figure 1.6 représente un exemple de transformation d'un réseau dynamique en un réseau statique. La résolution du problème de flux dynamique peut être transformée en la résolution d'un problème de flux statique dans un réseau étendu [Skutella, 2009].

Le temps de transfert τ_{ij} de l'arc e_{ij} peut dépendre du flux qui y circule. C'est le cas, par exemple, du temps de voyage sur un réseau routier qui est inversement proportionnel à la saturation du réseau. Fonoberova a proposé une approche pour modéliser les temps de transfert variables [Fonoberova, 2010]. La figure 1.7 présente un exemple d'une fonction d'évolution des temps de transfert constante par morceaux et croissante du flux. Elle est définie par :

$$\tau_{ij}(\phi) = \begin{cases} 4 & \text{si } \phi \in [0; 2] \\ 5 & \text{si } \phi \in]2; 5] \\ 6 & \text{si } \phi \in]5; +\infty[\end{cases} \quad (1.15)$$

Le transformation d'un réseau dynamique en un réseau statique est réalisée en dupliquant les arcs et leurs sommets terminaux, et en fixant les capacités minimales et maximales des arcs dupliqués, afin de contraindre le flux à se répartir dans le temps. L'exemple sur la figure 1.8 illustre le cas

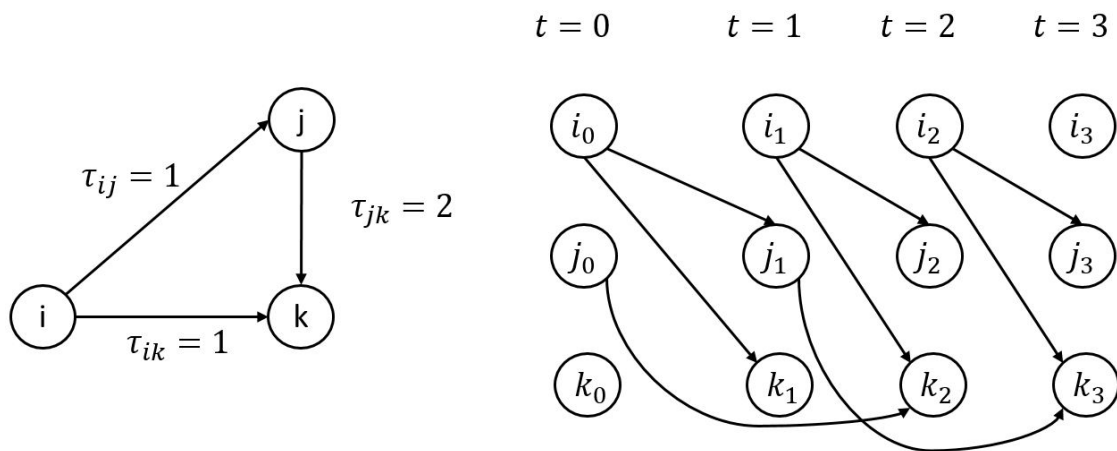


FIGURE 1.6 – Transformation d'un réseau dynamique en un réseau statique

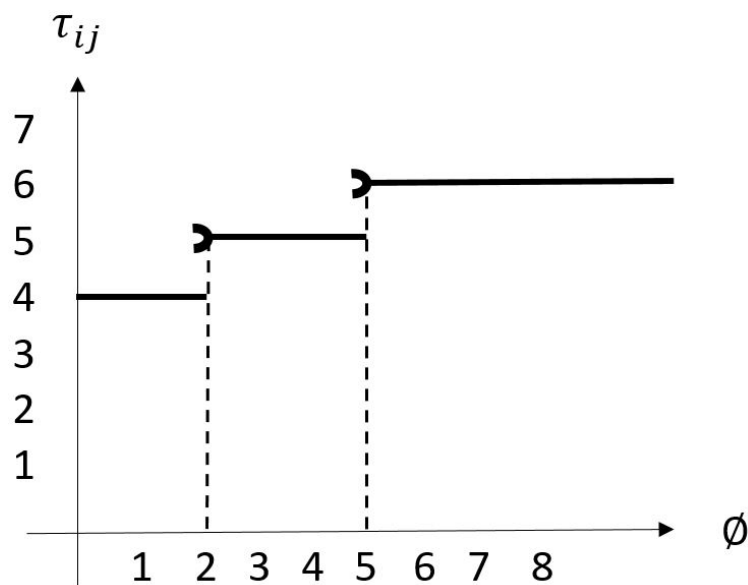


FIGURE 1.7 – Fonction d'évolution des temps de transfert constante par morceaux et croissante du flux

1.3 Réseaux de transport dynamiques

de transformation de l'arc e_{ij} dont la fonction d'évolution des temps de transfert est donnée par l'équation 1.15. Les intervalles présents sur les arcs de la figure 1.8 correspondent à leurs capacités minimales et maximales.

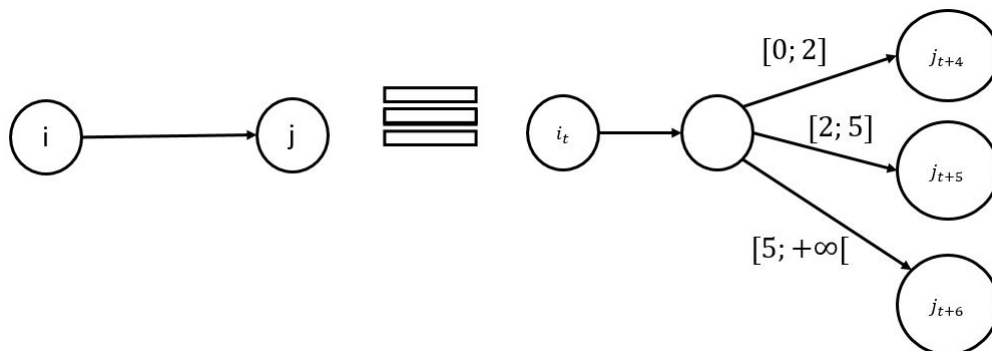


FIGURE 1.8 – Réseau de transport à retards variables

La figure 1.9 illustre la répartition temporelle entre les flux d'entrée et de sortie, respectant la fonction d'évolution des temps de transfert.

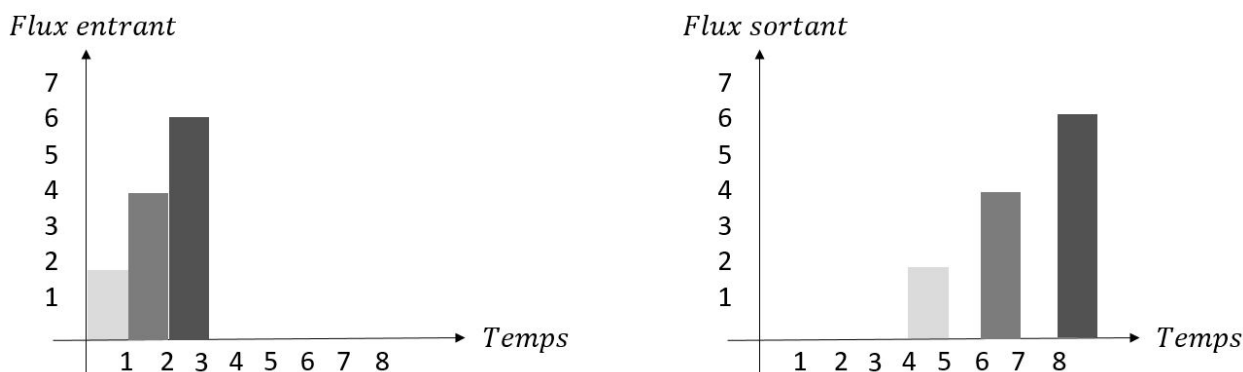


FIGURE 1.9 – Répartition temporelle d'un ensemble de flux

La transformation d'un réseau dynamique en un réseau statique proposée par Fonoberova est adaptée au cas des temps de transfert dont l'évolution est constante par morceaux. De façon plus générale, les réseaux dynamiques prennent plusieurs formes en fonction des paramètres variant dans le temps et en fonction de la nature de l'évolution des temps de transfert [Aronson, 1989] [Carey and Subrahmanian, 2000].

1.3.8 Modélisation des déformations

Les techniques et les solutions de modélisation de transport des flux développées dans la littérature sont conçues pour modéliser le transport des flux non-déformables en les traitant comme des solides. Cependant, lorsque la ressource est un fluide, des déformations importantes des flux se produisent et leur modélisation est impérative pour une gestion optimale de leur transport.

Notons pour l'arc e_{ij} , le flux entrant $\phi_{ij}^{entrant}(t)$ et le flux sortant $\phi_{ij}^{sortant}(t)$ à l'instant t . On appelle, respectivement, **signal d'entrée** et **signal de sortie** les courbes des fonctions $\phi_{ij}^{entrant}$ et $\phi_{ij}^{sortant}$. Soit G_{ij} la fonction de transfert de l'arc e_{ij} reliant le signal d'entrée au signal de sortie : $\phi_{ij}^{sortant} = G_{ij}(\phi_{ij}^{entrant})$.

Les fonctions de transfert développées dans la littérature consistent en une simple translation dans le temps. Elles sont de la forme $G_{ij}(\phi_{ij}^{entrant}(t)) = \phi_{ij}^{entrant}(t - \tau_{ij})$ quand le temps de transfert est constant, et de la forme $G_{ij}(\phi_{ij}^{entrant}(t)) = \phi_{ij}^{entrant}(t - \tau_{ij}(\phi_{ij}^{entrant}(t)))$ quand le temps de transfert dépend du flux.

Lorsque le flux est déformable, le flux sortant à l'instant t dépend des flux entrants aux instants $t - n$ tels que $n \in [k_{ij}; k_{ij} + s_{ij}[$, où k_{ij} et s_{ij} sont deux constantes de l'arc e_{ij} .

La relation entre les flux entrant et sortant est formulée par l'équation 1.16 :

$$\phi_{ij}^{sortant}(t) = G_{ij}(\{\phi_{ij}^{entrant}(t - n) | n \in [k_{ij}; k_{ij} + s_{ij}[\}) \quad (1.16)$$

L'équation 1.16 permet de décrire toutes les relations possibles entre les signaux d'entrée et de sortie. Dans ce travail, nous nous limitons au cas particulier d'une fonction de transfert linéaire de la forme :

$$\phi_{ij}^{sortant}(t) = \sum_{n=k_{ij}}^{k_{ij}+s_{ij}-1} \lambda_{ij}^n \phi_{ij}^{entrant}(t - n) \quad (1.17)$$

avec λ_{ij}^n des coefficients appartenant à l'intervalle $[0; 1]$ permettant de respecter la loi de conservation des flux. Les intégrales des flux d'entrée et de sortie sont égales :

$$\int_0^{+\infty} \phi_{ij}^{entrant}(t) dt = \int_0^{+\infty} \phi_{ij}^{sortant}(t) dt \quad (1.18)$$

La figure 1.10 présente un exemple de déformation que subit un signal d'entrée lors du passage par l'arc e_{ij} . Le flux sortant à l'instant $t = 4$ est le résultat des flux entrants aux instants $t = 0$ et $t = 1$.

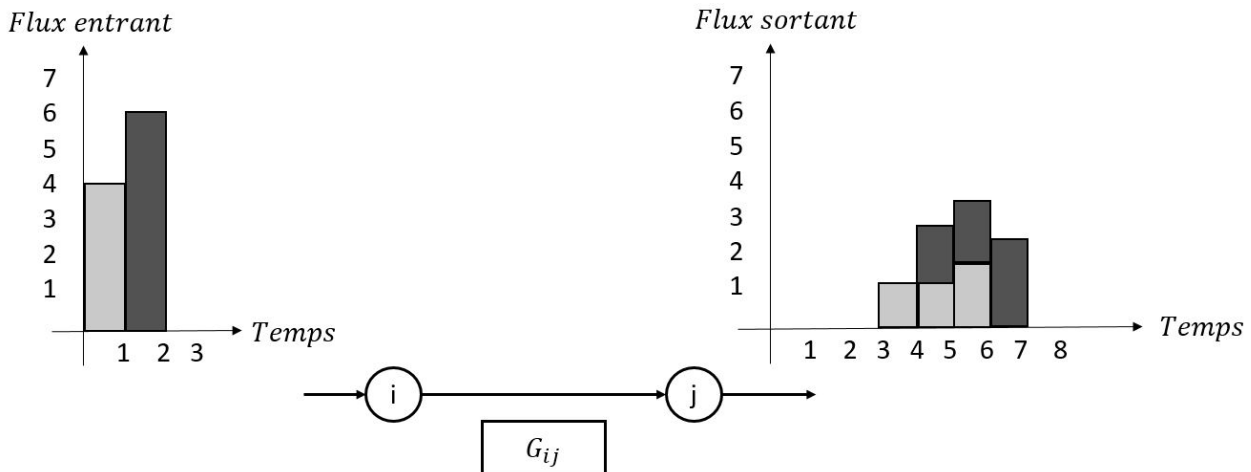


FIGURE 1.10 – Exemple de déformation de flux

Nous retiendrons cette dernière modélisation et nous nous intéressons au cadre d'application relatif aux systèmes hydrographiques.

1.4 Systèmes hydrographiques

Un réseau hydrographique est un ensemble de chenaux, de rivières, de cours d'eau, de lacs et de retenues qui assurent le drainage superficiel d'un bassin versant ou d'une région donnée. Les réseaux

1.4 Systèmes hydrographiques

hydrographiques sont composés d'éléments largement répartis géographiquement et dont le temps de transfert de la ressource peut atteindre des jours. Le transfert de la ressource en eau sur le réseau se fait gravitairement et l'écoulement est à surface libre. Les réseaux hydrographiques appartiennent à la classe des systèmes dynamiques étendus non linéaires à retards variables. Cette section présente les différents composants d'un réseau hydrographique, son fonctionnement, les dynamiques de transfert, ainsi que la problématique de la gestion de la ressource en eau.

1.4.1 Composants des réseaux hydrographiques

Les différents ouvrages présents sur le réseau hydrographique ont pour objet principal de réguler la disponibilité de la ressource par rapport à la demande, c'est à dire régir la répartition de l'eau entre les demandes concurrentes, et de pallier dans la mesure du possible les risques d'inondation. Ces ouvrages sont équipés de capteurs, d'actionneurs, de vannes, et de systèmes de transmission. Les capteurs sont des dispositifs transformant l'état d'une grandeur physique observée en une grandeur numérique, telle que le niveau d'eau dans une rivière ou une retenue. Les actionneurs transforment l'énergie électrique en énergie mécanique pour modifier le comportement du système. Les vannes sont des dispositifs destinés à contrôler le débit.

Dans ce travail nous allons nous concentrer sur les systèmes composés de retenues et de rivières :

- Une retenue est un ouvrage d'art construit en travers ou en latéral d'un cours d'eau et a pour objet de réguler son débit et/ou stocker de l'eau. Les fonctions d'une retenue sont multiples : contrôle des crues, réserve d'eau potable, irrigation, industrie, hydroélectricité, etc. Ainsi, elles stockent de l'eau lorsque le système est excédentaire, principalement en automne et en hiver, afin de la restituer selon les nécessités, principalement au printemps et en été. Dans ce manuscrit les termes retenue et barrage sont synonymes.
- Une rivière est un cours d'eau, recevant des affluents et qui se jette dans une autre rivière ou dans l'océan. L'écoulement de l'eau sur la rivière se fait à surface libre.

1.4.2 Dynamique des transferts hydrauliques

Les écoulements dans les canaux naturels (rivières) et artificiels (irrigation, réseaux d'adduction) sont, dans la plupart des cas, des écoulements à surface libre. La surface libre est l'interface entre l'air et l'eau, et la pression est égale à la pression atmosphérique.

Lorsque les ondes hydrauliques se déplacent de l'amont vers l'aval, elles s'atténuent et sont retardées. Les ondes hydrauliques sont soumises à deux mouvements principaux : un écoulement uniformément progressif et une action de réservoir [Barat et al., 2013]. Un écoulement uniformément progressif désigne un décalage temporel de l'onde lors du transfert amont-aval, sans changement de forme, qui ne se produirait que dans des conditions idéales (absence du frottement avec les berges). L'action de réservoir désigne la modification d'une onde de crue par stockage dans le réservoir pour représenter son atténuation. La dynamique de transfert hydraulique au niveau d'un bief est l'étude de l'évolution de l'onde hydraulique lors du transfert, et a pour objet de déterminer l'hydrogramme d'une section à l'aval à partir de l'hydrogramme observé sur une section à l'amont.

De nombreux modèles existent pour représenter le transfert hydraulique au sein d'un réseau où l'écoulement se fait à surface libre. Les modèles peuvent être regroupés en deux grandes familles : les modèles mécanistes et les modèles conceptuels.

1.4.2.1 Modèles mécanistes

Les modèles mécanistes étudient le mouvement réel du fluide. Ils sont tous basés sur des principes physiques et en particulier sur les équations de Barré de Saint-Venant [Chow and Maidment, 1988].

Ils décrivent les écoulements non permanents quasi-unidimensionnels dans un canal ou un cours d'eau à surface libre. Il s'agit d'un système d'équations aux dérivées partielles hyperboliques du premier ordre non-linéaires. Les équations de Barré de Saint-Venant (cf. équation (1.19)) sont dérivées des équations de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes). Leur résolution permet de définir les variations temporelles des hauteurs d'eau et des débits. En l'absence d'hypothèses simplificatrices, ce système ne possède pas de solution analytique connue. La résolution des équations est uniquement possible numériquement, en se basant sur une méthode de résolution telle que la méthode des différences finies, le modèle à éléments finis ou la méthode des volumes finis [Strelkoff, 1970].

Les hypothèses nécessaires pour que les équations de Barré de Saint-Venant soient valides sont les suivantes :

- L'écoulement est mono-dimensionnel et rectiligne.
- La pente α du bief est suffisamment faible pour faire l'approximation $\sin(\alpha) = \alpha$.
- La masse volumique de l'eau ρ est considérée constante (fluide supposé parfait et incompressible).
- La répartition des pressions est hydrostatique, c'est à dire la surface du fluide est graduellement variable.
- Les effets de la viscosité interne sont négligeables devant les frottements externes.

En considérant ces hypothèses, les équations de la continuité et de la conservation de la quantité de mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial S(x,t)}{\partial t} - q_l = 0 \\ \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2(x,t)}{S(x,t)} \right) + gS \frac{\partial z(x,t)}{\partial x} + gS(S_f - S_0) = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

où t est le temps [s], x est la variable d'espace orientée dans le sens de l'écoulement [m], S est la section mouillée [m²], Q est le débit à travers la section S [m³/s], q_l est le débit latéral par unité de longueur [m²/s], g est l'accélération de la pesanteur [m/s²], z est la hauteur d'eau selon l'axe vertical [m], S_f est la pente due aux frottement sur le fond (sans dimension), et S_0 la pente de fond du canal.

Les pertes de charge dues aux frottements, sont représentées par la pente de frottement S_f , qui est déterminée par des lois empiriques. La formule la plus utilisée est celle de Manning-Strickler qui est issue de la formule de Chezy [Chow and Maidment, 1988] :

$$S_f = \left(\frac{Q}{KSR^{2/3}} \right)^2 \quad (1.20)$$

avec K le coefficient de Strickler et R le rayon hydraulique.

Les équations différentielles partielles de Barré de Saint-Venant doivent être complétées par des conditions initiales et aux limites afin d'être résolues. Un exemple de conditions aux limites est un hydrogramme en amont et une courbe de tarage en aval. La courbe de tarage est une loi de correspondance monotone, croissante et univoque entre le débit et la hauteur pour une station hydrométrique donnée (<http://www.sandre.eaufrance.fr>).

De nombreux logiciels de simulation hydraulique sont basés sur la résolution d'équations complètes de Barré de Saint Venant, tel que HEC-RAS [Brunner, 2010], MIKE Hydro River [Borden et al., 2016] et SIC2 [Baume et al., 2005].

L'intégration d'un modèle mécaniste à un outil d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau présente plusieurs difficultés :

- Les données topographiques décrivant la géométrie des lits mineurs et majeurs des rivières ne sont généralement pas connues, et les campagnes de mesure bathymétriques sont très coûteuses.

1.4 Systèmes hydrographiques

- Les ouvrages hydrauliques présents dans les rivières doivent aussi être calibrés pour suivre des lois d'ouvrages.
- L'intégration d'un modèle mécaniste à un outil d'aide à la décision est très difficile compte tenu de la complexité des équations différentielles qui régissent le mouvement.

Toutes ces difficultés ont conduit les ingénieurs à utiliser des modèles simplifiés, capables de reproduire les caractéristiques essentielles de la dynamique qui régit les transferts hydrauliques.

1.4.2.2 Modèles conceptuels

Les modèles conceptuels sont des représentations facilement compréhensibles, permettant de décrire le système dans sa globalité, c'est à dire un simple transformateur entrée-sortie. Un modèle conceptuel cherche à représenter les principaux processus sans utiliser les lois physiques régissant les processus concernés, ce qui permet de surmonter les difficultés de la complexité hydraulique. Le calage du modèle conceptuel à partir d'une ou plusieurs chroniques d'entrées-sorties permet de déterminer et fixer les paramètres du modèle.

La plupart des modèles conceptuels en hydraulique sont des modèles à base de réservoirs ; c'est-à-dire que le processus de transfert au niveau de chaque bief est assimilé au fonctionnement d'un ou plusieurs réservoirs en série ou en parallèle.

Les modèles conceptuels sont basés sur deux équations : une équation de continuité (1.21) et une équation de stockage (1.22). L'équation de continuité formule la variation du stockage du bief (V) par la différence entre le débit d'entrée (I) et le débit de sortie (O). L'équation de stockage est une relation empirique qui relie le stockage, les débits d'entrée et de sortie [Subramanya, 2007].

$$\frac{dV}{dt} = I - O \quad (1.21)$$

$$V = f\left(I, \frac{dI}{dt}, \dots, O, \frac{dO}{dt}, \dots\right) \quad (1.22)$$

Le modèle conceptuel de Muskingum est le modèle le plus ancien et le plus utilisé. Ce modèle qui considère le bief comme un réservoir a été conçu pour l'étude du contrôle des inondations de la rivière Muskingum dans l'Ohio dans les années 1930 [Yoon and Padmanabhan, 1993]. Le stockage est considéré linéairement dépendant du débit entrant et sortant du bief. L'évolution dans le temps du stockage est exprimée par :

$$V_t = K(xI_t + (1 - x)O_t) \quad (1.23)$$

où V_t , I_t et O_t sont respectivement, le stockage, le débit d'entrée et le débit de sortie du bief, à l'instant t . K est un coefficient de dimension temporelle qui représente la durée de stockage du bief. x est un coefficient de pondération sans dimension (compris entre 0 et 0,5) qui module l'influence de l'entrée et de la sortie [Al-Humoud and Esen, 2006].

En combinant les équations (1.21) et (1.23), le modèle de Muskingum peut être exprimé par l'équation suivante :

$$O_{t+1} = C_0 I_{t+1} + C_1 I_t + C_2 O_t \quad (1.24)$$

où C_0 , C_1 et C_2 sont des constantes calculées à partir des valeurs de K et de x [Singh and McCann, 1980].

Le calage du modèle consiste à déterminer les paramètres K et x . Il est réalisé en minimisant la fonction :

$$\text{Min} \sum_{t=0}^{\text{Horizon}} (O_t^{\text{Mesure}} - O_t^{\text{Muskingum}})^2 \quad (1.25)$$

Où O_t^{Mesure} et $O_t^{\text{Muskingum}}$ sont respectivement, les débits mesurés et calculés à l’aval du bief, à l’instant t . Le calage peut être réalisé en utilisant une des méthodes des moindres carrées [O’donnell, 1985].

Les modèles conceptuels, bien qu’il s’agisse d’une représentation simple du transfert, fournissent de bons résultats quand ils sont bien calés. Ils sont, bien évidemment, inadaptés pour représenter des effets de singularités hydrauliques locales (les influences avals, déversements, etc).

En raison de la taille des réseaux hydrographiques, de l’ensemble des éléments qui les composent, ainsi que de la dynamique non linéaire des transferts, la gestion de la ressource en eau offre une grande variété de problématiques.

1.4.3 Problématique de la gestion de la ressource en eau

De nombreux bassins fluviaux sont affectés par des conditions hydrologiques extrêmes allant de sécheresses graves à des inondations catastrophiques. Cela a été aggravé par les effets négatifs de l’anthropisation des espaces naturels, du changement climatique et de l’augmentation des besoins.

1.4.3.1 Cas des étiages

La gestion des ressources en eau au sein d’un bassin versant en période d’étiage a pour objectif d’assurer les besoins environnementaux liés au soutien du milieu et de satisfaire les besoins des usages consommateurs et économiques. Elle s’appuie sur une bonne connaissance de l’hydraulicité de la rivière sur l’ensemble de son linéaire et sur une estimation de son évolution [François, 2013].

La mesure hydrométrique est un indicateur intégrateur d’une majorité des facteurs qui régissent le cycle de l’eau à l’échelle d’un bassin. Le suivi des débits objectifs d’étiage associés aux stations de mesures de référence (situées principalement à des endroits stratégiques) traduit d’une façon simplifiée l’état d’un système hydraulique géré. Les débits objectifs, définis par le SDAGE (Schéma Directeur d’Aménagement et de Gestion des Eaux) s’expriment au niveau de ces stations de référence. Des stations de mesure complémentaires permettent de dresser des états intermédiaires et d’effectuer dans le cadre de systèmes réalimentés un pilotage des lâchers de soutien, en tenant compte des temps de transfert des écoulements et de la dynamique inhérente au transfert.

Pendant les périodes de réalimentation, qui sont variables selon les bassins, et pouvant s’étendre sur l’année complète, le gestionnaire s’attache à adapter les débits lâchés depuis les retenues et les débits transités par les canaux pour satisfaire les débits objectifs, tout en satisfaisant l’ensemble des usages (irrigation, eau potable, industries, tourisme, pêche, etc) [Malaterre et al., 2013].

Le pilotage des lâchers par le gestionnaire requiert ainsi des données accessibles en temps réel et fiables, mais aussi, compte tenu des temps de transfert pouvant être de plusieurs jours entre l’ouvrage de réalimentation et la station de référence, de prévisions de l’évolution des différents paramètres. La qualité de la gestion dépend de la fiabilité des informations collectées, et de la bonne prévision de leur évolution [Tardieu, 1988].

1.4.3.2 Cas des crues

Au cours de l’histoire humaine, les inondations ont provoqué des catastrophes naturelles dévastatrices et coûteuses dans le monde. Une inondation survient lorsque le débit dans un cours d’eau dépasse la capacité de son lit mineur, provoquant un débordement dans le lit majeur. Un des aspects

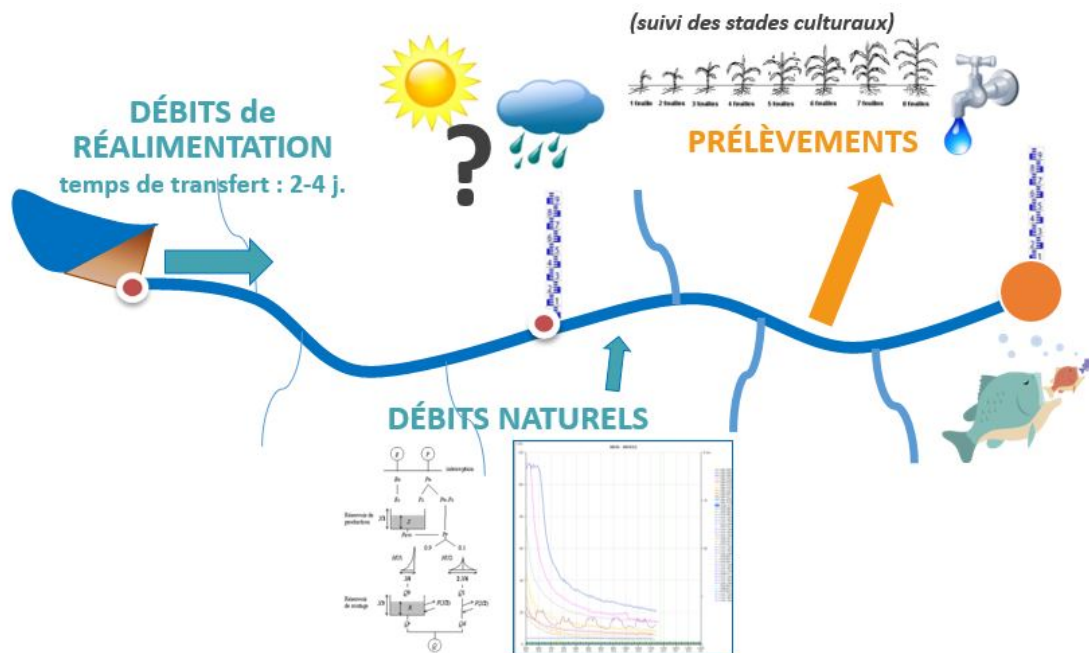


FIGURE 1.11 – Schéma des différents paramètres influençant la gestion

les plus importants pour atténuer les risques d'inondation est d'assurer le bon fonctionnement des systèmes de contrôle hydrauliques [Kumar et al., 2010].

La capacité de prévision des inondations est un élément essentiel dans la gestion des ouvrages hydrauliques pour la protection contre les crues [Fouchier, 2010]. La prévision d'inondation consiste en l'estimation préalable des états futurs, en matière de débit et de hauteur des cours d'eau. La prévision des débits et des hauteurs nécessite des modèles hydrologiques qui sont des modèles mathématiques décrivant le processus de transformation de la pluie en ruissellement à l'échelle d'un bassin versant [Aghakouchak and Habib, 2010]. Les entrées du modèle varient d'un modèle à l'autre (précipitations, évapotranspiration, perméabilité du sol, etc) et la sortie correspond au ruissellement au niveau de l'exutoire du bassin versant.

Les conditions hydrologiques initiales (états de saturation du sol principalement) ont un impact primordial sur la prévision des crues [Shukla and Lettenmaier, 2011]. Les erreurs sur les états initiaux ont autant d'influence sur la qualité de la prévision de débit que celles liées aux prévisions météorologiques [Kirchner, 2009]. En effet, dans le processus de transformation des précipitations en ruissellement à l'échelle du bassin versant, les événements de pluies antérieures influencent fortement la réponse de ce bassin via la saturation du sol. Lorsque le sol est saturé, le bassin versant a tendance à réagir rapidement et intensément aux précipitations, tandis que lorsqu'il est asséché, il absorbe la majeure partie des précipitations [Boudou et al., 2016].

L'exploitation des retenues pour écrêter des crues est un processus complexe qui implique un certain nombre d'objectifs contradictoires, notamment la quantité d'eau libérée par les retenues avant l'arrivée des eaux de la crue, le stockage et les niveaux d'eau des retenues pendant l'événement, et les lâchers d'eau à effectuer qui n'endommageront pas les zones en aval. Si le réseau hydrographique est composé de plusieurs retenues, le problème devient encore plus complexe, car chacune des décisions prises pour une retenue aurait un impact sur le reste des retenues du système et sur les conditions d'inondation dans l'ensemble du bassin à protéger.

La gestion de la ressource en eau, que ce soit pour la gestion d'étiage ou la gestion de crue,

est une tâche ardue pour les gestionnaires des systèmes hydrauliques car elle implique souvent des objectifs contradictoires. L'objectif principal est d'obtenir la répartition optimale de la ressource. La gestion et le fonctionnement optimal d'un système hydrographique consistent à maximiser les bénéfices, à minimiser les coûts, à satisfaire les débits requis dans la rivière, à stocker de l'eau dans des retenues, à répondre aux demandes en eau, à éviter les inondations et à préserver la qualité de l'eau.

1.4.4 Niveaux de gestion des réseaux hydrographiques

La gestion des ressources en eau d'un système hydrographique peut s'effectuer à trois niveaux principaux sur des pas de temps différents : annuel, hebdomadaire et horaire.

1.4.4.1 Gestion au pas de temps annuel : contractualisation

La gestion au pas de temps annuel consiste à gérer annuellement la ressource en eau en accord avec les conventions établies entre les usagers et le gestionnaire. Les gestionnaires prévoient les apports et la demande sur une année et établissent une prévision de l'évolution de la ressource en eau au cours de l'année. L'objectif de la gestion annuelle est de proposer des courbes indicatrices de défaillance pour la gestion hivernale et estivale du système hydrographique. En hiver, il s'agit d'assurer le remplissage tout en garantissant l'écrêtement des crues ; cela passe par l'étude des apports en amont des retenues pour définir des courbes d'espérance de remplissage. En été, il faut garantir la satisfaction des besoins en eau et le respect des débits objectifs, ce qui implique : l'étude des prélèvements, l'étude des apports naturels intermédiaires, et l'établissement de bilans besoins-ressources. La prévision de la demande et des apports d'une année sur l'autre peut être obtenue à partir d'études statistiques sur des historiques de données hydrauliques [Imache, 2008]. Pour la majorité des cours d'eau français, l'année hydrologique débute le premier septembre. La gestion annuelle devrait prendre en compte l'incertitude sur l'ampleur du changement climatique qui est de plus en plus forte.

1.4.4.2 Gestion au pas de temps hebdomadaire : gestion stratégique

La gestion stratégique qui fonctionne au pas de temps de la semaine, a pour but de définir les objectifs de gestion du système, en fonction du remplissage des retenues, des prévisions sur une semaine d'apports et de l'estimation des prélèvements sur les cours d'eau.

La gestion stratégique est basée sur une approche adaptative à caractère prédictif dans laquelle les courbes de vidange des retenues sont régulièrement recalées en fonction de l'état des ressources et de nouvelles estimations de la demande [Faye et al., 2000]. La génération adaptative de la nouvelle stratégie de gestion est obtenue par résolution d'un problème d'optimisation.

La gestion stratégique s'intéresse également à équilibrer la ressource en eau disponible sur un réseau hydrographique sur l'ensemble des sous-bassins et aussi sur l'ensemble des demandes. Lorsque la satisfaction de toutes les demandes n'est plus possible, il est préférable d'imposer des restrictions sur les prélèvements de consommateurs au lieu de satisfaire la demande à court terme et assécher le système sur le long terme.

Le troisième niveau de gestion est la gestion « tactique » au pas de temps horaire.

1.4.4.3 Gestion au pas de temps horaire : gestion tactique

Une fois la détermination des consignes réalisée lors de la gestion stratégique, la gestion tactique garantit la conservation des débits en sortie des réseaux hydrographiques proches de leurs consignes.

1.5 Systèmes de gestion temps réel de la ressource en eau

Le système de régulation doit permettre de réguler les vannes des ouvrages de commande afin de satisfaire à tout instant la consigne de débit fixée à l'aval et les prélèvements, tout en tenant compte des éventuelles perturbations sur la rivière (erreurs de prévision des prélèvements ou des rejets, aléas climatiques, erreurs de modélisation, etc). La fiabilité du système de régulation dépend fortement de la qualité de la modélisation des écoulements dans les rivières, de la fiabilité du réseau de télémessure et de télégestion, et du bon fonctionnement des ouvrages hydrauliques.

Malaterre et al, ont développé une classification des méthodes de régulation des canaux, en fonction de trois critères : les variables considérées (variables contrôlées, variables mesurées et variables de commande), la logique du contrôle (boucle ouverte, boucle fermée, et une combinaison des deux), et la méthode de synthèse (monovariante ou multivariante) [Malaterre et al., 1998]. En règle générale, les techniques de régulation sont conçues en linéarisant les systèmes hydrauliques autour d'un point de fonctionnement. Ceci entraîne des problèmes d'instabilité lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement utilisé pour la conception du régulateur. Pour pallier ces inconvénients, des approches de robustification par des méthodes de commande robuste peuvent être utilisées [Litrigo and Georges, 1999].

La problématique de la gestion de la ressource en eau est rencontrée sur trois niveaux associés à différents horizons (annuel, hebdomadaire et horaire). Pour chaque niveau, une politique, une stratégie et des objectifs opérationnels sont définis. Naturellement, les prévisions météorologiques sur le court terme sont plus précises que celles sur le long terme. En conséquence, la gestion annuelle se base sur des courbes statistiques, la gestion hebdomadaire définit la stratégie des lâchers sur la semaine à l'aide d'algorithmes d'optimisation, et la gestion tactique assure la réalisation du scénario de gestion par des moyens de régulation ou d'optimisation. Dans le cadre de cette thèse, nous nous sommes intéressés à l'utilisation d'une méthode d'optimisation pour la gestion stratégique temps réel de la ressource en eau.

1.5 Systèmes de gestion temps réel de la ressource en eau

1.5.1 Gestion supervisée de la ressource en eau

Les méthodes de gestion, qu'elles soient basées sur la régulation ou l'optimisation, appartiennent à la classe des méthodes dites non structurelles. Lorsqu'elles sont appliquées en temps réel, un suivi de l'état de la ressource et des commandes est réalisé, afin de générer de nouvelles stratégies en fonction des informations recueillies.

Wei et Hsu, ont mis au point un modèle de gestion temps réel utilisant des techniques d'optimisation et de simulation pour déterminer les lâchers des retenues à chaque instant lors d'une crue [Wei and Hsu, 2008]. Il est composé de deux modèles, un modèle de prévision hydrologique et un modèle de simulation des opérations de retenue. Le modèle hydrologique fournit des prévisions à l'algorithme d'optimisation qui propose des scénarios de gestion testés par le simulateur des actions sur les retenues. Le système est contrôlé en boucle ouverte. Ahmed et Mays, ont également décrit une méthodologie pour la gestion temps réel lors d'une crue afin de minimiser les dégâts d'une éventuelle inondation [Ahmed and Mays, 2013]. Le problème est formulé comme un problème de contrôle optimal en temps discret dans lequel les lâchers des retenues sont les variables de contrôle, et les hauteurs et débits de l'eau sont les variables d'état. Le modèle a été appliqué sur le Lake Travis dans le Colorado aux États Unis.

Généralement, des techniques de supervision sont superposées aux outils d'aide à la décision. La supervision a pour objectif : la détection des défaillances, le diagnostic, le changement de consigne et la configuration de la loi de commande [Kempowsky, 2004]. L'implantation d'un module de supervision permet, à partir des mesures issues des capteurs implantés sur le réseau, d'évaluer l'état de la

ressource en eau, et ainsi d'adapter la stratégie de gestion. De Leon, a proposé une architecture de supervision où des modules de surveillance, de diagnostic et d'aide à la décision ont été introduits (figure 1.12) [De León, 2006].

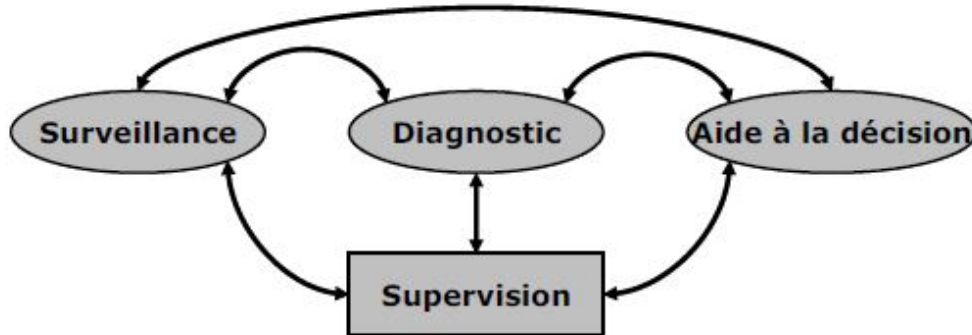


FIGURE 1.12 – Introduction d'outils de surveillance, de diagnostic et d'aide à la décision au niveau de la supervision [De León, 2006]

La surveillance permet le recueil en continu des signaux et des commandes d'un processus. La surveillance est réalisée par un système de contrôle et d'acquisition de données (SCADA), qui est un système de télégestion permettant de traiter en temps réel un grand nombre de télémesures et de contrôler à distance des installations techniques. Les SCADA contiennent également des Interfaces Homme-Machine (IHM) et un Système de Gestion de Base de Données (SGBD) qui permet le stockage de l'ensemble des données du système et des décisions antérieures. Les SCADA sont utilisés dans de nombreuses applications telles que la gestion des réseaux de voies navigables [Bugarski et al., 2013], et la gestion des réseaux d'irrigation [Malaterre and Chateau, 2007], [Rijo and Arranja, 2009].

Les informations relatives à la gestion du système hydrographique sont : les mesures réalisées (hauteurs d'eau, débits des stations de pompage, lames d'eau, etc), les informations d'état, les retours d'exécution, et l'historique des différentes actions qui ont été réalisées sur le système.

La surveillance consiste également à vérifier la cohérence des données mesurées sur le terrain, à les valider ou à les corriger le cas échéant. Cette étape permet d'examiner et d'améliorer les données mesurées par l'analyse de cohérence (données bruitées, données absentes, données aberrantes, etc) et de simuler des grandeurs physiques non mesurées (apports en eau intermédiaires, prélèvements, débits d'un cours d'eau sur son profil en long, etc).

Le diagnostic consiste à évaluer l'état de la ressource, le bon fonctionnement des modèles et des ouvrages du système. Le diagnostic est complexe en raison du nombre des informations issues de tous les capteurs [Duviella, 2005]. Un état de l'art des méthodes de diagnostic et leur classification sont donnés dans [Dash and Venkatasubramanian, 2000].

Plusieurs architectures de supervision ont été proposées dans la littérature, en fonction des objectifs du système géré et des moyens mis en place. Horvath et al, proposent une architecture de commande prédictive et adaptative pour le contrôle de la navigabilité de chaque tronçon du système et de leur surveillance (cf.figure 1.13) [Horváth et al., 2014]. Cette architecture est composée d'un système SCADA, d'un module d'accommodation hybride de la commande, d'un module d'aide à la décision et d'un module de génération d'objectifs de gestion et de contraintes (MOCG). Le système SCADA permet la télégestion du réseau de navigation. L'accommodation hybride de la commande dépend de l'état courant du système issu du bloc de supervision et de son état futur issu du bloc de prévision. Le module d'aide à la décision adapte la stratégie en tenant compte des contraintes et

1.5 Systèmes de gestion temps réel de la ressource en eau

des règles de gestion fournies par le module de génération d'objectifs de gestion et de contraintes (MOCG).

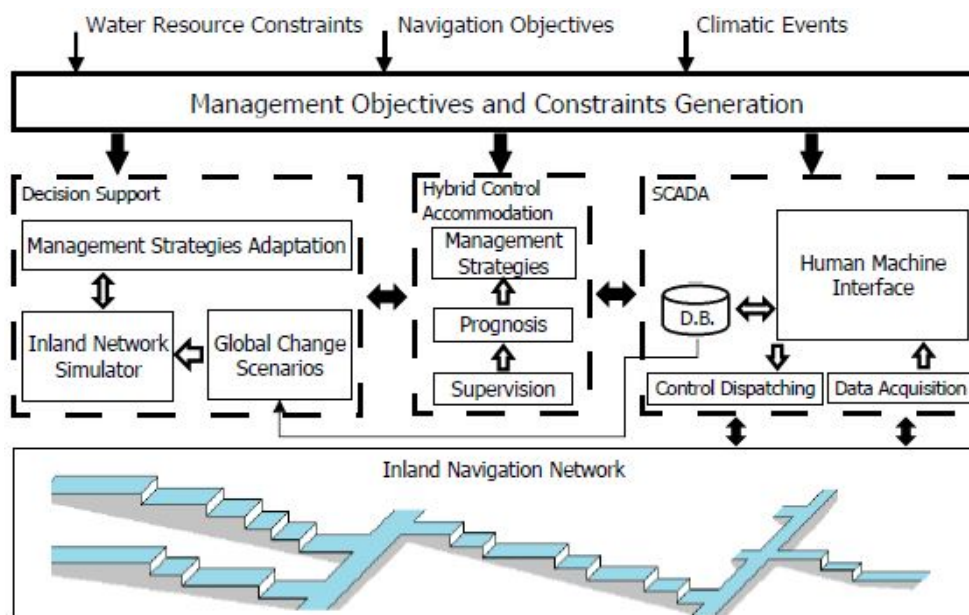


FIGURE 1.13 – architecture de commande prédictive et adaptative pour le contrôle de navigabilité [Horváth et al., 2014]

Nouasse a proposé un schéma de supervision pour prévenir les crues en utilisant des réservoirs d'écrêtement de crues [Nouasse, 2015]. La supervision permet de connaître l'état de la ressource en continu à travers la surveillance et le diagnostic. A partir des informations sur le réseau, des actions correctives sont proposées afin de répondre à l'objectif de gestion de la crue.

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une méthode de surveillance et de diagnostic permettant d'évaluer l'état du système physique hydrologique, une modélisation du système hydraulique et de sa dynamique, ainsi qu'un algorithme d'optimisation qui détermine la stratégie optimale dans l'objectif d'une gestion temps réel de la ressource. Les flux d'information entre les différents processus de gestion temps réel sont décrits sur la figure 1.14.

1.5.2 Les outils d'aide à la décision

Depuis le programme sur l'eau de Harvard dans les années soixante, le développement et l'application des algorithmes d'optimisation pour la gestion des ressources en eau suscitent un intérêt considérable [Reuss, 2003]. Cependant, Labadie a constaté un écart entre les développements théoriques des modèles d'optimisation pour la gestion des systèmes de retenues et leurs applications pratiques [Labadie, 2004]. Simonovic a justifié les raisons de l'écart entre la théorie et la pratique, et a suggéré des solutions pour rendre les modèles d'optimisation plus opérationnels et pour gagner la confiance des gestionnaires de systèmes [Simonovic, 1992].

Les méthodes et les solutions de gestion développées dans la littérature visent comme objectif commun la satisfaction des usages grâce à l'emploi des techniques de prévision, d'optimisation et de régulation [Duviella, 2005]. La coordination optimale des objectifs multiples pour les systèmes de retenues nécessite l'assistance d'outils de modélisation informatiques afin de prendre des décisions de gestion adaptées. Dell Acqua et al, définissent un système d'aide à la décision comme :

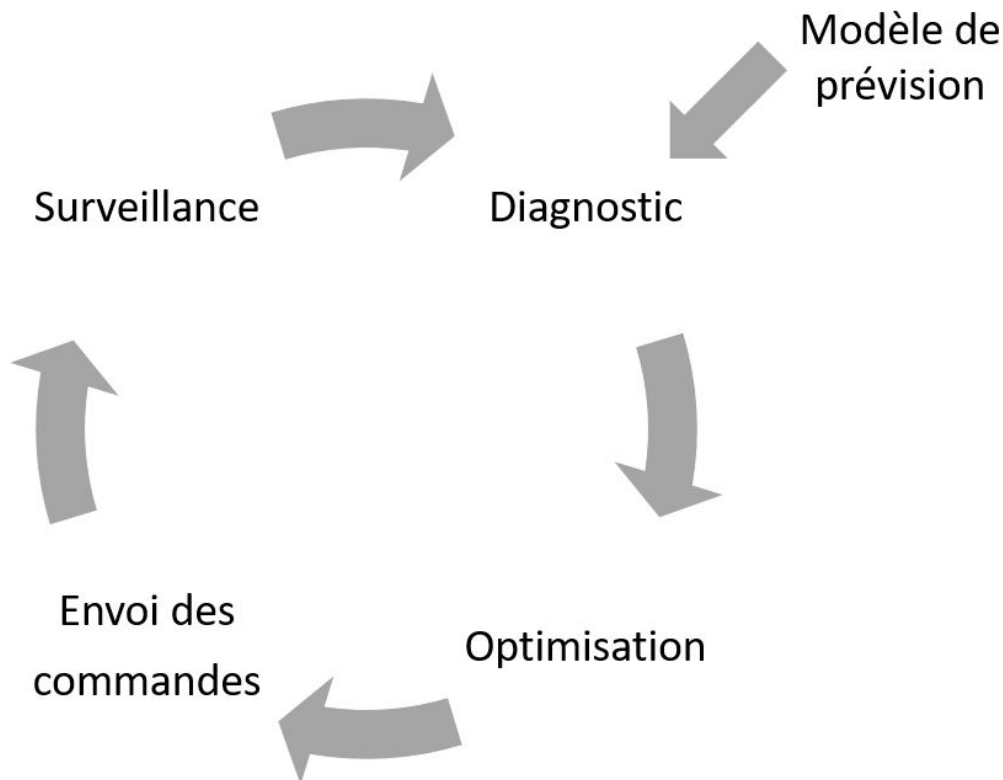


FIGURE 1.14 – Processus de gestion temps réel

"Un système d'information qui fournit des informations dans un domaine d'application donné au moyen de modèles de décisions analytiques et d'accès à des bases de données, afin d'aider le décideur à prendre des décisions efficacement dans le cadre de tâches complexes et mal structurées" [Dell Acqua et al., 2011].

La modélisation du système hydrographique est une étape primordiale dans le processus du développement d'un outil d'aide à la décision pour la gestion des ressources en eau. En effet, la modélisation du système hydrographique dépend des objectifs de gestion. Pour une gestion des ressources sur le long terme (mensuel ou annuel) le temps de transfert de la ressource est négligeable. Cependant, s'il s'agit d'une gestion tactique ou stratégique, les temps et les dynamiques de transfert constituent une contrainte forte. La modélisation dépend également des paramètres qui doivent être pris en compte : évaporation, infiltration, échange avec les nappes, influence des marées, dégradation de la qualité des eaux, etc.

L'étape de la modélisation comprend également la définition des règles de gestion qui doivent être clairement formulées. Les règles de gestion sont traduites mathématiquement par des coefficients ou des coûts qui représentent l'importance et la priorité de satisfaction de chaque objectif.

Il existe aujourd'hui divers systèmes d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau : MODSIM-DSS [Fredericks et al., 1998], RiverWare [Zagona et al., 1998], CALSIM [Munévar and Chung, 1999], AQUATOOL [Andreu et al., 1996], etc. En général, ces systèmes d'aide à la décision sont équipés d'interfaces graphiques et d'un SGBD. Les interfaces graphiques permettent de modéliser, de configurer le système et de visualiser les résultats. Le SGBD a pour objet de stocker les données d'entrée, de sortie et les décisions prises. Certains outils d'aide à la décision peuvent être couplés à un système d'information géographique (SIG) afin de prendre en compte la nature spatiale des données. Chacun de ces outils est composé d'un solveur mathématique

1.6 Méthodes de gestion par optimisation

capable de résoudre un problème d'optimisation en utilisant des techniques de recherche opérationnelle (programmation linéaire, programmation dynamique, réseaux de neurones, etc). Le solveur mathématique implanté doit être adapté à la fonction objectif à minimiser et aux contraintes du problème. La formulation du problème d'optimisation et le choix d'une méthode de résolution sont des éléments centraux de l'outil d'aide à la décision.

1.6 Méthodes de gestion par optimisation

1.6.1 Optimisation d'un système de retenues

De nombreux grands projets hydrauliques ne parviennent pas à répondre aux besoins pour lesquels ils ont été créés [WCD, 2000]. En effet, beaucoup d'importance est accordée à la conception et au dimensionnement de ces ouvrages hydrauliques, mais peu de considération est portée à la gestion opérationnelle des ouvrages une fois le projet réalisé. Compte tenu du changement climatique, de l'accroissement de la population et de la forte progression du taux d'urbanisation au détriment des espaces naturels, la problématique de la gestion de la ressource en eau est devenue un sujet central. Les techniques de gestion de la ressource en eau sont donc amenées à se moderniser, pour utiliser au mieux la ressource et améliorer l'efficacité des systèmes hydrauliques existants.

La gestion de la ressource est une tâche complexe pour tout gestionnaire de systèmes, à cause du grand nombre de paramètres nécessaires à la prise de décision. La complexité est accrue du fait d'objectifs contradictoires et d'incertitudes liées à la prévision des conditions hydrologiques. Des logiciels de simulation hydraulique sont mis en œuvre depuis plusieurs décennies pour simuler la gestion des systèmes de retenues. Ils permettent de simuler des scénarios de gestion, et d'observer l'évolution de la ressource sur la période de simulation. Le gestionnaire simule donc plusieurs scénarios (chroniques de lâchers) de gestion jusqu'à ce qu'il trouve le scénario répondant au mieux à ses objectifs. Ces modèles de simulation aident à répondre aux questions relatives à la performance des stratégies opérationnelles alternatives. Cependant, ils ne permettent pas de déterminer la stratégie optimale.

1.6.2 État de l'art

Des recherches intensives sur l'utilisation des modèles d'optimisation pour la gestion des systèmes hydrauliques ont été effectuées. Yeh et Labadie ont réalisé un état d'art détaillé et complet des différentes techniques d'optimisation utilisées pour la gestion de la ressource en eau [Yeh, 1985] [Labadie, 2004]. Wurbs a examiné les modèles de simulation et d'optimisation des systèmes de retenues et a contribué à une meilleure compréhension des outils de modélisation susceptibles d'aider le gestionnaire à choisir le modèle approprié [Wurbs, 1993]. Rani et Moreira se sont intéressés aux approches de simulation, d'optimisation, et à la combinaison des deux. Ils ont également présenté un aperçu de leurs applications [Rani and Moreira, 2010].

La programmation linéaire est largement utilisée pour optimiser des systèmes complexes de ressources en eau dans plusieurs contextes, tels que la gestion en période d'étiage [Tu et al., 2003] et en période de crue [Needham et al., 2000]. Les principaux avantages de la programmation linéaire sont sa capacité à optimiser des problèmes de grande taille, sa convergence vers l'optimal global et la disponibilité de logiciels efficaces en licence libre [Ponnambalam et al., 1989], [Seifi and Hipel, 2001]. La programmation linéaire présente deux inconvénients majeurs : elle ne permet pas de modéliser des non-linéarités du système telles que la production d'énergie hydroélectrique, ou le volume déversé par un barrage ; la fonction objectif doit être sous forme linéaire. Ces deux inconvénients peuvent être surmontés par des approximations successives lorsque la non-linéarité du problème

n'est pas forte [Crawley and Dandy, 1993], [Barros et al., 2003].

Une formulation linéaire du problème n'est pas toujours possible quand la fonction objectif est fortement non linéaire ou quand les contraintes non-linéaires sont dominantes. Dans ce cas, une formulation non linéaire s'impose. Parmi les algorithmes d'optimisation non-linéaires les plus répandus, nous pouvons citer la programmation quadratique successive ou séquentielle (SQP) et la méthode du gradient réduit généralisé (GRC). Actuellement, de nombreux progiciels à usage général sont disponibles pour la résolution des problèmes d'optimisation non linéaire à grande échelle, tels que, LINGO, MINOS, Gurobi et CPLEX. Ces progiciels sont largement utilisés pour résoudre divers problèmes complexes, notamment l'optimisation de la production d'énergie hydroélectrique des systèmes de retenues [Teegavarapu and Simonovic, 2000]. Barros et al ont proposé une formulation multi-objectif et non-linéaire pour la gestion d'un système de retenues hydroélectriques [Barros et al., 2003]. L'optimisation a été réalisée par le solveur MINOS et a donné de meilleurs résultats qu'une méthode basée sur l'approximation des non-linéarités par des fonctions linéaires. La convergence des méthodes d'optimisation non-linéaires n'est pas toujours garantie et peut être longue. Les méthodes d'accélération de convergence peuvent conduire à une perte de précision.

La programmation dynamique (DP) est également largement utilisée pour la gestion des systèmes hydrographiques complexes [Kumar et al., 2010]. Sa formulation est basée sur le principe d'optimalité de Bellman qui stipule que la solution optimale d'un problème est composée des solutions optimales de ses sous-problèmes [Bellman and Dreyfus, 2015]. La programmation dynamique consiste à résoudre un problème en le décomposant en sous-problèmes, puis à résoudre les sous-problèmes, des plus petits aux plus grands en stockant les résultats intermédiaires. L'inconvénient de la programmation dynamique est l'explosion combinatoire constatée dans le cas de grands systèmes [Labadie, 2004]. Nadal et Bogardi étudient l'applicabilité et les limites des méthodes de la programmation dynamique, en particulier dans les problèmes de gestion des retenues [Nandalal and Bogardi, 2007].

Des algorithmes évolutionnistes tels que les réseaux de neurones, les algorithmes génétiques, l'intelligence distribuée (swarm intelligence techniques) ou encore les systèmes flous (fuzzy systems) ont connu une popularité croissante dans l'optimisation de divers problèmes liés aux ressources en eau, car ils peuvent traiter de nombreuses complexités qui limitent l'utilisation des méthodes d'optimisation traditionnelles [Ranjithan, 2005].

Les algorithmes génétiques appartiennent à la famille des algorithmes évolutionnistes. Ce sont des méta-heuristiques qui approchent la solution optimale d'un problème d'optimisation. Ils utilisent la notion de sélection naturelle [Goldberg, 1989] et sont fondés sur trois opérations : la sélection, le croisement, et la mutation. Ahmed et Sarma ont proposé un modèle basé sur un algorithme génétique pour déterminer les opérations optimales de gestion multi-objectifs d'une retenue [Ahmed and Sarma, 2005]. Les résultats de l'algorithme génétique ont été comparés aux résultats d'un algorithme de programmation dynamique stochastique. Sharif et Wardlaw les ont mis en œuvre pour la gestion d'un système de retenues temps réel, et concluent que les algorithmes génétiques pourraient être une alternative à la programmation dynamique [Sharif and Wardlaw, 2000]. Che et Mays les exploitent en collaboration avec des simulateurs pour la gestion temps réel des crues [Che and Mays, 2015]. Les algorithmes génétiques sont moins sensibles à la présence de solutions locales et peuvent contourner les non-linéarités. Cependant, leur convergence est souvent lente, en particulier lorsque les variables sont nombreuses, ou lorsque les conditions d'arrêt sont mal définies. Pour pallier ces inconvénients, les algorithmes génétiques peuvent être combinés à d'autres méthodes d'optimisation [Cai et al., 2001] [Reis et al., 2006] [Tospornsampan et al., 2005].

L'intelligence artificielle, et particulièrement les réseaux de neurones, ont été exploités en hydraulique et en hydrologie pour la prévision des apports [El-Shafie et al., 2007], la prévision des précipitations [Ramirez et al., 2005] et la prévision des crues [Chang et al., 2007]. Les réseaux de

1.6 Méthodes de gestion par optimisation

neurones ont été utilisés comme des boîtes noires qui décrivent la relation entrée-sortie. Les lois qui régissent la transformation des données d'entrée en données de sortie sont définies à partir d'une base d'apprentissage. Les réseaux de neurones ont également été utilisés pour la gestion d'un système de retenues. La base d'apprentissage peut être issue de données réelles ou bien de données théoriques provenant d'un logiciel de simulation. L'apprentissage réalise le lien entre les différents indicateurs de gestion (débits des rivières, niveaux de remplissage des retenues, prévisions météorologiques, etc) et les décisions du gestionnaire de réseau. Liu et al ont développé un réseau de neurones dynamique pour la gestion temps réel du remplissage du barrage des Trois-Gorges en Chine [Liu et al., 2006]. Cancelliere et al ont proposé une approche basée sur les réseaux de neurones pour définir des règles de fonctionnement d'une retenue d'irrigation [Cancelliere et al., 2002].

L'utilisation de l'intelligence artificielle pour la gestion d'un système de retenues présente trois limitations majeures :

- Les modèles à base de réseaux de neurones ne sont pas génériques. Pour chaque système de retenues, un modèle doit être développé, calé et validé. En outre, plus le réseau est complexe, plus il nécessite une base de données importante pour l'apprentissage, ce qui est coûteux en temps et en argent.
- La base d'apprentissage n'est pas toujours disponible ou complète. En effet, les données hydrologiques sont entachées d'une forte incertitude. En outre, plusieurs paramètres impactant la prise de décision des gestionnaires ne sont pas toujours numérisés (les réclamations des usagers par exemple).
- Les réseaux de neurones sont basés sur l'apprentissage qui permet au réseau d'apprendre à partir des exemples. Ainsi, le réseau est capable de fournir des réponses pour des entrées s'éloignant peu des exemples utilisés lors de l'apprentissage. Dans les situations inédites où les données diffèrent largement des éléments de la base d'apprentissage, aucune garantie n'est assurée concernant la qualité du résultat.

De nombreuses études ont combiné un algorithme d'optimisation et un modèle de simulation. Karamouz et al ont couplé un algorithme de programmation dynamique à un modèle de simulation des interactions entre les écoulements souterrains et les écoulements de surface, dans l'objectif de répondre au mieux à la demande en eau pour l'irrigation, de diminuer les coûts de pompage, et de contrôler les niveaux piézométriques des nappes souterraines [Karamouz et al., 2004]. Suiadee et Tingsanchali ont développé un modèle d'optimisation à base d'algorithmes génétiques combiné à un modèle de simulation permettant de simuler le fonctionnement de retenues en fonction des courbes de gestion fournies par l'algorithme d'optimisation [Suiadee and Tingsanchali, 2007]. L'objectif est d'atteindre un fonctionnement optimal de retenues dédiées à l'irrigation de Nam Oon dans le nord-est de la Thaïlande. Che et Mays ont combiné un algorithme génétique à un modèle hydrologique (HEC-HMS), un modèle de transfert hydraulique (HEC-RAS) et un modèle de simulation des actions sur les retenues [Che and Mays, 2015].

1.6.3 Réseaux de transport pour la gestion de la ressource en eau

Les modèles à base de réseaux de transport sont largement utilisés pour la gestion de la ressource en eau car ils sont intuitifs, peuvent être résolus très rapidement et conviennent à la résolution de problèmes de grande taille tels que l'allocation multi-retenue et multi-période [Kuczera, 1993]. Le problème de gestion de la ressource en eau peut être modélisé sous la forme d'un réseau de transport sur lequel des algorithmes de la théorie des graphes peuvent être appliqués. Les sommets représentent les points de convergence, les points de dérivation, les emplacements de consommation

et les sources d'eau ; et les arcs représentent les apports, les lâchers des retenues, les flux des rivières, les flux stockés et les prélèvements.

Les temps de transfert des flux hydrauliques peuvent être pris en compte en considérant un réseau de transport étendu [Fulkerson, 1966].

La gestion d'un système hydrographique consiste à fournir de l'eau dans les bonnes proportions, au bon endroit et au bon moment. Les objectifs de gestion de la ressource en eau sont modélisés par des coûts effectifs ou des coûts unitaires sur les arcs, et la gestion optimale correspond à une circulation de coût minimal.

Plusieurs algorithmes de résolution du problème du flot de coût minimum existent en open source. Kuczera a comparé les performances des deux algorithmes les plus utilisés ; NETFLO [Kennington and Helgason, 1980] et RELAX [Bertsekas, 1991] ; et a conclu que RELAX est plus efficace pour la gestion de la ressource en eau.

Nouasse et al ont modélisé trois zones d'écrêtement de crue sur une rivière par un réseau de transport statique associé à une "matrice de temporisation" pour tenir compte des temps de transfert variables [Nouasse et al., 2016]. L'algorithme d'optimisation Min-Cost-Max-Flow avec une formulation linéaire du problème a été appliqué pour atténuer les pics des crues.

Schardong et Simonovic ont combiné un algorithme évolutionniste et un algorithme d'optimisation de flux pour la gestion optimale multi-objectif de la ressource [Schardong and Simonovic, 2015]. La méthode proposée approxime la solution optimale par l'algorithme évolutionniste, capable d'optimiser une fonction objectif complexe, et affine la solution grâce à l'algorithme à base de graphe plus adapté au traitement des problèmes de grande taille et fortement contraints.

Plusieurs modélisations du système hydrographique sont possibles. Ces modélisation dépendent des contraintes à prendre en compte telles que l'évaporation, l'infiltration, les transfert hydrauliques, etc. Les similitudes entre un système hydrographique et un réseau de transport font de cette méthode un moyen rapide et facile pour représenter et calculer les flux à travers le système. Cependant, certains aspects du système hydrographique ne peuvent pas être modélisés uniquement par les contraintes supportées par un réseau de transport (contraintes de capacités et de conservation). Une des solutions est de considérer des contraintes additionnelles dans la formulation du problème de flot de coût minimum.

Haro et al, ont présenté un modèle à base de réseaux de transport dans l'objectif de minimiser les déficits, de respecter les débits objectifs et de stocker l'eau dans les retenues [Haro et al., 2012]. Le modèle prend en compte deux contraintes additionnelles afin de modéliser l'évaporation des retenues et les pertes au niveau des points de demande. Trois algorithmes de résolution du problème du flot de coût minimal (Out-of-Kilter, RELAX-IV et NETFLO) ont été testés pour résoudre le problème de l'allocation optimale des ressources en eau. Les contraintes additionnelles compliquent le problème, car les flux de certains arcs sont proportionnels à ceux d'autres arcs. Une approche itérative a été adoptée pour tenir compte des deux contraintes additionnelles. L'approche itérative consiste à répéter en boucle les deux itérations suivantes :

- Les contraintes additionnelles sont, dans un premier temps, ignorées en considérant des capacités nulles pour les arcs correspondants à ces contraintes. L'optimisation est donc réalisée classiquement.
- À partir d'une première solution, les flux théoriques correspondants aux contraintes ignorées sont calculés.

Ilich a étudié la pertinence de l'approche itérative sur les algorithmes d'optimisation de flux d'un réseau pour intégrer des contraintes additionnelles [Ilich, 2009]. Il conclut que l'approche itérative peut ne pas fournir des solutions raisonnables même sur des systèmes simples.

1.7 Conclusion

Des tentatives pour inclure des contraintes linéaires additionnelles dans la formulation du problème du flot minimal ont été effectuées en considérant un réseau de transport généralisé [Sun et al., 1995], [Hsu and Cheng, 2002].

Pour une gestion efficace, la modélisation du système hydrographique doit prendre en compte les dynamiques du transfert afin de prévoir l'évolution des hydrogrammes lors du transfert amont-aval [Wurbs, 2005]. De nombreux travaux sont réalisés afin d'introduire une modélisation appropriée des dynamiques de transfert dans les réseaux de transport [Ilich, 2008]. Braga et Barbosa, ont introduit les dynamiques du transfert en considérant une structure particulière et ont développé un algorithme de type Network-Simplex capable de gérer les contraintes additionnelles [Braga and Barbosa, 2001]. Les dynamiques du transfert sont modélisées par les équations du modèle de Muskingum.

1.7 Conclusion

Nous avons tout d'abord défini la classe des systèmes dynamiques étendus faisant l'objet de cette étude. Puis, nous nous sommes intéressés à leur modélisation par les réseaux de transport étendus. Les temps de transfert, constants ou variables, inhérents au transport des flux sont pris en compte en dupliquant les sommets. La problématique de modélisation des déformations des flux dans les réseaux de transport a été abordée. Nous avons également discuté du problème du flot de coût minimum, et de sa complexité en fonction de la nature des coûts considérés sur les arcs et des contraintes additionnelles.

Nous nous sommes intéressés au cadre d'application relatif aux réseaux hydrographiques. Les composants des réseaux hydrographiques, leur fonctionnement et leur dynamique ont été présentés. La problématique de la gestion de la ressource en eau pour les deux cas extrêmes de gestion, la crue et l'étiage, a été discutée. La gestion des crues ou d'étiages n'est pas dissociée de la gestion globale de la ressource en eau dans un réseau hydrographique. Il s'agit de partager la ressource en eau entre différents usagers, conformément à un ensemble d'objectifs et de priorités.

La gestion supervisée en temps réel est basée sur des techniques de supervision, de surveillance, de diagnostic et d'aide à la décision. Un état de l'art de l'ensemble des méthodes d'optimisation utilisées pour la gestion en temps réel et en temps différé de la ressource en eau a été fourni.

Dans le chapitre suivant, nous proposons d'introduire des contraintes additionnelles au problème du flot de coût minimum afin de modéliser les déformations de flux lors du transport. Des coûts effectifs quadratiques par morceaux et convexes sont considérés sur les arcs pour modéliser les objectifs de gestion, et un algorithme d'optimisation pour la résolution du problème est proposé.

Algorithme d'optimisation

Sommaire

2.1	Introduction	37
2.2	Modélisation des déformations de flux	38
2.2.1	Modélisation initiale	38
2.2.2	Amélioration de la modélisation	39
2.2.3	Répartitions variables	41
2.3	Coûts unitaires et effectifs	42
2.3.1	Coûts unitaires	42
2.3.2	Coûts effectifs	43
2.4	Formulation mathématique du problème d'allocation de la ressource	44
2.4.1	Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}0$	45
2.4.2	Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}1$	46
2.4.3	Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}2$	46
2.5	Graphe résiduel	46
2.5.1	Définitions	46
2.5.2	Exemple illustratif	48
2.6	Méthodologie de résolution des problèmes d'optimisation	49
2.6.1	Élimination des circuits négatifs	49
2.6.2	Détection de circuits négatifs	50
2.7	Résolution du problème $\mathcal{P}0$	51
2.7.1	Condition d'optimalité du problème $\mathcal{P}0$	51
2.7.2	Élimination d'un circuit négatif	53
2.7.3	Détection et identification des circuits négatifs	55
2.8	Résolution du problème $\mathcal{P}1$	59
2.8.1	Définition de multi-circuit	59
2.8.2	Condition d'optimalité de $\mathcal{P}1$	61
2.8.3	Élimination d'un multi-circuit négatif	62
2.8.4	Détection d'un multi-circuit négatif	62
2.9	Résolution du problème $\mathcal{P}2$	64
2.9.1	Condition d'optimalité du $\mathcal{P}2$	64
2.9.2	Détection d'un multi-circuit négatif	65
2.9.3	Élimination d'un multi-circuit négatif	66
2.10	Conclusion	68

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous modélisons les systèmes faisant l'objet de cette thèse par des réseaux de transport. Dans la deuxième partie, nous proposons une modélisation de la dynamique de transfert des flux sur un arc et décrivons la nature des contraintes additionnelles générées par cette modélisation.

Pour traduire les objectifs de gestion, des coûts unitaires et effectifs sont définis sur les arcs dans la troisième partie. Les coûts unitaires considérés sont linéaires par morceaux et croissants. Les coûts effectifs, issus de l'intégration des coûts unitaires, sont quadratiques par morceaux et convexes.

L'allocation optimale de la ressource sur un système étendu est obtenue par la recherche du flot de coût minimum sur le réseau de transport correspondant. Dans la quatrième partie, nous définissons trois problèmes d'optimisation de difficulté croissante $\mathcal{P}0$, $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$. En plus des contraintes du réseau (conservation de flux et capacité), des contraintes additionnelles permettant la modélisation des dynamiques sont considérées.

Dans la cinquième partie, nous étendons la notion de graphe résiduel pour tenir compte de la nature des coûts unitaires et des contraintes additionnelles considérées dans ce travail.

Dans la sixième partie, la méthodologie itérative de résolution des trois problèmes d'optimisation est présentée. Elle est basée sur la décomposition du graphe en plusieurs sous-graphes indépendants et sur l'amélioration de leur coût.

La résolution des problèmes d'optimisation $\mathcal{P}0$, $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$ est décrite, respectivement, dans la septième, huitième et neuvième partie. Pour les trois problèmes, les conditions d'optimalité sont définies, l'algorithme d'identification des sous-graphes indépendants susceptibles d'améliorer le coût est fourni et la méthode de résolution des sous-problèmes est présentée.

2.2 Modélisation des déformations de flux

2.2.1 Modélisation initiale

Dans ce chapitre, nous proposons, à partir d'un réseau de transport statique $G_s = (N_s, A_s)$ de générer un nouveau réseau de transport étendu $G = (N, A)$ qui modélise la dynamique des flux. N_s, N sont des ensembles de sommets et A_s, A sont des ensembles d'arcs. Les réseaux de transport G_s, G sont acycliques, c'est-à-dire qu'ils ne contiennent aucun circuit. Un circuit est une suite ordonnée d'arcs consécutifs dont les deux extrémités sont identiques. Les réseaux G_s, G ont, respectivement, un sommet source S_s, S qui alimente le réseau avec la ressource π et un sommet utilisation P_s, P qui l'absorbe.

Construction du graphe G

Plutôt que de considérer que le flux se déplace en un seul bloc sur un arc e_{ij} avec un temps de transfert unique, nous considérons qu'il se répartit en $s_{ij} \geq 1$ blocs de flux, et que chaque bloc se déplace suivant son propre temps de transfert. Le flux sortant à l'instant t dépend des flux entrants aux instants $t - n$ tels que $n \in [k_{ij}; k_{ij} + s_{ij}[$, où k_{ij} et s_{ij} sont deux **constants** de l'arc e_{ij} (cf. équation 2.1).

$$\phi_{ij}^{sortant}(t) = \sum_{n=k_{ij}}^{k_{ij}+s_{ij}-1} \lambda_{ij}^n \phi_{ij}^{entrant}(t-n) \quad (2.1)$$

avec $\lambda_{ij}^n \in [0; 1]$ des **coefficients de répartition**.

Chaque sommet $i \in N_s \setminus \{S_s, P_s\}$ est dupliqué en T sommets : $\{i_t | t \in [0; T]\} \subset N$ qui représentent le sommet i à chaque pas de temps sur l'horizon T . Pour chaque arc e_{ij} dans le graphe statique, nous créons, dans G , pour chaque pas de temps t un sommet R_t entre i_t et j_t . Nous créons également un arc $e_{i_t R_t}$ et des arcs $e_{R_t j_{t+n}}$ avec $n \in [k_{ij}; k_{ij} + s_{ij}[$.

Notons $V_{ij} = \{\lambda_{ij}^n | n \in [k_{ij}; k_{ij} + s_{ij}]\}$ l'ensemble des coefficients de répartition d'un flux sur l'arc e_{ij} , tels que $\sum_{n=k_{ij}}^{k_{ij}+s_{ij}-1} \lambda_{ij}^n = 1$. Ainsi, chaque flux entrant $\phi_{ij}^{entrant}(t)$ est réparti en s_{ij} blocs de flux de valeur $\lambda_{ij}^n \phi_{ij}^{entrant}(t)$. Ces blocs de flux sont les flux entrants des sommets j_{t+n} .

2.2 Modélisation des déformations de flux

Nous appelons le sommet R_t **sommet de répartition** et notons $D \subset N$ l'ensemble des sommets de répartition. La figure 2.1 illustre cette modélisation :

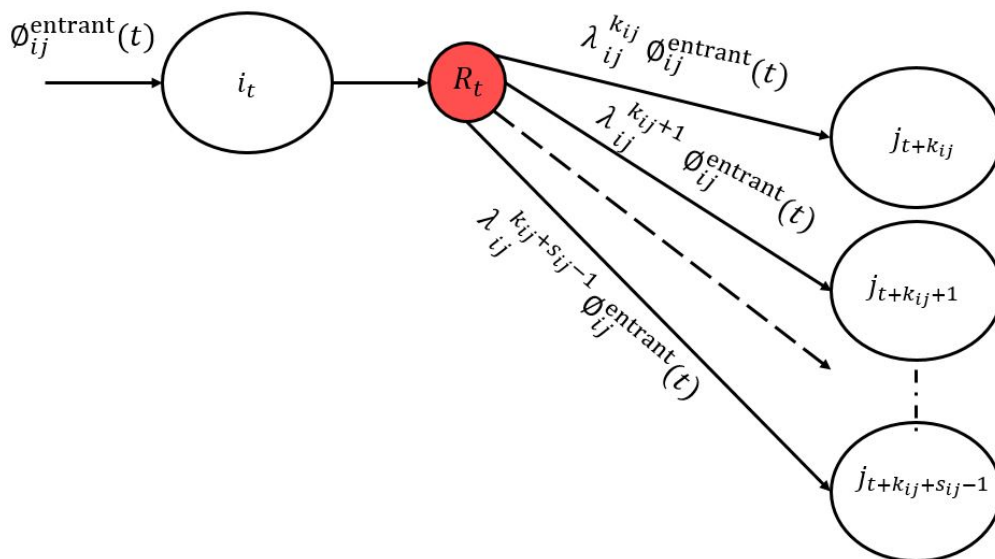


FIGURE 2.1 – Répartition temporelle des flux

2.2.2 Amélioration de la modélisation

Dans cette modélisation, les s_{ij} flux sortants du sommet R_t sont couplés, ce qui constitue une contrainte additionnelle forte pouvant complexifier la résolution du problème du flot de coût minimum.

Pour mieux prendre en compte ce couplage et simplifier la modélisation de la figure 2.1, nous considérons, dans tout ce qui suit, qu'un sommet de répartition distribue le flux entrant sur 2 arcs seulement (Cf. figure 2.2). Pour ce faire, nous définissons un **objet générique de répartition** composé d'un sommet de répartition R qui distribue le flux entrant $\eta^{-1}(R)$ sur 2 arcs : un **arc principal** e_{RR_y} et un **arc secondaire** e_{RR_z} , où R_y et R_z sont ses deux sommets successeurs. Afin d'alléger la notation l'indice référençant le temps t est omis.

Au sommet R nous associons un **coefficient de répartition** noté $\alpha_R \in [0; 1]$, tel que les flux de l'arc principal et de l'arc secondaire soient respectivement donnés par : $\phi_{RR_y} = \alpha_R * \eta^{-1}(R)$ et $\phi_{RR_z} = (1 - \alpha_R) * \eta^{-1}(R)$.

Ainsi, la modélisation de la répartition de flux en plusieurs blocs est réalisée, sans perte de généralité, par une cascade d'objets génériques. En effet, la modélisation présentée figure 2.1 peut être remplacée par $s_{ij} - 1$ objets génériques de distribution $\{R^1, R^2, \dots, R^{s_{ij}-1}\}$, où :

$$\alpha_{R^k} = \begin{cases} \lambda_{ij}^{k_{ij}} & \text{si } k = 1 \\ \frac{\lambda_{ij}^{k_{ij}+k-1}}{1 - \alpha_{R^{k-1}}} & \text{si } k > 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Nous illustrons les principes de répartition définis précédemment sur un exemple de déformation subie par un signal de flux lors du transport sur l'arc e_{ij} (Cf. figure 2.3).

Un flux entrant $\phi_{ij}^{entrant}(t)$ à l'instant t , est réparti en 3 blocs de flux : un premier bloc égal à $0.3\phi_{ij}^{entrant}(t)$ qui arrive au sommet j à $t + 3$; un deuxième bloc, également de $0.3\phi_{ij}^{entrant}(t)$ qui arrive à $t + 4$; et un troisième bloc de $0.4\phi_{ij}^{entrant}(t)$ qui arrive à $t + 5$.

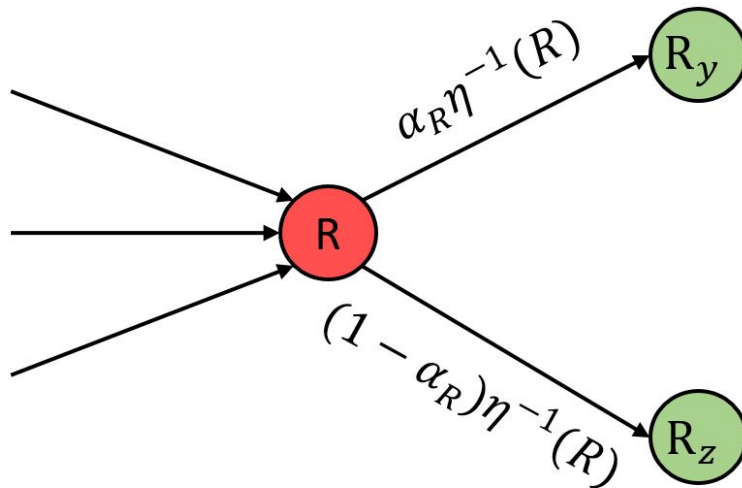


FIGURE 2.2 – Objet générique de répartition

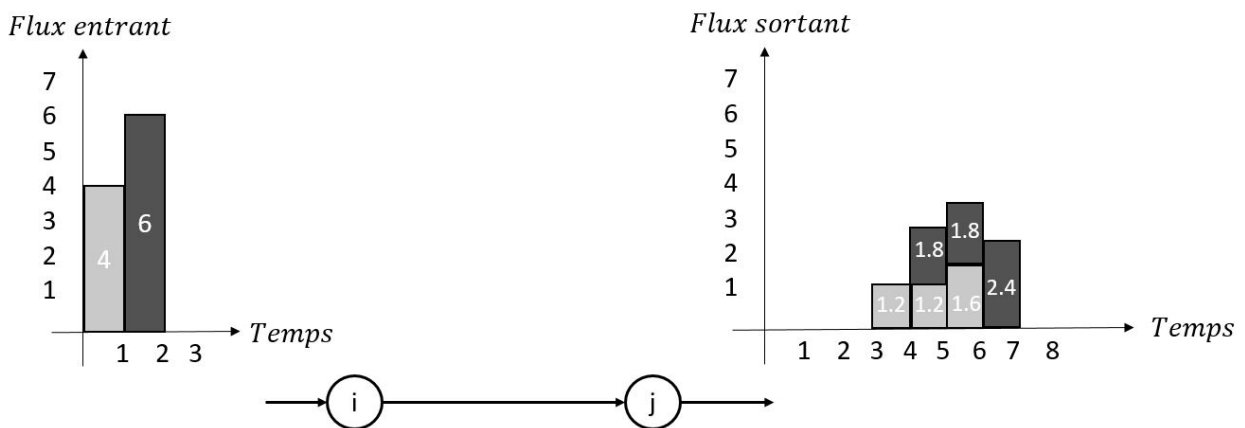


FIGURE 2.3 – Déformation temporelle d'un signal de flux

2.2 Modélisation des déformations de flux

Dans cet exemple : $k_{ij} = 3$, $s_{ij} = 3$ et $V_{ij} = \{0.3, 0.3, 0.4\}$.

La figure 2.4 illustre la transformation du modèle composé d'un sommet de répartition à plusieurs blocs (figure 2.4.a) en un modèle composé uniquement d'objets génériques de répartition (figure 2.4.b). Les valeurs des coefficients α_{R^k} sont : $\alpha_{R^1} = 0.3$ et $\alpha_{R^2} = \frac{0.3}{1-0.3} = \frac{0.3}{0.7}$.

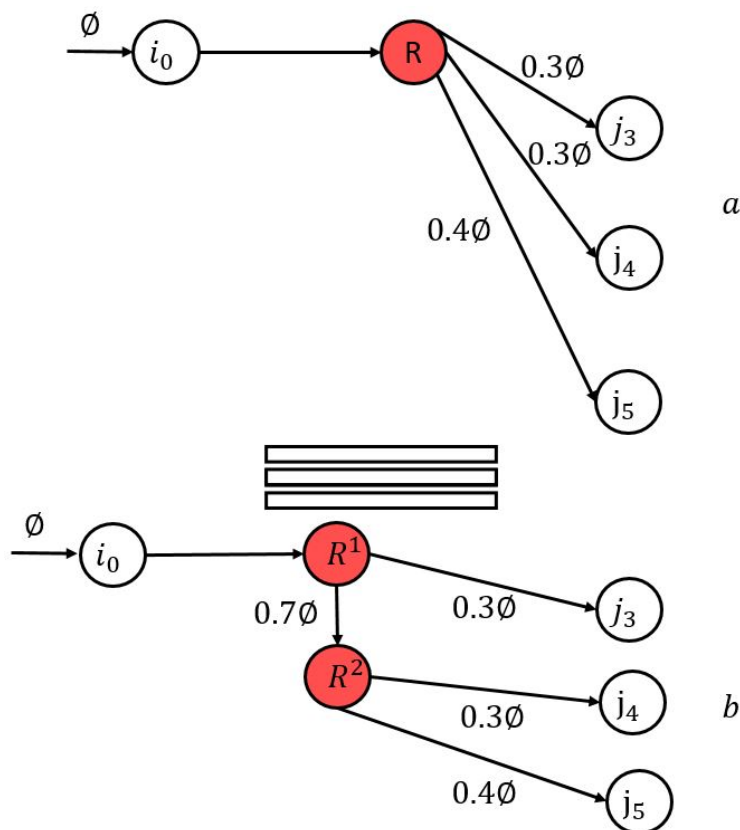


FIGURE 2.4 – Équivalence des modélisations

Dans tout ce qui suit, toute référence à un sommet de répartition R impose implicitement qu'il distribue le flux sur les deux arcs principal et secondaire.

2.2.3 Répartitions variables

Le coefficient de répartition α_R , a jusqu'à maintenant, été implicitement considéré fixe. Chaque bloc de flux est une portion fixe du flux incident au sommet de répartition R . Ceci n'est vrai qu'autour d'un point de fonctionnement.

La dynamique des transferts peut cependant être représentée par des systèmes linéaires à paramètres variables sur plusieurs plages de fonctionnement.

Afin de modéliser la dynamique de transfert sur toutes les plages de fonctionnement, nous considérons des coefficients de répartition variables en fonction du flux. On s'intéresse au cas où le coefficient de répartition $\alpha_R(\phi)$ est constant par morceaux et monotone. La forme canonique des coefficients de répartition est la suivante :

$$\alpha_R(\eta^{-1}(R)) = \begin{cases} \alpha_R^0 & \text{si } \eta^{-1}(R) \in [\omega_R^0; \omega_R^1] \\ \alpha_R^1 & \text{si } \eta^{-1}(R) \in]\omega_R^1; \omega_R^2] \\ \vdots & \\ \alpha_R^{s_R-1} & \text{si } \eta^{-1}(R) \in]\omega_R^{s_R-1}; \omega_R^{s_R}] \end{cases} \quad (2.3)$$

Avec $\{\omega_R^0, \omega_R^1, \dots, \omega_R^{s_R}\}$ l'ensemble des points de discontinuité de la fonction $\alpha_R(\phi)$. Ils marquent le passage d'une plage de fonctionnement vers une autre.

Les flux de l'arc principal et de l'arc secondaire sont respectivement définis par les équations 2.4 et 2.5 :

$$\phi_{RR_y} = \int_0^{\eta^{-1}(R)} \alpha_R(\varphi) d\varphi \quad (2.4)$$

$$\phi_{RR_z} = \eta^{-1}(R) - \phi_{RR_y} \quad (2.5)$$

En combinant les équations 2.3 et 2.4, la forme canonique du flux de l'arc principal est exprimée par :

$$\phi_{RR_y}(\eta^{-1}(R)) = \begin{cases} \alpha_R^0 \eta^{-1}(R) & \text{si } \eta^{-1}(R) \in [\omega_R^0; \omega_R^1] \\ \alpha_R^1 (\eta^{-1}(R) - \omega_R^1) + \phi_{RR_y}(\omega_R^1) & \text{si } \eta^{-1}(R) \in]\omega_R^1; \omega_R^2] \\ \vdots & \\ \alpha_R^{s_R-1} (\eta^{-1}(R) - \omega_R^{s_R-1}) + \phi_{RR_y}(\omega_R^{s_R-1}) & \text{si } \eta^{-1}(R) \in]\omega_R^{s_R-1}; \omega_R^{s_R}] \end{cases} \quad (2.6)$$

La figure 2.5 illustre un exemple de fonction de répartition. Le coefficient de répartition peut prendre 3 valeurs ($S_R = 3$) en fonction de l'état de remplissage de l'arc : $\alpha_R^0 = 0.2$, $\alpha_R^1 = 0.5$ et $\alpha_R^2 = 0.9$. Les plages de fonctionnement sont définies entre les points de discontinuité $\omega_R^0 = 0$, $\omega_R^1 = 5$, $\omega_R^2 = 15$ et $\omega_R^3 = 30$.

Pour un flux incident de valeur $\eta^{-1}(R) = 10$ au sommet de répartition R , l'arc principal reçoit un flux $\phi_{RR_y} = \int_0^{10} \alpha_R(\varphi) d\varphi = 3.5$; l'arc secondaire reçoit un flux $\phi_{RR_z} = 10 - 3.5 = 6.5$.

2.3 Coûts unitaires et effectifs

Pour retranscrire les objectifs de gestion du système modélisé, nous définissons, pour chaque arc du graphe, des coûts unitaires et effectifs.

2.3.1 Coûts unitaires

Nous considérons, pour chaque arc e_{ij} , un coût unitaire représenté par une fonction linéaire par morceaux et croissante sur l'intervalle de définition $[0; u_{ij}]$. La fonction n'est pas nécessairement continue. Soit $\{\mu_{ij}^0, \mu_{ij}^1, \dots, \mu_{ij}^{r_{ij}}\}$ l'ensemble des points d'extrémité des intervalles de définition, tels que $0 = \mu_{ij}^0 < \mu_{ij}^1 < \dots < \mu_{ij}^{r_{ij}} = u_{ij}$, où r_{ij} est le nombre d'intervalles de définition de la fonction représentant le coût unitaire de l'arc e_{ij} . La forme canonique des coûts unitaires considérés est la suivante :

$$CU_{ij}(\phi) = \begin{cases} a_{ij}^0 \phi + b_{ij}^0 & \text{si } \phi \in [\mu_{ij}^0; \mu_{ij}^1] \\ a_{ij}^1 \phi + b_{ij}^1 & \text{si } \phi \in]\mu_{ij}^1; \mu_{ij}^2] \\ \vdots & \\ a_{ij}^{r_{ij}-1} \phi + b_{ij}^{r_{ij}-1} & \text{si } \phi \in]\mu_{ij}^{r_{ij}-1}; \mu_{ij}^{r_{ij}}] \end{cases} \quad (2.7)$$

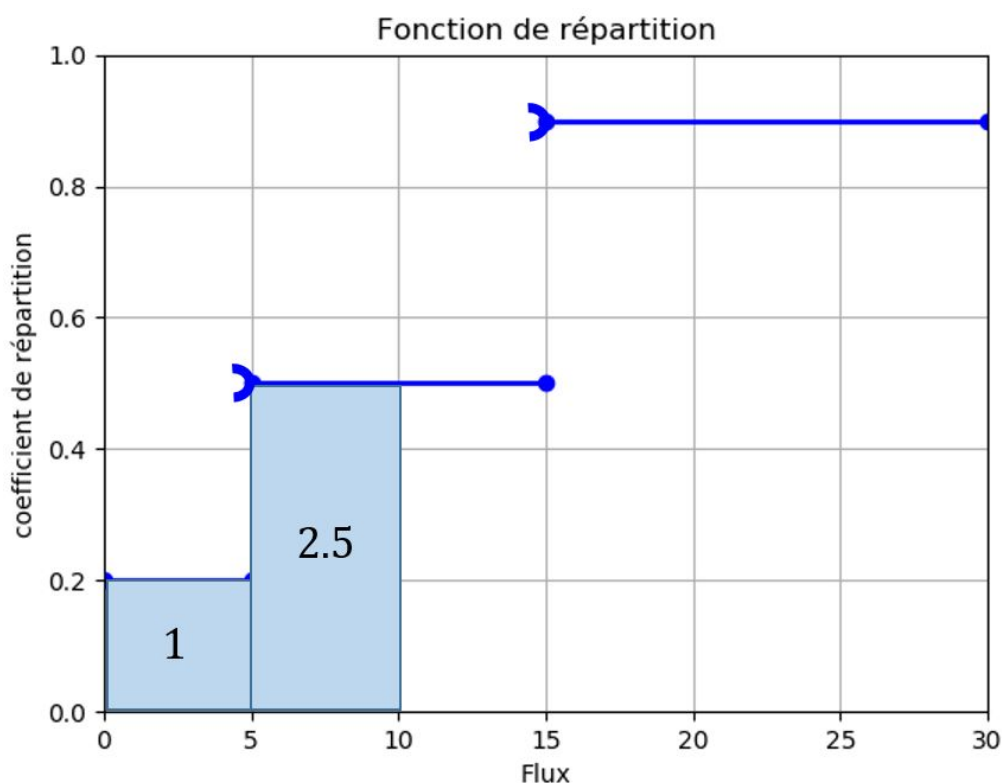


FIGURE 2.5 – Coefficient de répartition variable

où $a_{ij}^k \geq 0$ et b_{ij}^k sont des constantes réelles. La figure 2.6 présente un exemple de coût unitaire. La courbe représentative est constituée de segments de droite de pentes positives. Les coûts unitaires considérés peuvent changer de signe pour représenter le fait que sur un arc, une unité de flux peut être transportée, selon l'état de l'arc, avec un coût positif ou négatif.

La formulation mathématique de la fonction représentant le coût unitaire de la figure 2.6 est donnée par :

$$CU_{ij}(\phi) = \begin{cases} 16\phi - 100 & \text{si } \phi \in [0; 5] \\ 4(\phi - 5) + 10 & \text{si } \phi \in]5; 15] \\ \frac{2}{3}(\phi - 15) + 60 & \text{si } \phi \in]15; 30] \end{cases} \quad (2.8)$$

Une des méthodes pour gérer les coûts unitaires définis par morceaux dans les graphes, est de remplacer l'arc e_{ij} portant le coût par r_{ij} arcs parallèles. La capacité de chaque arc est fixée à $[\mu_{ij}^t; \mu_{ij}^{t+1}]$ et le coût unitaire considéré est linéaire, et est donné par : $a_{ij}^t \cdot (\phi - \mu_{ij}^t) + b_{ij}^t$. L'inconvénient de cette modélisation est qu'elle accroît significativement le nombre d'arcs et de sommets, ce qui impacte la rapidité d'exécution des algorithmes d'optimisation [Ahuja et al., 1995]. Nous n'opterons pas pour cette modélisation et nous considérons donc les coûts unitaires dans leur globalité.

2.3.2 Coûts effectifs

On rappelle que le coût effectif d'un arc découle de l'intégration du coût unitaire (Cf. chapitre 1, §1.3.2). La forme canonique de la fonction représentant le coût effectif d'un arc e_{ij} est obtenue par intégration de l'équation (2.7) :

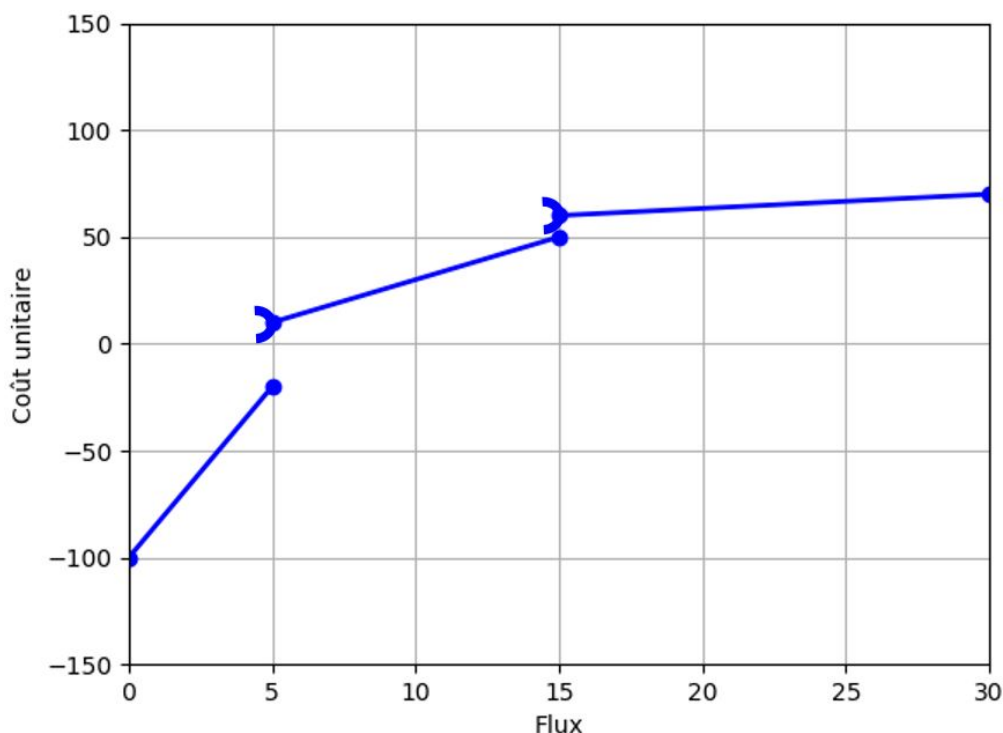


FIGURE 2.6 – Exemple de coût unitaire

$$C_{ij}(\phi) = \begin{cases} \frac{a_{ij}^0}{2}\phi^2 + b_{ij}^0\phi & \text{si } \phi \in [\mu_{ij}^0; \mu_{ij}^1] \\ \frac{a_{ij}^1}{2}(\phi - \mu_{ij}^0)^2 + b_{ij}^1(\phi - \mu_{ij}^0) + C_{ij}(\mu_{ij}^1) & \text{si } \phi \in]\mu_{ij}^1; \mu_{ij}^2] \\ \left| \frac{a_{ij}^{r_{ij}-1}}{2}(\phi - \mu_{ij}^{r_{ij}-1})^2 + b_{ij}^{r_{ij}-1}(\phi - \mu_{ij}^{r_{ij}-1}) + C_{ij}(\mu_{ij}^{r_{ij}-1}) \right. & \text{si } \phi \in]\mu_{ij}^{r_{ij}-1}; \mu_{ij}^{r_{ij}}] \end{cases} \quad (2.9)$$

La figure 2.7 représente le coût effectif issu du coût unitaire défini par l'équation 2.8. Sa formulation mathématique est donnée par :

$$C_{ij}(\phi) = \begin{cases} 8\phi^2 - 100\phi & \text{si } \phi \in [0; 5] \\ 2(\phi - 5)^2 - 10(\phi - 5) - 300 & \text{si } \phi \in [5; 15] \\ \frac{1}{3}(\phi - 15)^2 + 50(\phi - 15) - 200 & \text{si } \phi \in [15; 30] \end{cases} \quad (2.10)$$

Les coûts effectifs C_{ij} considérés dans ce travail sont quadratiques par morceaux, continus sur l'intervalle $[0; u_{ij}]$, dérivables sur les intervalles $] \mu_{ij}^t; \mu_{ij}^{t+1}[\forall t \in \{0, 1, \dots, r_{ij} - 1\}$ et convexes.

2.4 Formulation mathématique du problème d'allocation de la ressource

L'allocation optimale de la ressource sur un système dynamique étendu est obtenue par la recherche de la circulation $X = \{\phi_{ij} | e_{ij} \in A\}$ de coût minimum sur le réseau de transport étendu correspondant. Le coût du graphe, appelé aussi dans la suite coût de la circulation, est défini par la

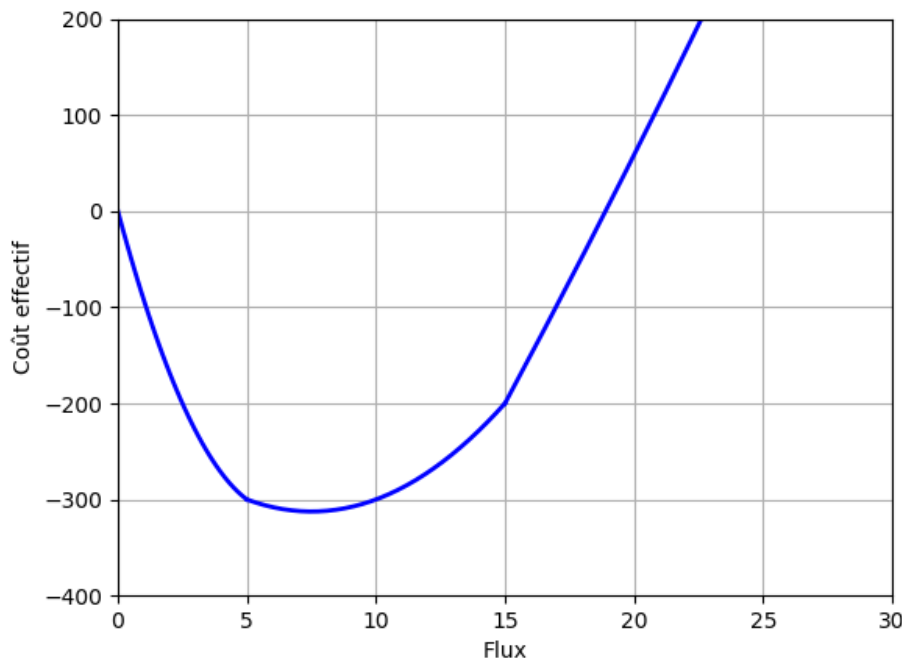


FIGURE 2.7 – Coût effectif

somme des coûts effectifs de ses arcs :

$$C_{\text{graphe}} = \sum_{e_{ij} \in A} \int_0^{\phi_{ij}} CU_{ij}(\varphi) d\varphi \quad (2.11)$$

L'objectif est de déterminer l'ensemble des flux X qui minimise C_{graphe} en respectant les contraintes du graphe. Ces dernières sont les contraintes de conservation de flux au niveau des sommets, de capacité ainsi que les contraintes additionnelles de répartition de flux au niveau des sommets de répartition.

Selon la nature des contraintes additionnelles, nous considérons trois problèmes d'optimisation de recherche de flot de coût minimum : $\mathcal{P}0$, $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$.

2.4.1 Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}0$

Dans $\mathcal{P}0$, les flux transportés sont considérés non-déformables. Il s'agit du cas particulier où l'ensemble des sommets de répartition D est vide (pas de contrainte additionnelle). Sa formulation est donnée par :

$$\begin{cases} \text{Min}_X \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall e_{ij} \in A \quad 0 \leq \phi_{ij} \leq u_{ij} \end{cases} \quad (2.12)$$

Chaque terme de la fonction objectif $C_{ij}(\phi)$ est continu, quadratique par morceaux et convexe. La fonction objectif est donc convexe car la somme de fonctions convexes est une fonction convexe.

En l'absence de sommets de répartition, le problème est séparable. Il s'agit du problème "Minimum Convex-Cost Network Flow Problem" (Se référer à la section §1.3.5). Karzanov et McCormick présentent quelques méthodes de résolution en mettant l'accent sur les méthodes à base d'élimination de circuits négatifs [Karzanov and McCormick, 1995].

2.4.2 Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}1$

Dans $\mathcal{P}1$, l'ensemble des sommets de répartition est non-vide et les coefficients de répartition sont constants. Ceci revient à faire l'hypothèse que la dynamique de transfert est restreinte à un seul point de fonctionnement pour chaque arc. La formulation du problème d'optimisation $\mathcal{P}1$ est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{X}{Min} \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall e_{ij} \in A \quad 0 \leq \phi_{ij} \leq u_{ij} \\ \forall R \in D \quad \phi_{RR_y} = \alpha_R * \eta^{-1}(R) \end{array} \right. \quad (2.13)$$

Du fait de la contrainte additionnelle de proportionnalité entre les flux des sommets de répartition, le problème d'optimisation $\mathcal{P}1$ est non-séparable. L'espace de recherche de la circulation X , construit par les contraintes de capacité, les contraintes de conservation et les contraintes additionnelles de répartition, est convexe. De plus, comme chaque terme $C_{ij}(\phi)$ est convexe, $\mathcal{P}1$ est convexe.

2.4.3 Définition du problème d'optimisation $\mathcal{P}2$

Pour $\mathcal{P}2$, l'ensemble des sommets de répartition est non-vide et les coefficients de répartition sont représentés par des fonctions constantes par morceaux et monotones. Le problème $\mathcal{P}2$ est le plus général. Il modélise la dynamique des transferts sur toutes les plages de fonctionnement. Sa formulation est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underset{X}{Min} \sum_{e_{ij} \in A} C_{ij}(\phi_{ij}) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall e_{ij} \in A \quad 0 \leq \phi_{ij} \leq u_{ij} \\ \forall R \in D \quad \phi_{RR_y} = \int_0^{\eta^{-1}(R)} \alpha_R(\varphi) d\varphi \end{array} \right. \quad (2.14)$$

En raison de la dépendance entre les flux de l'arc principal et de l'arc secondaire issus de chaque sommet de répartition, $\mathcal{P}2$ est non-séparable. $\mathcal{P}2$ est non-convexe car la fonction objectif ne l'est pas (la non-convexité du $\mathcal{P}2$ est démontrée par un contre exemple à la fin de ce chapitre).

2.5 Graphe résiduel

2.5.1 Définitions

L'algorithme d'optimisation développé ici pour résoudre les 3 problèmes est itératif. Il est basé sur des **itérations d'optimisation** et des **itérations d'amélioration**. A chaque itération d'optimisation, le graphe est subdivisé en **sous-graphes indépendants**. Pour chaque sous-graphe

2.5 Graphe résiduel

indépendant, des itérations d'amélioration diminuent leur coût en faisant varier les flux des arcs tout en respectant les contraintes du problème.

C'est en raison de la forte non-linéarité des problèmes d'optimisation considérés qu'une itération d'optimisation est décomposée en plusieurs itérations d'amélioration pour lesquelles les contraintes sont linéaires. Ainsi, sur une itération d'amélioration, le coefficient de répartition d'un sommet de répartition est constant et le coût unitaire d'un arc est linéaire.

Chaque itération d'amélioration k est associée à une circulation X_k . Le passage d'une itération k à $k + 1$ est marqué par la modification des flux des arcs et par conséquent de leur état. L'état d'un arc e_{ij} est déterminé par :

- Le **flux circulant** sur l'arc : ϕ_{ij} .
- Les **écarts positif** E_{ij}^+ et **négatif** E_{ij}^- sont les quantités de flux qui peuvent être rajoutées à ou retirées de l'arc, sans dépasser la capacité de l'arc, et sans franchir une discontinuité. Les discontinuités sont de 2 types : les discontinuités des coûts unitaires définis sur les arcs et les discontinuités des sommets de répartition.

Soit μ_{ij}^t et μ_{ij}^{t+1} les deux extrémités de l'intervalle tel que $\phi_{ij} \in]\mu_{ij}^t : \mu_{ij}^{t+1}]$ et $CU_{ij}(\phi)$ est linéaire. Notons $v_{ij}^+(\phi_{ij}) = \mu_{ij}^{t+1} - \phi_{ij}$ et $v_{ij}^-(\phi_{ij}) = \phi_{ij} - \mu_{ij}^t$ les quantités de flux qui peuvent être rajoutées et retirées, respectivement, de l'arc e_{ij} sans dépasser une discontinuité de la fonction de coût.

De manière identique, si le sommet terminal j de l'arc e_{ij} est un sommet de répartition, nous définissons les limites de variation du flux permettant de ne pas franchir la discontinuité de la fonction de répartition par $w_{ij}^+(\phi_{ij}) = \omega_{ij}^{k+1} - \phi_{ij}$ et $w_{ij}^-(\phi_{ij}) = \phi_{ij} - \omega_{ij}^k$. Où ω_{ij}^k et ω_{ij}^{k+1} sont les deux extrémités de l'intervalle tel que $\phi_{ij} \in]\omega_{ij}^k : \omega_{ij}^{k+1}]$ et $\alpha_R(\phi)$ est constant.

Les écarts positif et négatif de l'arc e_{ij} sont respectivement définis par : $E_{ij}^+ = \min(u_{ij} - \phi_{ij}, v_{ij}^+, w_{ij}^+)$ et $E_{ij}^- = \min(\phi_{ij}, v_{ij}^-, w_{ij}^-)$.

- Les **coûts unitaires à l'augmentation et à la diminution** du flux sont respectivement définis par $CU_{ij}^+ = \lim_{\substack{\phi \rightarrow \phi_{ij} \\ \phi > \phi_{ij}}} CU_{ij}(\phi)$ et $CU_{ij}^- = - \lim_{\substack{\phi \rightarrow \phi_{ij} \\ \phi < \phi_{ij}}} CU_{ij}(\phi)$.
- Les **pentés à l'augmentation et à la diminution** sont respectivement définies par $a_{ij}^+ = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{CU_{ij}(\phi_{ij}+t) - CU_{ij}(\phi_{ij})}{t}$ et $a_{ij}^- = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{CU_{ij}(\phi_{ij}+t) - CU_{ij}(\phi_{ij})}{t}$.

Pour un graphe étendu $G = (N, A)$ et pour une circulation X_r , correspondant à l'itération d'amélioration r , nous définissons un graphe résiduel (graphe d'écarts) $G'(X_r) = (N, A'(X_r))$. Le graphe résiduel permet de décrire les états de l'ensemble des arcs du graphe pour une itération d'amélioration r donnée.

Chaque arc $e_{ij} \in A$ est remplacé par deux arcs \vec{e}_{ij} et \overleftarrow{e}_{ij} qui représentent les variations possibles du flux à l'augmentation et à la diminution (Cf. figure 2.8). Ces derniers sont respectivement appelés **arcs directs** et **arcs inverses**. Les arcs directs sont représentés en bleu et les arcs inverses en rouge.

Cette convention de couleur sera conservée dans tout le document. Notons $\vec{A} = \{\vec{e}_{ij} | e_{ij} \in A\}$ l'ensemble des arcs directs, $\overleftarrow{A} = \{\overleftarrow{e}_{ij} | e_{ij} \in A\}$ l'ensemble des arcs inverses et $A' = \vec{A} \cup \overleftarrow{A}$ l'ensemble des arcs directs et inverses du graphe résiduel.

Les capacités résiduelles, les coûts unitaires et les pentes des arcs directs et inverses sont définis dans la table 2.1.

Le graphe résiduel $G'(X_r) = (N, A'(X_r))$ contient uniquement les arcs dont la capacité résiduelle est strictement positive, car ce sont ces arcs qui permettent une variation de flux.

Dans le cas particulier où les coûts unitaires sont constants et en l'absence de sommets de répartition, nous retrouvons la définition classique d'un graphe résiduel [Gauthier et al., 2015].



FIGURE 2.8 – Arc résiduel

	Capacité résiduelle	Coût unitaire	Pente
Arc direct $\xrightarrow{e_{ij}}$	$ur_{ij}^{\rightarrow} = E_{ij}^+$	$CU_{ij}^{\rightarrow} = CU_{ij}^+$	$a_{ij}^{\rightarrow} = a_{ij}^+$
Arc inverse $\xleftarrow{e_{ij}}$	$ur_{ij}^{\leftarrow} = E_{ij}^-$	$CU_{ij}^{\leftarrow} = CU_{ij}^-$	$a_{ij}^{\leftarrow} = a_{ij}^-$

TABLE 2.1 – Définition des caractéristiques d'un arc résiduel

2.5.2 Exemple illustratif

Considérons le graphe $G = (N, A)$ de la figure 2.9. Les ensembles des sommets, des arcs et des sommets de répartition sont respectivement donnés par : $N = \{S, P, B, C, E, C_y, C_z\}$, $A = \{e_{SE}, e_{EC}, e_{CC_y}, e_{CC_z}, e_{C_yP}, e_{EB}, e_{BC_z}, e_{C_zP}\}$ et $D = \{C\}$. e_{CC_y} et e_{CC_z} sont respectivement l'arc principal et l'arc secondaire du sommet C . Pour simplifier l'exemple, les capacités physiques des arcs sont considérées infinies et les coûts unitaires sur les arcs sont nuls sauf pour l'arc e_{EB} pour lequel le coût unitaire est défini par l'équation (2.15). Nous considérons que le coefficient de répartition du sommet C est défini par l'équation (2.16).

$$CU_{EB}(\phi) = \begin{cases} 16\phi - 100 & \text{si } \phi \in [0; 5] \\ 4(\phi - 5) + 10 & \text{si } \phi \in]5; 15] \\ \frac{2}{3}(\phi - 15) + 60 & \text{si } \phi \in]15; +\infty[\end{cases} \quad (2.15)$$

$$\alpha_C(\phi) = \begin{cases} 0.2 & \text{si } \phi \in [0; 5] \\ 0.5 & \text{si } \phi \in]5; 15] \\ 0.9 & \text{si } \phi \in]15; +\infty[\end{cases} \quad (2.16)$$

L'étiquette associée à chaque arc e_{ij} sur la figure 2.9 est de la forme :

$$e_{ij}(\phi_{ij}, CU_{ij}^+, CU_{ij}^-, E_{ij}^+, E_{ij}^-, a_{ij}^+, a_{ij}^-)$$

Détaillons l'obtention des valeurs des étiquettes des arcs e_{EB} et e_{EC} :

- Pour l'arc e_{EB} , les premières discontinuités rencontrées sur la fonction de coût unitaire à l'augmentation et à la diminution à partir de $\phi_{EB} = 15$ sont 30 et 5, respectivement. Les écarts positifs et négatifs sont donc : $E_{EB}^+ = \text{Min}(+\infty, +\infty - 15) = +\infty$ et $E_{EB}^- = \text{Min}(15, 15 - 5) = 10$, respectivement. Conformément à l'équation (2.15), les coûts unitaires à l'augmentation et

2.6 Méthodologie de résolution des problèmes d'optimisation

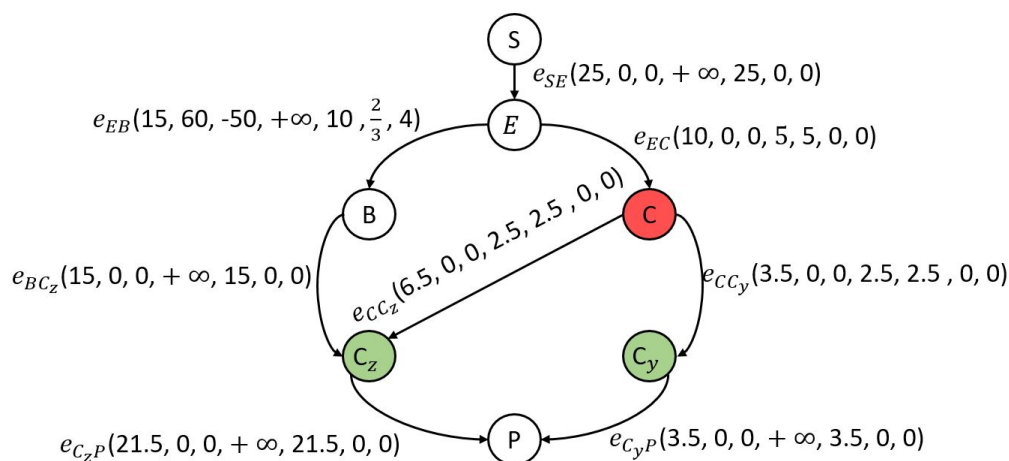


FIGURE 2.9 – Réseau de transport $G=(N,A)$

à la diminution ont pour valeur : $CU_{EB}^+ = 60$ et $CU_{EB}^- = -50$. De même, les pentes à l'augmentation et à la diminution ont pour valeur : $a_{EB}^+ = \frac{2}{3}$ et $a_{EB}^- = 4$.

- Pour l'arc e_{EC} , les premières discontinuités rencontrées sur la fonction de répartition à l'augmentation et à la diminution à partir de $\phi_{EC} = 10$ sont 15 et 5, respectivement. Les écarts positifs et négatifs sont donc : $E_{EC}^+ = \text{Min}(+\infty, 15 - 10) = 5$ et $E_{EC}^- = \text{Min}(10, 10 - 5) = 5$, respectivement. Comme le coût est nul sur cet arc, les coûts unitaires et les pentes à l'augmentation et à la diminution sont nuls.

Notons X_0 la circulation de flux présentée à la figure 2.9. La figure 2.10 représente le graphe d'écart $G'(X_0) = (N, A'(X_0))$ correspondant au graphe G pour la circulation X_0 .

Les étiquettes des arcs directs \vec{e}_{ij} et inverses \overleftarrow{e}_{ij} sont de la forme suivante : $\vec{e}_{ij}(CU_{ij}^{\rightarrow}, ur_{ij}^{\rightarrow}, a_{ij}^{\rightarrow})$ et $\overleftarrow{e}_{ij}(CU_{ij}^{\leftarrow}, ur_{ij}^{\leftarrow}, a_{ij}^{\leftarrow})$.

2.6 Méthodologie de résolution des problèmes d'optimisation

2.6.1 Élimination des circuits négatifs

Le premier algorithme de résolution du problème du flot de coût minimum basé sur l'élimination des circuits négatifs a été proposé par Klein [Klein, 1967]. L'algorithme stipule que pour un réseau de transport avec des coûts unitaires constants, une circulation est optimale si et seulement si le graphe résiduel correspondant ne contient aucun circuit de coût négatif (nommé circuit négatif). Un circuit est dit négatif si la somme des coûts unitaires de ses arcs est négative. L'algorithme de Klein consiste à rechercher, de manière itérative, dans le graphe résiduel, un circuit de coût négatif et à l'éliminer en poussant un flux jusqu'à saturation d'au moins un de ses arcs. La complexité de l'algorithme de Klein peut être exponentielle même lorsque les capacités et les coûts unitaires sont des entiers [Goldberg and Tarjan, 1989]. En rajoutant une règle sur la sélection des circuits, Goldberg et Tarjan ont proposé une version polynomiale de l'algorithme de Klein [Goldberg and Tarjan, 1989]. La règle de sélection consiste à choisir les circuits dont le coût moyen (coût du circuit divisé par le nombre des arcs) est minimal. L'algorithme de Goldberg, minimum-mean cycle, a été étendu par Karzanov et McCormick pour le cas de coûts effectifs séparables, convexes et **dérivables** [Karzanov and McCormick, 1997]. Weintraub décrit un algorithme, qui à

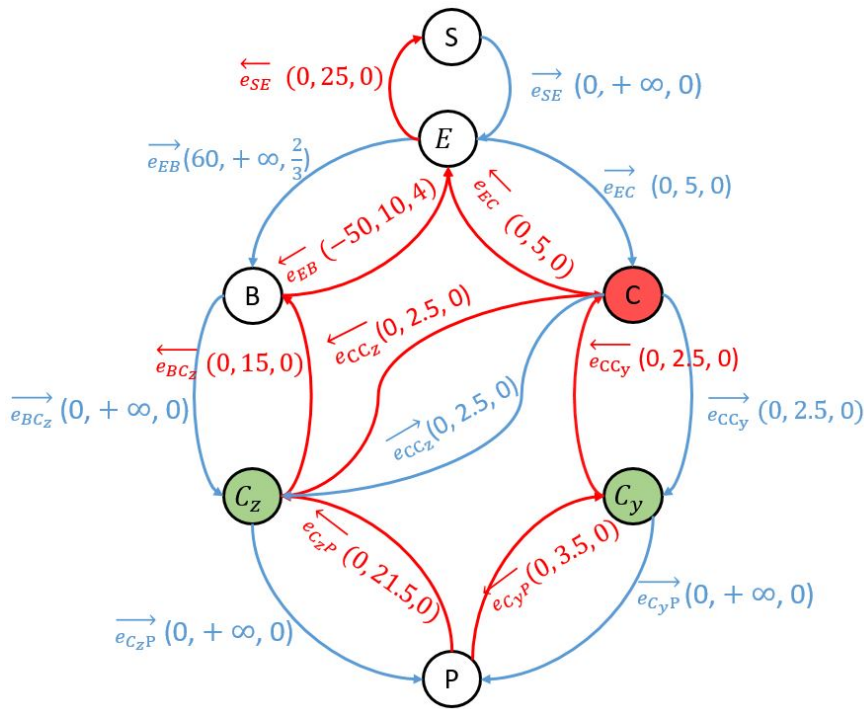


FIGURE 2.10 – Graphe résiduel $G'(X_0) = (N, A'(X_0))$

chaque itération améliore considérablement la valeur de la fonction objectif en annulant une collection de circuits négatifs [Weintraub, 1974]. Notre objectif est d'étendre la démarche d'élimination des circuits négatifs pour la résolution des problèmes $\mathcal{P}0$, $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$.

2.6.2 Détection de circuits négatifs

L'algorithme de Bellman-Ford [Bellman, 1958], est un algorithme qui calcule des plus courts chemins depuis un sommet de départ donné dans un graphe orienté pondéré. Contrairement à l'algorithme de Dijkstra [Dijkstra, 1959], l'algorithme de Bellman-Ford autorise la présence de certains arcs de poids négatif et permet de détecter l'existence d'un circuit négatif. L'algorithme de Bellman-Ford stipule qu'un chemin de coût minimal existe entre le sommet de départ m et tout sommet t , si et seulement si le graphe ne contient aucun circuit négatif.

Condition nécessaire

Si le graphe contient un circuit négatif, il n'y a pas de distance minimale entre m et les sommets présents sur le circuit négatif. En effet, la distance peut diminuer en circulant indéfiniment sur le circuit négatif. Dans un graphe sans circuit négatif, l'algorithme de Bellman-Ford détermine les distances minimales après $Card(A)$ itérations de marquage. Il s'agit donc d'un moyen de vérifier la présence ou non de circuits négatifs.

Condition suffisante

Supposons que le graphe ne contienne aucun circuit négatif. Il existe un chemin de coût minimal composé au maximum de $Card(A)$ arcs entre le sommet de départ m et chaque sommet t . En effet, s'il existe un chemin composé de $Card(A) + 1$ arcs ou plus, il contient forcément un circuit qui peut être enlevé afin d'améliorer le chemin car ce dernier n'est pas négatif (cf. figure 2.11).

Il existe plusieurs algorithmes de parcours des sommets. Les deux principaux algorithmes sont :

- Algorithme de parcours en largeur (Breadth First Search) : commence par explorer un sommet

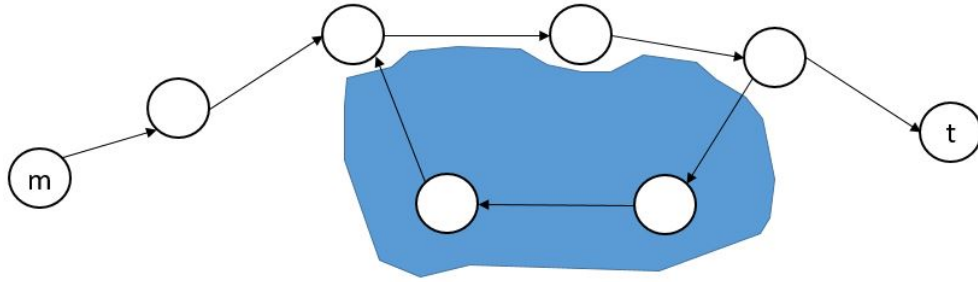


FIGURE 2.11 – Enlèvement de circuit non-négatif

de départ, puis ses successeurs, puis les successeurs non explorés des successeurs, etc. Les sommets sont explorés par distance croissante au sommet de départ. Le parcours des sommets dans l'algorithme de Bellman-Ford est basé sur un parcours en largeur [Cormen et al., 2009].

- Algorithme de parcours en profondeur (Depth First Search) : progresse à partir du sommet départ m en s'appelant récursivement pour chaque sommet voisin de m . Contrairement à l'algorithme de parcours en largeur, il explore en profondeur les chemins un par un. Pour chaque sommet, il marque le sommet actuel et il prend le premier sommet voisin jusqu'à ce qu'un sommet n'ait plus de voisins (ou que tous ses voisins soient marqués) et revient alors au sommet père [Cormen et al., 2009].

Dans la section suivante, nous procédons à la résolution des problèmes d'optimisation \mathcal{P}_0 , \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 .

2.7 Résolution du problème \mathcal{P}_0

2.7.1 Condition d'optimalité du problème \mathcal{P}_0

L'objectif ici est d'étudier la condition d'optimalité du problème \mathcal{P}_0 .

Pour un circuit ξ dans le graphe résiduel, nous notons, respectivement, $\vec{\xi}$ et $\overleftarrow{\xi}$ les ensembles des arcs directs et inverses, avec $\xi = \vec{\xi} \cup \overleftarrow{\xi}$. Notons ξ^+ et ξ^- les ensembles des arcs, dans le graphe, correspondant à $\vec{\xi}$ et $\overleftarrow{\xi}$, respectivement. La figure 2.12 illustre un exemple de circuit dans le graphe résiduel (les arcs en surbrillance jaune), où $\vec{\xi} = \{e_{AB}, e_{BC}, e_{CD}\}$, $\overleftarrow{\xi} = \{e_{AF}, e_{FE}, e_{ED}\}$, $\xi^+ = \{e_{AB}, e_{BC}, e_{CD}\}$ et $\xi^- = \{e_{AF}, e_{FE}, e_{ED}\}$.

Le coût d'un circuit ξ est défini par la somme des coûts unitaires de ses arcs directs et inverses :

$$C_\xi = \sum_{e \in \vec{\xi}} CU_e + \sum_{e \in \overleftarrow{\xi}} CU_e \quad (2.17)$$

Pousser un flux $\delta\phi \geq 0$ sur le circuit ξ dans le graphe résiduel, revient à augmenter les flux des arcs de ξ^+ et à réduire les flux des arcs de ξ^- de la quantité $\delta\phi$ dans le graphe. L'ensemble des arcs $SG(\xi) = \xi^+ \cup \xi^-$ constitue un sous-graphe indépendant de G . En effet, tout échange de flux entre les arcs de ξ^+ et ξ^- n'impacte pas les flux des arcs du reste du graphe $G \setminus SG(\xi)$.

Le coût du sous-graphe $SG(\xi)$ correspondant à ξ est donné par :

$$C_{SG(\xi)} = \sum_{e \in \xi^+} \left[\int_0^{\phi_e} CU_e(\phi) d\phi \right] + \sum_{e \in \xi^-} \left[\int_0^{\phi_e} CU_e(\phi) d\phi \right] \quad (2.18)$$

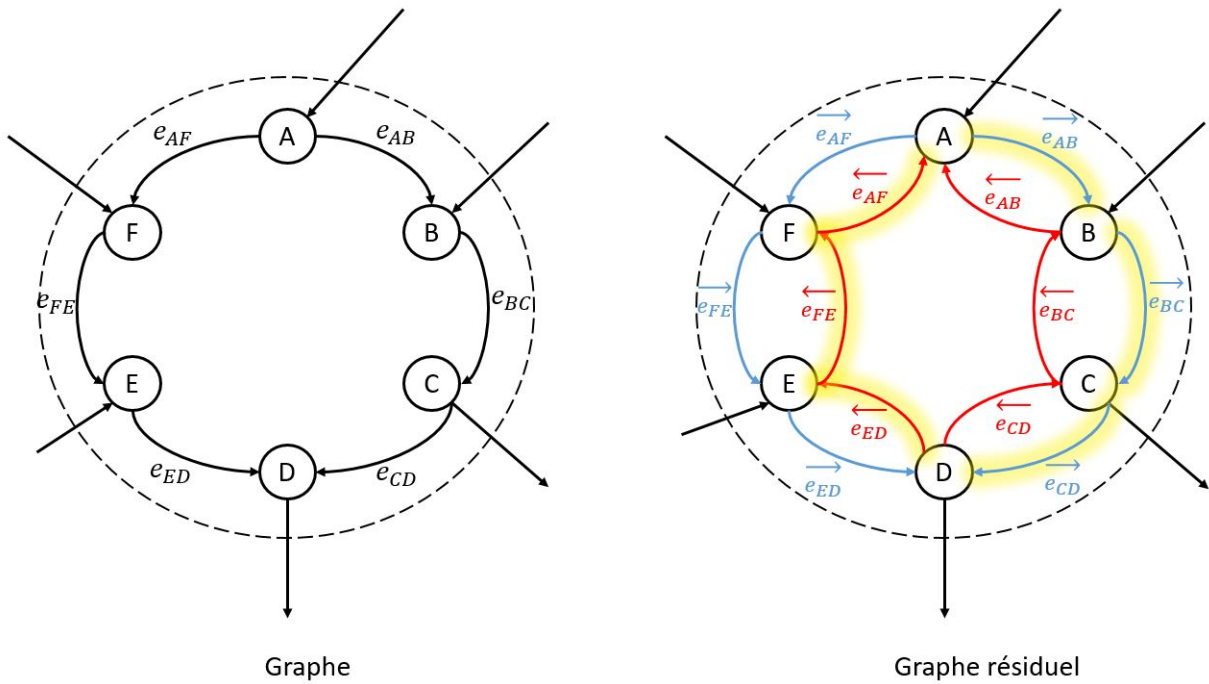


FIGURE 2.12 – Exemple de circuit

Proposition : Une circulation X_r est optimale si et seulement si le graphe résiduel correspondant $G'(X_r)$ ne contient aucun circuit négatif.

Preuve

• **Condition nécessaire**

Supposons que la circulation X_r soit optimale. Soit ξ un circuit de capacité résiduelle ur_ξ dans le graphe résiduel correspondant à X_r . La capacité résiduelle d'un circuit correspond au minimum des capacités résiduelles des arcs du circuit : $ur_\xi = \min(ur_e | e \in \xi)$. Considérons le vecteur de flux $d(\xi, \rho) = \{d_{ij}(\xi, \rho) | e_{ij} \in A\}$ avec :

$$d_{ij}(\xi, \rho) = \begin{cases} \rho & \text{si } e_{ij} \in \xi^+ \\ -\rho & \text{si } e_{ij} \in \xi^- \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.19)$$

La direction $d(\xi, \rho)$ est réalisable à partir de X_r pour tout $\rho \in [0; ur_\xi]$. On rappelle que les coûts effectifs des arcs sont quadratiques par morceaux et convexes. Cependant, ils ne sont pas continuellement différentiables. Pour pallier ce problème, nous utilisons la dérivée directionnelle au sens de Gateaux [Clarke, 1990]. La dérivée directionnelle permet de quantifier la variation locale d'une fonction dépendant de plusieurs variables, en un point donné et le long d'une direction donnée dans l'espace de ces variables.

Rappel : dérivée directionnelle

Une fonction $f : E \rightarrow \mathbf{R}$ est dite Gateaux-différentiable en $x \in E$, si $\forall d \in E$ $f'(x; d) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(x+td) - f(x)}{t}$ existe.

La fonction objectif du problème $\mathcal{P}0$ est Gateaux-différentiable, et sa dérivée en X_r dans la direction $d(\xi, \rho)$ est donnée par :

$$C'_{\text{graphe}}(X_r; d(\xi, \rho)) = \sum_{e \in \xi^+} CU_e^+(\phi_e + \rho) + \sum_{e \in \xi^-} CU_e^-(\phi_e - \rho) \quad (2.20)$$

Pour $\rho = 0^+$:

$$\begin{aligned} C'_{\text{graphe}}(X_r; d(\xi, 0^+)) &= \sum_{e \in \xi^+} CU_e^+(\phi_e) + \sum_{e \in \xi^-} CU_e^-(\phi_e) \\ &= \sum_{e \in \vec{\xi}} CU_{\vec{e}} + \sum_{e \in \overleftarrow{\xi}} CU_{\overleftarrow{e}} = C_{\xi} \end{aligned}$$

$C'_{\text{graphe}}(X_r; d(\xi, 0^+))$ correspond donc au coût du circuit ξ . Comme la circulation X_r est optimale, la dérivée est positive, ainsi, le coût du circuit ξ n'est pas négatif.

• **Condition suffisante**

Supposons que la circulation X_r ne soit pas optimale. Soit X_{r+1} une circulation de meilleur coût. Le passage entre X_r et X_{r+1} peut être réalisé par le biais de plusieurs circuits $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M\}$ [Kavitha et al., 2009]. Comme X_{r+1} est de meilleur coût que X_r , il existe nécessairement au moins un circuit de l'ensemble $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M\}$ de coût négatif.

2.7.2 Élimination d'un circuit négatif

Pour éliminer un circuit négatif ξ , il faut augmenter le flux de $\delta\phi_{opt}$ dans le sens du circuit jusqu'à ce que son coût devienne nul, ou jusqu'à atteindre la capacité résiduelle d'un arc de ξ .

Notons y le flux à faire circuler sur le circuit ξ . L'objectif est de trouver le flux $y = \delta\phi_{opt}$ pour lequel le coût du sous-graphe $C_{SG(\xi)}(y)$ correspondant à ξ est minimal. $C_{SG(\xi)}(y)$ est donné par :

$$\begin{aligned} C_{SG(\xi)}(y) &= \sum_{e \in \xi^+} \left[\int_{\phi_e}^{\phi_e + y} CU_e(\phi) d\phi \right] + \sum_{e \in \xi^-} \left[\int_{\phi_e}^{\phi_e - y} CU_e(\phi) d\phi \right] \\ &= \sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \left[\int_{\phi_e}^{\phi_e + \varepsilon_e y} CU_e(\phi) d\phi \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Avec $\varepsilon_e = 1$ si $e \in \xi^+$, et $\varepsilon_e = -1$ si $e \in \xi^-$. Chaque terme $y \mapsto \int_{\phi_e}^{\phi_e + \varepsilon_e y} CU_e(\phi) d\phi$ est une fonction continue, quadratique par morceaux et convexe, donc la fonction $C_{SG(\xi)}(y)$ est aussi continue, quadratique par morceaux et convexe. La figure 2.13 illustre un exemple de la variation du coût d'un sous-graphe $C_{SG(\xi)}(y)$ en fonction du flux y qui circule dans le circuit ξ correspondant.

La fonction $C_{SG(\xi)}(y)$ étant convexe, il n'y a pas de minimum local. Le minimum global au niveau d'un sous-graphe indépendant est atteint en réalisant plusieurs itérations d'amélioration. Chaque itération d'amélioration est réalisée sur un seul tronçon de la fonction. Une itération d'amélioration se termine quand le coût du circuit est nul (point vert sur la figure 2.13) ou quand la capacité résiduelle est atteinte (points noirs sur la figure 2.13). Le minimum global est atteint lorsque le coût du circuit est nul ou lorsque la capacité résiduelle du dernier tronçon est atteinte.

Sur une itération d'amélioration, l'intervalle d'intégration pour un arc e est $]\phi_e; \phi_e + \varepsilon_e y[$, avec $y \in [0; ur_{\xi}]$. Le coût unitaire est défini par : $CU_e(\phi) = a_e\phi + b_e$. Ainsi, $\forall y \in [0; ur_{\xi}]$, le coût du sous-graphe s'écrit :

$$C_{SG(\xi)}(y) = \sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \left[\int_{\phi_e}^{\phi_e + \varepsilon_e y} (a_e\phi + b_e) d\phi \right] \quad (2.22)$$

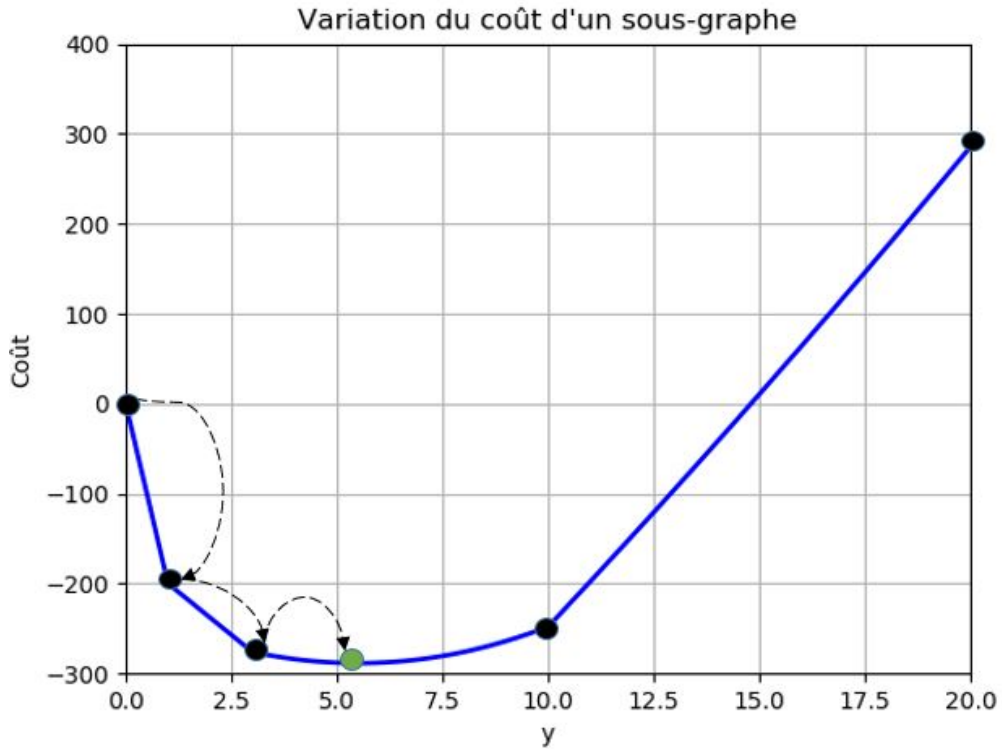


FIGURE 2.13 – Variation du coût d'un sous-graphe

$$\begin{aligned}
 C_{SG(\xi)}(y) &= \sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \left[\frac{a_e}{2} (\phi_e + \varepsilon_e y)^2 + b_e (\phi_e + \varepsilon_e y) - \frac{a_e}{2} \phi_e^2 - b_e \phi_e \right] \\
 &= \sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \left[\frac{a_e}{2} y^2 + \varepsilon_e y (a_e \phi_e + b_e) \right] \\
 &= \sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \left[\frac{a_e}{2} y^2 + \varepsilon_e y CU_e(\phi_e) \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[\sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} a_e \right] y^2 + \left[\sum_{e \in \xi^+ \cup \xi^-} \varepsilon_e CU_e(\phi_e) \right] y
 \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 C_{SG(\xi)}(y) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{e \in \xi} a_e \right] y^2 + \left[\sum_{e \in \xi} CU_e \right] y \\
 &= \frac{1}{2} \theta_\xi y^2 + C_\xi y
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Avec $\theta_\xi = \sum_{e \in \xi} a_e$, la somme des pentes des coûts unitaires des arcs du circuit ξ , et $C_\xi = \sum_{e \in \xi} CU_e$ le coût du circuit ξ .

2.7 Résolution du problème $\mathcal{P}0$

La fonction $C_{SG(\xi)}(y)$ est un polynôme de deuxième degré sur l'intervalle $[0; ur_\xi]$. Le minimum de la fonction est atteint pour :

$$y = \delta\phi_{opt} = \min\left(-\frac{C_\xi}{\theta_\xi}, ur_\xi\right) \quad (2.24)$$

Il correspond au flux optimum à faire circuler sur le circuit ξ pour minimiser le coût du sous-graphe $SG(\xi)$ sur une itération d'amélioration (sans franchir une discontinuité).

Le sous-graphe $SG(\xi)$ correspondant au circuit ξ est indépendant, en conséquence l'amélioration du coût du sous-graphe implique l'amélioration du coût global du graphe. Après élimination d'un circuit négatif, le coût global du graphe diminue de $C_{SG(\xi)}(\delta\phi_{opt})$. Dans le cas particulier où le flux optimal à faire circuler le long du circuit n'est pas contraint par les capacités résiduelles des arcs, c'est à dire $\delta\phi_{opt} = -\frac{C_\xi}{\theta_\xi}$, le coût du graphe est diminué de : $C_{SG(\xi)}(\delta\phi) = -\frac{C_\xi^2}{2\theta_\xi}$. En règle générale, le coût global du graphe diminue de $\Delta C \in \left[-\frac{C_\xi^2}{2\theta_\xi}; 0\right]$. Les circuits très négatifs et de grande capacité résiduelle diminuent significativement le coût global du graphe.

La figure 2.13 illustre la convergence vers le minimum global de la fonction $C_{SG(\xi)}(y)$. Sur la direction de diminution du coût, l'algorithme a effectué trois itérations d'amélioration pour atteindre l'optimum global. L'algorithme (1) présente la procédure d'élimination d'un circuit négatif.

Algorithme 1 Élimination d'un circuit négatif ξ

Entrées

C_ξ

$ur_\xi := \min(ur_e | e \in \xi)$

Début

tant que $C_\xi < 0$ **et** $ur_\xi \neq 0$ **faire**

Calculer $\theta_\xi := \sum_{e \in \xi} a_e$

si $\theta_\xi \neq 0$ **alors**

$\delta\phi := \min\left(-\frac{C_\xi}{\theta_\xi}, ur_\xi\right)$

sinon

$\delta\phi := ur_\xi$

$\forall e \in \xi^+ \quad \phi_e := \phi_e + \delta\phi$ **et** $\forall e \in \xi^- \quad \phi_e := \phi_e - \delta\phi$

$\forall e \in \xi$ recalculer CU_e, ur_e, a_e

Recalculer C_ξ et ur_ξ .

2.7.3 Détection et identification des circuits négatifs

2.7.3.1 Marquage

L'algorithme d'identification des circuits négatifs est basé sur une procédure de marquage. Elle commence à partir d'un sommet de départ m . Le choix du sommet de départ influence le nombre d'itérations de marquage nécessaires à l'identification des circuits ainsi que la qualité des circuits identifiés. Nous choisissons comme sommet de départ le sommet origine de l'arc dont le coût unitaire est minimal : m est le sommet origine de l'arc e_{mX} , tel que $CU_{mX} = \text{Min}\{CU_{ij} | e_{ij} \in A'\}$.

Notons $\delta(i)$ le coût de marquage d'un sommet i et $pred(i)$ le sommet qui a permis son marquage. Le coût de marquage d'un sommet i représente la distance minimale entre le sommet de départ m et le sommet i à une itération de marquage donnée. La distance entre deux sommets correspond à la somme des coûts unitaires sur le chemin de marquage qui les relie. Le coût de marquage est initialisé à l'infini pour tous les sommets sauf pour le sommet de départ m qui est initialisé à zéro.

Lors d'une itération de marquage, un sommet j est marqué à partir du sommet i si l'arc $e_{ij} \in A'$ et si $\delta(i) + CU_{ij} < \delta(j)$. Dans ce cas, le coût de marquage du sommet j devient : $\delta(j) = \delta(i) + CU_{ij}$ et $Pred(j) = i$. Ainsi, à chaque itération de marquage, les coûts de marquage des sommets diminuent. La figure 2.14 présente la procédure de marquage.

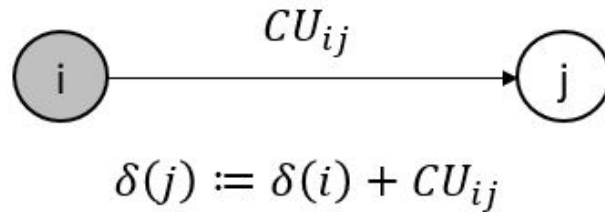


FIGURE 2.14 – Procédure de marquage

Contrairement à l'algorithme de Bellman-Ford [Bellman, 1958], qui, à chaque itération de marquage vérifie s'il y a une amélioration possible du coût de marquage de tous les sommets du graphe, nous nous concentrons sur les successeurs des sommets qui viennent d'être marqués. Soit L une file de sommets (premier arrivé, premier sorti). Elle est initialisée à m . Un sommet rejoint la file dès qu'il est marqué et s'il n'y est pas déjà, et quitte la file dès que tous ses successeurs ont été traités. Soit $\Gamma(i)$ l'ensemble des successeurs de i : $\Gamma(i) = \{j | e_{ij} \in A'\}$. Notons Π l'ensemble des circuits négatifs identifiés et Π_{max} le nombre maximum des circuits qui peuvent être stockés en mémoire avant d'arrêter la procédure de marquage. Le stockage d'un grand nombre de circuits prend beaucoup de mémoire vive, et n'améliore pas nécessairement la durée de l'optimisation. La procédure de marquage permettant la détection de circuits négatifs est donnée par l'algorithme (2).

2.7.3.2 Détection et identification

Si un sommet j est marqué à partir d'un sommet i lors de deux itérations de marquage, alors **il est possible** qu'il y ait un circuit négatif passant par les sommets i et j . En effet, si le circuit est de coût négatif, à chaque passage sur le circuit, le coût du sommet i diminue et par voie de conséquence le sommet j sera de nouveau marqué. La figure 2.15 présente un exemple où un circuit négatif est détecté. Les sommets ont été marqués dans l'ordre suivant : $m - i - j - k - f - g - i - j$. Comme le sommet j a été marqué deux fois à partir de i , un circuit négatif passant par j peut être présent. Pour Vérifier s'il s'agit d'un circuit et pour trouver les arcs composant ce circuit, un parcours inversé du chemin est réalisé : $j - i - g - f - k - j$.

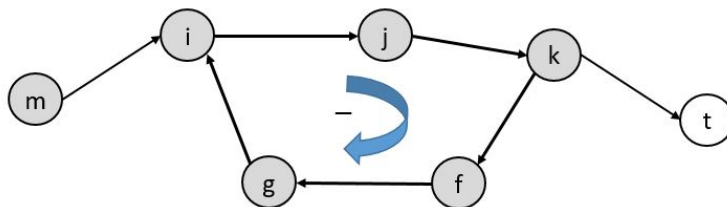


FIGURE 2.15 – Détection d'un circuit négatif

Un sommet marqué deux fois à partir du même sommet n'implique pas obligatoirement la présence d'un circuit. Il s'agit d'une condition nécessaire mais pas suffisante. En effet, si lors du second marquage, le sommet i a changé de prédécesseur, l'arc e_{ij} est parcouru par deux chemins différents.

2.7 Résolution du problème $\mathcal{P}0$

Algorithme 2 Procédure de marquage des sommets

Entrées

Graphe résiduel $G'(X_r)$

Sortie

l'ensemble des circuits négatifs Π

Initialisation

Sélectionner le sommet de départ m

$\forall t \in V \setminus \{m\} \quad \delta(t) := +\infty$ et $\delta(m) := 0$

$\Pi := \{\emptyset\}$

$L := m$

Début

tant que $L \neq \emptyset$ **et** $Card(\Pi) < \Pi_{max}$ **faire**

$i := retirer(L)$

pour tout $j \in \Gamma(i)$ **faire**

si $\delta(i) + CU_{ij} < \delta(j)$ **alors**

$pred(j) := i$

$\delta(j) := \delta(i) + CU_{ij}$

si j n'est pas dans L **alors**

ajouter j dans L

si $Circuit_identifie(i, j)$ **alors**

$\Pi := \Pi + Circuit_identifie(i, j)$

$Card(\Pi) := Card(\Pi) + 1$

$Neutraliser(Circuit_identifie(i, j))$

Ainsi, il n'appartient pas à un circuit. La figure 2.16 présente un exemple de cette situation. Le sommet j est marqué une première fois en suivant le chemin $k - i - j$ et une deuxième fois en suivant le chemin $l - i - j$ sans qu'il n'y ait de circuit passant par e_{ij} .

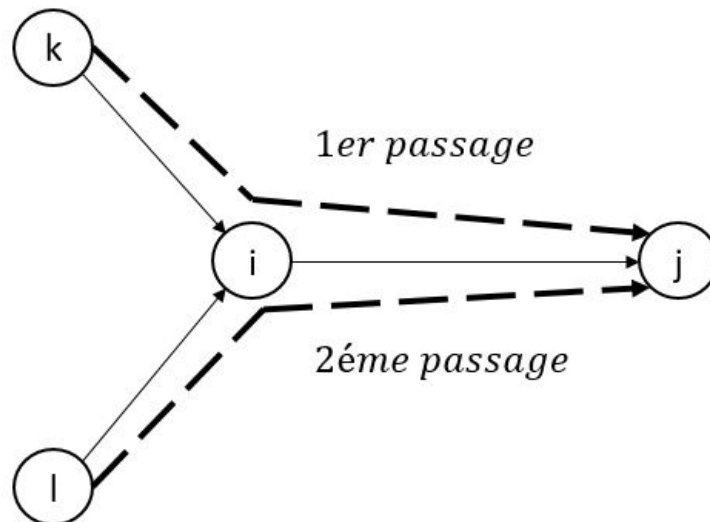


FIGURE 2.16 – Condition non suffisante

Notons $M(j)$ l'ensemble des sommets ayant été prédécesseurs du sommet j lors des marquages précédents. Si j est marqué à partir de i et que $i \in M(j)$, il est nécessaire de vérifier la présence d'un

circuit et de l'identifier le cas échéant. Ceci est réalisé par la fonction de détection et d'identification d'un circuit $Circuit_identifie(i, j)$, décrite dans l'algorithme (3).

Algorithme 3 $Circuit_identifie(i, j)$

Entrées

$M(j)$

Sorties

Circuit négatif

Début

si $i \in M(j)$ alors

$n := i$

tant que $pred(n)$ existe et $n \neq j$ faire

$n := pred(n)$

si $n=j$ alors

Circuit négatif détecté

$b := i$

$Nouveau_Circuit = \{e_{ij}\}$

tant que $b \neq j$ faire

$Nouveau_Circuit := Nouveau_Circuit + \{e_{bpred(b)}\}$

$b := pred(b)$

sinon

Pas de circuit négatif passant par e_{ij}

sinon

Pas de circuit négatif passant par e_{ij}

2.7.3.3 Neutralisation

Pour trouver les éventuels autres circuits négatifs, il est nécessaire de **neutraliser** les circuits négatifs déjà identifiés afin de ne pas perturber la procédure de marquage. Pour ce faire, une **pénalité de marquage** est ajoutée sur les arcs des circuits négatifs déjà identifiés. Cette pénalité est de l'ordre du coût du circuit C_ξ . Si le circuit est détecté plus d'une fois ($nmb_detecte(\xi) > 1$), nous attribuons un coût infini aux arcs du circuit. La procédure de neutralisation des circuits négatif est donnée par l'algorithme (4).

Algorithme 4 $Neutraliser(\xi)$

Entrées

Le circuit négatif ξ

Début

si $nmb_detecte(\xi) = 1$ alors

$\forall e \in \xi \quad CU_e := CU_e - C_\xi$

sinon

$\forall e \in \xi \quad CU_e := +\infty$

2.8 Résolution du problème $\mathcal{P}1$

2.8.1 Définition de multi-circuit

Contrairement au problème $\mathcal{P}0$, dans le problème $\mathcal{P}1$, le graphe peut contenir des sommets de répartition. Soit ξ un circuit du graphe résiduel composé d'au moins un sommet de répartition. En poussant un flux $\delta\phi$ sur ξ , afin de respecter la contrainte de répartition, une quantité proportionnelle de ce flux quitte le circuit et rejoint le sommet utilisation P . En conséquence, le circuit ne respecte plus la contrainte de conservation de flux et le sous-graphe correspondant ne constitue plus un sous-système indépendant du graphe. On appelle **fuite** la quantité de flux qui quitte le circuit. La figure 2.17 illustre un circuit (surbrillance jaune) contenant un sommet de répartition R de coefficient de répartition $\alpha_R = 0.5$. En faisant circuler un flux d'une valeur de 1 sur le circuit, un flux de valeur 0.5 sort du circuit.

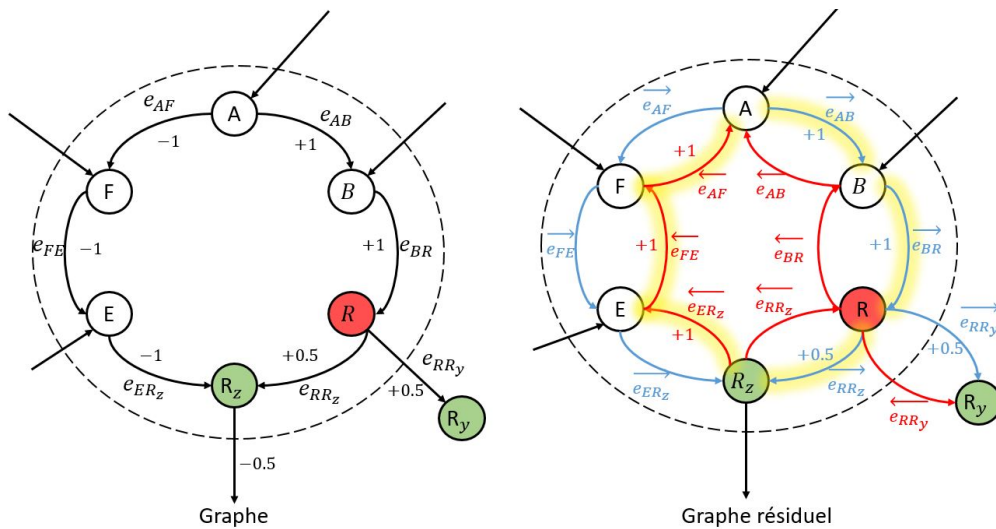


FIGURE 2.17 – Circuit ne respectant pas la conservation de flux

Pour identifier un sous-graphe indépendant, nous considérons en plus des arcs du circuit, tous les arcs impactés par la fuite. Afin de garantir l'existence et l'unicité d'un chemin entre tout sommet du graphe et le sommet utilisation, nous définissons, pour chaque sommet du graphe, hormis le sommet utilisation, un **arc sortant prioritaire**. Ce chemin est appelé **chemin prioritaire**. Le sous-graphe indépendant est donc constitué des arcs du graphe associés aux arcs du circuit dans le graphe résiduel, des arcs principaux et secondaires de chaque sommet de répartition R appartenant au circuit et des arcs constituant le chemin prioritaire entre R_y et P et entre R_z et P .

Sur le graphe résiduel, l'ensemble composé des arcs du circuit et des arcs impactés par la fuite forment un **multi-circuit**. Il est composé d'arcs directs et d'arcs inverses. Le circuit initial est appelé **circuit père**, les circuits issus de R sont appelés **circuit fils**. Pour un flux de $\delta\phi$ à faire circuler sur le circuit père, un flux proportionnel d'une valeur de $\varepsilon\delta\phi$ circule sur le circuit fils, avec $\varepsilon \in [0; 1]$.

La figure 2.18 montre un exemple d'un multi-circuit et du sous-graphe indépendant correspondant. Le circuit père et le circuit fils sont en surbrillance jaune et verte respectivement. Un flux d'une valeur de 1 circule sur le circuit père. La fuite sur le circuit fils a une valeur de 0.5.

Si le chemin prioritaire contient également des sommets de répartition, des circuits fils d'ordre supérieur peuvent être générés. La figure 2.19 illustre un exemple de cette situation.

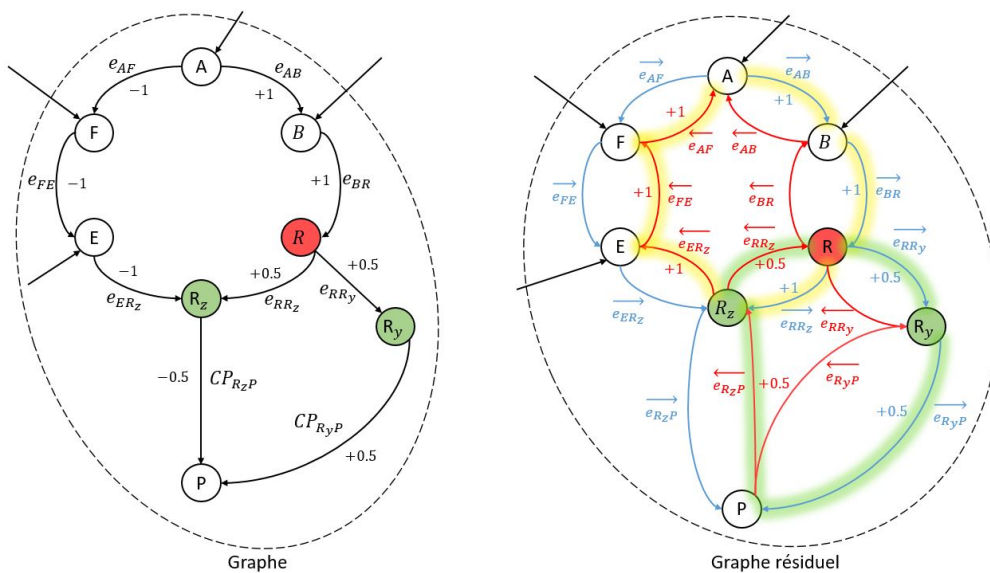


FIGURE 2.18 – Exemple de multi-circuit

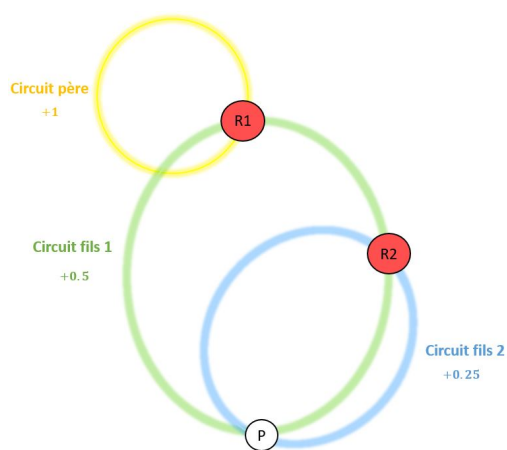


FIGURE 2.19 – Multicircuit complexe

2.8 Résolution du problème $\mathcal{P}1$

Les arcs prioritaires doivent être choisis de sorte qu'il y ait le moins de sommets de répartition possible sur un chemin prioritaire. En effet, si un multi-circuit contient plusieurs circuits fils, ces derniers peuvent contraindre le circuit père et compliquent son élimination.

2.8.2 Condition d'optimalité de $\mathcal{P}1$

Pour un multi-circuit $M\xi$ dans le graphe résiduel, nous notons, respectivement, $\overrightarrow{M\xi}$ et $\overleftarrow{M\xi}$ les ensembles des arcs directs et inverses, avec $M\xi = \overrightarrow{M\xi} \cup \overleftarrow{M\xi}$. Notons $M\xi^+$ et $M\xi^-$ les ensembles des arcs, dans le graphe, correspondants à $\overrightarrow{M\xi}$ et $\overleftarrow{M\xi}$, respectivement.

Pousser un flux $\delta\phi \geq 0$ sur le circuit père dans le graphe résiduel, revient à **modifier** les flux des arcs $M\xi^+$ et de $M\xi^-$ de $\varepsilon_e\delta\phi$ dans le graphe, avec $\varepsilon_e \in [-1; 1]$. Les coefficients ε_e peuvent être calculés en faisant circuler une unité de flux sur le circuit père.

La capacité résiduelle de $M\xi$ est définie par $ur_{M\xi} = \min(\frac{ur_e}{|\varepsilon_e|} | e \in M\xi)$. Elle correspond au minimum des capacités résiduelles pondérées des arcs du multi-circuit. Le coût d'un multi-circuit $M\xi$ est défini par la somme des coûts unitaires, pondérés par $|\varepsilon_e|$, de ses arcs :

$$C_{M\xi} = \sum_{e \in M\xi} |\varepsilon_e| CU_e \quad (2.25)$$

Le coût du sous-graphe $SG(M\xi)$ correspondant à $M\xi$ est donné par :

$$C_{SG(M\xi)} = \sum_{e \in M\xi^+} \left[\int_0^{\phi_e} CU_e(\phi) d\phi \right] + \sum_{e \in M\xi^-} \left[\int_0^{\phi_e} CU_e(\phi) d\phi \right] \quad (2.26)$$

Proposition : Une circulation X_r est optimale si et seulement si le graphe résiduel correspondant $G'(X_r)$ ne contient aucun multi-circuit de coût négatif.

Preuve

- **Condition nécessaire**

Supposons que la circulation X_r soit optimale. Soit $M\xi$ un multi-circuit de capacité résiduelle $ur_{M\xi}$ dans le graphe résiduel correspondant à X_r . Considérons le vecteur de flux $d(M\xi, \rho) = \{d_{ij}(M\xi, \rho) | e_{ij} \in A\}$ avec :

$$d_{ij}(M\xi, \rho) = \begin{cases} \varepsilon_e \rho & \text{si } e_{ij} \in M\xi^+ \cup M\xi^- \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

La direction $d(M\xi, \rho)$ est réalisable à partir de X_r pour tout $\rho \in [0; ur_{M\xi}]$. La fonction objectif est quadratique par morceaux, convexe et Gateaux-différentiable. Sa dérivée en X_r dans la direction $d(M\xi, \rho)$ est donnée par :

$$C'_{\text{graphe}}(X_r; d(M\xi, \rho)) = \sum_{e \in M\xi} |\varepsilon_e| CU_e(\phi_e + \varepsilon_e \rho) \quad (2.28)$$

$C'_{\text{graphe}}(X_r; d(M\xi, 0^+))$ correspond donc au coût du multi-circuit $M\xi$. Comme la circulation X_r est optimale, la dérivée est positive, ainsi, le coût du multi-circuit $M\xi$ n'est pas négatif.

- **Condition suffisante**

Un multi-circuit est également un circuit, donc si la circulation X_r n'est pas optimale, il existe forcément un multi-circuit de coût négatif.

2.8.3 Élimination d'un multi-circuit négatif

Pour éliminer un multi-circuit négatif $M\xi$, nous procédons de la même manière que pour éliminer un circuit négatif : il faut augmenter le flux de $\delta\phi_{opt}$ dans le sens du circuit père jusqu'à ce que le coût du multi-circuit devienne nul, ou jusqu'à atteindre la capacité résiduelle d'un arc de $M\xi$.

Notons y le flux à faire circuler sur le circuit père du multi-circuit $M\xi$ et $C_{SG(M\xi)}(y)$ l'évolution du coût du sous-graphe correspondant. L'objectif est de trouver le flux $y = \delta\phi_{opt}$ pour lequel la fonction $C_{SG(M\xi)}(y)$ est minimale. La fonction $C_{SG(M\xi)}(y)$ est donnée par :

$$C_{SG(M\xi)}(y) = \sum_{e \in M\xi^+ \cup M\xi^-} \left[\int_{\phi_e}^{\phi_e + \varepsilon_e y} CU_e(\phi) d\phi \right] \quad (2.29)$$

Chaque terme $y \mapsto \int_{\phi_e}^{\phi_e + \varepsilon_e y} CU_e(\phi) d\phi$ est une fonction continue, quadratique par morceaux et convexe. En conséquence $C_{SG(M\xi)}(y)$ est continue, quadratique par morceaux et convexe.

En suivant les mêmes démarches et notations que celles de la section (2.7.2), le coût du sous-graphe $C_{SG(M\xi)}(y)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} C_{SG(M\xi)}(y) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{e \in M\xi} a_e \varepsilon_e^2 \right] y^2 + \left[\sum_{e \in M\xi} |\varepsilon_e| CU_e \right] y \\ &= \frac{1}{2} \theta_{M\xi} y^2 + C_{M\xi} y \end{aligned} \quad (2.30)$$

avec $\theta_{M\xi} = \sum_{e \in M\xi} a_e \varepsilon_e^2$, la somme pondérée des pentes des arcs résiduels du multi-circuit et $C_{M\xi} = \sum_{e \in M\xi} |\varepsilon_e| CU_e$ le coût du multi-circuit $M\xi$. La procédure d'élimination d'un multi-circuit négatif est définie par l'algorithme (5).

Algorithme 5 Élimination d'un multi-circuit négatif $M\xi$

Entrées

$\varepsilon_e \quad \forall e \in M\xi^+ \cup M\xi^-$

$C_{M\xi}$

$ur_{M\xi} := \min(\frac{ur_e}{|\varepsilon_e|} \mid e \in M\xi)$

Début

tant que $C_{M\xi} < 0$ **et** $ur_{M\xi} \neq 0$ **faire**

 Calculer $\theta_{M\xi} := \sum_{e \in M\xi} a_e \varepsilon_e^2$

si $\theta_{M\xi} \neq 0$ **alors**

$\delta\phi := \min(-\frac{C_{M\xi}}{\theta_{M\xi}}, ur_{M\xi})$

sinon

$\delta\phi := ur_{M\xi}$

$\forall e \in M\xi^+ \cup M\xi^- \quad \phi_e := \phi_e + \varepsilon_e \delta\phi$

$\forall e \in M\xi$ recalculer CU_e, ur_e, a_e

 Recalculer $C_{M\xi}$ et $ur_{M\xi}$

2.8.4 Détection d'un multi-circuit négatif

Contrairement au problème $\mathcal{P}0$ qui est séparable, le problème $\mathcal{P}1$ ne l'est pas. En effet les arcs principaux et secondaires des sommets de répartition sont liés. Nous rappelons que le marquage consiste à détecter des chemins susceptibles d'améliorer le coût. Si le chemin contient un arc secondaire ou principal, il faut prendre en compte le coût du circuit induit par ce passage.

2.8 Résolution du problème $\mathcal{P}1$

Si lors du marquage, le chemin contient l'arc $\overrightarrow{e_{RR_y}}$, le coût du circuit augmentant le flux de l'arc $\overrightarrow{e_{RR_z}}$ doit être rajouté au coût du chemin. En effet, les flux de $\overrightarrow{e_{RR_y}}$ et $\overrightarrow{e_{RR_z}}$ sont proportionnels, donc en augmentant le flux de $\overrightarrow{e_{RR_y}}$, le circuit $\{\overleftarrow{e_{PR_y}}, \overleftarrow{e_{R_yR}}, \overrightarrow{e_{RR_z}}, \overrightarrow{e_{R_zP}}\}$ est pris en compte pour respecter la proportionnalité. Ainsi, les arcs principaux et secondaires (direct ou inverse) issus d'un sommet de répartition sont affectés d'une **pénalité de répartition** qui représente le coût du circuit auquel ils sont associés. Pour chaque sommet de répartition R , nous associons deux circuits $C_1(R)$ et $C_2(R)$. Le circuit $C_1(R)$ (en vert sur la figure 2.20) est activé lors du passage par $\overrightarrow{e_{RR_y}}$ ou $\overleftarrow{e_{RR_z}}$. Le circuit $C_2(R)$ (en surbrillance jaune sur la figure 2.20) est activé lors du passage par $\overrightarrow{e_{RR_z}}$ ou $\overleftarrow{e_{RR_y}}$.

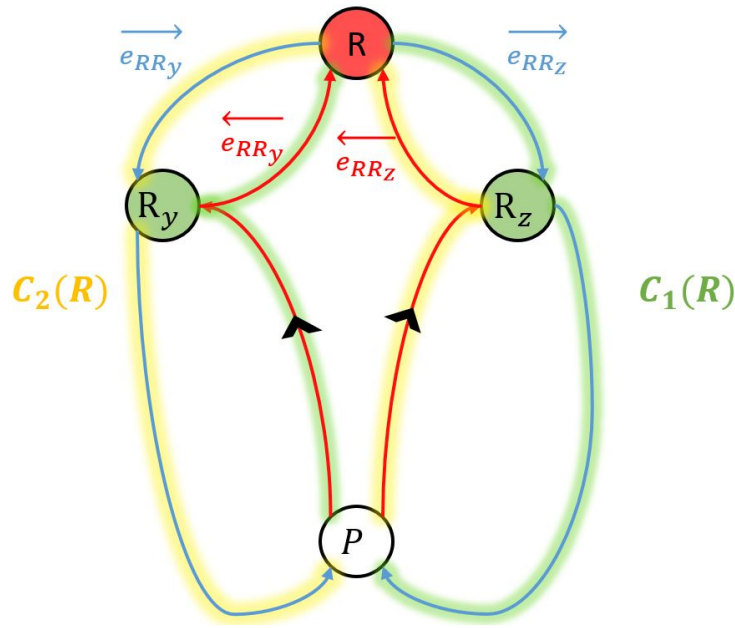


FIGURE 2.20 – Pénalité des arcs principaux et secondaires

Les pénalités de répartition des arcs $\overrightarrow{e_{RR_y}}$, $\overrightarrow{e_{RR_z}}$, $\overleftarrow{e_{RR_y}}$ et $\overleftarrow{e_{RR_z}}$ sont données par :

- La pénalité de répartition de l'arc $\overrightarrow{e_{RR_y}}$ correspond au coût du circuit $C_1(R)$:

$$p(\overrightarrow{e_{RR_y}}) = C_{C_1(R)}$$

- La pénalité de répartition de l'arc $\overrightarrow{e_{RR_z}}$ correspond au coût du circuit $C_2(R)$:

$$p(\overrightarrow{e_{RR_z}}) = C_{C_2(R)}$$

- La pénalité de répartition de l'arc $\overleftarrow{e_{RR_y}}$ correspond au coût du circuit $C_2(R)$:

$$p(\overleftarrow{e_{RR_y}}) = C_{C_2(R)}$$

- La pénalité de répartition de l'arc $\overleftarrow{e_{RR_z}}$ correspond au coût du circuit $C_1(R)$:

$$p(\overleftarrow{e_{RR_z}}) = C_{C_1(R)}$$

On convient que la pénalité d'un arc qui n'est pas principal ou secondaire est nulle. En présence des sommets de répartition, un sommet j est marqué à partir du sommet i , si $\delta(i) + CU_{ij} + p(e_{ij}) < \delta(j)$.

2.9 Résolution du problème $\mathcal{P}2$

2.9.1 Condition d'optimalité du $\mathcal{P}2$

Dans la section précédente nous avons supposé que les coefficients de répartition des sommets de répartition étaient constants. Dans cette section, nous supposons que le coefficient de répartition d'un sommet de répartition R est une fonction constante par morceaux du flux entrant le sommet. Pour résoudre le problème $\mathcal{P}2$ nous suivons la même démarche que pour la résolution du problème $\mathcal{P}1$: détecter les multi-circuits négatifs et les éliminer jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus. La fonction objectif du problème $\mathcal{P}2$ étant non-convexe, nous ne recherchons qu'un minimum local.

Non-convexité du problème $\mathcal{P}2$

Nous considérons le contre exemple illustré sur le graphe de la figure 2.21. Il est composé d'un sommet source S , d'un sommet utilisation P , d'un sommet de répartition R et des sommets B, R_y, R_z .

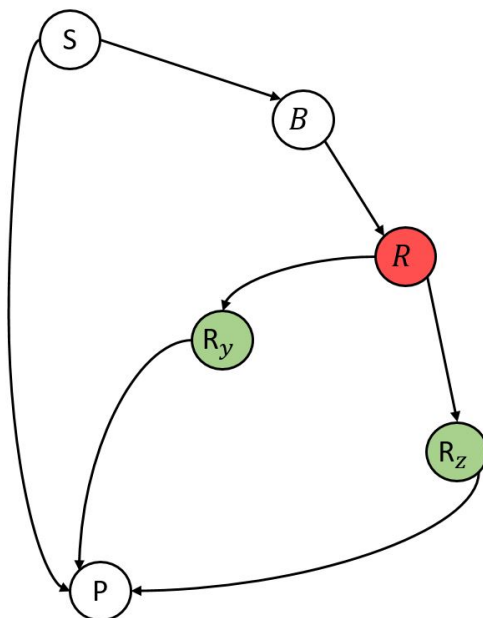


FIGURE 2.21 – Graphe

Nous considérons que tous les coûts unitaires des arcs sont nuls, sauf pour les arcs e_{SP} et e_{R_yP} , où le coût unitaire est défini par l'équation (2.31) :

$$CU(\phi) = \phi - 100 \quad \forall \phi \in [0; +\infty[\quad (2.31)$$

La fonction de répartition du sommet R a pour équation :

$$\alpha_R(\phi) = \begin{cases} 0.1 & \text{si } \phi \in [0; 80] \\ 0.9 & \text{si } \phi \in]80; +\infty[\end{cases} \quad (2.32)$$

On suppose que l'état initial X_0 du graphe est celui représenté par la figure 2.22 : tous les flux sont nuls, sauf $\phi_{SP} = 150$. Le graphe résiduel correspondant à cet état est aussi représenté sur la figure 2.22.

L'étiquette des arcs dans le graphe résiduel représente le coût unitaire, la capacité résiduelle et la pente, respectivement. L'unique multi-circuit $M\xi$ du graphe d'écart est composé des arcs en

2.9 Résolution du problème $\mathcal{P}2$

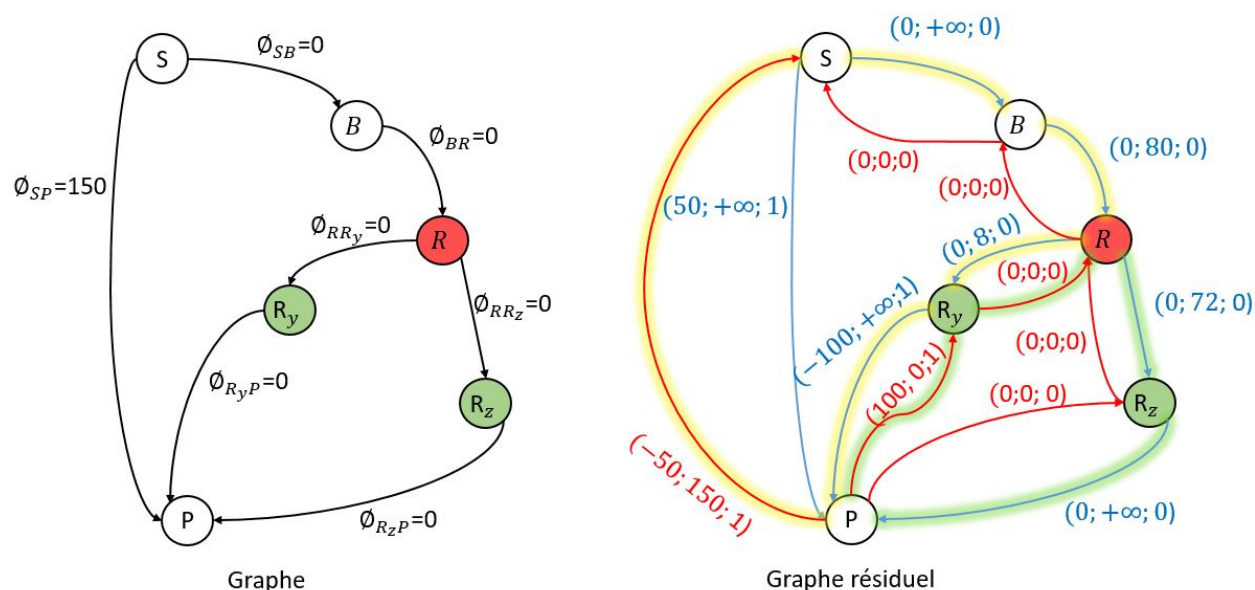


FIGURE 2.22 – Graphe résiduel

surbrillance. Les arcs en surbrillance jaune constituent le circuit père et les arcs en surbrillance verte constituent le circuit fils. Son coût $C_{M\xi} = |1| * (-50) + |0.1| * (-100) = -60$ et sa capacité résiduelle $ur_{M\xi} = 80$. L'évolution du coût du sous-graphe correspondant au multi-circuit est donnée par :

$$C_{SG}(y) = \begin{cases} \int_{150-y}^{150} (\phi - 100) d\phi + \int_0^{0.1y} (\phi - 100) d\phi & \text{si } y \in [0; 80] \\ C_{SG}(80) + \int_{70}^{70-(y-80)} (\phi - 100) d\phi + \int_8^{8+0.9(y-80)} (\phi - 100) d\phi & \text{si } y \in]80; 150] \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0.505y^2 - 60y & \text{si } y \in [0; 80] \\ 0.905(y - 80)^2 - 52.8(y - 80) - 1568 & \text{si } y \in]80; 150] \end{cases}$$

La courbe de l'évolution du coût du sous-graphe est illustrée sur la figure 2.23.

On constate la présence de deux minimum locaux : un premier sur l'intervalle $[0; 80]$ atteint pour $y_1 = -\frac{-60}{2*0.505} = 59.4$ et un deuxième atteint sur l'intervalle $[80; 150]$ (après la discontinuité de la répartition) pour $y_2 = 80 - \frac{-67.2}{2*0.905} = 109.17$. Nous concluons donc que le problème $\mathcal{P}2$ est non-convexe. Pour les deux états correspondants à $y_1 = 59.4$ et $y_2 = 117.13$, le coût du mutli-circuit $M\xi$ est nul. On déduit également que pour le problème $\mathcal{P}2$ l'absence de multi-circuit négatif est une condition nécessaire mais pas suffisante à l'optimalité.

2.9.2 Détection d'un multi-circuit négatif

Le coût d'un multi-circuit est nul sur un minimum local. La procédure de marquage ne permet donc pas la détection des multi-circuits qui sont sur des minimums locaux même si leur coût pourrait s'améliorer en atteignant le minimum global. Nous utiliserons ici la condition d'optimalité du problème $\mathcal{P}1$, à savoir l'absence de multi-circuits négatifs. La circulation finale des flux n'est pas forcément optimale mais correspond à un minimum local à cause des améliorations possibles qui ne peuvent pas être détectées. La procédure de marquage du problème $\mathcal{P}2$ est identique à celle du problème $\mathcal{P}1$.

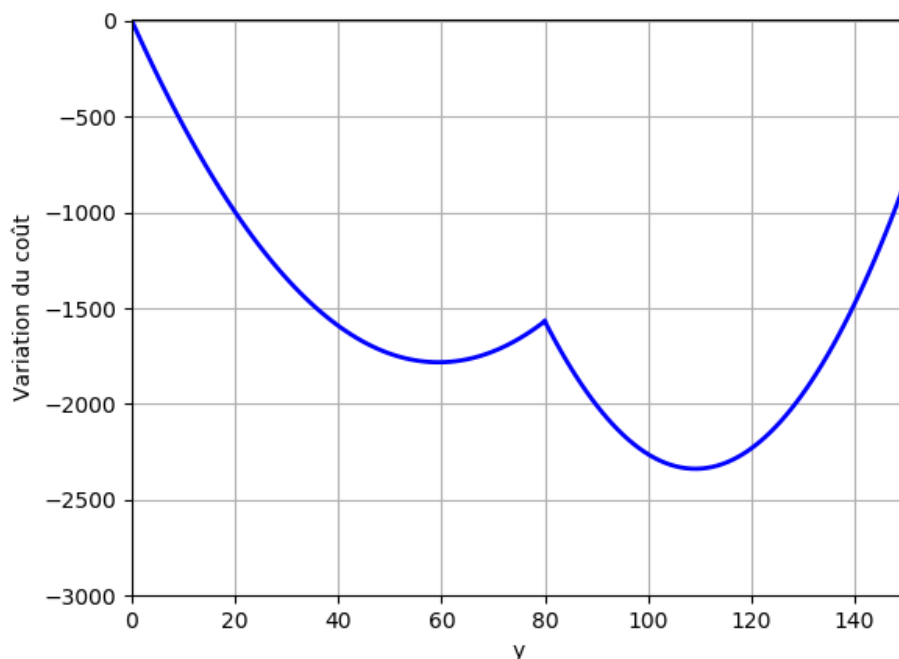


FIGURE 2.23 – fonction non-convexe

2.9.3 Élimination d'un multi-circuit négatif

La figure 2.23 illustre que la variation du coût du sous-graphe correspondant à un multi-circuit négatif contient des minimum locaux. Lorsqu'un multi-circuit négatif est identifié, pour atteindre le **minimum global du sous-graphe** correspondant à ce un multi-circuit, il faut parcourir tous les minimums locaux et choisir parmi ces minimums le minimum global. La figure 2.24 illustre la procédure suivie pour atteindre le minimum global au niveau d'un multi-circuit contenant des sommets de répartition avec des coefficients de répartition variables. On évalue le coût $C_{M\xi}$ et la somme pondérée des pentes $\theta_{M\xi}$ au niveau des discontinuités (points noirs). Ensuite, partant des points noirs, il est possible d'atteindre les minimums locaux (points verts) en calculant $-\frac{C_{M\xi}}{\theta_{M\xi}}$. Puis, de comparer les valeurs des minimums locaux et choisir le minimum global.

En revenant à l'exemple précédent, les minimums locaux y_1 et y_2 peuvent être trouvés sans utiliser la forme analytique de $C_{SG}(y)$. A partir du premier état du multi-circuit correspondant à $\phi_{SP} = 150$, il est possible d'atteindre le premier minimum local en calculant :

$$y_1 = -\frac{C_{M\xi}}{\theta_{M\xi}} = -\frac{|1| * (-50) + |0.1| * (-100)}{(1)^2 * (1) + (0.1)^2 * (1)} = -\frac{-60}{1.01} = 59.4$$

Le 2ème minimum local peut être atteint en se plaçant au niveau de la discontinuité et en calculant $-\frac{C_{M\xi}}{\theta_{M\xi}}$. Les états des arcs au niveau de la discontinuité sont représentés sur la figure 2.25.

Sur cette circulation, $C_{M\xi} = |1| * (30) + |0.9| * (-92) = -52.8$ et $\theta_{M\xi} = (1)^2 * 1 + (0.9)^2 * 1 = 1.81$. Le flux optimal à faire circuler pour atteindre le 2ème minimum est $\phi = -\frac{C_{M\xi}}{\theta_{M\xi}} = 29.17$, ainsi $y_2 = 80 + 29.17 = 109.17$.

2.9 Résolution du problème $\mathcal{P}2$

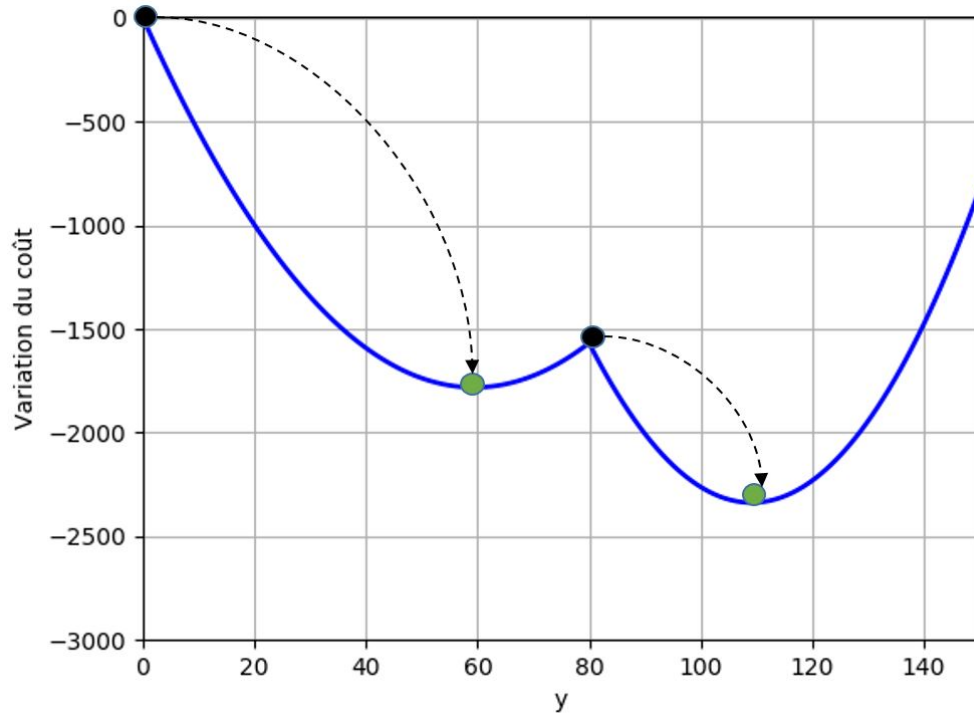


FIGURE 2.24 – Procédure de résolution

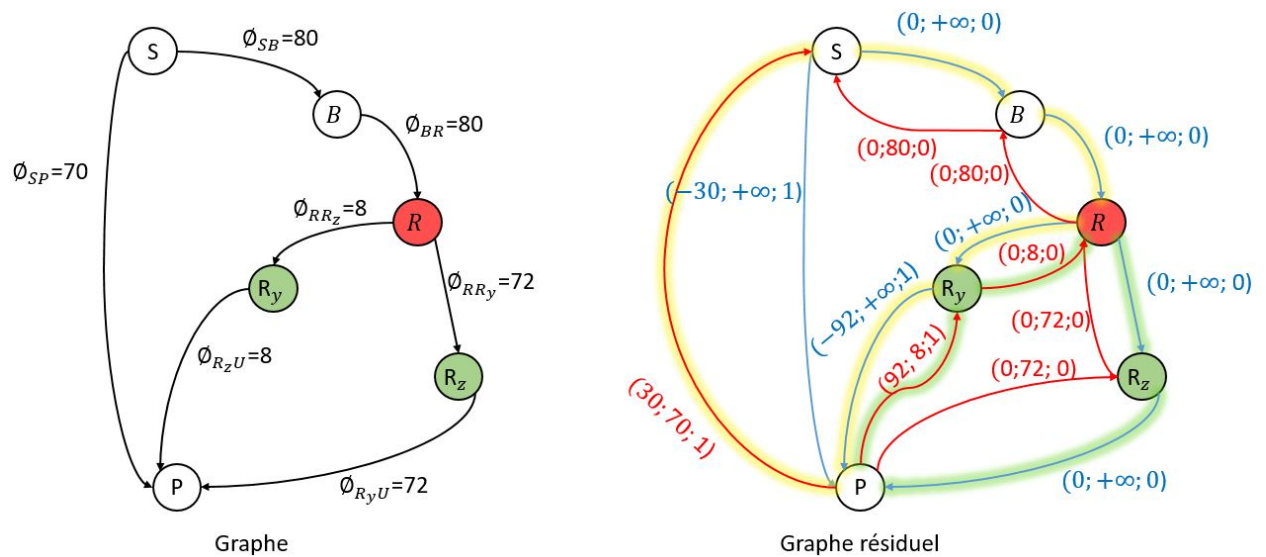


FIGURE 2.25 – Graphe résiduel correspondant à la discontinuité

2.10 Conclusion

Les systèmes dynamiques sont modélisés par un réseau de transport étendu issu d'un réseau de transport statique. Afin de modéliser les dynamiques de transfert au niveau d'un arc, des sommets de répartition sont considérés. Ces derniers permettent de modéliser un flux qui se répartit en plusieurs blocs. Chaque bloc se déplace suivant son propre temps de transfert. Le flux sortant l'arc dépend des flux entrants à plusieurs pas antérieurs.

Le problème d'allocation de la ressource sur les systèmes est formulé comme un problème de recherche de flot de coût minimal sur le graphe étendu. Des coûts sont considérés sur les arcs pour modéliser les objectifs de gestion. En raison des sommets de répartition considérés, des contraintes additionnelles de proportionnalité sont prises en compte. Cependant, ces contraintes compliquent la résolution du problème, car le problème devient non-séparable. Aussi, afin de construire des sous-graphes indépendants, la notion de multi-circuit a été introduite.

Trois problèmes d'optimisation ont été résolus. La démarche de résolution a consisté à subdiviser le graphe en sous-graphes indépendants grâce à un algorithme de marquage puis à éliminer les circuits/multi-circuit négatifs correspondants aux différents sous-graphes.

Dans la suite, ces techniques de modélisation et les algorithmes d'optimisation développés seront appliqués au cas des systèmes hydrographiques.

Cas des réseaux hydrographiques

Sommaire

3.1	Introduction	69
3.2	Description du système d'allocation de la ressource en eau	70
3.2.1	Cycle naturel de l'eau	70
3.2.2	Problématique de l'allocation de la ressource en eau	72
3.3	Modélisation physique d'un système hydrographique	74
3.3.1	Modélisation statique du système hydrographique	74
3.3.2	Modélisation dynamique du système hydrographique	75
3.3.3	Initialisation du système	75
3.3.4	Modélisation des déversements	76
3.3.5	Modélisation de l'évaporation	78
3.4	Modélisation des transferts hydrauliques	79
3.4.1	Formulation mathématique du modèle	79
3.4.2	Modélisation des transferts par un graphe	80
3.4.3	Calage du modèle de transfert	80
3.4.4	Validation du modèle de transfert	82
3.5	Modélisation des critères de gestion	84
3.5.1	Les règles de gestion	85
3.5.2	Transcription des règles de gestion en coûts	86
3.6	Surveillance des données hydrométriques	89
3.6.1	Intérêt de la surveillance des données	89
3.6.2	Exemple illustratif	89
3.6.3	Principe de la reconstitution des débits	90
3.7	Surveillance des données pluviométriques	92
3.7.1	Modèles hydrologiques	92
3.7.2	Surveillance des états	94
3.7.3	Méthodologie	94
3.7.4	Formulation mathématique	95
3.7.5	Méthode de résolution	95
3.8	Conclusion	97

3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter l'outil générique d'aide à la décision, mettant en œuvre les modèles décrits aux chapitres précédents, qui permet l'allocation de la ressource en eau d'une manière efficace, équitable et écologiquement durable. L'outil développé peut être appliqué à tout bassin hydrographique pour la gestion à court terme de la ressource sur plusieurs périodes afin de tenir compte des variations temporelles, des disponibilités et des demandes en eau.

La première partie de ce chapitre décrit le cycle naturel de l'eau et son anthropisation, la problématique de l'allocation de la ressource en eau, ainsi que les processus mis en place pour la résoudre. La deuxième partie décrit la modélisation physique d'un système hydrographique et des phénomènes hydrologiques (évaporation et déversement). La troisième partie se focalise sur la modélisation des transferts hydrauliques dans les biefs afin de représenter l'évolution d'un hydrogramme lors du transfert amont-aval. La quatrième partie traite les objectifs de gestion et la manière dont ils sont introduits dans le modèle d'aide à la décision. Dans les cinquième et sixième parties nous proposons deux algorithmes pour la surveillance des données hydrométriques et hydrologiques afin de fiabiliser les variables d'entrée du modèle d'aide à la décision.

3.2 Description du système d'allocation de la ressource en eau

3.2.1 Cycle naturel de l'eau

Le cycle de l'eau consiste en des échanges d'eau entre les différentes enveloppes de la terre : l'atmosphère, l'hydrosphère (l'ensemble des éléments liquides de la terre : rivière, mer...) et le sol. L'eau est présente sur la terre sous trois états : liquide, solide et gazeux. L'analyse du cycle de l'eau s'intéresse aux mouvements et à la succession des phases que l'eau traverse lorsqu'elle passe de l'atmosphère à la terre, s'accumule dans les océans puis retourne à l'atmosphère. Les problématiques scientifiques portant sur ces événements font appel à la science appelée hydrologie qui s'y rapporte.

Le grand cycle de l'eau peut être divisé en quatre phases qui sont respectivement : évaporation, transpiration, précipitation et infiltration.

La figure 3.1 est une représentation schématique du grand cycle de l'eau. Sous l'action de l'énergie thermique fournie par les radiations solaires, une partie de l'eau des océans s'évapore pour former des nuages. Avec l'effet des vents, une partie de ces nuages arrive au dessus des continents où elle s'ajoute à ceux déjà formés. Suite à la condensation de ces nuages, des précipitations sous forme de pluie, neige, grêle, etc, ont lieu. Une partie des précipitations peut revenir rapidement, durant la chute, dans l'atmosphère en s'évaporant. Une autre partie est interceptée par la végétation. La partie des précipitations qui rejoint le sol se divise en deux : une partie s'infiltré et une autre ruisselle. La portion qui s'infiltré dans le sol est stockée en partie dans des nappes. Cette eau finira aussi par retourner à la mer, à très longue échéance, par le biais des cours d'eau que ces aquifères alimentent. La portion qui ruisselle sur le sol, rejoint assez vite les rivières et les fleuves puis la mer.

Les éléments hydrologiques du grand cycle de l'eau tels qu'ils viennent d'être introduits sont appréhendés conjointement au sein d'un système hydrologique nommé bassin versant. Un bassin versant est l'espace drainé par un cours d'eau et ses affluents (Cf. figure 3.2). L'ensemble des eaux qui tombent dans cet espace converge vers un même point de sortie appelé exutoire [Ambroise, 1999]. Sa définition n'est pas évidente puisque ses limites souterraines sont généralement difficilement observables [Michon, 2015]. L'étude des processus hydrologiques au niveau d'un bassin versant est particulièrement complexe du fait de sa grande hétérogénéité spatiale en surface et souterraine.

Chaque bassin versant se caractérise par différents paramètres géométriques (surface, pente, forme), pédologiques (nature des sols et capacité d'infiltration et de rétention des eaux), et biologiques (type et répartition de la couverture végétale). Ainsi, chaque bassin versant a un comportement hydrologique unique face à des précipitations. La figure 3.3 présente la réaction hydrologique d'un bassin versant à des événements de pluie. Les précipitations sont présentées sous forme d'histogramme en haut de la figure, et l'évolution des débits correspondants en bas de la figure 3.3. L'évolution du débit en fonction du temps constitue un hydrogramme de crue.

3.2 Description du système d'allocation de la ressource en eau

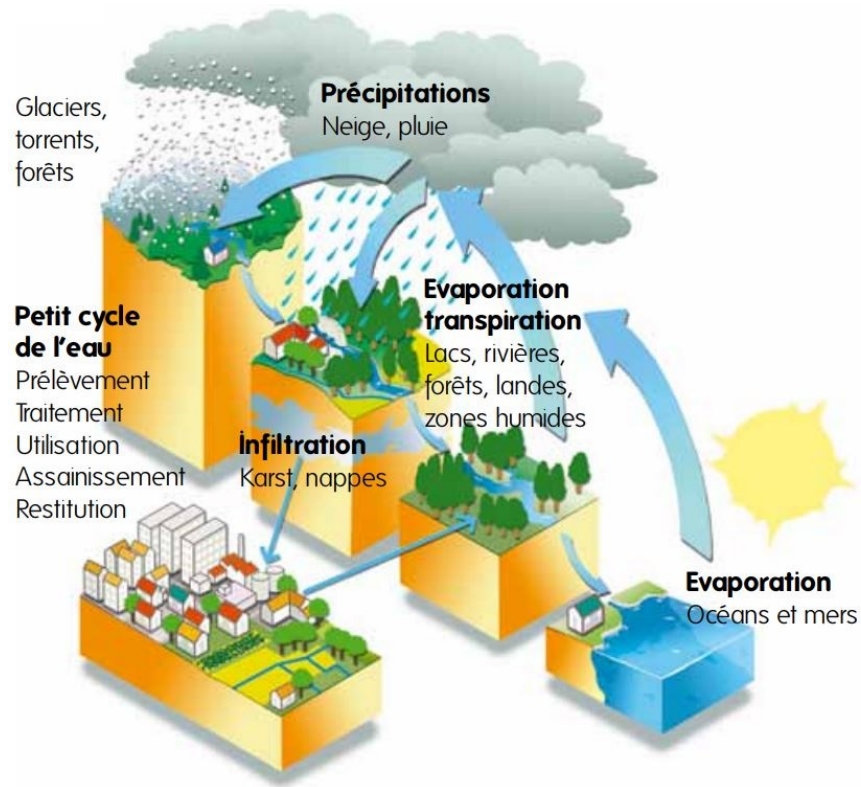


FIGURE 3.1 – Grand cycle de l'eau

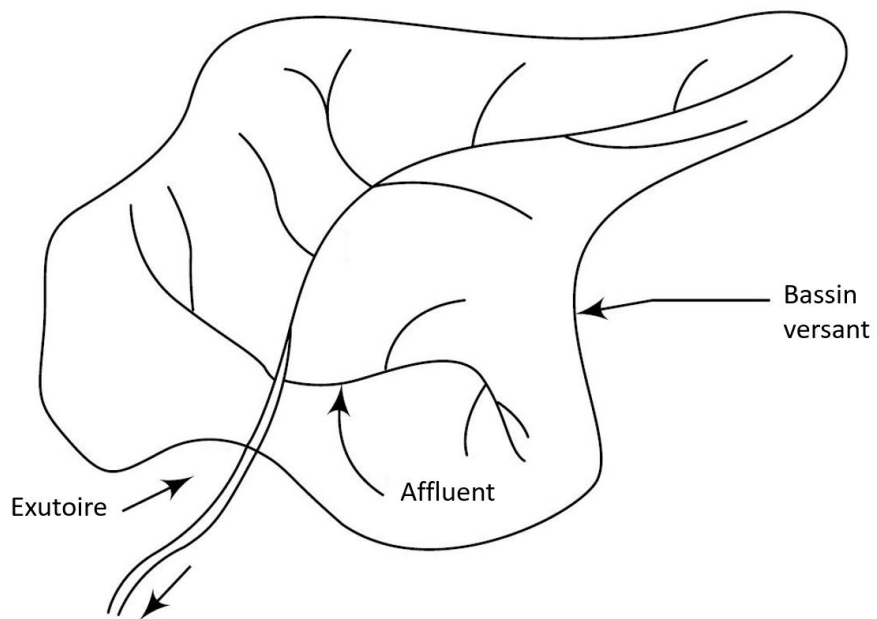


FIGURE 3.2 – Schéma d'un bassin versant

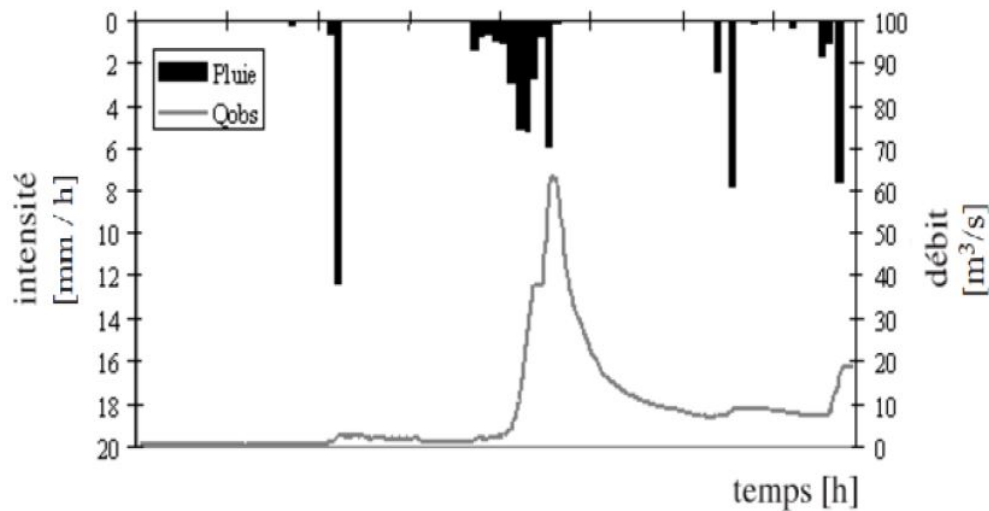


FIGURE 3.3 – Exemple de réaction hydrologique d'un bassin versant

3.2.2 Problématique de l'allocation de la ressource en eau

Les activités humaines peuvent parfois perturber le cycle de l'eau et provoquer ou amplifier des phénomènes de pénurie ou d'inondation. Cette perturbation est due notamment à la construction d'ouvrages hydrauliques qui modifient le cycle naturel de l'eau tels que les digues, les canaux de dérivation, les captages et les retenues (barrages). Ces ouvrages hydrauliques sont construits pour des objectifs divers : protection des zones inondables, transport de l'eau, stockage de l'eau pour une utilisation future ou pour décharger un cours d'eau, régulation d'un cours d'eau, etc.

L'eau est essentielle à la survie et à la prospérité des êtres humains et des sociétés. En raison des effets négatifs de l'anthropisation des espaces naturels, du changement climatique, et des enjeux démographiques, les chercheurs s'intéressent de plus en plus à la problématique de l'allocation des ressources en eau. L'allocation de l'eau consiste au partage de l'eau entre les utilisateurs/utilisations pour des fins utiles, conformément à un système reconnu de droits et de priorités [Taylor et al., 2000]. La figure 3.4 est un diagramme schématique qui illustre le mécanisme de partage de l'eau.

La problématique de l'allocation de la ressource en eau présente plusieurs difficultés qui peuvent être regroupées en 2 familles : difficultés d'ordre sociétal et difficultés d'ordre scientifique.

Les difficultés d'ordre sociétal se manifestent par les conflits entre les différents utilisateurs, et ce, sur plusieurs échelles géographiques (département, région, pays...) [Wolf, 1999] [Lasserre and Brun, 2007]. Les conflits peuvent également être observés entre les différentes utilisations sociales, économiques et environnementales : agriculture, eau potable, hydroélectricité, salubrité,...

Les difficultés d'ordre scientifique proviennent de l'incertitude sur les prévisions météorologiques et sur les données mesurables, de la complexité des systèmes hydrographiques et de la difficulté de trouver une distribution optimale de la ressource eau. Les systèmes hydrographiques sont des systèmes complexes à retard variables, et leur modélisation pose plusieurs difficultés. En outre, trouver une distribution de la ressource en eau, équitable, efficiente et écologiquement durable est complexe [Wang et al., 2003]. L'équité signifie que les ressources en eau dans les bassins hydrographiques doivent être partagées équitablement entre toutes les parties prenantes. L'efficacité signifie que l'utilisation économique des ressources en eau doit minimiser les coûts et optimiser les avantages.

3.2 Description du système d'allocation de la ressource en eau

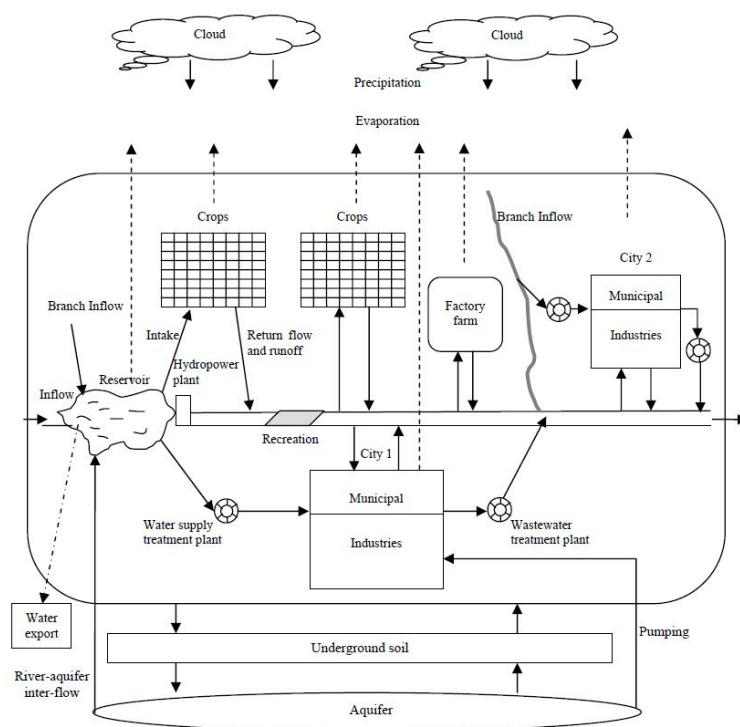


FIGURE 3.4 – Les usages de l'eau [Wang, 2005]

La durabilité signifie que l'utilisation actuelle de l'eau prend en considération les besoins futurs de manière à ne pas nuire à l'environnement.

L'objectif de ce travail est de proposer une méthodologie permettant d'allouer la ressource en eau de façon à répondre au mieux aux différents objectifs de gestion au niveau d'un système hydrographique (Cf. figure 3.5). Dans tout ce qui suit, nous nous intéressons uniquement à la gestion tactique des ressources, c'est à dire, une gestion sur un horizon de quelques jours (3-4 jours) avec un pas de temps de l'ordre de l'heure.

L'allocation des ressources en eau est réalisée en trois étapes principales :

- **Diagnostic de l'état :** Il permet de déterminer l'état du système hydrographique à l'instant courant afin de prévoir son évolution sur l'horizon de gestion. Le diagnostic de l'état du système consiste à évaluer à partir des données mesurables (débits des biefs, volumes des retenues...) et des données non-mesurables (saturation du sol...) la ressource disponible en eau souterraine et en surface.

L'un des objectifs majeurs du diagnostic est de permettre aux modèles hydrologiques d'anticiper les quantités d'eau qui s'écouleront dans les rivières lors de précipitations futures. En effet, les modèles hydrologiques, en plus des prévisions météorologiques, nécessitent des connaissances suffisantes relatives aux états du système [Tahiri et al., 2018a].

- **Prise de décision :** Connaissant l'état actuel de la ressource ainsi que les apports futurs, un outil d'aide à la décision définit les actions à réaliser sur le système hydraulique afin d'allouer la ressource. Les variables de contrôle du problème sont les débits d'eau des biefs et les stockages des retenues. L'outil d'aide à la décision se base sur les contraintes physiques de gestion et l'ensemble des règles définies par le gestionnaire du système afin de fournir une distribution optimale de la ressource. La distribution optimale consiste à acheminer l'eau au bon endroit, au bon moment et en bonne quantité.

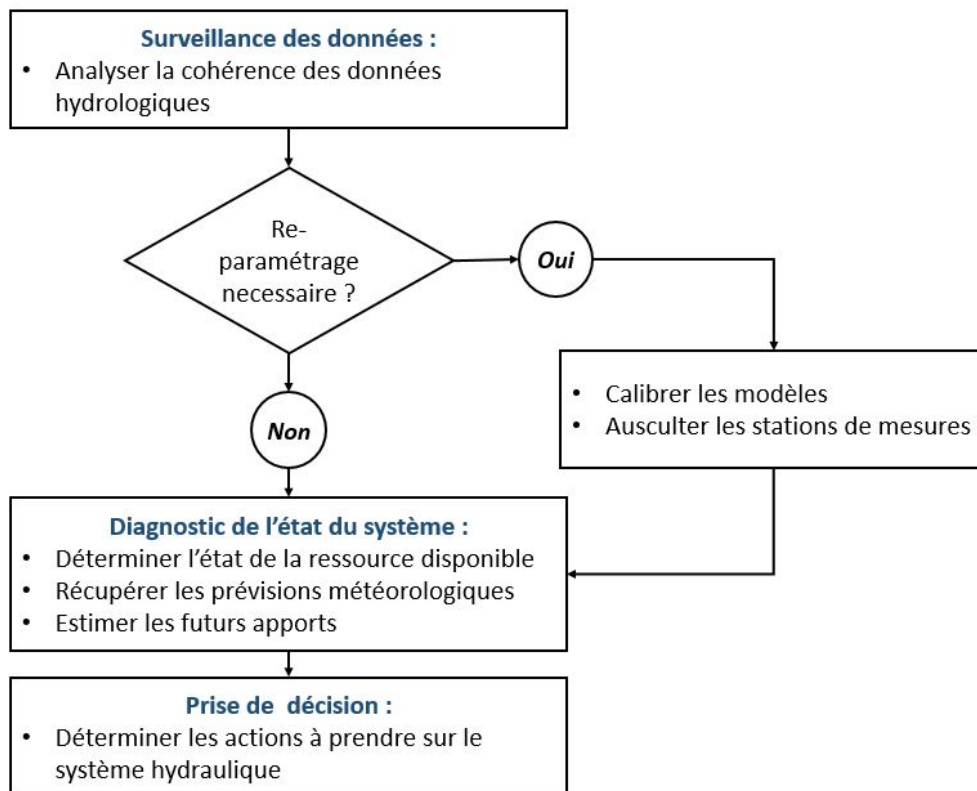


FIGURE 3.5 – Processus de l'allocation de la ressource en eau

- **Surveillance des données :** Les données mesurées telles que les pluies et les débits, ainsi que les données simulées à des endroits non-jaugés, sont parfois des données erronées, voire inexistantes. Par exemple, les pluies pourraient être mesurées sur des échelles spatio-temporelles non-significatives vis à vis des processus hydrologiques et de leurs effets. Ou encore, des données pourraient être obtenues par une station de mesure des débits dont la sonde flottante est bloquée. Dans le cas d'un système hydrographique, toutes les données hydrologiques mesurées ou simulées sont liées. La surveillance permet d'analyser la cohérence de l'ensemble des données hydrologiques dans le but de les vérifier et de les ajuster le cas échéant [Tahiri et al., 2018b]. L'ajustement des données erronées peut se faire ponctuellement si l'erreur n'est pas récurrente dans le temps. Dans le cas contraire, les données erronées peuvent être réajustées en reparamétrant le dispositif ayant réalisé la mesure ou le modèle ayant simulé la donnée. La surveillance permet donc de valider en continu les modèles et les mesures.

3.3 Modélisation physique d'un système hydrographique

3.3.1 Modélisation statique du système hydrographique

Le système hydrographique peut être modélisé par un réseau de transport $G_s = (N_s, A_s)$ [Tahiri et al., 2018c]. L'ensemble des sommets N_s représente les points de confluence et de diffuence, les retenues et les points de prélèvement. Soient S_s le sommet source qui alimente le réseau et U_s le sommet utilisation qui absorbe la ressource. Les arcs représentent les transferts de la ressource en eau : les lâchers des retenues, les prélèvements et les écoulements. Chaque arc e a une capacité physique u_e qui correspond au flux maximal qui peut circuler sur cet arc. Les arcs représentant les

3.3 Modélisation physique d'un système hydrographique

écoulements sur des biefs ont une capacité infinie car ces derniers se font à surface libre. Le flux injecté dans le réseau correspond à la ressource π disponible. Nous considérons que les systèmes hydrographiques sont des systèmes fermés, dans le sens où le flux sortant le sommet source est égal au flux entrant le sommet utilisation.

La figure 3.6 présente un exemple de modélisation d'un système hydrographique composé d'une retenue qui reçoit des apports à son amont et qui réalise des lâchers à l'aval. Le graphe correspondant à ce système est composé du sommet source S_s , du sommet utilisation U_s et du sommet B représentant la retenue. L'arc $e_{S_s B}$ porte la ressource. Les arcs e_{BU_s} et e'_{BU_s} représentent, respectivement, le flux lâché par la retenue, et le flux qui reste dans la retenue.

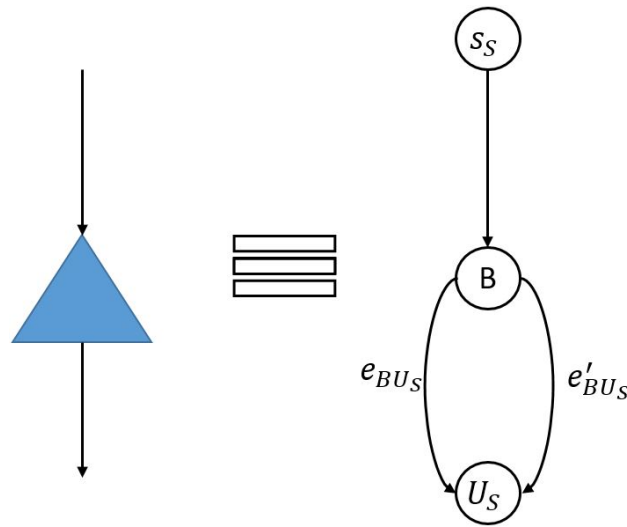


FIGURE 3.6 – Modélisation d'une retenue sur un seul pas de temps

L'exemple présenté à la figure 3.6 représente le système sur un seul pas de temps, et les flux sont considérés constants. Cependant, les flux hydrauliques sont dynamiques et ont des temps de transfert.

3.3.2 Modélisation dynamique du système hydrographique

Pour modéliser le système hydrographique sur T pas de temps et afin de réaliser une gestion sur un horizon, nous construisons le graphe étendu G issu du graphe statique G_S . La figure 3.7 présente le réseau étendu sur 4 pas de temps correspondant au réseau statique de la figure 3.6. Les sommets $\{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ représentent la retenue aux différents instants $t \in \{1, 2, 3, 4\}$. Les arcs e_{SB_t} modélisent les apports reçus par la retenue aux différents instants. Les arcs $e_{B_1 B_2}$, $e_{B_2 B_3}$, $e_{B_3 B_4}$, et $e'_{B_4 U}$ modélisent le flux conservé dans la retenue aux différents instants. Les arcs $e_{B_t U}$ modélisent les volumes lâchés à chaque instant.

La modélisation des écoulements dans les biefs est détaillée dans la section suivante.

3.3.3 Initialisation du système

Des arcs spécifiques à l'initialisation du réseau sont rajoutés pour initialiser les volumes des retenues et les débits des biefs. Pour chaque retenue du système hydrographique, représentée par un sommet B sur le graphe, nous rajoutons un arc e'_{SB_1} qui relie le sommet source au sommet B_1 (sommet représentant la retenue au premier instant de la simulation). L'arc e'_{SB_1} porte un flux égal

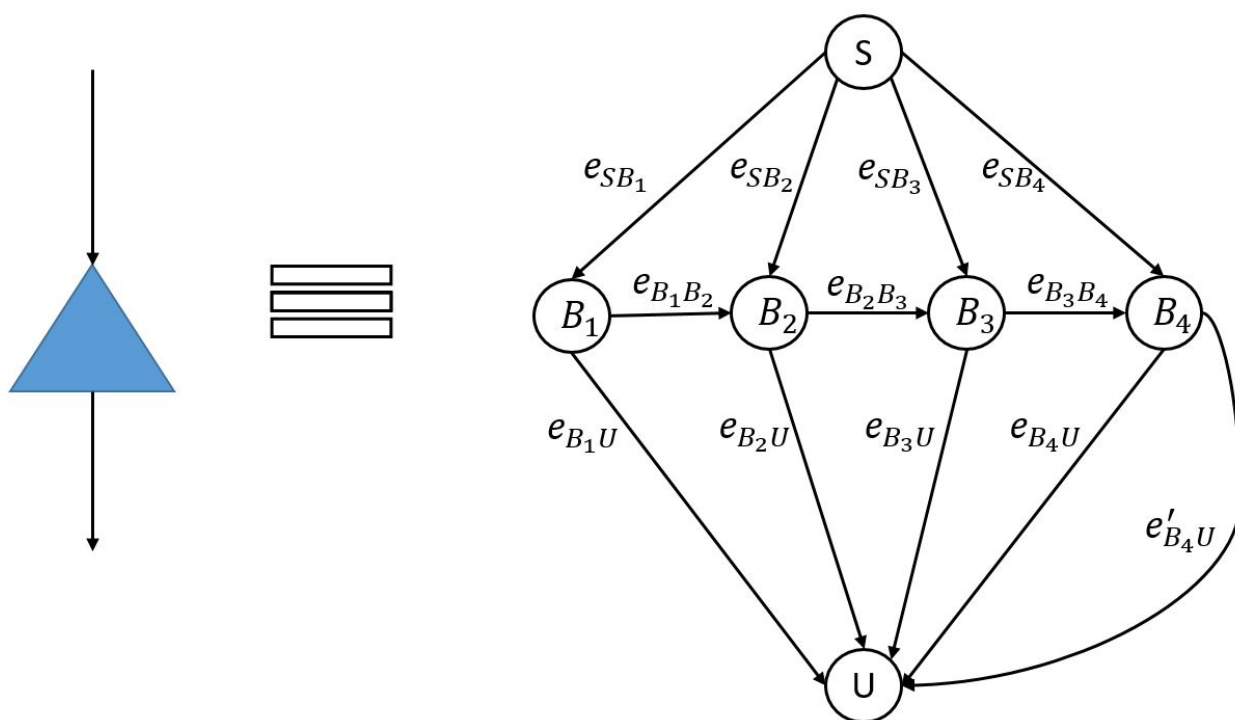


FIGURE 3.7 – Modélisation d'une retenue sur un horizon

au volume présent dans la retenue au premier instant. Ce volume est généralement calculé à partir de la hauteur du niveau d'eau dans la retenue et d'une courbe bijective qui définit pour chaque hauteur le volume correspondant. La mesure de la hauteur du niveau d'eau peut être réalisée par plusieurs moyens : une échelle limnimétrique, une sonde flottante, un limnigraphe à pression, un radar, etc. La figure 3.8 présente un exemple d'une retenue initialisée par un volume porté par l'arc e'_{SB_1} .

Pour initialiser les volumes des biefs, nous devons dans un premier temps convertir les débits en volume. Notons $I(t)$ et $O(t)$ le débit entrant et sortant le bief à l'instant t . Le volume du bief à l'instant initial t_0 est donné par :

$$V(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} (I(t) - O(t)) dt \quad (3.1)$$

L'initialisation des volumes des biefs est réalisée de la même manière que l'initialisation des retenues. Pour chaque arc e_{ij} modélisant un bief, nous rajoutons un arc e_{Si_1} qui relie le sommet source au sommet i_1 , sommet représentant l'amont du bief au premier instant de la simulation. L'arc e_{Si_1} porte le volume $V(t_0)$.

Tous les arcs sortants du sommet source sont des arcs saturés, c'est à dire que leurs flux ne peuvent pas être modifiés lors de l'optimisation. En effet, les arcs sortants du sommet source initialisent la ressource π disponible du graphe.

3.3.4 Modélisation des déversements

Un déversoir ou évacuateur de crue est une structure construite pour dériver ou évacuer l'eau stockée dans une retenue dont la hauteur excéderait une certaine limite (par exemple la crête de l'ouvrage) : le déversement n'a lieu que si la hauteur du fluide atteint la hauteur de la crête

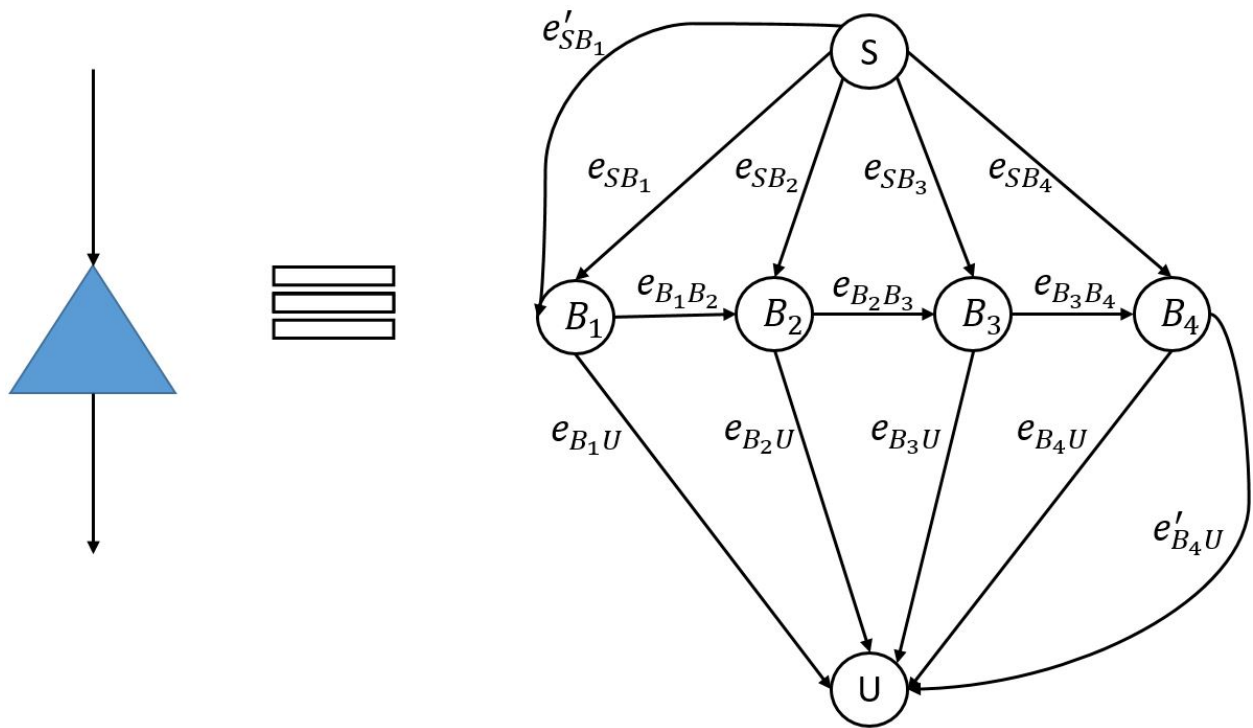


FIGURE 3.8 – Initialisation d'une retenue

de l'ouvrage. L'objectif principal est d'envoyer le « trop plein » d'eau vers l'aval pour ne pas compromettre la sécurité de l'ouvrage. Les principaux critères influençant l'écoulement de l'eau sont : la géométrie du déversoir, la géométrie de la section et le type d'écoulement (vanné ou libre) [Ladreyt and Laborie, 2005].

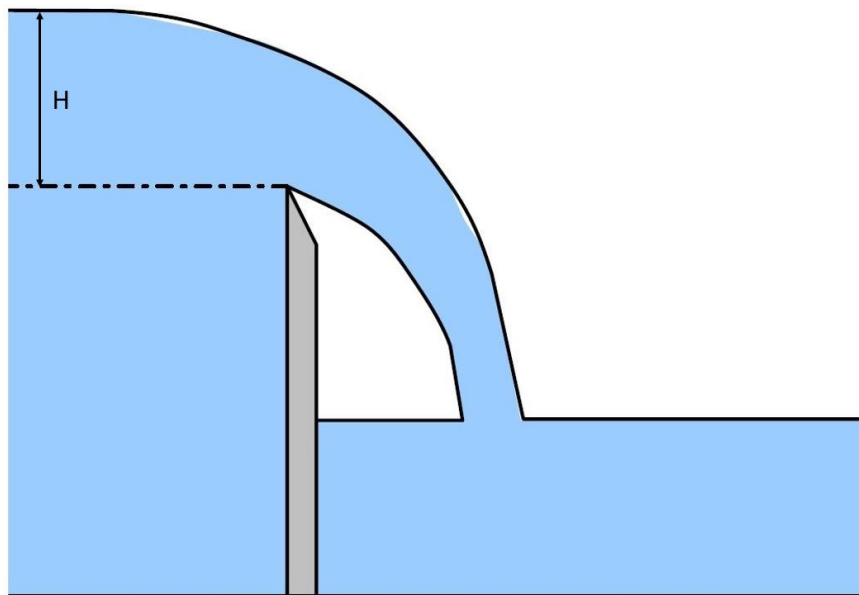


FIGURE 3.9 – Illustration d'un déversement

Dans le cas où le déversoir est libre avec une crête rectangulaire (Cf. figure 3.9), le débit déversé

est calculé par la formule standard des déversoirs :

$$Q_{deverse} = CLH^{3/2} \quad (3.2)$$

Avec $Q_{deverse}$ le débit déversé, C un coefficient qui dépend des caractéristiques du seuil (il varie entre 2.6 et 4.1), L la largeur de la crête du déversoir et H la différence de charge entre le niveau d'eau et la hauteur de la crête de l'ouvrage [Isel, 2014].

La hauteur H est directement corrélée à la différence entre le volume stocké V_{stocke} et le volume maximal de la retenue V_{max} . Le volume maximal correspond au volume de la retenue quand la hauteur d'eau est au niveau de la crête. Avec une approximation du premier ordre, l'équation (3.2) peut être écrite sous la forme suivante :

$$V_{deverse}(V_{stocke}) = \begin{cases} 0 & \text{si } V_{stocke} \leq V_{max} \\ \alpha(V_{stocke} - V_{max}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.3)$$

Avec $V_{deverse}$ le volume déversé et $\alpha \in]0; 1]$ un coefficient de partage des volumes. Le coefficient α peut être considéré constant par morceaux. Le volume déversé est alors calculé par :

$$V_{deverse} = \int_0^{V_{stocke}} \alpha(\phi) d\phi \quad (3.4)$$

Le déversement des retenues peut être modélisé par un sommet de répartition R avec un coefficient de répartition variable α_R . La figure 3.10 illustre cette modélisation. Une partie du volume entrant dans la retenue à l'instant t est lâchée par la vanne. Le volume restant est ensuite réparti par le sommet de répartition : si le volume stocké est supérieur au volume maximal de la retenue, une quantité proportionnelle au volume $V_{stocke} - V_{max}$ est déversée, sinon tout le volume reste dans la retenue à l'instant $t + 1$.

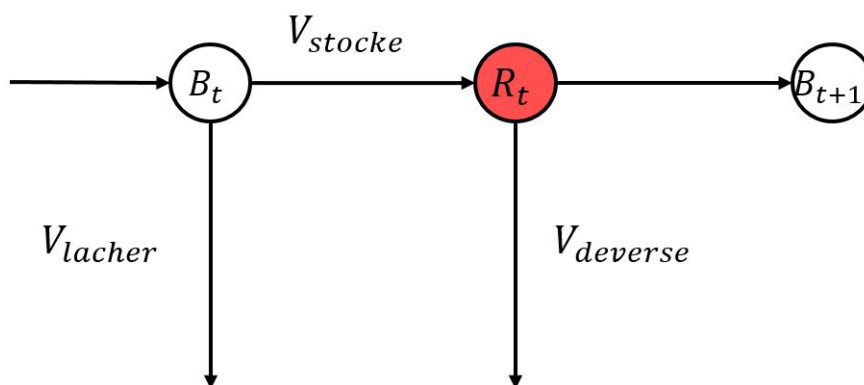


FIGURE 3.10 – Modélisation du déversement

3.3.5 Modélisation de l'évaporation

L'évaporation se produit lorsque l'eau liquide est transformée en vapeur d'eau. La proportion évaporée dépend de la quantité d'énergie disponible à la surface de l'eau et de la facilité avec laquelle la vapeur d'eau peut se mélanger à l'atmosphère. L'évaporation d'une retenue dépend de multiples facteurs environnementaux (température, vent, pression atmosphérique, etc), et des facteurs propres à la retenue (profondeur, surface, stratification thermique, concentration en sel, etc) [Brutsaert, 1982]. Plusieurs méthodes permettant l'estimation de l'évaporation des retenues à

3.4 Modélisation des transferts hydrauliques

surface libre ont été rapportées dans la littérature [Rosenberry et al., 2007] [Lenters et al., 2005] [Penman, 1948].

Si la prise en compte de l'évaporation dans la problématique de l'allocation de la ressource en eau n'est pas nécessaire pour un horizon réduit, ce n'est pas le cas quand la gestion couvre un horizon annuel ou mensuel. Les volumes évaporés des retenues peuvent être importants dans les régions climatiques arides et semi-arides telles que l'Espagne et d'autres pays du sud de l'Europe [Martínez-Granados et al., 2011]. Ne pas prendre en compte l'évaporation pourrait fausser le bilan hydrologique et par conséquent fausser le diagnostic de la ressource disponible.

L'évaporation d'une retenue B au pas de temps t peut être calculée par la méthode empirique proposée par Haro et al. [Haro et al., 2012] :

$$EV_B^t = \gamma_B^t S_B^t \quad (3.5)$$

Avec EV_B^t le volume évaporé de la retenue B , γ_B^t un coefficient empirique et S_B^t la surface de la retenue à l'instant t . L'utilisation d'une méthode empirique nécessite une base de données de séries chronologiques d'évaporation potentielle [Finch and Hall, 2001].

La surface de la retenue est calculée directement à partir de la relation volume/surface. Comme dans le cas de déversement, le volume évaporé d'une retenue peut être modélisé par un sommet de répartition qui répartit le volume de la retenue en un volume évaporé et un volume non-évaporé.

3.4 Modélisation des transferts hydrauliques

La modélisation des écoulements dans les biefs est essentielle dans le cas d'une gestion tactique (horizon de quelques jours) car elle permet de prédire l'évolution des débits en amont, observés ou prévus, sur les parties en aval du système [Wurbs, 2005]. En effet, les décisions de contrôle s'appliquent à des ouvrages hydrauliques en amont pour répondre à des objectifs situés en aval. Le routage hydraulique a pour objet de déterminer l'hydrogramme d'une section en aval à partir de l'hydrogramme observé sur une section en amont. Lorsque les ondes hydrauliques se déplacent de l'amont vers l'aval, elles s'atténuent et sont retardées. Les ondes hydrauliques sont soumises à deux mouvements principaux : un écoulement uniformément progressif et une action de stockage, désignée par **action de réservoir** (Cf. chapitre 1 §1.4.2.2).

Tout modèle de gestion de la ressource en eau devrait prendre en compte l'atténuation des ondes hydrauliques qui a lieu lors du transfert [Koch and Grünwald, 2009]. Nous avons donc développé un modèle conceptuel de routage hydraulique à base de graphe afin de modéliser les écoulements dans les biefs. Ce dernier est basé sur la modélisation des dynamiques de transfert proposée dans le chapitre 2. Dans ce qui suit, nous ferons référence à ce modèle de routage hydraulique par **Modèle de Stockage Résiduel (MSR)**.

3.4.1 Formulation mathématique du modèle

Tous les modèles conceptuels de routage considèrent que le débit à l'aval à l'instant t est une fonction du **stockage total** du bief au même instant V_t . Cependant, les apports immédiats à l'amont ont un impact négligeable sur le débit sortant. Définissons le **stockage résiduel** V_t' d'un bief comme étant la partie du stockage total ayant un impact significatif sur le débit sortant. Notons respectivement I_t et O_t le débit entrant le bief et le débit sortant du bief. La figure 3.11 illustre l'amont et l'aval d'un bief, ainsi que le stockage résiduel.

L'équation de conservation s'écrit :

$$V_{t+1}' = V_t' + I_{t-TT} - O_t \quad (3.6)$$

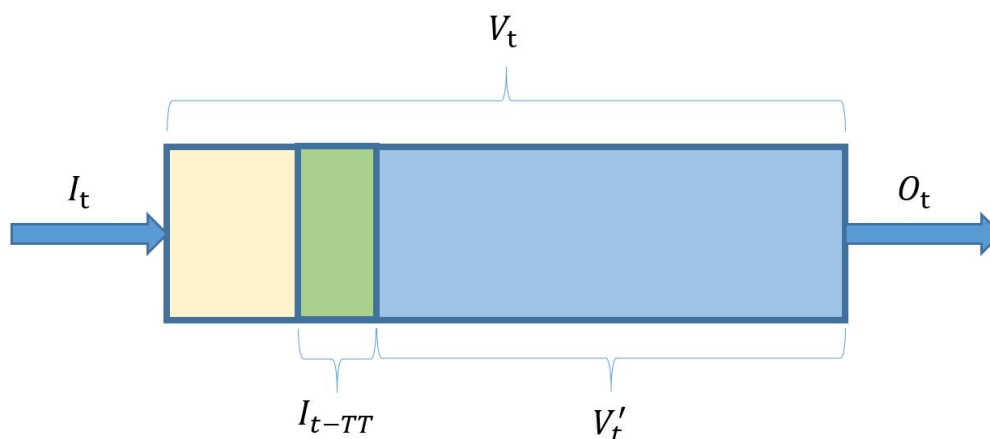


FIGURE 3.11 – Stockage résiduel

Avec TT le temps de transfert du bief. Ce paramètre représente le temps à partir duquel les débits d'entrée $\{I_{t-TT}, I_{t-TT-1}, \dots, I_0\}$ impactent les débits de sortie à l'instant t . En conséquence, les débits d'entrée $\{I_t, I_{t-1}, \dots, I_{t-TT+1}\}$ ne sont pas utilisés pour le calcul de O_t .

Par ailleurs, le MSR considère que le débit sortant à l'instant t est proportionnel à V'_t et I_{t-TT} :

$$O_t = (1 - \alpha)(V'_t + I_{t-TT}) \quad (3.7)$$

Avec $\alpha \in [0; 1]$ un coefficient de proportionnalité. Ce dernier peut être considéré constant par morceaux afin de modéliser le transfert hydraulique sur plusieurs plages de fonctionnement. Il représente physiquement la partie du volume qui reste dans le bief. Les paramètres du modèle sont donc : TT , α , et V'_0 .

3.4.2 Modélisation des transferts par un graphe

Le MSR peut être représenté par un réseau de transport et peut donc être intégré dans le graphe modélisant un réseau hydrographique. Soit $G' = (N', A')$ un réseau de transport modélisant **un bief**, avec N' et A' respectivement l'ensemble des sommets et des arcs. Notons AM_t et AV_t les sommets représentant l'amont et l'aval du bief à un instant t et B_t un sommet de répartition placé entre eux. Le flux sortant AM_t rentre dans B_{t+TT} , B_t répartit le flux en deux : un flux représentant le stockage résiduel qui reste dans le bief et un autre représentant le débit sortant du bief O_t .

La figure 3.12 présente la modélisation d'écoulement sur un bief. Pour simplifier l'exemple, nous avons considéré que le temps de transfert était égal à un pas de temps et nous montrons le réseau sur un horizon de 4 pas de temps. Les sommets S' et U' représentent respectivement le sommet source et le sommet utilisation, ils ont été rajoutés pour respecter la loi de conservation des flux. Les débits à l'amont aux différents instants sont portés par les arcs $e_{S'AM_t}$. Ils rejoignent ensuite le sommet B à l'instant $t + TT$ en parcourant les arcs $e_{AM_tB_{t+TT}}$. Le sommet de répartition B_{t+TT} répartit le flux entrant en deux : $V'_{(t+TT)+1} = \alpha(V'_{t+TT} + I_t)$ représentant le stockage résiduel et $O_{t+TT} = (1 - \alpha)(V'_{t+TT} + I_t)$ représentant le débit à l'aval du bief.

3.4.3 Calage du modèle de transfert

Les paramètres du MSR doivent être calibrés avant toute utilisation. Les débits simulés en aval doivent s'approcher des débits mesurés. L'identification des paramètres est obtenue par la résolution

3.4 Modélisation des transferts hydrauliques

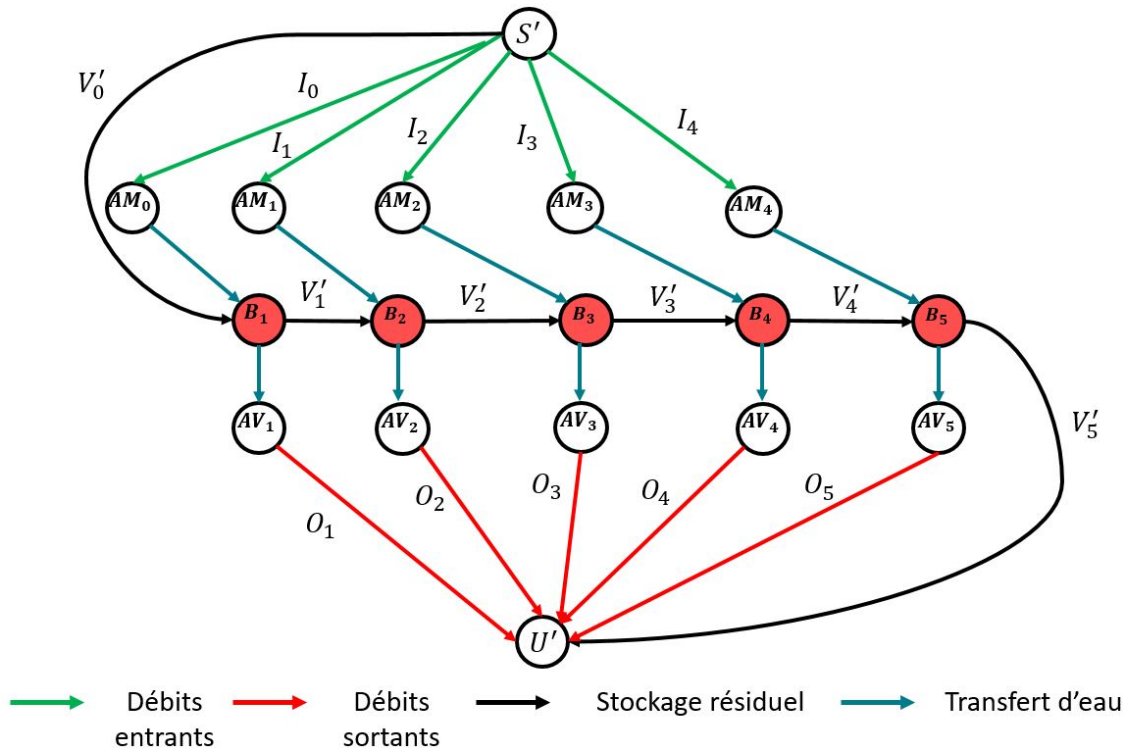


FIGURE 3.12 – Réseau de transport correspondant à un bief, où $TT = 1$ et $Horizon = 4$

du problème d'optimisation donné par l'équation (3.8).

$$\begin{cases}
 \text{Min} & \sum_{t=1}^{Horizon+TT} (O_t^{Simule} - O_t^{Mesure})^2 \\
 \forall i \in A' \setminus \{S', U'\} & y_i = 0 \\
 y_{S'} = -y_{U'} \\
 V'_{t+1} = \alpha(V'_t + I_{t-TT}) \\
 \alpha \in [0; 1] \\
 TT \geq 0
 \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec O_t^{Simule} et O_t^{Mesure} les débits à l'aval simulés et mesurés, respectivement.

Les inconnues à identifier sont : le temps du transfert du bief TT , le coefficient de répartition α et le stockage résiduel initial V'_0 .

La méthode d'optimisation mise en œuvre pour calibrer le modèle utilise l'algorithme génétique intégré dans le solveur de MS Excel [Fylstra et al., 1998]. Les algorithmes génétiques ont été choisis ici en raison de leur capacité à gérer des fonctions objectifs complexes ce qui constitue un avantage par rapport aux algorithmes d'optimisation traditionnels. Contrairement aux méthodes classiques de recherche opérationnelle, telles que la méthode du simplexe et les méthodes basées sur le calcul des gradients, les algorithmes génétiques ne nécessitent pas de fonction bien définie ni de ses dérivées. Les algorithmes génétiques sont des métaheuristiques basées sur trois opérations issues de la biologie : la sélection, le croisement et la mutation. Ces opérations sont répétées afin de faire évoluer les populations de solutions de manière progressive. Le vecteur des populations correspond au vecteur (TT, α, V'_0) .

3.4.4 Validation du modèle de transfert

Afin de valider le modèle proposé, celui-ci a été testé sur un hydrogramme proposé par Wilson [Wilson, 1983]. Il s'agit d'un événement d'essai standard qui a été étudié de manière approfondie par d'autres chercheurs ([Singh and McCann, 1980], [Yoon and Padmanabhan, 1993] [Al-Humoud and Esen, 2006]). Les débits amont et aval de l'événement de Wilson, les débits simulés par le modèle de stockage résiduel et les débits simulés par le modèle de Muskingum (Cf. chapitre 1 §1.4.2.2) à titre de comparaison sont présentés sur la figure 3.13.

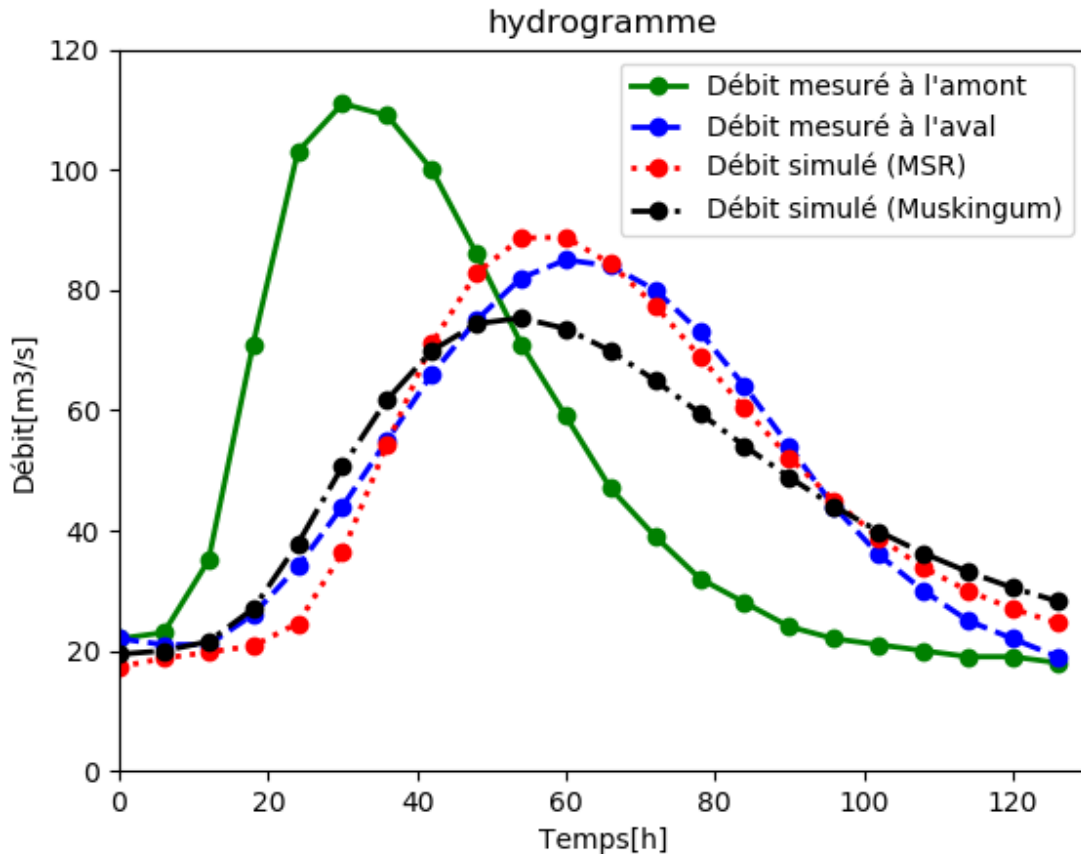


FIGURE 3.13 – Calibration du MSR sur l'événement de Wilson

La figure 3.13 montre que les débits simulés par le MSR sont très proches des débits mesurés. Elle montre également que le modèle de Muskingum n'a pas réussi à simuler le pic de la crue, alors que le MSR donne une bonne estimation du pic et de son heure d'arrivée.

Les calages du MSR et du modèle de Muskingum ont permis de déterminer, pour chaque modèle, les paramètres pour lesquels les débits simulés sont proches des débits mesurés. La table 3.1 synthétise les valeurs numériques des paramètres trouvés, ainsi que les erreurs absolues et les erreurs quadratiques pour les deux modèles.

L'erreur absolue et l'erreur quadratique sont respectivement calculées par les équations (3.9) et (3.10).

$$Erreur_absolue = 100 * \frac{\sum_t |O_t^{Simule} - O_t^{Mesure}|}{\sum_t O_t^{Mesure}} \quad (3.9)$$

3.4 Modélisation des transferts hydrauliques

	MSR		Muskingum			
Erreur quadratique ($m^3 s^{-1}$)	4.73		7.73			
Erreur absolue (%)	8.37%		13.05%			
Paramètres	$TT(h)$	11	$\Delta T(s)$	3600	C_0	7.062E-05
	α	0.94	K	106075.85	C_1	0.034
	$V_0'(m^3)$	270.13	X	0.017	C_2	0.966

TABLE 3.1 – Résultats de la calibration

$$Erreur_quadratique = \sqrt{\frac{\sum_t (O_t^{Simule} - O_t^{Mesure})^2}{Horizon}} \quad (3.10)$$

La table 3.1 montre que le MSR donne de meilleurs résultats que le modèle de Muskingum. Le rapport entre les erreurs absolues et les erreurs quadratiques du MSR et de Muskingum est de l'ordre de 2. On constate également que C_0 et C_1 sont négligeables devant C_2 , ce qui confirme que les débits entrants dans le bief aux instants t et $t - 1$ n'influencent pas fortement le débit sortant à l'instant t . Cette conclusion valide l'hypothèse du MSR qui néglige l'impact des débits entrants imminents.

Les figures 3.14.a et 3.14.b représentent respectivement le stockage total et le stockage résiduel du bief par rapport au débit sortant. La figure 3.14.a met en évidence la relation non linéaire entre le stockage total et le débit sortant. Le tracé consiste en une boucle formée par un chemin aller et retour. La boucle reflète la relation non symétrique existante lorsque le bief est en cours de stockage ou de vidange. Sur la figure 3.14.b, la boucle est presque fermée et une relation quasi-linéaire entre le flux sortant et le stockage résiduel peut être observée. On peut conclure que le débit sortant est corrélé plus linéairement au stockage résiduel qu'au stockage total d'un bief.

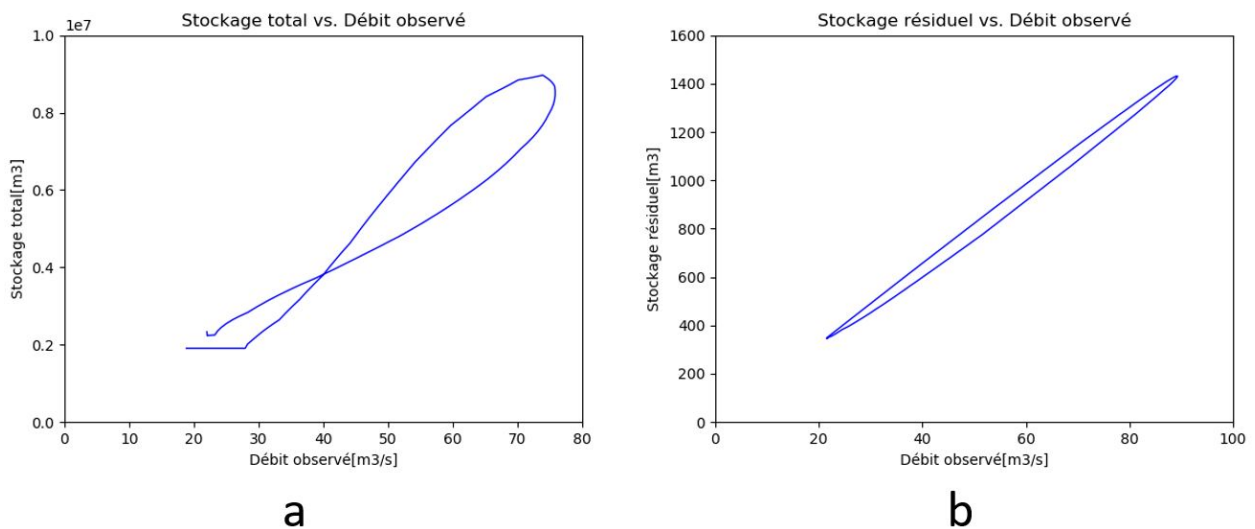


FIGURE 3.14 – Relation entre le stockage du bief et le débit

3.5 Modélisation des critères de gestion

Le problème d'allocation de la ressource en eau comporte deux types de contraintes : les contraintes physiques et les contraintes de gestion. Les contraintes physiques concernent la conservation des flux et les limites de capacité. Ce sont des caractéristiques intrinsèques de la structure du graphe.

Les contraintes (objectifs) de gestion sont modélisés par des coûts effectifs sur les arcs du graphe étendu correspondant au système hydrographique. Les coûts effectifs représentent les gains et les pertes générés par le passage d'un flux sur un arc. La problématique de valorisation de la ressource en eau des réseaux hydrographiques peut être résolue en déterminant la circulation de coût minimal sur le graphe étendu.

La définition des coûts effectifs sur les arcs est primordiale pour la pertinence des résultats. Elle est généralement basée sur la transcription des objectifs de gestion formulés par le gestionnaire du réseau hydrographique. En effet, une évaluation économique de l'utilisation de la ressource en eau pour un objectif tel que le débit de salubrité est très complexe [Wang et al., 2007].

Les coûts effectifs sont obtenus à partir de l'intégration des coûts unitaires [Karamouz et al., 1992]. Ces derniers étant plus faciles à définir car ils représentent le coût d'une unité de flux ($1m^3$, $1l...$). Les coûts unitaires sont généralement linéaires par morceaux ou constants.

Des coûts unitaires constants sont utilisés pour définir une hiérarchie entre les objectifs. Si $CU_{ij} < CU_{kl}$ l'objectif sur l'arc e_{ij} sera satisfait complètement avant la satisfaction de l'objectif sur l'arc e_{kl} . Des coûts unitaires négatifs sont utilisés pour représenter les gains générés par la présence d'un flux sur un arc, des coûts unitaires positifs sont considérés lorsque le flux sur un arc n'est pas souhaité. Des coûts unitaires positifs sont souvent utilisés pour éviter le déversement des retenues et minimiser les débits au-dessus d'un niveau. Le principal inconvénient des coûts unitaires constants est qu'ils ne permettent pas une allocation équitable de la ressource, car les objectifs sont remplis dans un ordre croissant. En outre, ils ne permettent pas de distribuer la ressource sur des objectifs de priorité égale [Ogryczak et al., 2003].

Les coûts unitaires linéaires par morceaux permettent de modéliser des coûts de transport qui varient en fonction du flux. Par exemple, le coût du transport d'une unité sur un bief dépend de l'état de remplissage du bief : si le bief est sec, le coût unitaire est négatif pour modéliser le fait qu'un passage par ce bief est souhaité et générera un bénéfice. Dans le cas contraire, si le bief est sur le point de déborder, le coût unitaire devient positif afin d'éviter d'empirer la situation.

Même dans le cas le plus simple où les coûts unitaires sont constants, il n'existe aucune approche systématique pour les déterminer de façon à préserver les droits d'utilisation de la ressource ou à garantir la priorité d'utilisation [Ferreira, 2007]. En effet, lorsque plusieurs arcs du graphe sont affectés avec des coûts non nuls, l'accumulation de coûts le long d'un chemin vers un objectif peut modifier sa priorité.

Les coûts unitaires sont généralement définis par une méthode essai-erreur. Il s'agit d'une méthode de recherche caractérisée par des essais divers qui sont répétés jusqu'au succès de la recherche. Un développeur de modèles ou un gestionnaire expérimenté de réseaux hydrographiques peut définir aisément la valeurs des coûts unitaires [Andrews et al., 1992]. Bien que la méthode essai-erreur soit réalisable pour tous les systèmes hydrographiques, elle prend généralement beaucoup de temps pour les grands systèmes, de plus, les coûts unitaires doivent être recalculés à chaque modification des règles de gestion.

Israel et Lund ont proposé un algorithme permettant de déduire, pour un système hydrographique donné, les valeurs des coûts unitaires qui traduisent la hiérarchie entre les objectifs de gestion [Israel and Lund, 1999]. L'algorithme est initialement présenté sous la forme de neuf règles

3.5 Modélisation des critères de gestion

qui tiennent compte des utilisations de l'eau liées au stockage et aux débits sur une ou plusieurs périodes de simulation. Les règles sont ensuite formulées dans un problème d'optimisation linéaire sous forme de contraintes. Les inconnues du problème sont les coûts unitaires sur les différents arcs. Chou et Wu ont présenté une méthode pour déterminer les coûts unitaires en dénombrant les chemins possibles et en résolvant un problème d'optimisation dont les contraintes sont les règles d'allocation de la ressource en eau [Chou and Wu, 2014].

3.5.1 Les règles de gestion

La nature des coûts unitaires à adopter dépend du type des règles de gestion. Généralement, trois régimes de gestion définis par des seuils de débits sont considérés pour chaque bief : débit réservé, débit opérationnel et débit d'inondation. Le débit réservé est le débit minimal à maintenir sur une rivière, tout au long de l'année, pour le fonctionnement minimal des écosystèmes. Il s'agit d'une obligation légale que tout gestionnaire de réseau doit respecter. Le débit opérationnel est le débit qui permet le maintien d'autres usages (eau potable, prélèvements agricoles...). Le débit d'inondation est le débit à partir duquel les premiers signes d'inondation commencent à être observés.

Évidemment, les trois régimes de gestion proposés ne sont pas exclusifs. En effet, en fonction du contexte et des objectifs de la gestion, le gestionnaire du système peut considérer d'autres débits seuils. Par exemple, décomposer le régime opérationnel en plusieurs régimes intermédiaires pour modéliser la priorité des usages.

Les règles d'exploitation des retenues sont généralement établies au moment de leur conception. Elles fournissent des directives pour les lâchers afin de répondre à diverses demandes. La figure 3.15 illustre les trois courbes de niveaux de gestion associées à une retenue polyvalente typique : le niveau minimal d'exploitation, le niveau normal et le niveau des plus hautes eaux (PHE). Les trois courbes divisent la retenue en quatre zones de régime différents, de bas en haut : fonctionnement limité, fonctionnement réduit, fonctionnement normal et protection contre les inondations.

Lorsque le niveau d'eau est au régime fonctionnement limité pendant une période de sécheresse, l'eau n'est lâchée que pour répondre aux demandes de débit réservé en aval. Lorsque le stockage se situe au niveau de la zone d'exploitation réduite, les demandes opérationnelles ne peuvent être entièrement satisfaites et sont soumises à restriction. Lorsque le stockage se situe au niveau de la zone d'exploitation normale, toutes les demandes en aval sont entièrement satisfaites. La zone de contrôle des inondations sert de tampon de stockage pour atténuer les effets des fortes crues.

Ces règles instaurent des compromis entre la satisfaction des demandes en cours et le maintien d'un stockage en retenue adéquat pour anticiper les futures demandes.

Comme la ressource disponible n'est pas infinie, et que la capacité de stockage des retenues est limitée, il est nécessaire de définir des règles de gestion avec un ordre de priorité qui permettent de valoriser au mieux la ressource. Nous proposons donc les sept règles suivantes :

- **Règle 1** : Respecter les débits réservés de toutes les rivières du système et à chaque instant.
- **Règle 2** : Conserver le niveau d'eau des retenues au dessus du niveau minimal d'exploitation au dernier instant de la simulation.
- **Règle 3** : Respecter les débits opérationnels.
- **Règle 4** : Éviter au mieux le déversement des retenues.
- **Règle 5** : Éviter le dépassement des débits d'inondation des rivières.
- **Règle 6** : Éviter le dépassement des côtes réglementaires des plus hautes eaux des retenues.
- **Règle 7** : Respecter l'équilibrage en pourcentage du remplissage des retenues : le rapport entre le volume de remplissage et la capacité de la retenue doit être le même pour toutes les retenues du système sauf indication contraire.

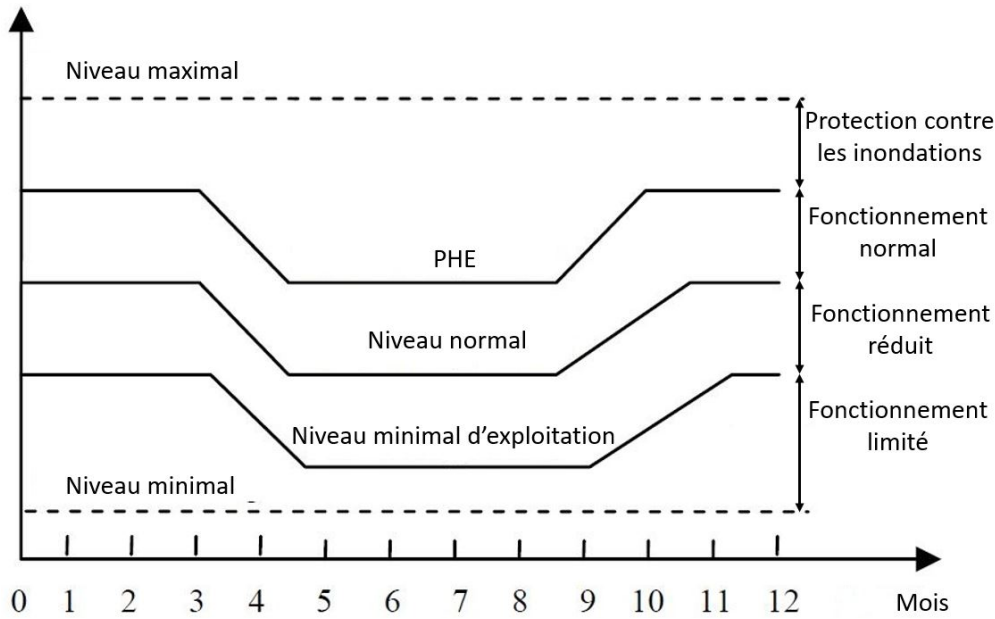


FIGURE 3.15 – Les trois courbes des niveaux de gestion d'une retenue

3.5.2 Transcription des règles de gestion en coûts

Pour modéliser les différents objectifs de gestion définis ci-dessus, nous avons opté pour des coûts unitaires linéaires par morceaux et croissants. La linéarité par morceaux permet de modéliser l'évolution du coût unitaire sur les différents régimes (réservé, opérationnel, inondation) et niveaux (minimal d'exploitation, normal, PHE) de gestion. Des coûts unitaires croissants intègrent le fait que le bénéfice généré par une unité de flux hydraulique diminue au fur et à mesure que le flux augmente. Par exemple, le coût d'une unité de flux pour maintenir le débit réservé est inférieur au coût d'une unité de flux destinée à un usage opérationnel.

Des coûts unitaires linéaires par morceaux et croissants produisent des coûts effectifs continus et convexes (cf. chapitre 2). Les fonctions convexes permettent une distribution de la ressource sur l'ensemble des objectifs.

3.5.2.1 Définition des coûts unitaires pour les biefs

La figure 3.16 présente un exemple de coût unitaire considéré pour représenter les règles de gestion sur les trois régimes au niveau d'un bief. La courbe est composée de quatre segments de droite de pentes positives. Les deux premiers segments sont sur la partie négative de l'axe des ordonnées pour modéliser les usages (débits réservés et débits opérationnels) et les deux autres sur la partie positive pour modéliser les pertes et dégâts d'une inondation.

Notons (θ_i, β_i) les coordonnées des points définissant les segments, avec $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$. Nous avons $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \theta_3 = P * Q_{reserve}$, $\theta_4 = \theta_5 = P * Q_{operationnel}$, $\theta_6 = \theta_7 = P * Q_{inondation}$ et $\theta_8 = +\infty$, avec P le pas de temps. Les débits sont multipliés par le pas de temps pour les transformer en volumes. Il reste à déterminer les coûts unitaires β_i . Compte tenu de la difficulté d'attribution des coûts unitaires, les coefficients β_i sont estimés à partir des méthodes essai-erreur. Nous avons pu concevoir des critères de choix qui permettent de limiter le nombre d'essais :

- Les coefficients doivent vérifier l'inégalité stricte : $\beta_i < \beta_{i+1}$. Cette condition permet d'obtenir des segments de droite de pente strictement positive, de sorte que chaque déplacement d'une

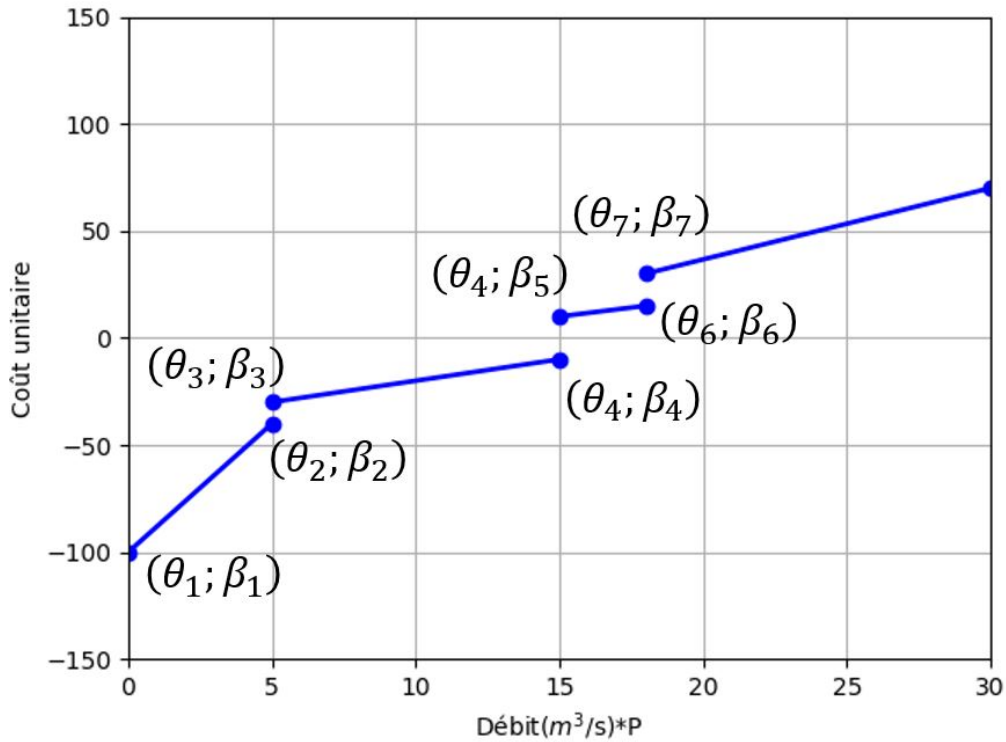


FIGURE 3.16 – Exemple de coût unitaire d'un bief

unité de flux ait un effet sur le coût de la fonction objectif.

- Il est nécessaire d'installer des discontinuités entre les segments. En effet, des sauts de coût entre les régimes de gestion permettent de satisfaire les objectifs dans l'ordre. Une unité de flux sera donc affectée sur un arc dont le débit réservé n'est pas encore atteint avant qu'elle ne le soit au régime supérieur dont le coût est plus grand.
- Si l'équilibrage en pourcentage entre les objectifs de deux arcs e et e' est recherché, leurs coûts unitaires doivent être égaux. Pour cela, il faut que :

$$\beta_i = \beta'_i \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 8\} \quad (3.11)$$

La fonction de coût unitaire pour un bief peut être plus compliquée que celle illustrée sur l'exemple. Elle peut contenir autant de segments que de régimes de gestion.

3.5.2.2 Définition des coûts unitaires pour les retenues

Les objectifs de gestion des niveaux d'eau dans une retenue peuvent également être modélisés par un coût unitaire linéaire par morceaux et croissant. La figure 3.17 présente, pour une retenue, un exemple de coût unitaire.

Notons $(\theta r_i, \beta r_i)$ les coordonnées des points définissant les segments, avec $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$. Nous avons $\theta r_1 = 0$, $\theta r_2 = \theta r_3 = V_{\text{minimal_exploitation}}$, $\theta r_4 = \theta r_5 = V_{\text{normal}}$, $\theta r_6 = \theta r_7 = V_{\text{PHE}}$ et $\theta r_8 = V_{\text{maximal}}$. Pour les coûts unitaires des retenues, les critères de choix proposés sont :

- Les segments de droite modélisant la ressource sur les régimes de fonctionnement limité, réduit et normal se trouvent sur la partie négative du graphe, et le segment modélisant le régime

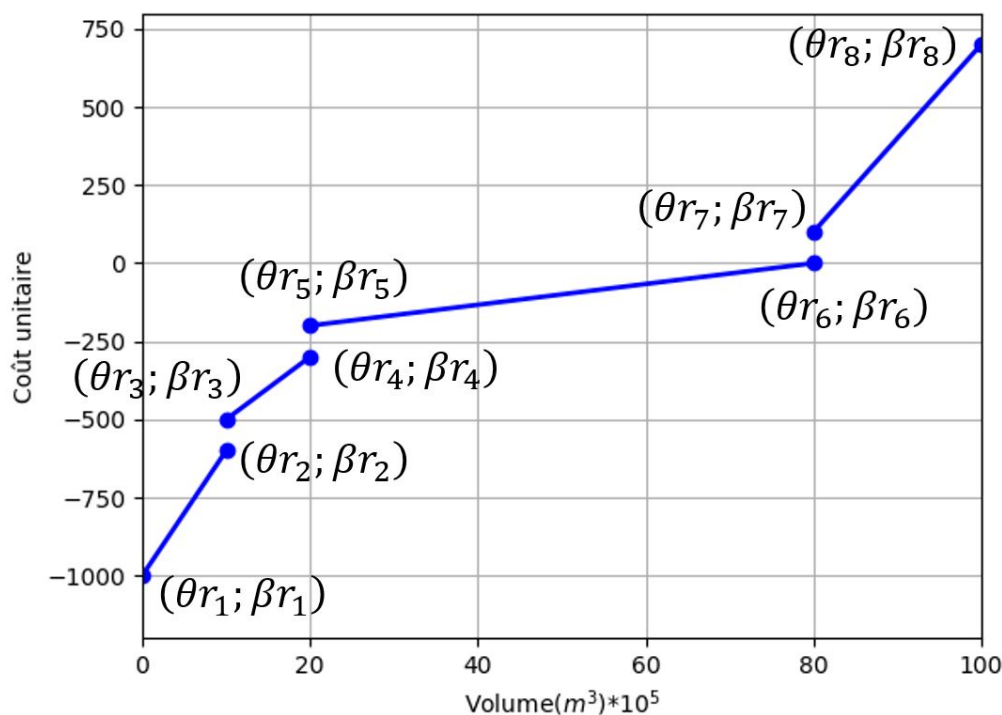


FIGURE 3.17 – Exemple de coût unitaire d'une retenue

inondation est sur la partie positive, en concordance avec la **Règle 4** et la **Règle 6**, ainsi, $\beta r_1, \beta r_2, \beta r_3, \beta r_4, \beta r_5, \beta r_6 < 0$ et $\beta r_7, \beta r_8 > 0$

- Le coût unitaire doit être croissant et discontinu pour bien séparer les niveaux de gestion et les satisfaire dans l'ordre.
- Pour respecter la **règle 1** et la **règle 2**, il faut que le coût unitaire du volume minimal d'exploitation soit compris entre le coût unitaire du débit réservé et le coût unitaire du débit opérationnel :

$$\begin{aligned}
 CU(Q_{reserve} * P) &< CU(V_{minimal_exploitation}) < CU(Q_{operationnel} * P) \\
 \implies \beta_2 &< \beta r_2 \quad \text{et} \quad \beta r_4 < \beta_4
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

- Pour respecter la **Règle 5**, il faut que le coût du volume PHE (V_{PHE}) soit inférieur au coût correspondant au débit d'inondation $Q_{inondation}$:

$$\begin{aligned}
 CU(V_{PHE}) &< CU(Q_{inondation} * P) \\
 \implies \beta r_7 &< \beta_7
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Il est évident que les recommandations fournies ne permettent pas de déterminer systématiquement les coefficients β_i et βr_i . En outre, comme c'est le cas pour les coûts unitaires constants, l'accumulation des coûts le long d'un chemin peut altérer sa priorité. Plusieurs essais sont donc nécessaires pour affiner les coefficients.

Le problème de l'allocation optimale de la ressource en eau peut être formulé comme un problème de recherche de circulation de coût minimal sur le réseau de transport étendu modélisant le

3.6 Surveillance des données hydrométriques

système hydrographique. La valeur de la ressource ϕ circulant dans le réseau est obtenue à partir des mesures ou des simulations hydrologiques. Ces dernières constituent les variables d'entrée du modèle d'optimisation. La **surveillance** des variables d'entrée a pour objectif d'exploiter la redondance des mesures et des sorties du modèle hydrologique pour détecter et/ou traiter les incohérences et les imprécisions des mesures afin d'obtenir un ensemble de données validées compatibles. Les deux sections suivantes sont dédiées à la surveillance des données hydrométriques et pluviométriques.

3.6 Surveillance des données hydrométriques

3.6.1 Intérêt de la surveillance des données

Parmi les différentes informations utiles à la gestion, la mesure de débit constitue un indicateur intégrant une majorité des facteurs qui régissent le cycle de l'eau à l'échelle du bassin. Le débit est calculé à partir d'une mesure de la hauteur d'eau et d'une courbe de tarage. Cependant, la courbe de tarage (relation hauteur-débit) n'est stable que sur une période à cause de l'érosion, notamment en l'absence d'un seuil. Les mesures hydrométriques sont donc souvent entachées d'erreurs et d'incertitudes.

La mesure directe du débit est une opération complexe qui ne peut être réalisée que ponctuellement. Pour déterminer les débits à des endroits non-jaugés, des modèles hydrologiques sont utilisés pour transformer une série temporelle de pluies mesurées en une série de débits.

Les mesures hydrométriques, les débits simulés aux points non-jaugés et les prélèvements constituent les variables d'entrée du modèle d'optimisation qui permet l'allocation de la ressource en eau. Par conséquent, pour une gestion efficace il est essentiel que les données collectées et les résultats des modèles (apports naturels et prélèvements) soient fiables.

Dans cet objectif, nous avons développé un outil de reconstitution de données qui permet de confronter les données mesurées sur le terrain et les sorties des modèles afin de mieux évaluer les grandeurs physiques et les erreurs de mesure ou de modélisation. L'outil présente le double intérêt de pouvoir vérifier et améliorer les données mesurées par analyse de cohérence (données bruitées, données absentes, données aberrantes) et de simuler des grandeurs physiques non mesurées (apports en eau intermédiaires, prélèvements). La reconstitution des données consiste à déterminer la circulation la plus probable en fonction de critères de confiance accordés à chaque mesure (débit, volume) ou d'informations disponibles par ailleurs (prélèvements, pluies...).

3.6.2 Exemple illustratif

Cette sous-section a pour objet de présenter un exemple où les données recueillies sont contradictoires entre elles et de montrer l'intérêt de la reconstitution. Pour simplifier la compréhension de cet exemple, nous supposons que les flux ne subissent aucune déformation lors du transfert.

La figure 3.18 présente l'exemple d'un bief délimité par 2 stations hydrométriques, S_1 à l'amont et S_2 à l'aval. On suppose que le bief reçoit des apports intermédiaires au niveau du point A et qu'un prélèvement est situé au point B . On suppose que le temps de transfert sur les tronçons S_1A , AB , et BS_2 est identique et correspond à un seul pas de temps. Le bilan de conservation des flux s'écrit :

$$Q_2(t) = Q_1(t - 3) + App(t - 2) - Prel(t - 1) \quad (3.14)$$

On suppose que les débits mesurés aux instants $t = 0$ et $t = 3$ aux stations S_1 et S_2 sont $600l/s$ et $500l/s$, respectivement. On suppose que l'apport intermédiaire est estimé par un modèle hydrologique à $50l/s$ à $t = 1$, et que le prélèvement mesuré à l'instant $t = 2$ correspond à $100l/s$.

En réalisant un bilan de flux, on constate qu'il n'est pas juste, et qu'un flux de l'ordre de 50 l/s est manquant pour que l'équation (3.14) soit vérifiée. L'origine de cette erreur peut être due aux mesures réalisées au niveau des 2 stations hydrométriques, au modèle hydrologique qui a sous-estimé les apports, ou bien à la mesure des prélèvements qui a été sur-estimée.

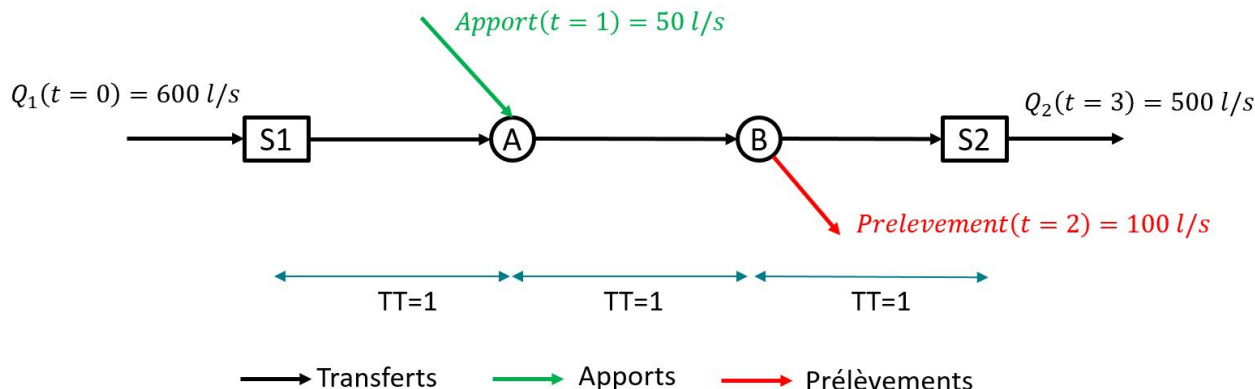


FIGURE 3.18 – Exemple de contradiction des données

Ainsi, dans l'exemple de la figure 3.18, nous considérons qu'une erreur est associée à chaque donnée, l'équation (3.14) devient donc :

$$Q_2(t) + \Delta Q_2(t) = (Q_1(t-3) + \Delta Q_1(t-3)) + (App(t-2) + \Delta App(t-2)) - (Prel(t-1) + \Delta Prel(t-1)) \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) peut être écrite sous la forme suivante :

$$Q_2(t) - Q_1(t-3) - App(t-2) + Prel(t-1) = -\Delta Q_2(t) + \Delta Q_1(t-3) + \Delta App(t-2) - \Delta Prel(t-1) \quad (3.16)$$

En remplaçant les données par leurs valeurs numériques, nous trouvons :

$$-\Delta Q_2(t) + \Delta Q_1(t-3) + \Delta App(t-2) - \Delta Prel(t-1) = -50 \quad (3.17)$$

La reconstitution des données permettrait de résoudre l'équation (3.17) et ainsi de **déterminer les erreurs de mesure et des modèles**.

3.6.3 Principe de la reconstitution des débits

Dans notre approche, le système hydraulique est modélisé par un réseau de transport étendu $G = (N, A)$. Les sommets représentent les stations hydrométriques, les points d'apports et les points de prélèvement. Les arcs représentent l'acheminement de l'eau.

La figure 3.19 représente le graphe étendu correspondant au bief illustré à la figure 3.18. Le graphe étendu couvre un horizon de 3 pas de temps. Les arcs noirs représentent le transfert d'eau dans le bief. Les arcs verts représentent les apports intermédiaires. Ils relient directement le sommet source au point d'apport à chaque instant. Les arcs rouges représentent les prélèvements en reliant le point de prélèvement à chaque instant au sommet utilisation. Et finalement, les arcs gris représentent le flux déjà présent dans le bief à $t = 0$.

Chaque arc e sortant du sommet source ou entrant dans le sommet utilisation a un coût effectif C_e qui modélise le coût de l'erreur sur cet arc. La figure 3.20 présente un exemple de coût effectif sur les arcs. A l'intérieur de l'intervalle de tolérance de la variable, le coût est négligeable. Au-delà

3.6 Surveillance des données hydrométriques

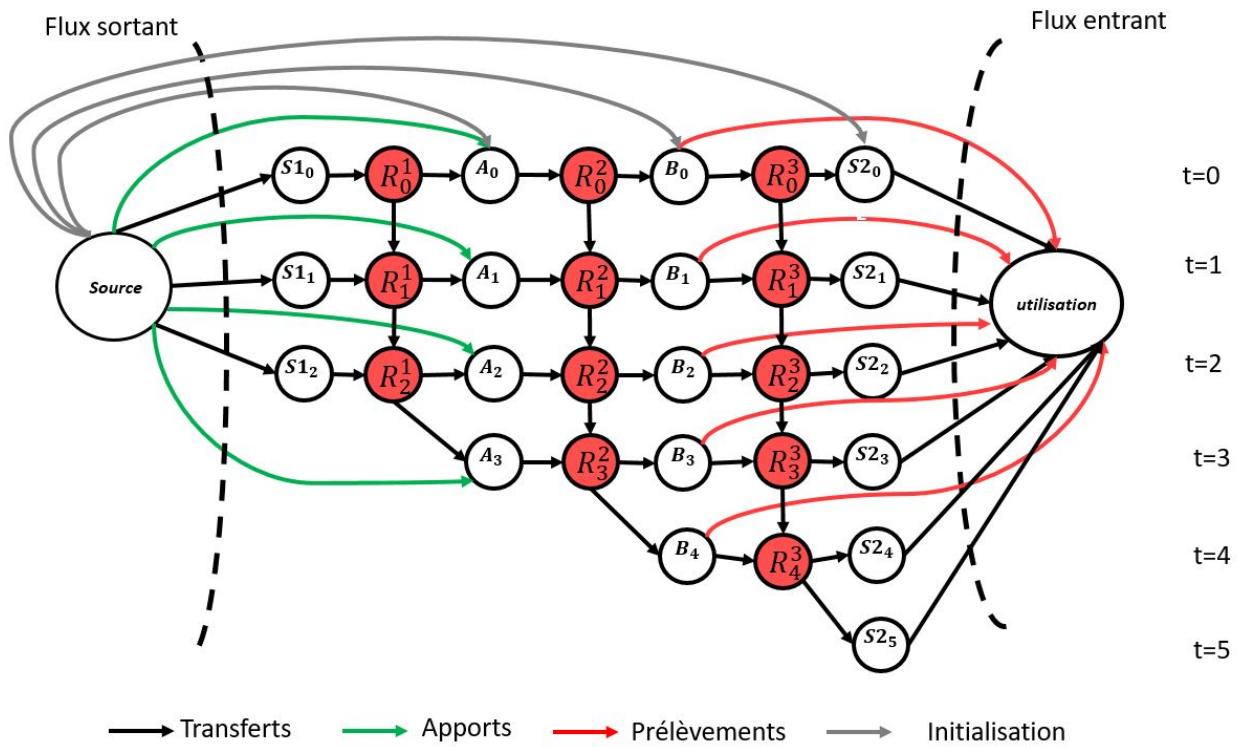


FIGURE 3.19 – Reconstitution des données hydrométriques

de cet intervalle, le coût évolue de façon quadratique afin de garantir un partage de l'erreur entre les différentes variables. Si le coût au niveau d'un arc après optimisation est supérieur au maximum toléré, la donnée est considérée comme aberrante et n'est pas conservée.

La circulation la plus probable vise à répartir les erreurs de mesure et de modélisation au prorata de la tolérance associée aux variables. Pour définir les critères de précision et de tolérance, un intervalle de tolérance constant est défini pour chaque station et pour chaque sortie du modèle. Les mesures in situ étant considérées plus précises que les données issues des modèles d'apports naturels et de prélèvements, les intervalles de tolérance des stations sont plus étroits que ceux des sorties du modèle. Les coûts des stations sont définis à partir de la qualité des jaugeages. La définition des coûts des modèles de prélèvement et d'apport se base principalement sur l'expérience du gestionnaire.

La circulation la plus probable est obtenue par la recherche de la circulation du coût minimal sur le graphe étendu. La ressource π à faire circuler sur le graphe correspond à la valeur absolue de l'erreur constatée lors du bilan. Dans l'exemple de la section précédente $\pi = 50$. Le problème de reconstitution des données hydrométriques est formulé par l'équation (3.18). Il s'agit du problème $\mathcal{P}1$.

$$\begin{cases} \text{Min}_X \sum_{e_i \in A} C_i(\Delta\phi_i) \\ \forall i \in N \setminus \{S, P\} \quad y_i = 0 \\ y_S = -y_P = \pi \\ \forall R \in D \quad \phi_{RR_y} = \alpha_R * \eta^{-1}(R) \end{cases} \quad (3.18)$$

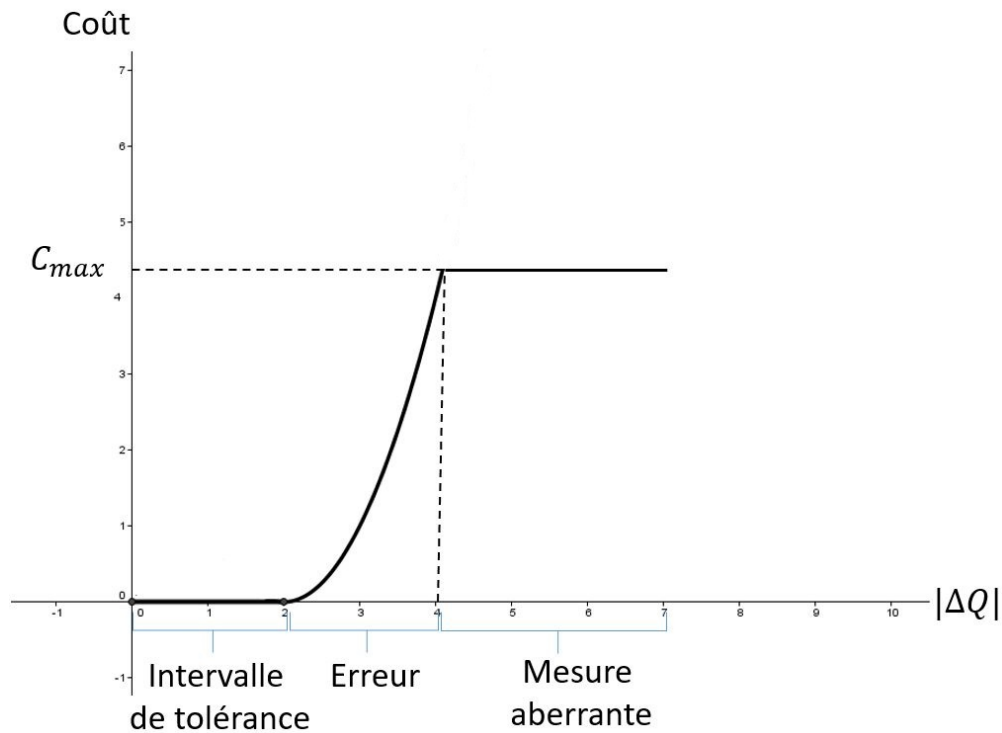


FIGURE 3.20 – Exemple de coût effectif d'une station hydrométrique

3.7 Surveillance des données pluviométriques

3.7.1 Modèles hydrologiques

La prévision des débits des rivières et des apports en eau est communément utilisée par les gestionnaires des systèmes hydrauliques pour prévoir les approvisionnements en eau, déterminer les allocations de la ressource en eau pour les différents usages et établir des stratégies d'exploitation des retenues à usages multiples tels que l'hydroélectricité et la maîtrise des crues. Par conséquent, chaque gestionnaire de réseau devrait être en possession d'un outil permettant de prédire l'évolution de la ressource en eau à court et à long terme afin d'adapter sa stratégie de gestion.

Un modèle hydrologique est un modèle mathématique décrivant le processus pluie-débit à l'échelle d'un bassin versant. Les entrées varient d'un modèle à l'autre (précipitations, évapotranspiration, perméabilité du sol, ...) et la sortie correspond au débit à l'exutoire du bassin versant. Les différences entre les débits simulés et les débits observés constituent les erreurs du modèle.

Chaque modèle hydrologique comporte un certain nombre de paramètres qui doivent être calibrés en fonction des observations disponibles de façon à ce que le modèle puisse simuler aussi fidèlement que possible le comportement hydrologique du bassin versant. Le calage du modèle consiste à faire varier ses paramètres jusqu'à ce que sa sortie corresponde au débit mesuré en utilisant un jeu de données issu d'une période d'observation. Différents critères d'évaluation du calage des modèles hydrologiques sont mentionnés dans [Nash and Sutcliffe, 1970] et [Krause et al., 2005]. Le type et le nombre de paramètres dépendent du modèle. Tous les paramètres n'ont pas une signification physique.

Un modèle hydrologique conceptuel permet de représenter les principaux processus de la relation pluie-débit sans décrire les lois physiques les régissant. Ce type de modèle consiste généralement en des réservoirs interconnectés, dans lesquels le niveau augmente et diminue avec le temps et

3.7 Surveillance des données pluviométriques

représente les différents compartiments hydrologiques d'un bassin versant.

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux modèles conceptuels à réservoirs, déterministes et globaux, et nous supposons que les modèles sont calibrés. L'avantage d'une approche conceptuelle est que le modèle est simple d'un point de vue mathématique. Ainsi, les processus hydrologiques sont estimés à l'aide d'équations simples plutôt que par la résolution d'équations différentielles partielles, ce qui facilite la configuration et le calage [Aghakouchak and Habib, 2010].

On s'intéresse particulièrement au modèle GR4H [Mathevet, 2005], [Perrin et al., 2007]. Les variables d'entrées et de sorties sont respectivement la pluie et le débit. Le modèle fonctionne au pas de temps horaire. Sa structure est basée sur l'interconnexion de trois réservoirs (production, transfert et routage), et dépend de quatre paramètres. La figure 3.21 présente son schéma de fonctionnement qui suit les étapes suivantes :

- Le réservoir de production retient une partie de la pluie en fonction de son niveau de remplissage initial. Le remplissage du réservoir de production traduit l'état d'humidité du sol.
- La pluie efficace (différence entre les précipitations et l'évapotranspiration (ETP)) est ensuite répartie sur les futurs pas de temps à l'aide d'un hydrogramme unitaire.
- Ensuite la lame d'eau vient progressivement alimenter un réservoir de routage qui échange avec l'extérieur du bassin.
- Finalement, le débit est calculé en rajoutant le ruissellement.

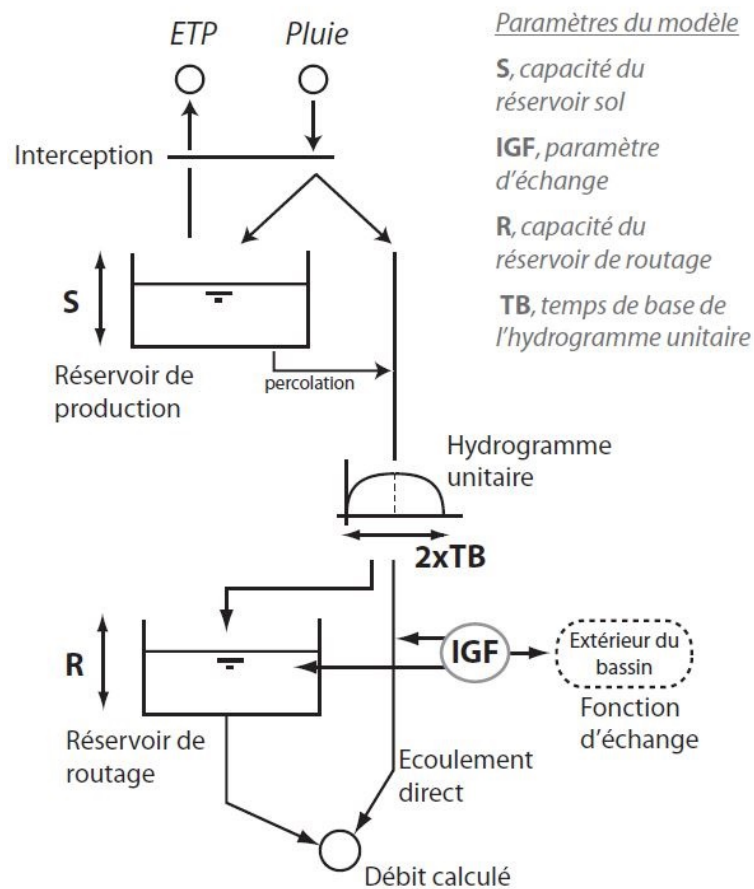


FIGURE 3.21 – Schéma fonctionnel du modèle GR4H [Lerat, 2009]

3.7.2 Surveillance des états

Pour réaliser une simulation sur un modèle hydrologique, il est nécessaire de spécifier les conditions initiales de la simulation. Ces dernières sont les variables d'état (niveau de remplissage des réservoirs) au premier pas de la simulation. Les conditions hydrologiques initiales ont un impact important sur la qualité de la prévision des débits [Shukla and Lettenmaier, 2011].

Les erreurs sur les états initiaux ont autant d'influence sur la qualité de la prévision du débit que celles liées aux prévisions météorologiques [Kirchner, 2009]. Par conséquent, une meilleure connaissance des conditions hydrologiques initiales améliore la prévision du débit [Shukla and Lettenmaier, 2011].

Les conditions initiales dépendent de plusieurs paramètres : l'évapotranspiration, la composition du sol et principalement les pluies antérieures qui sont mesurées par des pluviomètres ou des radars. Plusieurs raisons peuvent conduire à des incertitudes lors de l'estimation des précipitations telles que : la capacité technique des pluviomètres à mesurer des événements de pluies intenses, ou un faible maillage des pluviomètres qui ne permet pas la représentation spatiale du bassin versant en question [Ly et al., 2013]. Les mesures de précipitation révèlent souvent des incertitudes, voire des manques dans les données, et en conséquence, une interruption de la connaissance de l'état des réservoirs du modèle.

Des contributions récentes à la littérature s'intéressent aux incertitudes des précipitations mesurées. Certaines études ont suggéré des méthodes pour mieux prendre en compte les incertitudes liées aux précipitations lors du calage des modèles pluie-débit. Kuczera et al considèrent la pluie à chaque pas de temps comme un paramètre du modèle qui doit être calé [Kuczera et al., 2006]. Cependant, le nombre de paramètres à calibrer devient très important.

Le débit mesuré au niveau de l'exutoire est une donnée relativement fiable qui peut être utilisée pour déterminer les états des réservoirs en inversant le modèle hydrologique. Nous proposons un algorithme de reconstitution des précipitations à partir de chroniques de débits mesurés afin d'estimer l'état des réservoirs. L'algorithme consiste à rechercher la série chronologique pluviométrique horaire générant les débits observés. Les précipitations ainsi reconstituées sont réinjectées dans le modèle hydrologique pour déterminer l'état des réservoirs.

3.7.3 Méthodologie

La reconstitution des précipitations consiste à déterminer les événements de pluie de sorte que, lorsque ces événements sont injectés dans le modèle hydrologique, les débits simulés se rapprochent des débits observés. En d'autres termes, il s'agit de rechercher à chaque pas de temps la valeur de pluie minimisant la différence entre la sortie du modèle hydrologique et le débit mesuré. On rappelle que le modèle est supposé calibré, c'est à dire que les paramètres du modèle sont fixes. La figure 3.22 présente le schéma d'identification des précipitations.

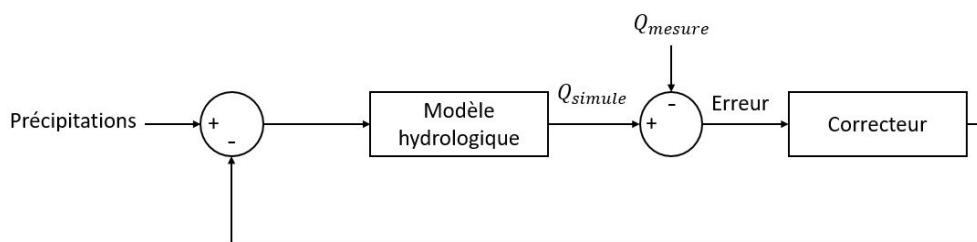


FIGURE 3.22 – Méthodologie d'identification des précipitations

3.7 Surveillance des données pluviométriques

La méthodologie s'articule autour de trois étapes :

- Générer un vecteur des précipitations.
- Réaliser une simulation avec ce vecteur sur le modèle calibré et évaluer l'erreur définie par l'écart entre le débit simulé et le débit mesuré.
- Intégrer cette erreur et générer un nouveau vecteur des précipitations qui réduit l'erreur.

La complexité de ce problème est principalement due à deux raisons :

- Le modèle hydrologique est une boîte noire : la fonction mathématique de transformation et ses dérivées ne sont pas connues.
- Le modèle hydrologique a une représentation d'état. Ainsi, une mauvaise estimation d'une valeur de pluie à un instant modifiera les états sur tout l'horizon de simulation, ce qui impacte la recherche des valeurs de pluie postérieures à cet instant.

3.7.4 Formulation mathématique

Notons $P = \{P_t | t \in [0; n]\}$, $Q_{simule}(P)$ et Q_{mesure} le vecteur des précipitations, le vecteur des débits simulés correspondant au vecteur P , et le vecteur des débits mesurés, respectivement ; n étant le nombre de pas de temps de l'horizon et P_t la pluie à l'instant t . Soit $E(P)$ le vecteur d'erreur correspondant au vecteur P :

$$E(P) = Q_{mesure} - Q_{simule}(P) \quad (3.19)$$

Le problème de reconstruction des précipitations par un modèle hydrologique peut être considéré comme un problème d'optimisation sous contraintes.

Une fonction objectif doit être définie afin de quantifier la différence entre le débit observé et le débit simulé par le modèle hydrologique. Afin d'éviter la compensation des erreurs de signes opposés, la norme l_1 , somme des valeurs absolues des éléments du vecteur $E(P)$, est utilisée comme fonction objectif. Le problème de reconstitution est donné par :

$$\begin{cases} \text{Min}_{P \in \mathcal{R}^n} |E(P)| \\ \forall t \in \{1, 2, \dots, n\} \quad P_t \geq 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

Théoriquement, un vecteur P existe, pour lequel la fonction objectif est nulle, néanmoins l'ensemble des débits mesurés contient des incertitudes et la modélisation du bassin versant est approximative. Par conséquent, la fonction objectif ne peut pas atteindre sa valeur minimale théorique et les précipitations obtenues ne correspondent pas exactement aux vraies valeurs de la pluie. Cela dit, notre objectif n'est pas de retrouver les vraies valeurs de la pluie, ni de les confronter aux mesures des pluviomètres, mais plutôt d'identifier l'état des réservoirs afin d'améliorer la prédiction des débits.

3.7.5 Méthode de résolution

Les problèmes d'optimisation dans les modèles hydrologiques sont généralement complexes en raison de la non-linéarité des équations mathématiques et de la structure des modèles. Les heuristiques de recherche optimale peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes locales et les méthodes globales.

Les méthodes locales explorent de manière progressive et évolutive l'espace des variables à partir d'une valeur initiale. L'exploration de l'espace se fait uniquement dans la direction où il est possible d'améliorer la valeur de la fonction objectif [Michiels et al., 2007]. Les méthodes globales explorent un vaste espace de recherche et permettent donc d'identifier, en principe, l'optimal global et d'éviter

les optimums locaux. Parmi ces méthodes, on peut citer : le recuit simulé [De Vicente et al., 2003], les algorithmes génétiques [Mitchell, 1998] et les réseaux de neurones [Basheer and Hajmeer, 2000].

L'algorithme d'optimisation mis en œuvre ici est global, itératif et améliore la fonction objectif à chaque itération. Une simulation de modèle est réalisée à chaque itération. Soit $P^k = \{P_t^k | t \in [0; n]\}$ le vecteur de précipitations et P_t^k la précipitation à l'instant t , à l'itération k . L'algorithme commence la recherche avec un vecteur nul $P^0(0, 0, \dots, 0)$ et évolue vers le vecteur optimal. A chaque itération, la formule de récurrence de l'équation (3.21) est appliquée :

$$P^{k+1} = P^k + [\beta^k]^T I(P^k) \quad (3.21)$$

Avec $I(P^k) = \{I_t(P^k) | t \in [0; n]\}$ un vecteur indicateur et $\beta^k = \{\beta_t^k | t \in [0; n]\}$ un vecteur de correction à l'itération k . $[\beta^k]^T$ est la transposée de β^k .

Chaque bassin versant a sa propre réaction à un événement pluvieux. Pour déterminer la réponse du modèle hydrologique à un événement de pluie, nous considérons une base de données contenant les résultats de chaque simulation réalisée lors des itérations précédentes. L'algorithme se sert des simulations de la base de données pour déduire les corrections à apporter sur le vecteur de précipitations, afin que le prochain vecteur de précipitations en entrée puisse diminuer la fonction objectif. Une première simulation avec le vecteur $P^0(10mm, 0, \dots, 0)$ est réalisée pour initialiser la base de données.

Chaque précipitation P_t a un effet sur le débit tout au long du temps de concentration m du bassin versant [Haan et al., 1994]. En d'autres termes, P_t a un effet sur $\{Q_t, Q_{t+1}, \dots, Q_{t+m}\}$. Afin de considérer l'erreur sur la période $[t; t + m]$, l'indicateur défini est le produit de convolution des deux fonctions : $f = Q^{simule}(P) - Q^{mesure}$ et $g = Q^{simule}(P) - Q^{simule}(P^0)$. L'indicateur I , pour un vecteur de pluie P , et pour un instant t , est donné par :

$$I_t(P) = \sum_{k=0}^m f_{t+k} g_k \quad (3.22)$$

Les vecteurs f et g représentent respectivement l'erreur de la simulation et la signature du modèle. L'indicateur I est une mesure de similarité des deux vecteurs (f, g) et est défini en fonction du déplacement de l'un par rapport à l'autre. En d'autres termes, cela correspond à une mesure de corrélation croisée [Gubner, 2006].

L'algorithme sélectionne les points qui nécessitent des corrections, c'est-à-dire les instants pour lesquels la valeur de $I(P)$ est significative. Soit r un de ces instants. L'algorithme recherche dans la base de données des événements de pluie similaires à celui de l'instant r . Soit $EV(r)$ l'ensemble des instants des événements pluvieux similaires à celui de l'instant r . La mesure de similarité est basée sur trois critères : la distance temporelle entre les deux événements, le cumul des précipitations et la quantité de pluie instantanée. Sur la base de ces trois critères, un coefficient correcteur β_r^k est calculé à l'aide de la formule empirique suivante :

$$\beta_r^k = Moyenne_{l \in EV(r)} \left(\frac{P_l^k - P_l^{k-1}}{I_l(P^k) - I_l(P^{k-1})} \right) \quad (3.23)$$

Les étapes de l'algorithme de reconstitution sont illustrées à la figure 3.23.

À chaque itération k , l'algorithme génère un vecteur de précipitations efficaces, P^k , qui est simulé sur un modèle hydrologique calibré pour obtenir les débits correspondants. L'indicateur est ensuite calculé pour évaluer la pertinence du vecteur P^k . Les erreurs révélées par l'indicateur sont corrigées en modifiant les événements de pluie aux intervalles de temps correspondants. Les corrections à réaliser sur le vecteur P^k sont données par les équations (3.21), (3.22) et (3.23). L'équation (3.23) utilise les anciennes simulations présentes dans la base de données. Lors des premières itérations,

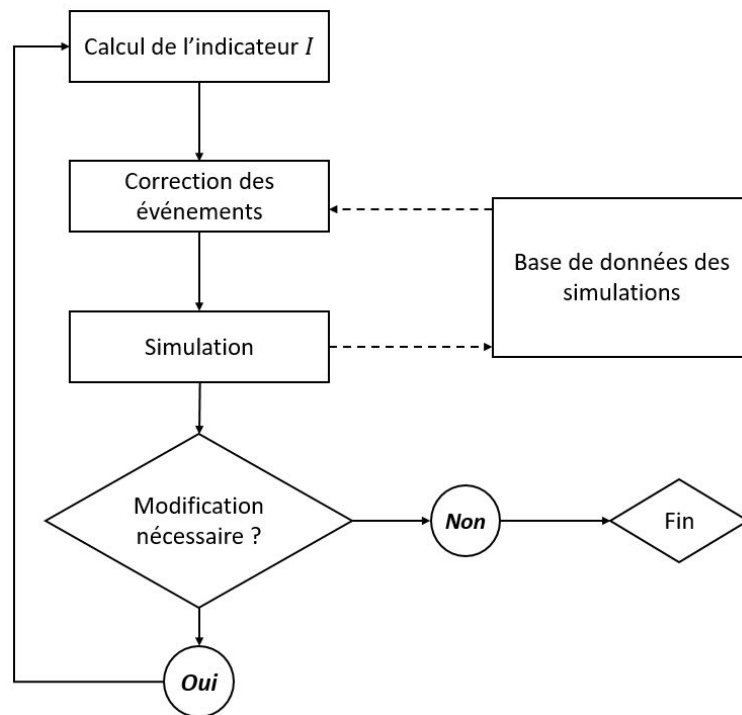


FIGURE 3.23 – Algorithme de reconstitution des pluies

il existe peu de simulations dans la base de données, par conséquent, les corrections proposées ne sont pas précises, mais à mesure que la base de données s'enrichit, l'algorithme devient plus efficace et plus rapide.

3.8 Conclusion

La modélisation par graphe d'un système hydrographique permet de prendre en compte les contraintes physiques du système, c'est à dire, la conservation des flux, les contraintes de capacité ainsi que les dynamiques de transfert hydraulique. Les contraintes de gestion des retenues et des biefs sont considérées sous forme de coûts unitaires linéaires par morceaux et croissants. La problématique de l'allocation de la ressource en eau revient à modéliser le système hydrographique par un graphe étendu et à déterminer la circulation de coût minimal.

Les données hydrométriques et hydrologiques, essentielles à la gestion, sont surveillées en continu. L'objectif étant d'analyser la cohérence de l'ensemble des données, de les vérifier et de les ajuster le cas échéant. La validation des données en continu permet de disposer de conditions initiales adéquates et sûres dans l'objectif d'avoir un diagnostic fiable de la ressource en eau disponible.

La mise en œuvre du modèle d'allocation de la ressource en eau, ainsi que les algorithmes de surveillance des données hydrométriques et des données pluviométriques sont décrits dans le chapitre suivant.

Evaluation de la stratégie de gestion

Sommaire

4.1	Introduction	99
4.2	Système hydrographique de la Haute Vilaine	100
4.2.1	Description du cas d'étude	100
4.2.2	Préparation des données nécessaires à la gestion	101
4.2.3	Modélisation du système hydrographique	104
4.2.4	Les coûts unitaires	105
4.2.5	Analyse des résultats	105
4.3	Système hydrographique de l'Arrats	110
4.3.1	Description du système	110
4.3.2	Modélisation des transferts hydrauliques	112
4.3.3	Reconstitution des débits	114
4.4	Système hydrographique de l'Echez	114
4.4.1	Validation de l'algorithme de reconstitution des pluies	114
4.4.2	Amélioration des prévisions hydrologiques	115
4.5	Conclusion	116

4.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de mettre en œuvre les modèles et algorithmes proposés aux chapitres précédents. Trois cas d'études de systèmes hydrographiques sont considérés : Haute Vilaine, Arrats et Echez.

Dans la deuxième section, l'approche proposée de gestion de la ressource en eau est appliquée pour la gestion des trois retenues du bassin versant de la Haute-Vilaine afin de protéger trois zones vulnérables des inondations. Les résultats obtenus par notre approche sont comparés avec ceux issus d'une stratégie de référence consistant à considérer les retenues transparentes (ni stockage, ni déstockage).

Dans la troisième section, le modèle de stockage résiduel est appliqué sur un bief de l'Arrats d'une longueur de 40km. Les paramètres du modèle sont calibrés sur un premier événement avant de valider le modèle sur un second événement. Les résultats obtenus sont comparés à ceux du modèle de Muskingum.

Pour évaluer la capacité de l'algorithme de reconstitution des débits à représenter l'état courant des débits d'un cours d'eau sur son profil en long, nous reconstituons les débits d'une station intermédiaire considérée peu fiable.

Dans la quatrième section, l'algorithme de reconstitution des précipitations est appliqué sur le bassin versant de l'Echez. La capacité de l'algorithme à inverser le modèle hydrologique GR4H est examinée. L'amélioration des prévisions hydrologiques grâce à la reconstitution des pluies et au suivi de l'état des réservoirs du modèle hydrologique est illustrée.

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

4.2.1 Description du cas d'étude

Le système hydrographique considéré est celui de la Haute Vilaine dans le département Ile et Vilaine en Bretagne (Cf. figure 4.1). Il est composé de trois retenues : Haute-Vilaine, Cantache et Valière. La rivière "la vilaine" a des confluences avec les rivières avales des retenues ainsi qu'avec Chevré. Cantache et Chevré sont des affluents rive droite de la Vilaine en amont de Rennes, tandis que Valière est un affluent rive gauche. Sur ce système hydrographique, trois zones sensibles à l'inondation sont identifiées : Vitré, Châteaubourg et Cesson. L'objectif de cette étude est de proposer des courbes indicatrices de lâcher pour la gestion des trois retenues lors d'un événement de crue.

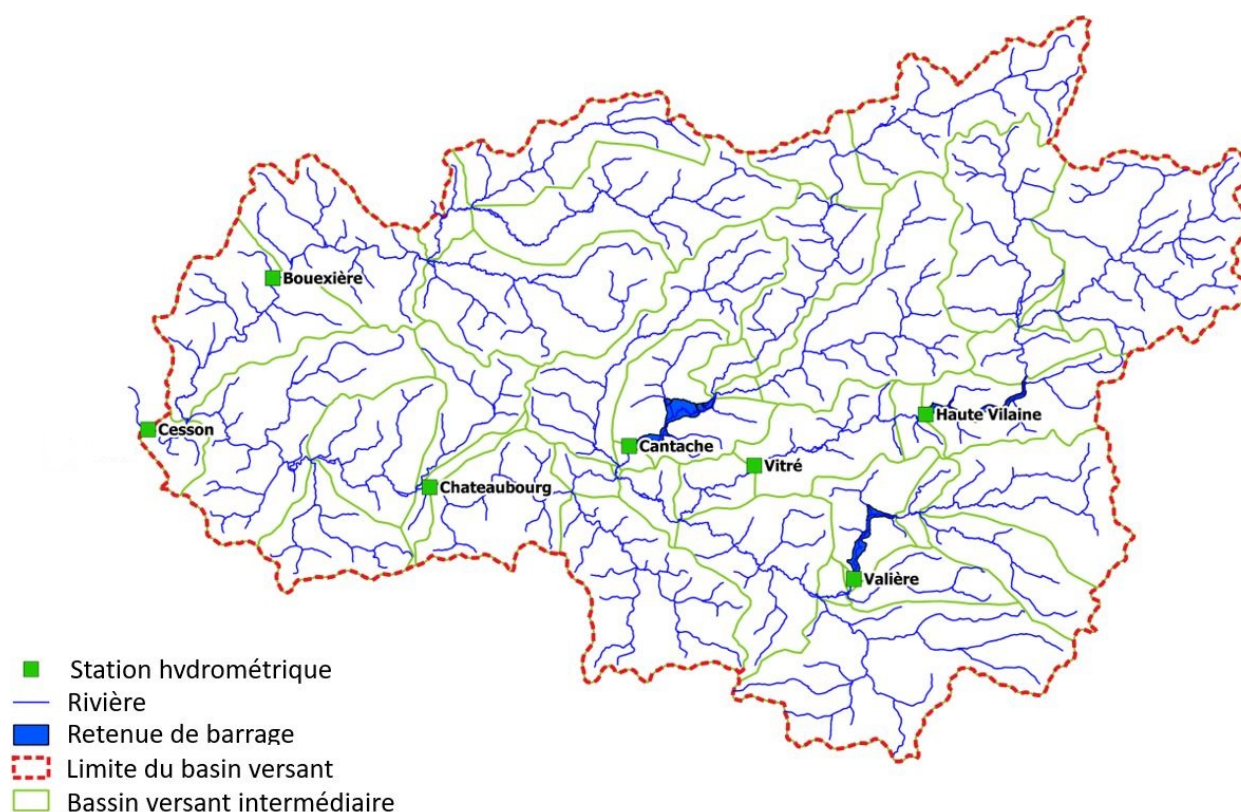


FIGURE 4.1 – Carte de la zone d'étude

Les caractéristiques physiques des trois retenues sont fournies dans la table 4.1.

Nom du barrage	Volume de la retenue (Mm³)	Volume utile (Mm³)
Valière	5.7	5.1
Haute-Vilaine	7.3	6.5
Cantache	6.8	6.3

TABLE 4.1 – Caractéristiques physiques des barrages

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

La hauteur d'eau au niveau du volume utile correspond au PHE. Le volume utile est le volume utilisé pour une finalité (alimentation en eau, irrigation...). La différence entre le volume de la retenue et le volume utile correspond au volume dédié principalement à la lutte contre les inondations.

Les caractéristiques morphométriques des bassins versants des trois retenues ainsi que celles du bassin versant de la rivière Chevré à la station "Bouexière" sont données dans la table 4.2.

<i>Rivière</i>	<i>Altitude max (m NGF)</i>	<i>Altitude min (m NGF)</i>	<i>Longueur de cours d'eau (km)</i>	<i>Pente moyenne (%)</i>	<i>Orientation</i>	<i>Occupation du sol</i>	<i>Surface du bassin versant drainant (Km²)</i>
<i>Vilaine</i>	195	25	108.9	0.16	Est/Ouest	A dominante agricole	124
<i>Cantache</i>	157	48	37.6	0.30	Nord-Est/Sud-Ouest	A dominante agricole	140
<i>Valière</i>	160	52	29.7	0.36	Sud-Est/Nord-Ouest	A dominante agricole	67
<i>Chevré</i>	130	33	43.2	0.22	Nord/Sud	A dominante agricole	153

TABLE 4.2 – Caractéristiques morphométriques des bassins versants

En raison du manque de mesures de débit à l'amont et à l'aval de chaque bief, l'identification de la dynamique des biefs n'a pas été possible. En conséquence, un temps de transfert fixe pour chaque bief a été considéré. La figure 4.2 illustre un schéma synoptique des rivières et des retenues, ainsi que les temps de transfert. Ces derniers sont issus d'une étude réalisée par la Compagnie d'aménagement des coteaux de Gascogne (CACG).

4.2.2 Préparation des données nécessaires à la gestion

La stratégie de gestion des trois retenues dépend principalement des variables suivantes :

- Le niveau de remplissage initial des retenues.
- L'hydrogramme d'apports des retenues et des apports intermédiaires.
- Les débits maximums tolérés pour chaque zone sensible afin d'éviter les inondations.

4.2.2.1 Apports des retenues

On s'intéresse aux apports naturels en amont des retenues. Pour cette étape, nous avons rassemblé les valeurs des débits mesurés disponibles. Ces données ont été collectées directement auprès des producteurs via le site de la Banque Hydro (www.hydro.eaufrance.fr). Les bassins versants des quatre rivières (Vilaine, Cantache, Valière et Chevré) se trouvent dans un secteur géographique homogène. Les rivières ont une majorité de points communs : pente faible, occupation du sol, altitude maximum. Ces similitudes permettent de prendre comme hypothèse que leur comportement en

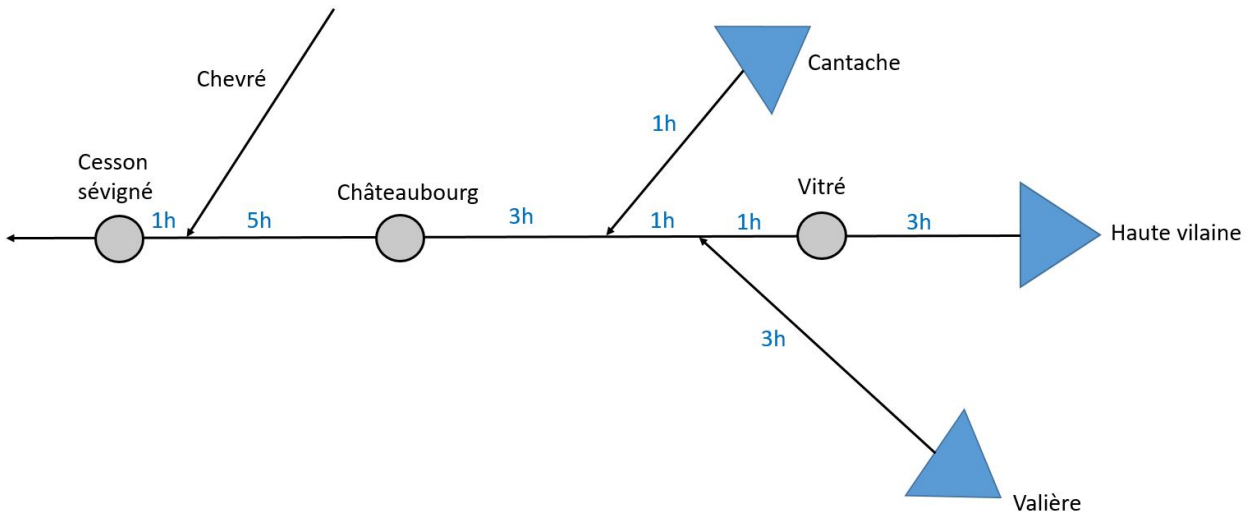


FIGURE 4.2 – Schéma synoptique des rivières et des retenues

période de crue est comparable. Par conséquent, on considère que le Chevré à la Bouexière (Code station : J7083110) constitue une station représentative pour le bassin versant de la Haute Vilaine. La restitution des hydrogrammes de crue à l’amont des trois retenues est basée sur les données de cette station.

On utilise la relation de Myer [MOURON, 1990] liant les débits de crue pour des bassins versants de caractéristiques morphologiques et climatiques comparables :

$$Q_A = Q_B \left(\frac{S_A}{S_B} \right)^\alpha \quad (4.1)$$

Avec Q_A et Q_B les débits de crue des bassins versants A et B , S_A et S_B les surfaces des bassins versants et α un exposant à déterminer à partir d’anciennes chroniques. La relation de Myer est basée sur l’hypothèse que deux cours d’eau géographiquement proches recevront une quantité de pluie proportionnelle à la taille de leur bassin versant et que leur comportement hydrologique est similaire. Sur la base d’anciennes chroniques dont dispose la CACG, le coefficient $\alpha = 0.85$ a été identifié pour le bassin versant de la Haute Vilaine.

On s’intéresse à la crue du premier janvier 2018. La figure 4.3 présente l’hydrogramme de crue mesuré à la Bouexière sur le Chevré.

En appliquant la relation de Myer, on obtient les hydrogrammes de crue à l’amont des retenues :

- Les apports à Cantache : $Q_{Cantache}(t) = \left(\frac{140}{153} \right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 0.93 Q_{Chevre}(t)$
- Les apports à Haute-Vilaine : $Q_{Haute_Vilaine}(t) = \left(\frac{124}{153} \right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 0.84 Q_{Chevre}(t)$
- Les apports à Valière : $Q_{Valiere}(t) = \left(\frac{67}{153} \right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 0.49 Q_{Chevre}(t)$

4.2.2.2 Apports intermédiaires

Dans le but de prendre en compte les débits intermédiaires dans le calcul des lâchers des 3 retenues, on les évalue au niveau des zones sensibles : Vitré, Châteaubourg et Cesson. L’évaluation des apports intermédiaires est basée sur la même méthodologie que celle utilisée pour les retenues. Les superficies des bassins versants intermédiaires sont données dans la table 4.3.

Les apports intermédiaires sont calculés comme suit :

- Les apports intermédiaires à Vitré : $Q_{App_Vitre}(t) = \left(\frac{26}{153} \right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 0.22 Q_{Chevre}(t)$

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

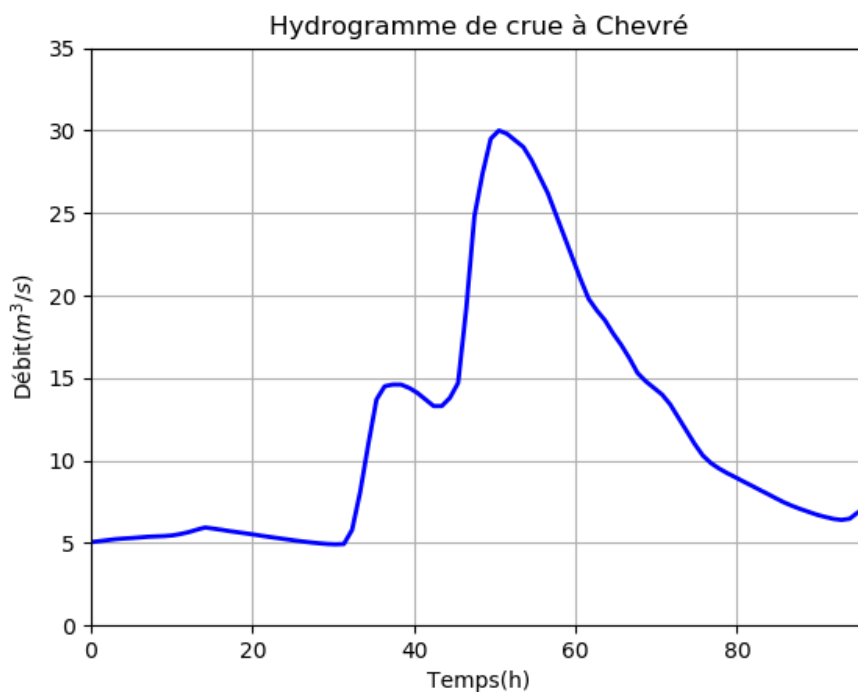


FIGURE 4.3 – Hydrogramme de crue à Chevré

Zone sensible	Barrage situé en amont	Surface du bassin versant intermédiaire (km²)	Partie non-contrôlée par les barrages (%)
Vitré	Haute-Vilaine	150-124=26	17%
Châteaubourg	Haute-Vilaine, Valière et Cantache	563-(67+124+140)=232	41%
Cesson	Haute-Vilaine, Valière et Cantache	854-(67+124+140+153)=370	61%

TABLE 4.3 – Caractéristiques des zones sensibles à l'aval des barrages

- Les apports intermédiaires à Châteaubourg : $Q_{App_Chateaubourg}(t) = \left(\frac{232}{153}\right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 1.42Q_{Chevre}(t)$
- Les apports intermédiaires à Cesson : $Q_{App_Cesson}(t) = \left(\frac{370}{153}\right)^{0.85} Q_{Chevre}(t) = 2.12Q_{Chevre}(t)$

Nous observons que les apports intermédiaires non contrôlés par les retenues apportent un débit non négligeable en période crue au niveau des zones sensibles étudiées. La figure 4.4 présente l'ensemble des apports que reçoit le système hydrographique de la vilaine.

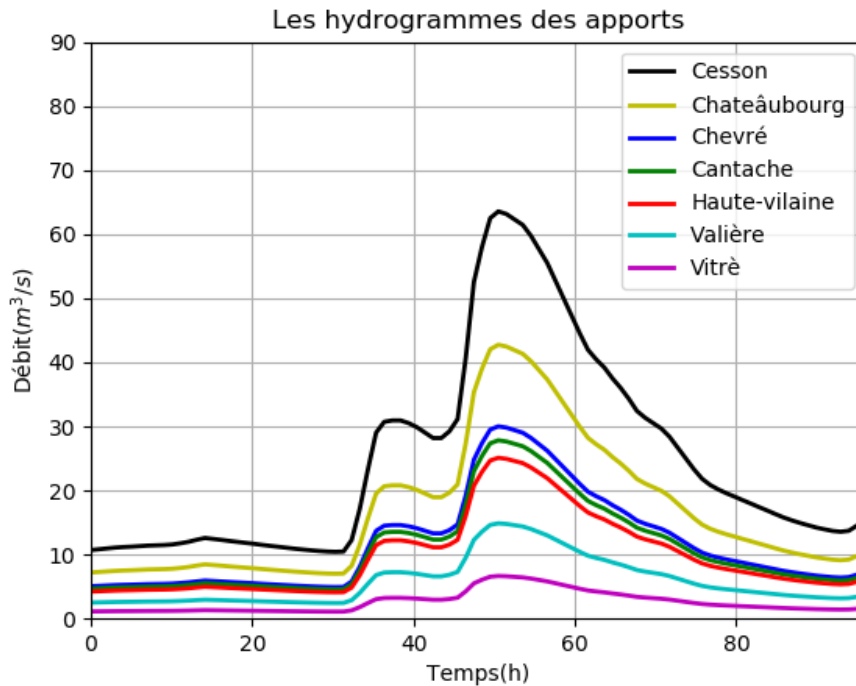


FIGURE 4.4 – Les hydrogrammes des apports

4.2.2.3 Débits maximums acceptables

Les zones sensibles aux inondations dans la vallée de la Vilaine se situent :

- à Vitré où un débit de $7m^3/s$ correspond à une situation de vigilance. Le débit minimal à Vitré est de l'ordre de $0.5m^3/s$. Il s'agit d'un débit de dilution en aval de Vitré (rejets des stations d'épuration communales ou industrielles).
- à Châteaubourg où les premiers débordements sont observés pour un débit de $36m^3/s$. Le débit objectif d'étiage (DOE) à Châteaubourg est de l'ordre de $1m^3/s$.
- à Cesson où le débit de $50m^3/s$ est problématique. Le DOE à Cesson-Sévigné est de l'ordre de $1m^3/s$ également.

Ces débits seuils induisent une contrainte forte vis-à-vis des débits relâchés à l'aval des retenues en période de crue.

4.2.3 Modélisation du système hydrographique

La figure 4.5 illustre la modélisation statique du système par un réseau de transport. Les sommets *A*, *B* et *C* correspondent aux trois retenues : Cantache, Haute-Vilaine et Valière. Les sommets *D*,

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

E , F et G représentent les confluences de la vilaine avec les rivières en aval des retenues et Chevré. Les sommets H et I représentent Châteaubourg et Cesson. Les arcs e_{SA} , e_{SB} et e_{SC} modélisent les apports des retenues, les arcs e_{SE} , e_{SH} et e_{SI} les apports intermédiaires, et l'arc e_{SG} les apports du Chevré.

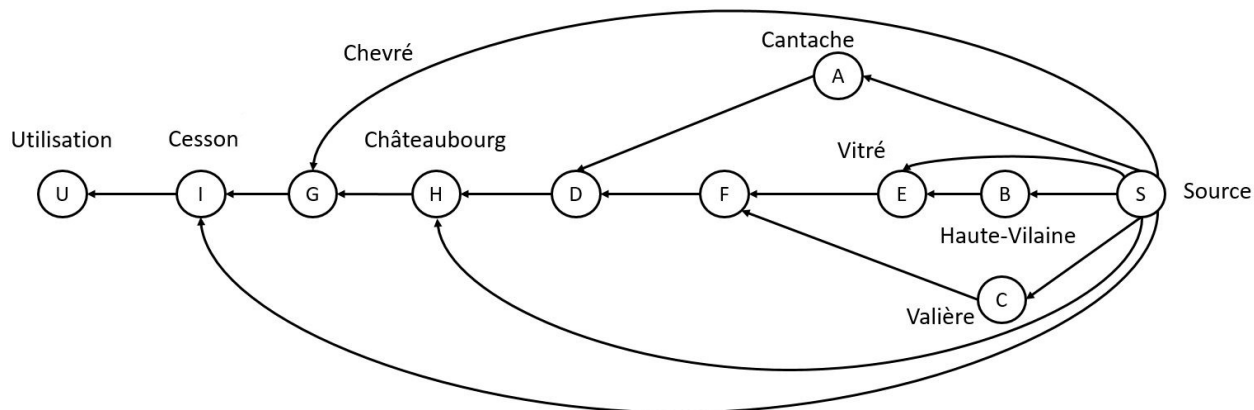


FIGURE 4.5 – Modélisation du système hydrographique par un réseau de transport

4.2.4 Les coûts unitaires

Afin de gérer les lâchers des retenues, nous affectons, au dernier pas de temps de la simulation, aux trois arcs modélisant les retenues les coûts unitaires fournis sur la figure 4.6. En effet, seuls l'état de la retenue au dernier pas de temps est recherché, car les états intermédiaires ne génèrent pas de gain ou de perte.

Le coût unitaire de chaque retenue est constitué de deux segments de droite : un premier segment de coût unitaire négatif pour modéliser le remplissage de la retenue jusqu'à atteindre son volume utile, et un deuxième segment de coût positif entre le volume utile et le volume maximal. Le deuxième segment est de coût positif car ce volume doit être vidé dès que son évacuation ne présente pas de risque d'inondation à l'aval afin qu'il redevienne disponible pour une future crue le cas échéant.

Des coûts unitaires sont également considérés sur les arcs modélisant les zones sensibles à l'inondation (e_{EF} , e_{HG} et e_{IU}), à tous les pas de temps de la simulation. Ces derniers sont représentés sur la figure 4.7.

Le coût unitaire est constitué de trois segments de droite : le premier entre zéro et le débit minimum, le deuxième entre le débit minimum et le débit d'inondation et un dernier segment entre le débit d'inondation et un débit "infini".

4.2.5 Analyse des résultats

Nous proposons d'évaluer la **stratégie de gestion** développée lors d'un événement de crue à Vitré, Châteaubourg et Cesson. Nous prenons comme hypothèse que la prévision sur 96 heures (4 jours) des apports est parfaite (pas d'incertitude) et que les retenues sont remplies à 100% à l'instant initial. Nous comparons, pour chaque zone sensible, les deux hydrogrammes résultant de deux stratégies de référence et de gestion :

- **Stratégie de référence** : elle consiste à considérer que les retenues sont transparentes, c'est à dire, que leur niveau de remplissage est constant. L'hydrogramme résultant de cette stratégie au niveau d'une zone sensible est dit « non-laminé ». Il est constitué de l'hydrogramme du

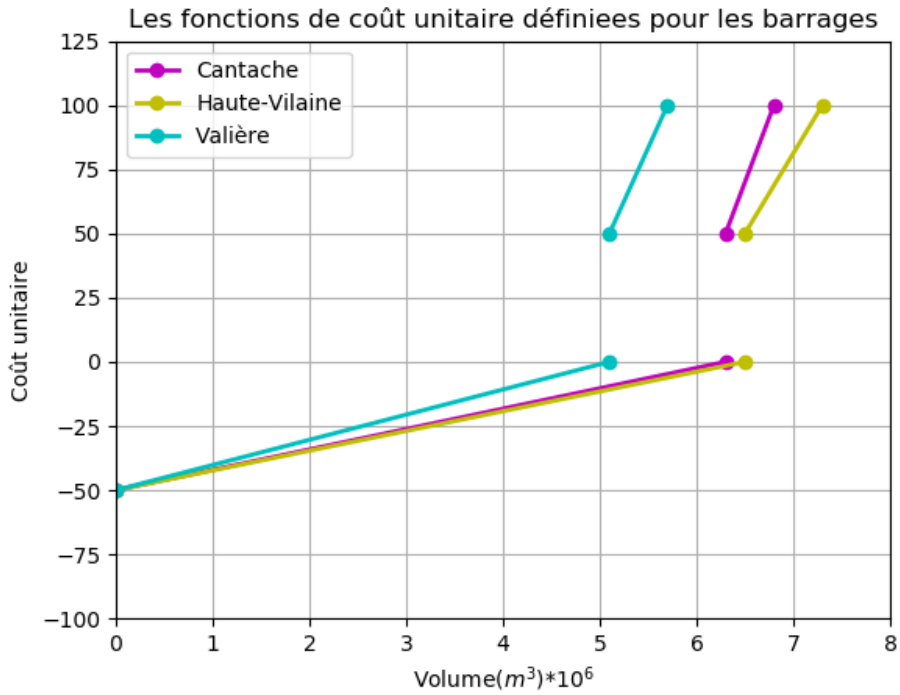


FIGURE 4.6 – Les coûts unitaires des barrages

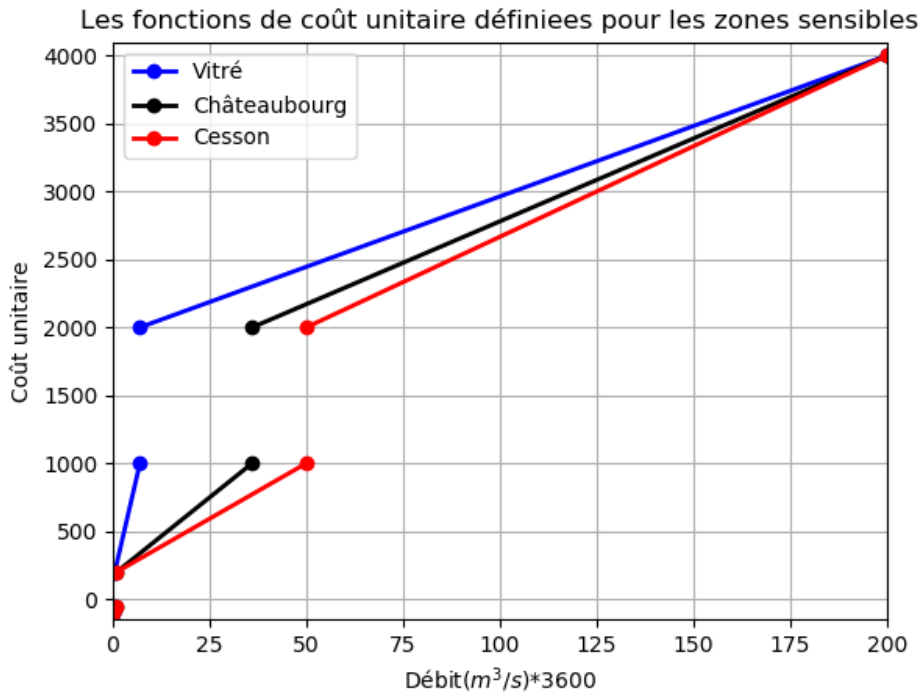


FIGURE 4.7 – Les coûts unitaire définis pour les zones sensibles

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

bassin versant intermédiaire additionné des hydrogrammes des retenues situées à l'amont de la zone, décalés dans le temps en fonction du temps de transfert qui les sépare.

- **Stratégie de gestion** : l'hydrogramme résultant de cette stratégie au niveau d'une zone sensible est dit « laminé ». Il est constitué de l'hydrogramme du bassin versant intermédiaire additionné des lâchers effectués par les retenues situées à l'amont de la zone, décalés dans le temps en fonction du temps de transfert qui les sépare.

Les figures 4.8, 4.9 et 4.10 présentent les hydrogrammes de crue laminés et non-laminés à Vitré, Châteaubourg et Cesson, respectivement.

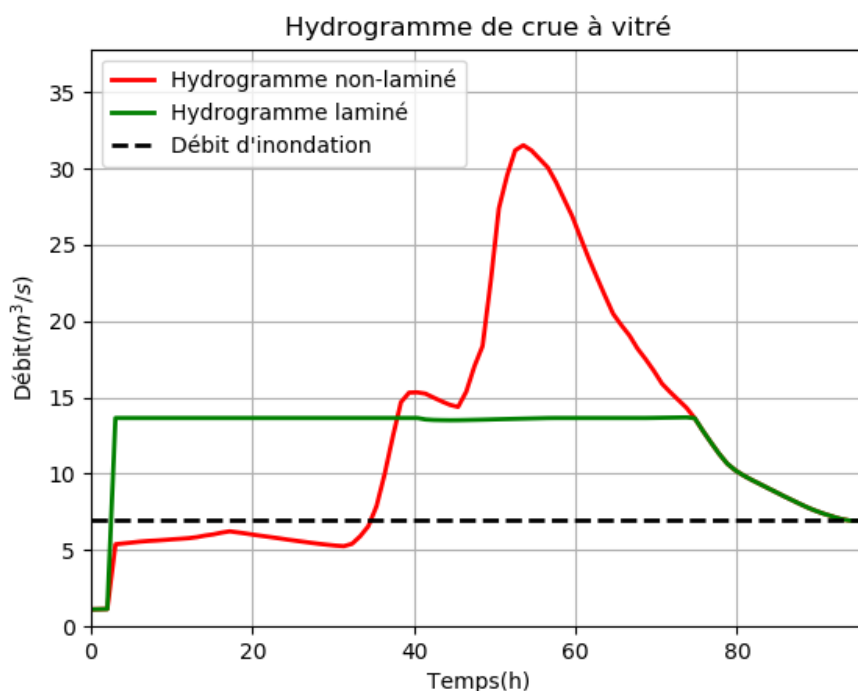


FIGURE 4.8 – Hydrogramme de crue à Vitré

Pour chaque zone sensible, les intégrales des deux hydrogrammes sont égales. Les intégrales correspondent au volume transitant par la zone sur la période de la simulation. La différence entre les deux gestions réside dans la manière de répartir le volume transitant dans le temps.

Les débits au niveau des trois zones sensibles, pour les deux stratégies, dépassent les seuils d'inondation. Ceci est principalement dû à la surface importante des bassins versants non-contrôlés par les retenues et par le volume des apports de Chevré à Cesson. En outre, l'hypothèse considérée sur le remplissage initial des barrages ne permet pas de stocker une grande partie de la crue. Cette hypothèse a été considérée afin que les deux stratégies soient soumises aux mêmes conditions.

Les débits de pic des hydrogrammes laminés au niveau des trois zones à l'aval sont nettement inférieurs aux débits de pic des hydrogrammes non-laminés. Les débits de pic ont été réduits de 56.33% à Vitré, 46.77% à Châteaubourg et 16.99% à Cesson. Cependant, les durées de dépassement des seuils d'inondation sont plus longues. La stratégie de gestion proposée réduit le pic de la crue en répartissant le volume sur la durée de la simulation. En effet, les dégâts causés par une crue sont proportionnels à son pic, alors que les durées de dépassement des seuils d'inondation impactent uniquement le temps nécessaire pour que les rivières regagnent leur lit mineur.

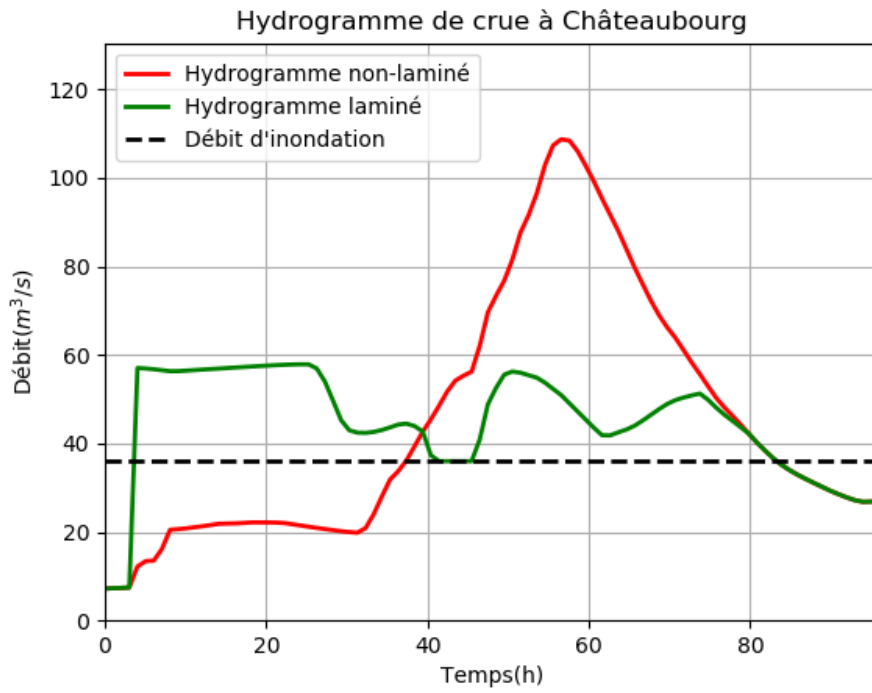


FIGURE 4.9 – Hydrogramme de crue à Chateaubourg

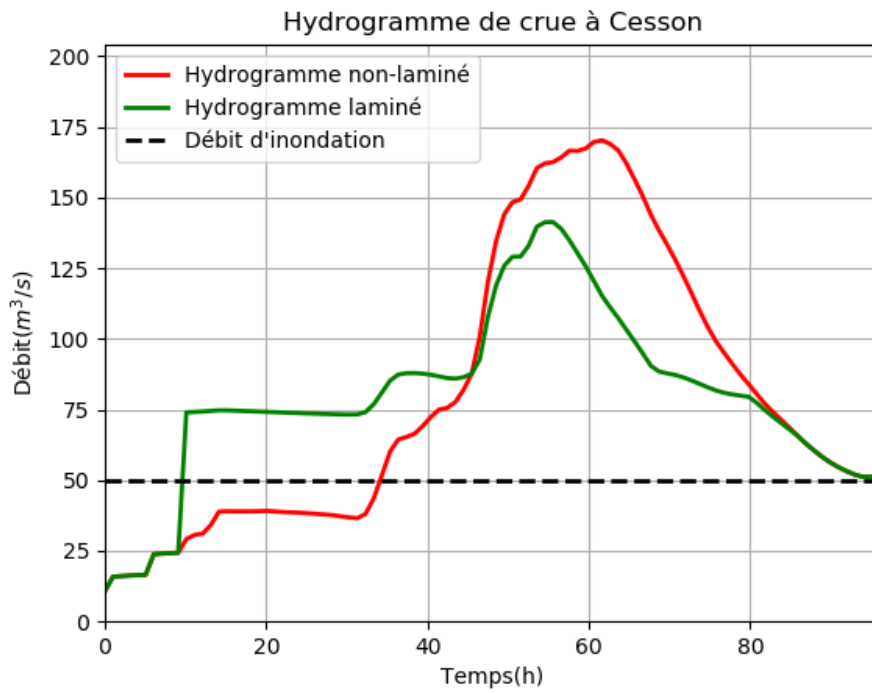


FIGURE 4.10 – Hydrogramme de crue à Cesson

4.2 Système hydrographique de la Haute Vilaine

	Débit de pic (m^3/s)			Durée de dépassement (h)	
	Hydrogramme non-laminé	Hydrogramme laminé	Réduction (%)	Hydrogramme non-laminé	Hydrogramme laminé
Vitré	31.52	13.70	56.53	56	90
Châteaubourg	108.73	57.88	46.77	46	74
Cesson	170.30	141.35	16.99	62	86

TABLE 4.4 – Synthèse des résultats

La table 4.4 synthétise les observations significatives extraites des figures 4.8, 4.9 et 4.10.

Les figures 4.11 et 4.12 illustrent les lâchers effectués par les retenues et l'évolution du volume des retenues en pourcentage.

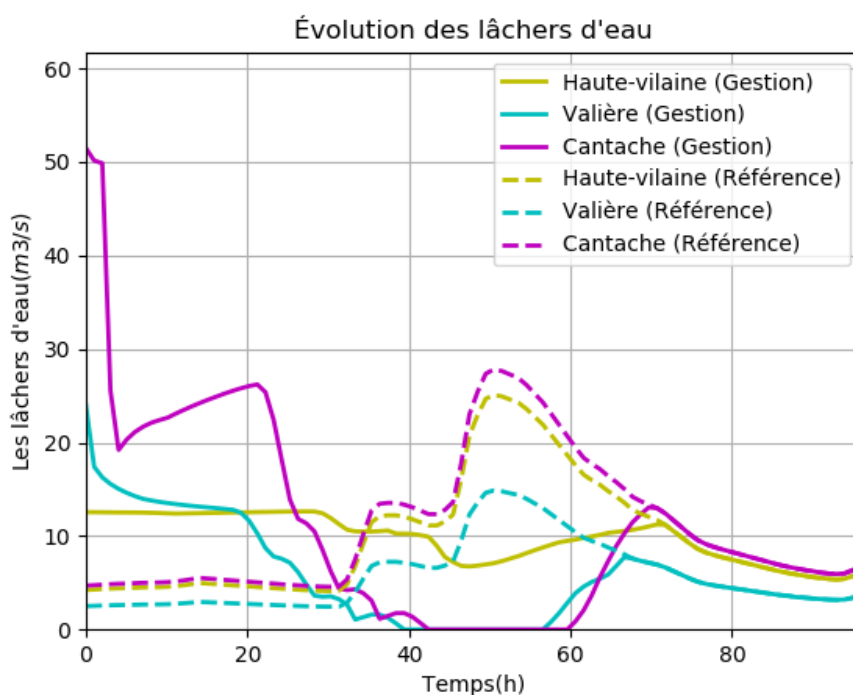


FIGURE 4.11 – Évolution des lâchers d'eau

La stratégie de gestion proposée ici gère l'événement de crue sur tout l'horizon. Dans un premier temps les retenues se vident pour préparer le stockage du pic de la crue. Du fait des temps de transfert, la vidange des retenues est observée avec un décalage sur les hydrogrammes de crue à Vitré, puis à Châteaubourg et finalement à Cesson. À l'arrivée du pic de la crue, contrairement à la stratégie de référence qui consiste à lâcher tous les apports reçus à l'amont des retenues, la stratégie de gestion tire profit des espaces libérés dans les retenues pour stocker le pic sans effectuer de lâcher, hormis pour le barrage de Haute-vilaine.

Le réseau de transport considéré comprend 1154 sommets, 1824 arcs, 291 coûts unitaires et 582 discontinuités. Le temps de calcul pour trouver la stratégie optimale de gestion est de quelques secondes sur un ordinateur présentant les caractéristiques suivantes : Core i7, 2,5 GHz, 16 Go de RAM.

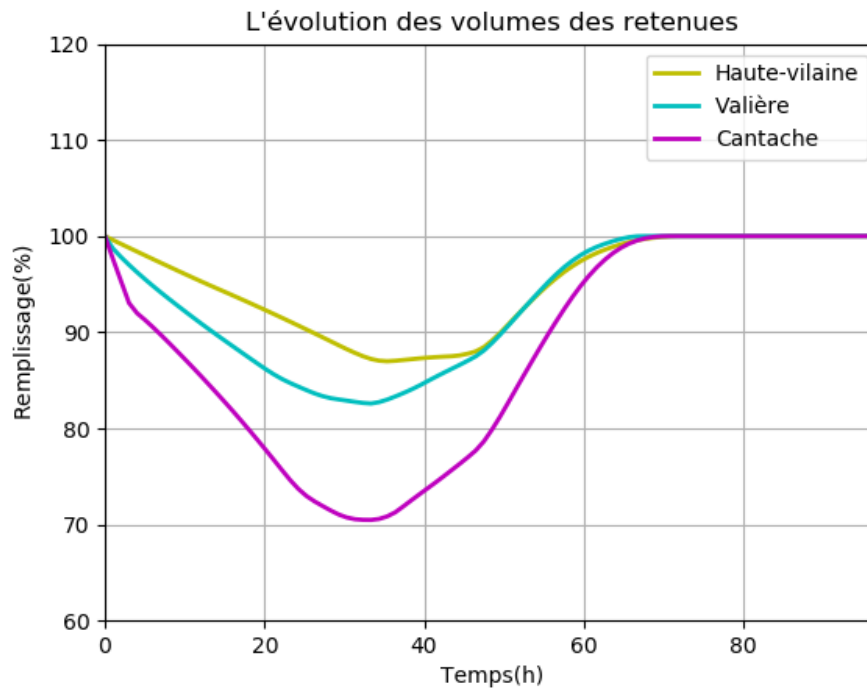


FIGURE 4.12 – Évolution des volumes des retenues

4.3 Système hydrographique de l'Arrats

4.3.1 Description du système

Le canal de la Neste est situé dans le département des Hautes-Pyrénées dans le sud ouest de la France. Il a été construit entre 1824 et 1862 afin de ré-alimenter les neuf rivières de Gascogne par l'acheminement de volumes d'eau, issus de la fonte des neiges des hautes montagnes Pyrénéennes à travers le plateau de Lannemezan. En effet, les rivières de Gascogne ne bénéficient pas naturellement des ressources en eau des Pyrénées. Le canal de la Neste est alimenté au niveau de Sarrancollin par une prise de la rivière Neste avec un débit maximum de $14m^3/s$. Un chapelet de barrages intermédiaires en tête des rivières de coteaux a été installé : ils se remplissent en hiver et sont utilisés en été pour soutenir l'irrigation. La figure 4.13 présente le canal et les rivières de la Gascogne.

L'Arrats est une rivière du système Neste, ré-alimentée par le barrage de coteau, l'Astarac ($10Mm^3$), qui se remplit à partir des volumes déviés du canal de la Neste. L'Arrats est un affluent rive gauche de la Garonne. Elle est équipée de cinq stations hydrométriques, Astarac, Isle Arné, Mauvezin, Bives et Saint Antoine, permettant de suivre l'évolution du débit le long de la rivière. La station de mesure Astarac est située directement à l'aval du barrage et à pour but de réguler l'ouverture de sa vanne. La figure 4.14 représente la disposition géographique et le temps de transfert entre les stations.

Le barrage a pour objectif de respecter le débit minimum objectif le long de la rivière. Le calcul de la consigne de lâcher prend en compte les apports intermédiaires futurs, les prélèvements et les phénomènes de propagation. La distance entre le barrage et la confluence avec la Garonne est de $130km$, équivalent à 54 heures de temps de transfert.

4.3 Système hydrographique de l'Arrats

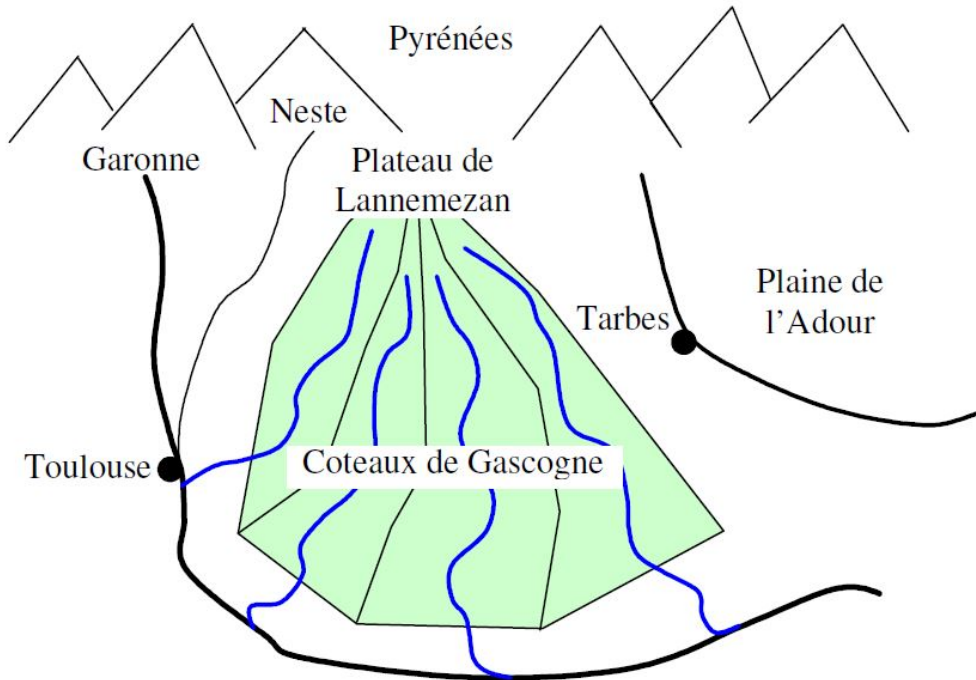


FIGURE 4.13 – Réseau hydrographique des coteaux de Gascogne [Parent, 1991]

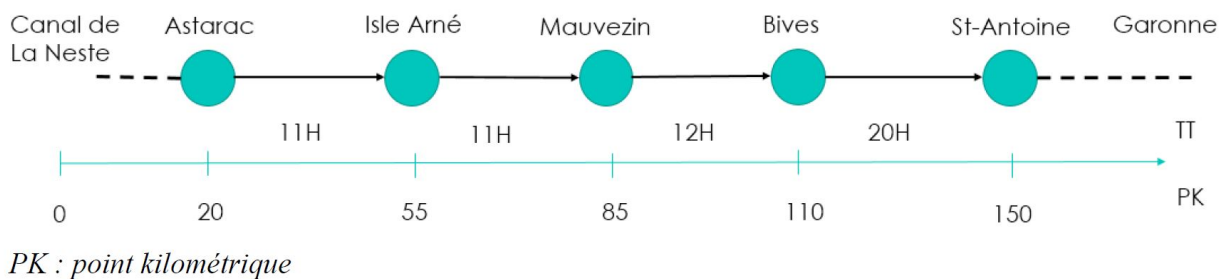


FIGURE 4.14 – Système Arrats

4.3.2 Modélisation des transferts hydrauliques

Le modèle de stockage résiduel (MSR) a été appliqué sur les quatre biefs de l'Arrats, délimités par les stations hydrométriques à leur extrémité. Le but de cette section est d'évaluer la capacité du MSR à reproduire le débit mesuré. Nous nous intéressons au dernier bief entre Bives et St-Antoine d'une longueur de 40 km.

4.3.2.1 Calibration

L'hydrogramme choisi pour la calibration est un événement de 200 heures mesuré aux stations hydrométriques de Bives et de St-Antoine au cours de la période du 03/07/2018 au 11/07/2018. Les débits sont enregistrés au pas de temps horaire. La calibration du modèle a permis de déterminer les paramètres du modèle : $TT = 11h$, $\alpha = 0.82$ et $V'_0 = 6,23m^3$. Afin de comparer le MSR et le modèle de Muskingum, ce dernier a également été calibré et les paramètres identifiés sont $K = 198180.01$, $x = 0.02$ et $\Delta T = 10580s \approx 3h$.

La figure 4.15 présente les résultats obtenus suite à la calibration du MSR et de Muskingum. L'hydrogramme à St-Antoine, simulé par le MSR (courbe en rouge) est très proche de la mesure (courbe en bleu). L'erreur absolue de calibration du MSR est de 5.07%, celle de Muskingum est de 8.69%.

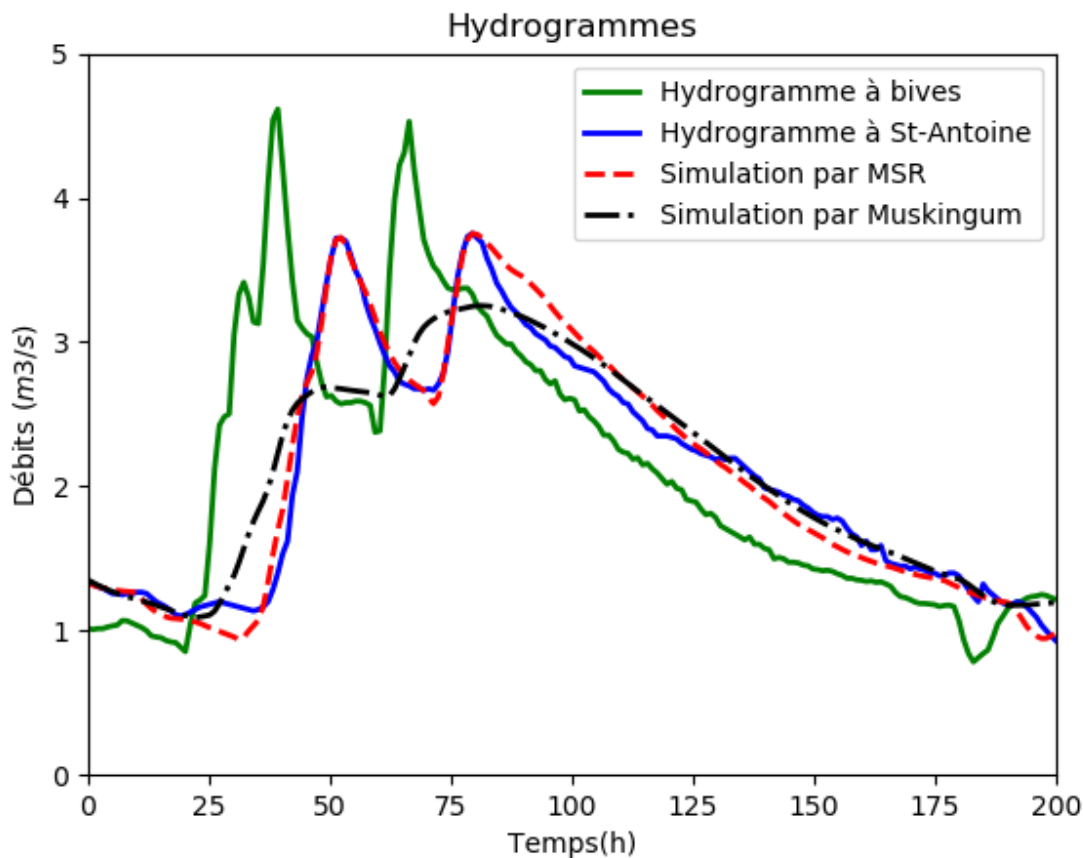


FIGURE 4.15 – Calibration du modèle résiduel de stockage

4.3 Système hydrographique de l'Arrats

4.3.2.2 Validation

Une fois les modèles MSR et Muskingum calibrés sur le bief Bives-Saint Antoine, ils sont appliqués sur d'autres événements afin d'évaluer la robustesse du modèle et des paramètres identifiés lors de la phase de calibration. Les deux modèles sont validés sur un événement de 320 heures correspondant à la période du 06/05/2018 au 20/05/2018. Les paramètres utilisés pour simuler les débits à St-Antoine sont ceux identifiés dans la phase de calibration.

Les débits mesurés à Bives et St-Antoine ainsi que les débits simulés avec les modèles MSR et Muskingum sont présentés sur la figure 4.16.

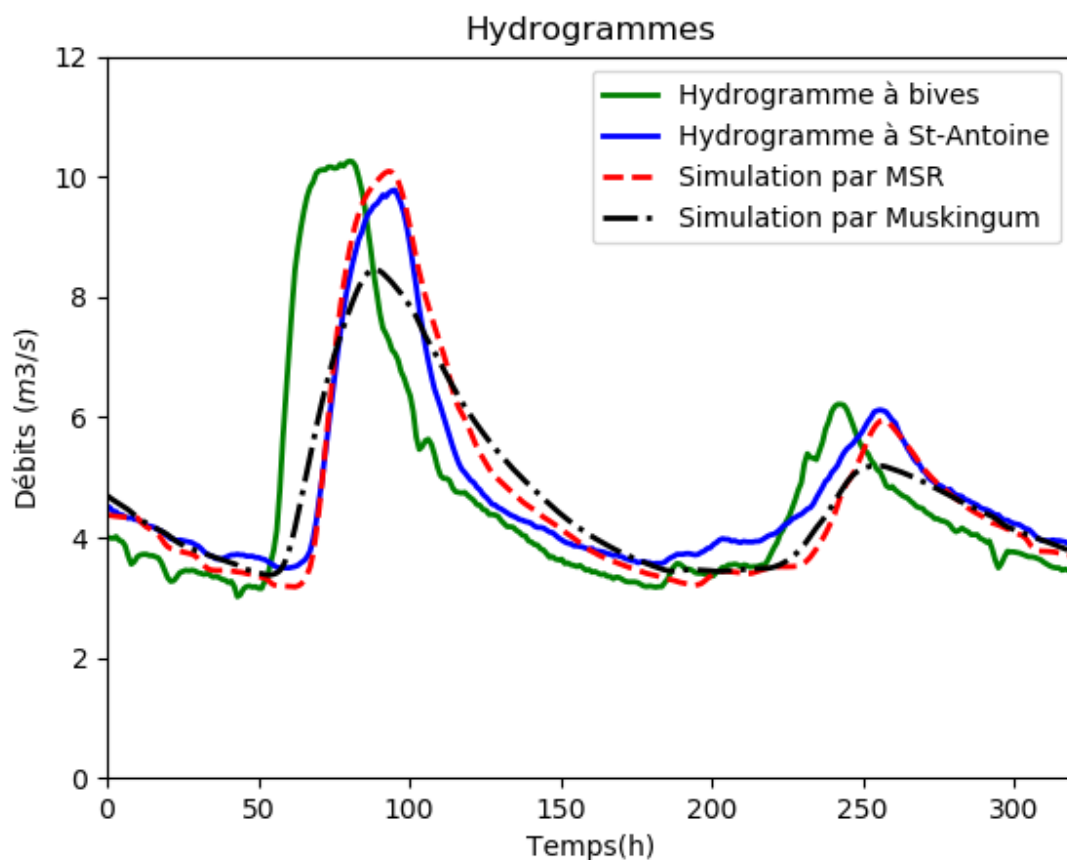


FIGURE 4.16 – Résultats de la validation

La figure 4.16 montre que l'hydrogramme simulé à St-Antoine avec le MSR (courbe rouge) est voisin de l'hydrogramme mesuré (courbe bleue). On constate également que les simulations du MSR sont meilleures que celles de Muskingum. Les erreurs absolues et les erreurs quadratiques du MSR et de Muskingum sont respectivement : (8.41%, $0.41m^3s^{-1}$) et (9.58%, $0.51m^3s^{-1}$). L'analyse des résultats de la simulation montre que le MSR peut être facilement calibré et qu'il fournit des résultats pertinents.

Il est à noter que les trois autres biefs de l'Arrats ont également été calibrés et validés afin de bien modéliser les phénomènes de propagation entre l'Astarac et la confluence avec la Garonne.

4.3.3 Reconstitution des débits

Pour évaluer la capacité de l'algorithme de reconstitution des débits à représenter l'état courant des débits d'un cours d'eau sur son profil en long, nous reconstituons les débits de la station "Isle Arné" sur une période de 12 jours (du 12 décembre 2018 au 24 décembre 2018) avec un pas de temps horaire. Cette station hydrométrique est considérée peu fiable et affiche souvent des mesures trop faibles par rapport au profil des débits mesurés à d'autres endroits sur la rivière.

L'algorithme de reconstitution se base sur les débits mesurés à Bives et sur les lâchers effectués à l'Astarac pour reconstituer les débits d'Isle Arné. Les apports intermédiaires entre Astarac et Isle Arné, et entre Isle Arné et Bives sont estimés par le modèle hydrologique GR4H. Ce modèle pluie-débit permet de prédire les débits naturels propres à chaque bassin versant intermédiaire (BVI) au pas de temps horaire. La reconstitution étant réalisée sur une période de décembre, les prélèvements sont considérés négligeables. La figure 4.17 illustre le graphe statique du tronçon étudié. Pour ne pas encombrer la figure, les sommets de répartition modélisant les dynamiques de transfert ne sont pas représentés.

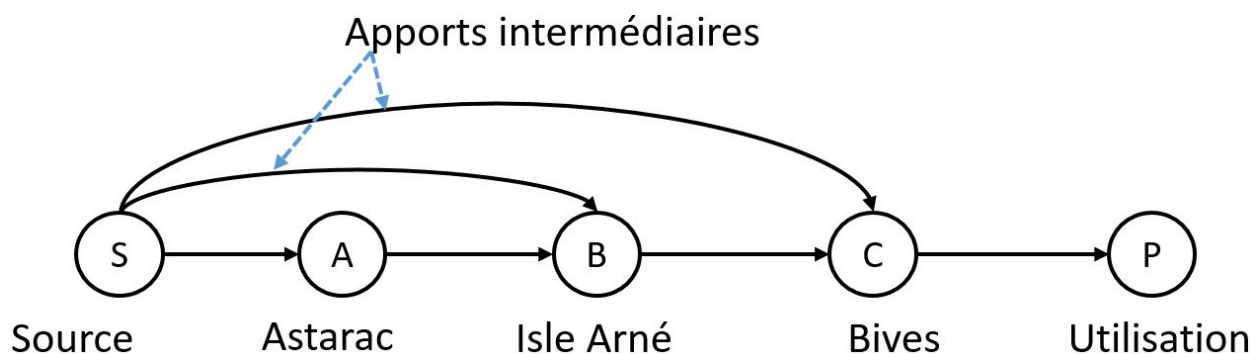


FIGURE 4.17 – Graphe statique

La figure 4.18 présente les résultats de la reconstitution. On peut noter ici que la mesure à Isle arné (courbe rouge) est trop faible par rapport au profil de débit de la rivière. En effet, sur plusieurs périodes, le débit à Isle Arné est inférieur au débit lâché par la retenue d'Astarac (courbe noire) ce qui, en absence de prélèvements, n'est pas possible. On conclut que les débits mesurés par cette station sont largement sous-évalués.

Au contraire, l'évolution du débit reconstitué (courbe verte) est compatible avec celles des mesures amont et aval. Il s'agit d'un cas concret de mesure aberrante mis en évidence par la différence entre la mesure et le débit reconstitué. Les résultats obtenus confirment l'intérêt de la reconstitution hydrométrique pour simuler une valeur de débit plus probable. Dans ce cas d'étude, les valeurs aberrantes ont été remplacées par les valeurs reconstituées. L'algorithme de reconstitution fiabilise les décisions prises par le gestionnaire en diminuant les risques d'utilisation de mesures erronées.

4.4 Système hydrographique de l'Echez

4.4.1 Validation de l'algorithme de reconstitution des pluies

L'algorithme de reconstruction des pluies a été appliqué sur le bassin versant de l'Echez. La station de mesure hydrométrique utilisée dans cette étude couvre une surface de $233km^2$ et est située à Tarbes, dans le sud-ouest de la France.

4.4 Système hydrographique de l'Echez

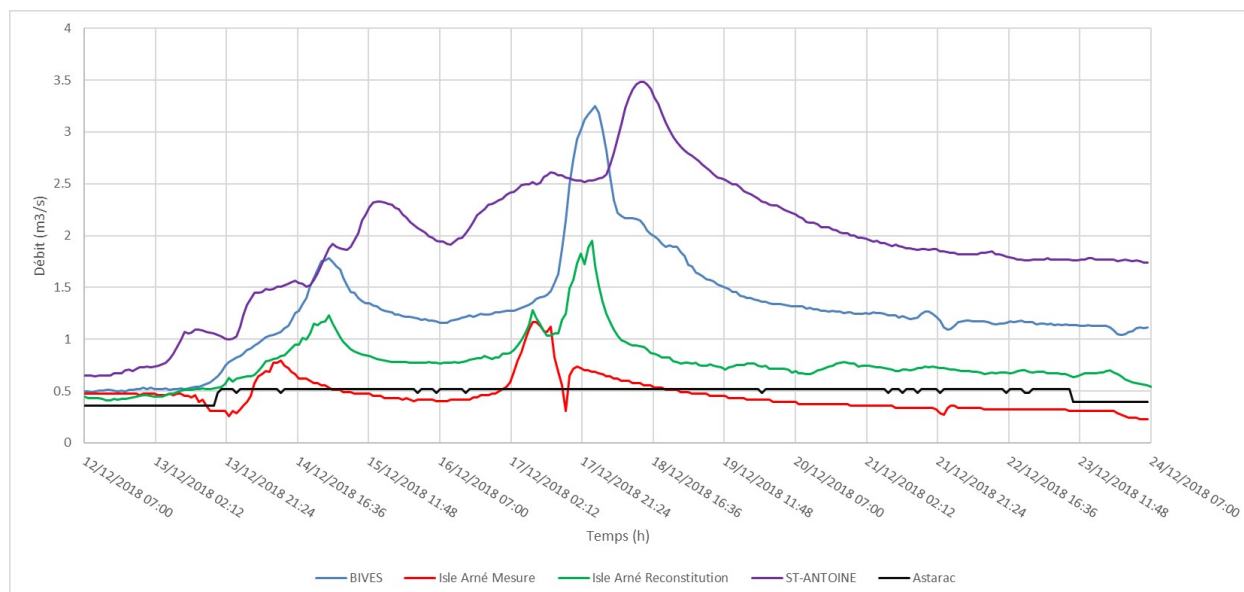


FIGURE 4.18 – Reconstitution des débits à Isle Arné

Dans un premier temps, afin de valider l'algorithme, nous testons sa capacité à identifier les précipitations qui sont à l'origine des débits observés. Il s'agit d'évaluer la capacité de l'algorithme à inverser le modèle hydrologique. Cette étape de validation est importante car elle permet de confirmer la robustesse de l'algorithme. Le modèle hydrologique utilisé dans cette étude est le GR4H.

La validation est effectuée sur la période allant du 03/03/2017 au 15/04/2017. La figure 4.19 représente les précipitations mesurées (histogramme en noir), les précipitations reconstituées (histogramme en gris), le débit mesuré (courbe en noir) et le débit simulé (courbe en gris) sur la base des précipitations reconstituées. Toutes les données sont au pas de temps horaire. La comparaison entre les deux vecteurs de précipitations, reconstitué et mesuré, montre une disparité temporelle. En revanche, le volume total de pluie mesuré et reconstitué au cours de la période d'étude est respectivement de 183.56mm et de 179.4mm , ce qui correspond à une erreur de 2.32%. Cette erreur peut être imputée à différents facteurs : des erreurs de mesures (précipitations et débits), une mauvaise calibration du modèle GR4H, ou encore au fait que l'évapotranspiration est négligé. En effet, les précipitations reconstituées correspondent aux précipitations efficaces que nous comparons aux précipitations mesurées qui, elles, intègrent l'évapotranspiration.

En comparant l'hydrogramme mesuré et l'hydrogramme simulé (courbes noire et grise), on constate qu'ils sont proches. L'erreur absolue entre le débit simulé et le débit mesuré sur la période de validation (42 jours) est de 1.5%. En conclusion, l'algorithme identifie de façon satisfaisante les précipitations à l'origine des débits mesurés.

4.4.2 Amélioration des prévisions hydrologiques

Après la validation de l'algorithme de reconstitution des pluies, nous évaluons sa capacité à améliorer la prévision hydrologique. Afin d'observer l'évolution dans le temps de la prévision, quatre séquences de prévision à différentes dates successives sont considérées (Cf. table 4.5). Pour les quatre scénarios, la simulation hydrologique (GR4H) est réalisée avec le même vecteur de pluies. Il est obtenu rétrospectivement à partir des précipitations réelles mesurées. L'algorithme de reconstitution des pluies se sert des débits mesurés pour remettre à jour les états initiaux des réservoirs du modèle

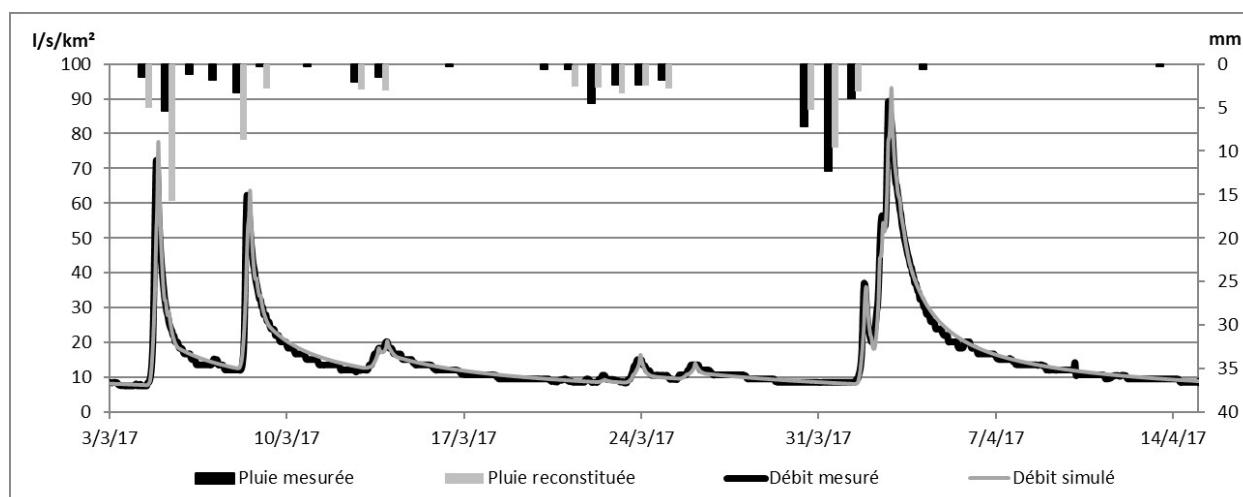


FIGURE 4.19 – Validation de l'algorithme de reconstitution des précipitations

GR4H supposé calibré.

Séquence	A	B	C	D
Date de départ	27/01/2017	29/01/2017	01/01/2018	05/01/2018
Période de prévision	2 jours	3 jours	4 jours	10 jours

TABLE 4.5 – Séquences de prévision

L'évolution de la prévision hydrologique dans le temps est représentée sur la figure 4.20. Nous observons que la mise à jour en continu des conditions initiales a considérablement amélioré les prévisions. Les débits mesurés sont représentés en noir épais, les débits futurs mesurés en noir fin et les débits prévus simulés par le GR4H en pointillé. Les erreurs de prévision sont de 35%, 24%, 21% et 1% pour les séquences A, B, C et D. Nous rappelons que les simulations sont effectuées en utilisant le même vecteur de précipitations. Par conséquent, les améliorations ne sont dues qu'à la mise à jour des conditions initiales (état de remplissage des réservoirs) réalisées par l'algorithme de reconstitution des pluies.

La séquence D montre qu'avec une bonne prévision météorologique et des conditions initiales bien définies, le modèle GR4H fournit des résultats satisfaisants même en cas de défaillance temporaire de la station de mesure, comme c'est le cas entre le 07/01/2018 et le 09/01/2018.

4.5 Conclusion

L'outil d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau proposé a été appliqué au système hydrographique de la Haute Vilaine afin de protéger des inondations des zones à risque. La stratégie de gestion proposée permet d'écrêter significativement le pic de crue et ainsi de limiter l'impact des inondations. La rapidité de l'algorithme d'optimisation autorise une gestion en temps réel.

4.5 Conclusion

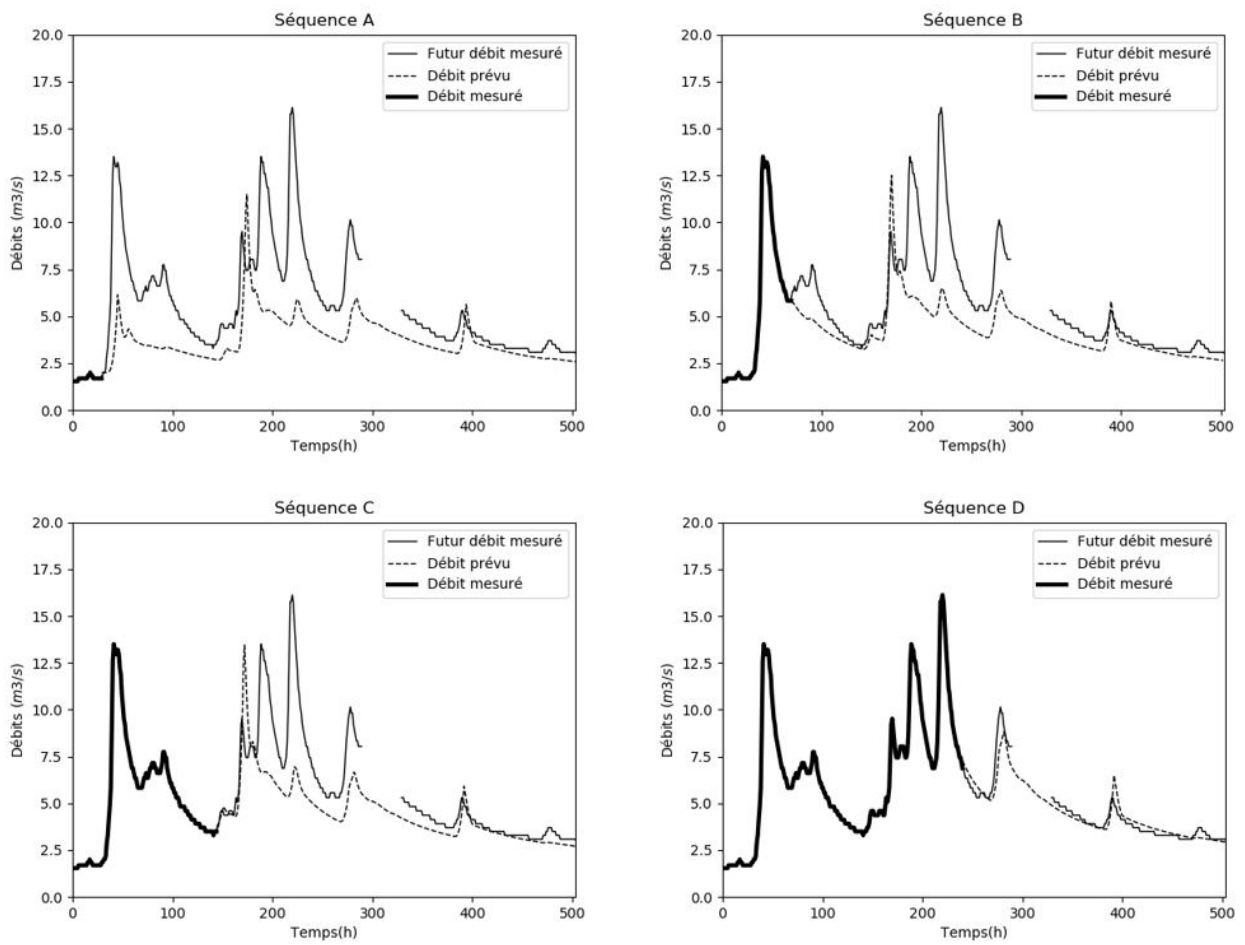


FIGURE 4.20 – Les prévisions des quatre séquences

Le modèle résiduel de stockage a fourni d'excellents résultats sur un bief de 40 km de l'Arrats. La représentation fidèle de l'évolution de la ressource lors du transport amont-aval permet de prendre en compte la dynamique des flux dans les décisions de lâchers.

La reconstitution des données hydrométriques permet d'enrichir l'information mesurée par le réseau hydrométrique. Elle permet d'identifier des valeurs aberrantes et de proposer une alternative aux mesures incertaines par reconstitution. Grâce à la reconstitution des débits peu fiables des stations hydrométriques, le gestionnaire est en mesure de prendre ses décisions et de préserver la ressource pour faire face aux aléas futurs.

Dans l'étude de cas sur l'Echez, il a été montré que la reconstitution des précipitations permet de retrouver les valeurs de précipitations à l'origine des débits observés. La capacité du modèle à reproduire le débit mesuré assure le bon suivi de l'état des réservoirs hydrologiques et améliore ainsi la prévision hydrologique.

Conclusion et Perspectives

Nous avons proposé une modélisation des systèmes dynamiques par des réseaux de transport étendus issus de réseaux de transport statiques. La dynamique de transport des flux est caractérisée par des retards variables, des non-linéarités et des déformations lorsque la ressource est un fluide. Nous avons modélisé les dynamiques de transfert par des équations linéaires à paramètres variables. Sur chaque plage de fonctionnement, un coefficient de répartition constant associé à un sommet de répartition répartit le flux entrant en plusieurs blocs de flux qui se déplacent selon différents temps de transfert.

Les systèmes dynamiques étendus sont spatialement répartis et véhiculent des flux pour répondre à des demandes. Les objectifs de gestion sur chaque composant du système sont modélisés par des coûts unitaires sur les arcs correspondants. Notre choix s'est porté sur des coûts unitaires linéaires par morceaux et croissants, car ils permettent de modéliser les gains et les déficits résultants du passage d'un flux sur un arc. Les coûts effectifs, issus de l'intégration des coûts unitaires, sont alors quadratiques par morceaux et convexes. Le problème d'allocation de la ressource sur le système dynamique est formulé comme un problème de recherche de flot de coût minimal sur le graphe étendu. En fonction de la nature de la ressource, des déformations qui ont lieu lors du transfert et du niveau de la précision souhaitée, nous avons défini trois problèmes d'optimisation.

Dans le premier problème $\mathcal{P}0$, les flux sont considérés comme des solides, et leur déplacement est caractérisé par un temps de transfert fixe. Dans le deuxième problème $\mathcal{P}1$, les flux sont déformables et la dynamique de leur transport sur une plage de fonctionnement est prise en compte par des coefficients de répartition constants. Le problème devient non-séparable mais reste convexe. Le troisième problème d'optimisation $\mathcal{P}2$ est le plus général. Il permet de modéliser les dynamiques sur plusieurs plages de fonctionnement, il est non-séparable et non-convexe.

Pour tenir compte de la nature des coûts unitaires et des contraintes additionnelles considérées dans ce travail, nous avons étendu la notion du graphe résiduel. Les algorithmes de résolution des problèmes sont basés sur l'identification des sous-graphes indépendants susceptibles d'améliorer le coût du graphe. Le coût de chaque sous-graphe identifié est alors minimisé. Pour les problèmes non-séparables, $\mathcal{P}1$ et $\mathcal{P}2$, les circuits ne formant pas de sous-systèmes indépendants, nous avons introduit la notion de multi-circuit. La condition d'arrêt des algorithmes d'optimisation est l'absence de circuit/multi-circuit négatif. Le problème $\mathcal{P}2$ étant non-convexe, seul un minimum local est recherché.

La modélisation proposée a été appliquée aux systèmes hydrographiques, composés de retenues et de biefs où l'écoulement se fait à surface libre. L'utilisation des sommets de répartition pour prendre en compte la déformation des écoulements a été testée sur un bief d'une longueur de 40km de la rivière Arrats. L'identification des coefficients a été réalisée par un algorithme génétique sur la base de l'hydrogramme à l'amont et l'aval du bief. Un coefficient de répartition constant a permis de représenter la dynamique de transfert pour deux régimes de fonctionnement. L'outil d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau a été appliqué sur le système hydrographique de la Haute Vilaine afin de protéger des inondations trois zones à risque. La méthodologie utilisée pour définir les coûts unitaires a été explicitée. La stratégie de gestion proposée permet d'écarter significativement le pic de crue et ainsi de limiter l'impact des inondations. La rapidité de l'algorithme d'optimisation autorise une gestion en temps réel.

La surveillance des données hydrométriques permet d'enrichir l'information mesurée par le réseau hydrométrique, en vérifiant les mesures pour identifier les valeurs aberrantes, et en proposant une reconstitution de ces mesures incertaines. La surveillance des données pluviométriques permet le

suivi de l'état des réservoirs du modèle hydrologique et, en conséquence, améliore la prévision hydrologique. Ainsi, l'outil d'aide à la décision pour la gestion de la ressource en eau peut baser ses décisions sur des données de meilleure qualité.

Dans notre approche pour répondre à la problématique de l'allocation de la ressource, nous considérons que les données d'entrée sont sûres et sans incertitudes, ce qui n'est pas toujours le cas. Dans le cas des systèmes hydrographiques, la prévision des apports dépend de la capacité des modèles météorologiques à prédire les précipitations. Le modèle d'allocation de la ressource développé dans cette thèse est déterministe. Pour prendre en compte les incertitudes, il serait possible de réaliser plusieurs simulations avec l'outil développé en considérant un aléa sur les données d'entrée, par des méthodes de Monte-Carlo par exemple. Dans ce cas, le temps de calcul pourrait générer une contrainte forte pour une utilisation en temps réel. Le développement d'un modèle stochastique permettrait de propager les incertitudes liées aux données d'entrées et de proposer des scénarios de gestion probabilistes.

Les deux algorithmes de surveillance des données hydrométriques et pluviométriques proposés dans ce travail sont découplés. En effet, nous procédons dans un premier temps à la reconstitution des débits en se basant sur l'ensemble des données hydrométriques disponibles. Ensuite, ces débits sont utilisés pour reconstituer les précipitations. Or, les données hydrométriques et pluviométriques sont en forte interaction. L'exécution en série des deux algorithmes peut dans certains cas provoquer une instabilité des résultats. Une modélisation globale du système hydrographique prenant en compte les aspects hydrologiques du bassin versant améliorerait le diagnostic de l'état courant du système.

Au-delà de ce cadre quantitatif de gestion, l'approche proposée pour l'allocation de la ressource en eau pourrait intégrer d'autres critères de décision tels que la qualité de l'eau. Dans le cas où cette dernière est proportionnelle au flux (concentration en sédiments par exemple), elle peut être intégrée en modifiant le coût des arcs. Dans les situations où la qualité est indépendante du flux, des techniques d'optimisation multi-critère doivent être déployées afin de répondre à la problématique.

Bibliographie

- [Aghakouchak and Habib, 2010] Aghakouchak, A. and Habib, E. (2010). Application of a conceptual hydrologic model in teaching hydrologic processes. (Cité aux pages 25 et 93.)
- [Ahmed and Mays, 2013] Ahmed, E.-S. M. S. and Mays, L. W. (2013). Model for determining real-time optimal dam releases during flooding conditions. *Natural hazards*, 65(3) :1849–1861. (Cité à la page 27.)
- [Ahmed and Sarma, 2005] Ahmed, J. A. and Sarma, A. K. (2005). Genetic algorithm for optimal operating policy of a multipurpose reservoir. *Water resources management*, 19(2) :145–161. (Cité à la page 32.)
- [Ahuja et al., 1995] Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., Orlin, J. B., and Reddy, M. (1995). Applications of network optimization. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 7 :1–83. (Cité aux pages 12 et 43.)
- [Al-Humoud and Esen, 2006] Al-Humoud, J. M. and Esen, I. I. (2006). Approximate methods for the estimation of muskingum flood routing parameters. *Water resources management*, 20(6) :979–990. (Cité aux pages 23 et 82.)
- [Ambroise, 1999] Ambroise, B. (1999). La dynamique du cycle de l'eau dans un bassin versant. *Processus, facteurs, modeles, Editions H G A, Bucarest*. (Cité à la page 70.)
- [Andreu et al., 1996] Andreu, J., Capilla, J., and Sanchís, E. (1996). Aquatool, a generalized decision-support system for water-resources planning and operational management. *Journal of hydrology*, 177(3-4) :269–291. (Cité à la page 30.)
- [Andrews et al., 1992] Andrews, E. S., Chung, F. I., and Lund, J. R. (1992). Multilayered, priority-based simulation of conjunctive facilities. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 118(1) :32–53. (Cité à la page 84.)
- [Aronson, 1989] Aronson, J. E. (1989). A survey of dynamic network flows. *Annals of Operations Research*, 20(1) :1–66. (Cité à la page 19.)
- [Badr et al., 2006] Badr, E.-S., Moussa, M., Papparrizos, K., Samaras, N., and Sifaleras, A. (2006). Some computational results on mpi parallel implementation of dense simplex method. *Transactions on Engineering, Computing and Technology*, 17 :228–231. (Cité à la page 14.)
- [Barat et al., 2013] Barat, R., Akbari, G. H., and Rahimi, S. (2013). Flood routing of an unmanaged river basin using muskingum–cunge model ; field application and numerical experiments. *Caspian Journal of Applied Sciences Research*, 2(6). (Cité à la page 21.)
- [Barros et al., 2003] Barros, M. T., Tsai, F. T., Yang, S.-l., Lopes, J. E., and Yeh, W. W. (2003). Optimization of large-scale hydropower system operations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129(3) :178–188. (Cité à la page 32.)
- [Basheer and Hajmeer, 2000] Basheer, I. A. and Hajmeer, M. (2000). Artificial neural networks : fundamentals, computing, design, and application. *Journal of microbiological methods*, 43(1) :3–31. (Cité à la page 96.)
- [Baume et al., 2005] Baume, J.-P., Malaterre, P.-O., Belaud, G., and Le Guennec, B. (2005). Sic : a 1d hydrodynamic model for river and irrigation canal modeling and regulation. *Métodos numéricos em recursos hidricos*, 7 :1–81. (Cité à la page 22.)
- [Bellman, 1958] Bellman, R. (1958). On a routing problem. *Quarterly of applied mathematics*, 16(1) :87–90. (Cité aux pages 50 et 56.)

- [Bellman and Dreyfus, 2015] Bellman, R. E. and Dreyfus, S. E. (2015). *Applied dynamic programming*, volume 2050. Princeton university press. (Cité à la page 32.)
- [Beraldi et al., 1997] Beraldi, P., Guerriero, F., and Musmanno, R. (1997). Efficient parallel algorithms for the minimum cost flow problem. *Journal of optimization theory and applications*, 95(3) :501–530. (Cité à la page 14.)
- [Bertsekas, 1991] Bertsekas, D. P. (1991). *Linear network optimization : algorithms and codes*. MIT Press. (Cité à la page 34.)
- [Bertsekas, 1998] Bertsekas, D. P. (1998). *Network optimization : continuous and discrete models*. Citeseer. (Cité aux pages 13 et 15.)
- [Bertsekas et al., 1987] Bertsekas, D. P., Hosein, P. A., and Tseng, P. (1987). Relaxation methods for network flow problems with convex arc costs. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 25(5) :1219–1243. (Cité à la page 16.)
- [Borden et al., 2016] Borden, C., Gaur, A., and Singh, C. R. (2016). *Water Resource Software : Application Overview and Review*. World Bank. (Cité à la page 22.)
- [Boudou et al., 2016] Boudou, M., Lang, M., Vinet, F., and Cœur, D. (2016). Comparative hazard analysis of processes leading to remarkable flash floods (france, 1930–1999). *Journal of Hydrology*, 541 :533–552. (Cité à la page 25.)
- [Braga and Barbosa, 2001] Braga, B. and Barbosa, P. S. (2001). Multiobjective real-time reservoir operation with a network flow algorithm 1. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 37(4) :837–852. (Cité à la page 35.)
- [Brunner, 2010] Brunner, G. W. (2010). *HEC-RAS river analysis system : hydraulic reference manual*. US Army Corps of Engineers, Institute for Water Resources, Hydrologic Engineering Center. (Cité à la page 22.)
- [Brutsaert, 1982] Brutsaert, W. (1982). Evaporation into the atmosphere. theory, history, and applications ; dordrecht : Holland, d. *Reidel Co*. (Cité à la page 78.)
- [Bugarski et al., 2013] Bugarski, V., BačKalić, T., and Kuzmanov, U. (2013). Fuzzy decision support system for ship lock control. *Expert Systems with Applications*, 40(10) :3953–3960. (Cité à la page 28.)
- [Cai et al., 2001] Cai, X., McKinney, D. C., and Lasdon, L. S. (2001). Solving nonlinear water management models using a combined genetic algorithm and linear programming approach. *Advances in Water Resources*, 24(6) :667–676. (Cité à la page 32.)
- [Cancelliere et al., 2002] Cancelliere, A., Giuliano, G., Ancarani, A., and Rossi, G. (2002). A neural networks approach for deriving irrigation reservoir operating rules. *Water resources management*, 16(1) :71–88. (Cité à la page 33.)
- [Carey and Subrahmanian, 2000] Carey, M. and Subrahmanian, E. (2000). An approach to modeling time-varying flows on congested networks. *Transportation Research Part B : Methodological*, 34(3) :157–183. (Cité à la page 19.)
- [Chang et al., 2007] Chang, F.-J., Chiang, Y.-M., and Chang, L.-C. (2007). Multi-step-ahead neural networks for flood forecasting. *Hydrological sciences journal*, 52(1) :114–130. (Cité à la page 32.)
- [Che and Mays, 2015] Che, D. and Mays, L. W. (2015). Development of an optimization/simulation model for real-time flood-control operation of river-reservoirs systems. *Water resources management*, 29(11) :3987–4005. (Cité aux pages 32 et 33.)
- [Chou and Wu, 2014] Chou, F.-F. and Wu, C.-W. (2014). Determination of cost coefficients of a priority-based water allocation linear programming model—a network flow approach. *Hydrology and Earth System Sciences*, 18(5) :1857–1872. (Cité à la page 85.)

- [Chow and Maidment, 1988] Chow, V. and Maidment, D. (1988). Mays. lw (1988) applied hydrology. (Cité aux pages 21 et 22.)
- [Clarke, 1990] Clarke, F. H. (1990). *Optimization and nonsmooth analysis*, volume 5. Siam. (Cité à la page 52.)
- [Cormen et al., 2009] Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., and Stein, C. (2009). *Introduction to algorithms*. MIT press. (Cité à la page 51.)
- [Crawley and Dandy, 1993] Crawley, P. D. and Dandy, G. C. (1993). Optimal operation of multiple-reservoir system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(1) :1–17. (Cité à la page 32.)
- [Dash and Venkatasubramanian, 2000] Dash, S. and Venkatasubramanian, V. (2000). Challenges in the industrial applications of fault diagnostic systems. *Computers & chemical engineering*, 24(2-7) :785–791. (Cité à la page 28.)
- [De León, 2006] De León, H. R. H. (2006). *Supervision et diagnostic des procédés de production d'eau potable*. PhD thesis, INSA de Toulouse. (Cité aux pages 3 et 28.)
- [De Vicente et al., 2003] De Vicente, J., Lanchares, J., and Hermida, R. (2003). Placement by thermodynamic simulated annealing. *Physics Letters A*, 317(5-6) :415–423. (Cité à la page 96.)
- [Dell Acqua et al., 2011] Dell Acqua, G., De Luca, M., and Mauro, R. (2011). Road safety knowledge-based decision support system. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 20 :973–983. (Cité à la page 30.)
- [Dijkstra, 1959] Dijkstra, E. W. (1959). A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische mathematik*, 1(1) :269–271. (Cité à la page 50.)
- [Duviella, 2005] Duviella, E. (2005). Conduite réactive des systèmes dynamiques étendus à retards variables. In *Cas des réseaux hydrographiques*. ENI Tarbes France. (Cité aux pages 10, 11, 28 et 29.)
- [Edmonds and Karp, 1972] Edmonds, J. and Karp, R. M. (1972). Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 19(2) :248–264. (Cité à la page 14.)
- [El-Shafie et al., 2007] El-Shafie, A., Taha, M. R., and Noureldin, A. (2007). A neuro-fuzzy model for inflow forecasting of the Nile river at Aswan High Dam. *Water resources management*, 21(3) :533–556. (Cité à la page 32.)
- [Even et al., 1975] Even, S., Itai, A., and Shamir, A. (1975). On the complexity of time table and multi-commodity flow problems. In *16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (sfcs 1975)*, pages 184–193. IEEE. (Cité à la page 12.)
- [Faye et al., 2000] Faye, R., Sawadogo, S., Gonzalez-Rojo, S., and Mora-Camino, F. (2000). Short term management of water resource systems. In *Current Advances in Mechanical Design and Production VII*, pages 631–639. Elsevier. (Cité à la page 26.)
- [Ferreira, 2007] Ferreira, I. C. L. (2007). *Deriving unit cost coefficients for linear programming-driven priority-based simulations*. University of California, Davis. (Cité à la page 84.)
- [Finch and Hall, 2001] Finch, J. and Hall, R. (2001). *Estimation of Open Water Evaporation : A Review of Methods*. Environment Agency. (Cité à la page 79.)
- [Fonoberova, 2010] Fonoberova, M. (2010). Algorithms for finding optimal flows in dynamic networks. In *Handbook of power systems II*, pages 31–54. Springer. (Cité à la page 17.)
- [Fontes et al., 2006a] Fontes, D. B., Hadjiconstantinou, E., and Christofides, N. (2006a). A branch-and-bound algorithm for concave network flow problems. *Journal of Global Optimization*, 34(1) :127–155. (Cité à la page 14.)

- [Fontes et al., 2006b] Fontes, D. B., Hadjiconstantinou, E., and Christofides, N. (2006b). A dynamic programming approach for solving single-source uncapacitated concave minimum cost network flow problems. *European Journal of Operational Research*, 174(2) :1205–1219. (Cité à la page 14.)
- [Ford and Fulkerson, 1956] Ford, L. R. and Fulkerson, D. R. (1956). Maximal flow through a network. *Canadian journal of Mathematics*, 8(3) :399–404. (Cité à la page 12.)
- [Fouchier, 2010] Fouchier, C. (2010). *Développement d’une méthodologie pour la connaissance régionale des crues*. PhD thesis, Montpellier 2. (Cité à la page 25.)
- [François, 2013] François, B. (2013). *Gestion optimale d’un réservoir hydraulique multiusages et changement climatique. Modèles, projections et incertitudes : Application à la réserve de Serre-Ponçon*. PhD thesis, Université de Grenoble. (Cité à la page 24.)
- [Fredericks et al., 1998] Fredericks, J. W., Labadie, J. W., and Altenhofen, J. M. (1998). Decision support system for conjunctive stream-aquifer management. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 124(2) :69–78. (Cité à la page 30.)
- [Fulkerson, 1961] Fulkerson, D. R. (1961). An out-of-kilter method for minimal-cost flow problems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 9(1) :18–27. (Cité à la page 14.)
- [Fulkerson, 1966] Fulkerson, D. R. (1966). Flow networks and combinatorial operations research. *The American Mathematical Monthly*, 73(2) :115–138. (Cité aux pages 17 et 34.)
- [Fylstra et al., 1998] Fylstra, D., Lasdon, L., Watson, J., and Waren, A. (1998). Design and use of the microsoft excel solver. *Interfaces*, 28(5) :29–55. (Cité à la page 81.)
- [Gauthier et al., 2015] Gauthier, J. B., Desrosiers, J., and L  bbecke, M. E. (2015). About the minimum mean cycle-canceling algorithm. *Discrete Applied Mathematics*, 196 :115–134. (Cité à la page 47.)
- [Goldberg and Tarjan, 1989] Goldberg, A. V. and Tarjan, R. E. (1989). Finding minimum-cost circulations by canceling negative cycles. *Journal of the ACM (JACM)*, 36(4) :873–886. (Cité aux pages 15 et 49.)
- [Goldberg, 1989] Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning/david e. *Goldberg.*–[USA] : Addison-Wesley. (Cité à la page 32.)
- [Gubner, 2006] Gubner, J. A. (2006). *Probability and random processes for electrical and computer engineers*. Cambridge University Press. (Cité à la page 96.)
- [Guisewite and Pardalos, 1990] Guisewite, G. M. and Pardalos, P. M. (1990). Minimum concave-cost network flow problems : Applications, complexity, and algorithms. *Annals of Operations Research*, 25(1) :75–99. (Cité à la page 14.)
- [Haan et al., 1994] Haan, C. T., Barfield, B. J., and Hayes, J. C. (1994). *Design hydrology and sedimentology for small catchments*. Elsevier. (Cité à la page 96.)
- [Haro et al., 2012] Haro, D., Paredes, J., Solera, A., and Andreu, J. (2012). A model for solving the optimal water allocation problem in river basins with network flow programming when introducing non-linearities. *Water resources management*, 26(14) :4059–4071. (Cité aux pages 34 et 79.)
- [Hochbaum and Shanthikumar, 1990] Hochbaum, D. S. and Shanthikumar, J. G. (1990). Convex separable optimization is not much harder than linear optimization. *Journal of the ACM (JACM)*, 37(4) :843–862. (Cité aux pages 15 et 16.)
- [Horváth et al., 2014] Horváth, K., Duviella, E., Blesa, J., Rajaoarisoa, L., Bolea, Y., Puig, V., and Chuquet, K. (2014). Gray-box model of inland navigation channel : Application to the cuinchy–fontinettes reach. *Journal of Intelligent Systems*, 23(2) :183–199. (Cité aux pages 3, 28 et 29.)

- [Hsu and Cheng, 2002] Hsu, N.-S. and Cheng, K.-W. (2002). Network flow optimization model for basin-scale water supply planning. *Journal of water resources planning and management*, 128(2) :102–112. (Cité à la page 35.)
- [Ilich, 2008] Ilich, N. (2008). Shortcomings of linear programming in optimizing river basin allocation. *Water resources research*, 44(2). (Cité à la page 35.)
- [Ilich, 2009] Ilich, N. (2009). Limitations of network flow algorithms in river basin modeling. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 135(1) :48–55. (Cité à la page 34.)
- [Imache, 2008] Imache, A. (2008). *Construction de la demande en eau agricole au niveau régional en intégrant le comportement des agriculteurs. Application aux exploitations agricoles collectives de la Mitidja-Ouest (Algérie)*. PhD thesis, INAPG (AgroParisTech). (Cité à la page 26.)
- [Isel, 2014] Isel, S. (2014). *Développement de méthodologies et d’outils numériques pour l’évaluation du débit en réseau hydraulique   surface libre*. PhD thesis, Strasbourg. (Cité à la page 78.)
- [Israel and Lund, 1999] Israel, M. S. and Lund, J. R. (1999). Priority preserving unit penalties in network flow modeling. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125(4) :205–214. (Cité à la page 84.)
- [Kamesam and Meyer, 1984] Kamesam, P. and Meyer, R. (1984). Multipoint methods for separable nonlinear networks. In *Mathematical Programming at Oberwolfach II*, pages 185–205. Springer. (Cité à la page 15.)
- [Karamouz et al., 1992] Karamouz, M., Houck, M. H., and Delleur, J. W. (1992). Optimization and simulation of multiple reservoir systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 118(1) :71–81. (Cité à la page 84.)
- [Karamouz et al., 2004] Karamouz, M., Kerachian, R., and Zahraie, B. (2004). Monthly water resources and irrigation planning : case study of conjunctive use of surface and groundwater resources. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 130(5) :391–402. (Cité à la page 33.)
- [Karmarkar, 1984] Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. In *Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 302–311. ACM. (Cité à la page 14.)
- [Karzanov and McCormick, 1995] Karzanov, A. V. and McCormick, S. T. (1995). Polynomial methods for separable convex optimization in unimodular spaces. In *SODA*, pages 78–87. (Cité à la page 46.)
- [Karzanov and McCormick, 1997] Karzanov, A. V. and McCormick, S. T. (1997). Polynomial methods for separable convex optimization in unimodular linear spaces with applications. *SIAM Journal on Computing*, 26(4) :1245–1275. (Cité aux pages 15 et 49.)
- [Kavitha et al., 2009] Kavitha, T., Liebchen, C., Mehlhorn, K., Michail, D., Rizzi, R., Ueckerdt, T., and Zweig, K. A. (2009). Cycle bases in graphs characterization, algorithms, complexity, and applications. *Computer Science Review*, 3(4) :199–243. (Cité à la page 53.)
- [Kempowsky, 2004] Kempowsky, T. (2004). *Surveillance de procédés à base de méthodes de classification : conception d’un outil d’aide pour la détection et le diagnostic des défaillances*. PhD thesis, INSA de Toulouse. (Cité à la page 27.)
- [Kennington and Helgason, 1980] Kennington, J. L. and Helgason, R. V. (1980). *Algorithms for network programming*. John Wiley & Sons, Inc. (Cité à la page 34.)
- [Khachiyan, 1979] Khachiyan, L. G. (1979). A polynomial algorithm in linear programming. In *Doklady Akademii Nauk SSSR*, volume 244, pages 1093–1096. (Cité à la page 14.)

- [Kirchner, 2009] Kirchner, J. W. (2009). Catchments as simple dynamical systems : Catchment characterization, rainfall-runoff modeling, and doing hydrology backward. *Water Resources Research*, 45(2). (Cité aux pages 25 et 94.)
- [Klein, 1967] Klein, M. (1967). A primal method for minimal cost flows with applications to the assignment and transportation problems. *Management Science*, 14(3) :205–220. (Cité aux pages 14 et 49.)
- [Koch and Grünewald, 2009] Koch, H. and Grünewald, U. (2009). A comparison of modelling systems for the development and revision of water resources management plans. *Water resources management*, 23(7) :1403. (Cité à la page 79.)
- [Krause et al., 2005] Krause, P., Boyle, D., and Bäse, F. (2005). Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment. *Advances in geosciences*, 5 :89–97. (Cité à la page 92.)
- [Kuczera, 1993] Kuczera, G. (1993). Network linear programming codes for water-supply headworks modeling. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(3) :412–417. (Cité à la page 33.)
- [Kuczera et al., 2006] Kuczera, G., Kavetski, D., Franks, S., and Thyer, M. (2006). Towards a bayesian total error analysis of conceptual rainfall-runoff models : Characterising model error using storm-dependent parameters. *Journal of Hydrology*, 331(1-2) :161–177. (Cité à la page 94.)
- [Kumar et al., 2010] Kumar, D. N., Baliarsingh, F., and Raju, K. S. (2010). Optimal reservoir operation for flood control using folded dynamic programming. *Water resources management*, 24(6) :1045–1064. (Cité aux pages 25 et 32.)
- [Labadie, 2004] Labadie, J. W. (2004). Optimal operation of multireservoir systems : state-of-the-art review. *Journal of water resources planning and management*, 130(2) :93–111. (Cité aux pages 29, 31 et 32.)
- [Ladreyt and Laborie, 2005] Ladreyt, S. and Laborie, V. (2005). Notice sur les déversoirs : Synthèse des lois d’écoulement au droit des seuils et déversoirs. *Centre d’Etudes Techniques Maritimes Et Fluviales, France*. (Cité à la page 77.)
- [Lasserre and Brun, 2007] Lasserre, F. and Brun, A. (2007). La gestion par bassin versant : un outil de résolution des conflits ? (Cité à la page 72.)
- [Lenters et al., 2005] Lenters, J. D., Kratz, T. K., and Bowser, C. J. (2005). Effects of climate variability on lake evaporation : Results from a long-term energy budget study of sparkling lake, northern wisconsin (usa). *Journal of Hydrology*, 308(1-4) :168–195. (Cité à la page 79.)
- [Lerat, 2009] Lerat, J. (2009). *Quels apports hydrologiques pour les modèles hydrauliques ? Vers un modèle intégré de simulation des crues*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI. (Cité aux pages 4 et 93.)
- [Litriceo and Georges, 1999] Litriceo, X. and Georges, D. (1999). Robust continuous-time and discrete-time flow control of a dam–river system.(i) modelling. *Applied mathematical modelling*, 23(11) :809–827. (Cité à la page 27.)
- [Liu et al., 2006] Liu, P., Guo, S., Xiong, L., Li, W., and Zhang, H. (2006). Deriving reservoir refill operating rules by using the proposed dpns model. *Water resources management*, 20(3) :337–357. (Cité à la page 33.)
- [Ly et al., 2013] Ly, S., Charles, C., and Degré, A. (2013). Different methods for spatial interpolation of rainfall data for operational hydrology and hydrological modeling at watershed scale : a review. *Biotechnologie, Agronomie, Société et Environnement= Biotechnology, Agronomy, Society and Environment [= BASE]*, 17(2) :392–406. (Cité à la page 94.)

- [Majda and Bertozzi, 2002] Majda, A. J. and Bertozzi, A. L. (2002). *Vorticity and incompressible flow*, volume 27. Cambridge University Press. (Cité à la page 11.)
- [Malaterre et al., 2013] Malaterre, P.-O., Baume, J.-P., Dorchies, D., Dejean, C., and Belaud, G. (2013). Gestion opérationnelle des transports d’eau dans les canaux et les rivières. *Sciences Eaux & Territoires*, (2) :36–43. (Cité à la page 24.)
- [Malaterre and Chateau, 2007] Malaterre, P.-O. and Chateau, C. (2007). Scada interface of the sic software for easy real time application of advanced regulation algorithms. In *Second Conference on SCADA and Related Technologies for Irrigation System Modernization*, pages 6–9. (Cité à la page 28.)
- [Malaterre et al., 1998] Malaterre, P.-O., Rogers, D. C., and Schuurmans, J. (1998). Classification of canal control algorithms. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 124(1) :3–10. (Cité à la page 27.)
- [Martínez-Granados et al., 2011] Martínez-Granados, D., Maestre-Valero, J. F., Calatrava, J., and Martínez-Alvarez, V. (2011). The economic impact of water evaporation losses from water reservoirs in the segura basin, se spain. *Water Resources Management*, 25(13) :3153. (Cité à la page 79.)
- [Mathevet, 2005] Mathevet, T. (2005). *Quels modeles pluie-debit globaux au pas de temps horaire ? D  veloppements empiriques et intercomparaison de modeles sur un large échantillon de bassins versants*. PhD thesis, Ph. D. thesis, ENGREF, 463 pp. (Cité à la page 93.)
- [Michiels et al., 2007] Michiels, W., Aarts, E., and Korst, J. (2007). *Theoretical aspects of local search*. Springer Science & Business Media. (Cité à la page 95.)
- [Michon, 2015] Michon, T. (2015). *Extension du potentiel de la modélisation hydrologique. : inversions heuristiques de modèles pluie-débit pour l’identification des paramètres simultanément aux pluies ou à la courbe de tarage*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes. (Cité à la page 70.)
- [Minoux, 1984] Minoux, M. (1984). A polynomial algorithm for minimum quadratic cost flow problems. *European Journal of Operational Research*, 18(3) :377–387. (Cité à la page 15.)
- [Mitchell, 1998] Mitchell, M. (1998). *An introduction to genetic algorithms*. MIT press. (Cité à la page 96.)
- [MOURON, 1990] MOURON, J. (1990). D  rivation des eaux de crues de l’aire. *Hydrology in Mountainous Regions : Artificial reservoirs. Water and slopes*, 2 :333. (Cité à la page 102.)
- [Mun  var and Chung, 1999] Mun  var, A. and Chung, F. I. (1999). Modeling california’s water resource systems with calsim. In *WRPMD’99 : Preparing for the 21st Century*, pages 1–8. (Cité à la page 30.)
- [Nandalal and Bogardi, 2007] Nandalal, K. and Bogardi, J. J. (2007). *Dynamic programming based operation of reservoirs : applicability and limits*. Cambridge university press. (Cité à la page 32.)
- [Nash and Sutcliffe, 1970] Nash, J. E. and Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part ia discussion of principles. *Journal of hydrology*, 10(3) :282–290. (Cité à la page 92.)
- [Needham et al., 2000] Needham, J. T., Watkins Jr, D. W., Lund, J. R., and Nanda, S. (2000). Linear programming for flood control in the iowa and des moines rivers. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 126(3) :118–127. (Cité à la page 31.)
- [Nouasse, 2015] Nouasse, H. (2015). *Gestion supervisée de systèmes étendus    retards variables : cas des réseaux hydrographiques*. PhD thesis,   cole Doctorale Systèmes (Toulouse) ; 154236462. (Cité à la page 29.)

- [Nouasse et al., 2016] Nouasse, H., Chiron, P., and Archimède, B. (2016). Contribution to a flood situation management : a supervisory control scheme to reduce disaster impact. *Water Science and Technology : Water Supply*, 16(3) :587–598. (Cité à la page 34.)
- [O’donnell, 1985] O’donnell, T. (1985). A direct three-parameter muskingum procedure incorporating lateral inflow. *Hydrological Sciences Journal*, 30(4) :479–496. (Cité à la page 24.)
- [Ogryczak et al., 2003] Ogryczak, W., Śliwiński, T., and Wierzbicki, A. (2003). Fair resource allocation schemes and network dimensioning problems. *Journal of Telecommunications and Information Technology*, pages 34–42. (Cité à la page 84.)
- [Orlin, 1997] Orlin, J. B. (1997). A polynomial time primal network simplex algorithm for minimum cost flows. *Mathematical Programming*, 78(2) :109–129. (Cité à la page 14.)
- [Parent, 1991] Parent, E. (1991). *Elaboration des consignes de gestion des barrages-réservoirs*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. (Cité aux pages 4 et 111.)
- [Penman, 1948] Penman, H. L. (1948). Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 193(1032) :120–145. (Cité à la page 79.)
- [Perrin et al., 2007] Perrin, C., Michel, C., and Andréassian, V. (2007). Modèles hydrologiques du génie rural (gr). (Cité à la page 93.)
- [Ponnambalam et al., 1989] Ponnambalam, K., Vannelli, A., and Unny, T. (1989). An application of karmarkar’s interior-point linear programming algorithm for multi-reservoir operations optimization. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 3(1) :17–29. (Cité à la page 31.)
- [Ramirez et al., 2005] Ramirez, M. C. V., de Campos Velho, H. F., and Ferreira, N. J. (2005). Artificial neural network technique for rainfall forecasting applied to the sao paulo region. *Journal of hydrology*, 301(1-4) :146–162. (Cité à la page 32.)
- [Rani and Moreira, 2010] Rani, D. and Moreira, M. M. (2010). Simulation–optimization modeling : a survey and potential application in reservoir systems operation. *Water resources management*, 24(6) :1107–1138. (Cité à la page 31.)
- [Ranjithan, 2005] Ranjithan, S. R. (2005). Role of evolutionary computation in environmental and water resources systems analysis. (Cité à la page 32.)
- [Reis et al., 2006] Reis, L., Bessler, F., Walters, G., and Savic, D. (2006). Water supply reservoir operation by combined genetic algorithm–linear programming (ga-lp) approach. *Water resources management*, 20(2) :227–255. (Cité à la page 32.)
- [Reuss, 2003] Reuss, M. (2003). Is it time to resurrect the harvard water program? *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129(5) :357–360. (Cité à la page 29.)
- [Rijo and Arranja, 2009] Rijo, M. and Arranja, C. (2009). Supervision and water depth automatic control of an irrigation canal. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 136(1) :3–10. (Cité à la page 28.)
- [Rosenberry et al., 2007] Rosenberry, D. O., Winter, T. C., Buso, D. C., and Likens, G. E. (2007). Comparison of 15 evaporation methods applied to a small mountain lake in the northeastern usa. *Journal of Hydrology*, 340(3-4) :149–166. (Cité à la page 79.)
- [Schardong and Simonovic, 2015] Schardong, A. and Simonovic, S. P. (2015). Coupled self-adaptive multiobjective differential evolution and network flow algorithm approach for optimal reservoir operation. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 141(10) :04015015. (Cité à la page 34.)
- [Seifi and Hipel, 2001] Seifi, A. and Hipel, K. W. (2001). Interior-point method for reservoir operation with stochastic inflows. *Journal of water resources planning and management*, 127(1) :48–57. (Cité à la page 31.)

- [Sharif and Wardlaw, 2000] Sharif, M. and Wardlaw, R. (2000). Multireservoir systems optimization using genetic algorithms : case study. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 14(4) :255–263. (Cité à la page 32.)
- [Shukla and Lettenmaier, 2011] Shukla, S. and Lettenmaier, D. (2011). Seasonal hydrologic prediction in the united states : understanding the role of initial hydrologic conditions and seasonal climate forecast skill. *Hydrology and Earth System Sciences*, 15(11) :3529–3538. (Cité aux pages 25 et 94.)
- [Simonovic, 1992] Simonovic, S. P. (1992). Reservoir systems analysis : closing gap between theory and practice. *Journal of water resources planning and management*, 118(3) :262–280. (Cité à la page 29.)
- [Singh and McCann, 1980] Singh, V. P. and McCann, R. C. (1980). Some notes on muskingum method of flood routing. *Journal of Hydrology*, 48(3-4) :343–361. (Cité aux pages 23 et 82.)
- [Skutella, 2009] Skutella, M. (2009). An introduction to network flows over time. In *Research trends in combinatorial optimization*, pages 451–482. Springer. (Cité à la page 17.)
- [Strelkoff, 1970] Strelkoff, T. (1970). Numerical solution of saint-venant equations. *Journal of the Hydraulics division*, 96(1) :223–252. (Cité à la page 22.)
- [Subramanya, 2007] Subramanya, K. (2007). *Engineering Hydrology*. Tata McGraw-Hill Publishing. (Cité à la page 23.)
- [Suiadee and Tingsanchali, 2007] Suiadee, W. and Tingsanchali, T. (2007). A combined simulation–genetic algorithm optimization model for optimal rule curves of a reservoir : a case study of the nam oon irrigation project, thailand. *Hydrological Processes : An International Journal*, 21(23) :3211–3225. (Cité à la page 33.)
- [Sun et al., 1995] Sun, Y.-H., WG. Yeh, W., Hsu, N.-S., and F. Louie, P. W. (1995). Generalized network algorithm for water-supply-system optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 121(5) :392–398. (Cité à la page 35.)
- [Tahiri et al., 2018a] Tahiri, A., Ladeveze, D., Chiron, P., and Archimede, B. (2018a). Improving the characterization of initial conditions for streamflow prediction using a precipitation reconstruction algorithm. *IFAC-PapersOnLine*, 51(5) :19–24. (Cité à la page 73.)
- [Tahiri et al., 2018b] Tahiri, A., Ladeveze, D., Chiron, P., and Archimede, B. (2018b). Reconstruction of hydrometric data using a network optimization model. In *13th International Conference on Hydroinformatics (HIC 2018)*, pages 139–146. (Cité à la page 74.)
- [Tahiri et al., 2018c] Tahiri, A., Ladeveze, D., Chiron, P., Archimede, B., and Lhuissier, L. (2018c). Reservoir management using a network flow optimization model considering quadratic convex cost functions on arcs. *Water Resources Management*, pages 1–14. (Cité à la page 74.)
- [Tardieu, 1988] Tardieu, H. (1988). Automatic dam management and river regulation for irrigation purposes. *Irrigation and Drainage Systems*, 2(1) :53–61. (Cité à la page 24.)
- [Tardos, 1985] Tardos, É. (1985). A strongly polynomial minimum cost circulation algorithm. *Combinatorica*, 5(3) :247–255. (Cité à la page 14.)
- [Taylor et al., 2000] Taylor, P. et al. (2000). Principles and practices of water allocation among water-use sectors. (Cité à la page 72.)
- [Teegavarapu and Simonovic, 2000] Teegavarapu, R. S. and Simonovic, S. P. (2000). Short-term operation model for coupled hydropower reservoirs. *Journal of water resources planning and management*, 126(2) :98–106. (Cité à la page 32.)

- [Tospornsampan et al., 2005] Tospornsampan, J., Kita, I., Ishii, M., and Kitamura, Y. (2005). Optimization of a multiple reservoir system operation using a combination of genetic algorithm and discrete differential dynamic programming : a case study in mae klong system, thailand. *Paddy and Water Environment*, 3(1) :29–38. (Cité à la page 32.)
- [Tu et al., 2003] Tu, M.-Y., Hsu, N.-S., and Yeh, W. W.-G. (2003). Optimization of reservoir management and operation with hedging rules. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129(2) :86–97. (Cité à la page 31.)
- [Végh, 2012] Végh, L. A. (2012). Strongly polynomial algorithm for a class of minimum-cost flow problems with separable convex objectives. In *Proceedings of the forty-fourth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 27–40. ACM. (Cité à la page 15.)
- [Wang, 2005] Wang, L. (2005). Cooperative water resources allocation among competing users. (Cité aux pages 4 et 73.)
- [Wang et al., 2003] Wang, L., Fang, L., and Hipel, K. (2003). Water resources allocation : a cooperative game theoretic approach. *Journal of Environmental Informatics*, 2(2) :11–22. (Cité à la page 72.)
- [Wang et al., 2007] Wang, L., Fang, L., and Hipel, K. W. (2007). On achieving fairness in the allocation of scarce resources : Measurable principles and multiple objective optimization approaches. *IEEE Systems Journal*, 1(1) :17–28. (Cité à la page 84.)
- [WCD, 2000] WCD (2000). *Dams and development : A new framework for decision-making : The report of the world commission on dams*. Earthscan. (Cité à la page 31.)
- [Wei and Hsu, 2008] Wei, C.-C. and Hsu, N.-S. (2008). Multireservoir real-time operations for flood control using balanced water level index method. *Journal of environmental management*, 88(4) :1624–1639. (Cité à la page 27.)
- [Weintraub, 1974] Weintraub, A. (1974). A primal algorithm to solve network flow problems with convex costs. *Management Science*, 21(1) :87–97. (Cité à la page 50.)
- [Wilson, 1983] Wilson, E. (1983). *Engineering Hydrology*. Macmillan, London. (Cité à la page 82.)
- [Wolf, 1999] Wolf, A. T. (1999). Criteria for equitable allocations : the heart of international water conflict. In *Natural resources forum*, volume 23, pages 3–30. Wiley Online Library. (Cité à la page 72.)
- [Wurbs, 1993] Wurbs, R. A. (1993). Reservoir-system simulation and optimization models. *Journal of water resources planning and management*, 119(4) :455–472. (Cité à la page 31.)
- [Wurbs, 2005] Wurbs, R. A. (2005). Comparative evaluation of generalized river/reservoir system models. Technical report, Texas Water Resources Institute. (Cité aux pages 35 et 79.)
- [Yeh, 1985] Yeh, W. W.-G. (1985). Reservoir management and operations models : A state-of-the-art review. *Water resources research*, 21(12) :1797–1818. (Cité à la page 31.)
- [Yoon and Padmanabhan, 1993] Yoon, J. and Padmanabhan, G. (1993). Parameter estimation of linear and nonlinear muskingum models. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 119(5) :600–610. (Cité aux pages 23 et 82.)
- [Zagona et al., 1998] Zagona, E., Fulp, T., Goranflo, H., and Shane, R. (1998). Riverware : A general river and reservoir modeling environment. In *Proceedings of the First Federal Interagency Hydrologic Modeling Conference*, pages 19–23. (Cité à la page 30.)

Résumé :

L'allocation de la ressource de manière optimale, dans un système dynamique étendu, consiste à la répartir et à l'acheminer aux bons endroits, aux bons moments et en bonne quantité. Les flux transportés sont caractérisés par des non-linéarités et sont soumis à des retards lors de leur transfert, mais aussi, à des déformations importantes lorsque la ressource est un fluide. Dans ce travail, nous proposons de prendre en compte, dans la modélisation de ces systèmes, l'ensemble de ces contraintes pour une gestion optimale de transport de fluide.

Le système est modélisé par un réseau de transport étendu afin de représenter l'évolution de la ressource au cours du temps et d'intégrer les retards inhérents aux transferts des flux. Afin d'introduire dans le graphe la dynamique des écoulements des fluides à surface libre, nous définissons des sommets de répartition permettant la modélisation des phénomènes de propagation des flux. Les objectifs de gestion sont représentés par des coûts sur les arcs. L'allocation optimale de la ressource est obtenue par la recherche du flot de coût minimal sur le réseau de transport. A cette fin, un algorithme d'optimisation prenant en compte les contraintes additionnelles issues des sommets de répartition est proposé.

Les méthodes et algorithmes développés sont appliqués au cas des systèmes hydrographiques et à la problématique de l'allocation de la ressource en eau associée. Cette dernière est devenue cruciale en raison des effets négatifs de l'anthropisation des espaces naturels, du changement climatique et de l'augmentation des besoins. Il s'agit de partager la ressource en eau entre différents usagers, conformément à un ensemble d'objectifs et de priorités. L'allocation de la ressource en eau est réalisée en trois étapes principales : le diagnostic de l'état de la ressource disponible sur le système hydrographique à l'instant initial, incluant la prévision de son évolution sur l'horizon de gestion ; la détermination des actions à réaliser sur le système hydraulique pour allouer la ressource en respectant les contraintes et les objectifs ; la surveillance des données mesurées fournissant des indicateurs reconstitués de l'état du système. Les performances de la démarche proposée sont évaluées sur divers systèmes hydrographiques soumis à de multiples régimes hydrologiques.

Mots clés : Systèmes dynamiques étendus non-linéaires, réseaux de transport, gestion de la ressource en eau, réseaux hydrographiques, modélisation des transferts hydrauliques, optimisation des flux.

Abstract :

Optimal allocation of the resource, in a large scale system, consists in distributing it and delivering it to the right places, at the right time and in the right quantity. The transported flows are characterized by nonlinearities and are subject to delays during their transfer, but also to significant deformations when the resource is a fluid. In this work, we propose to take into account, all these constraints in the modeling of these systems, for an optimal management of fluid transport.

The system is modeled by an expanded flow network in order to represent the evolution of the resource over time and to integrate the delays that are inherent in flow transfers. In order to introduce the flow dynamics of open-channel flows into the graph, we define distribution nodes allowing to model the flow propagation phenomena. The water allocation objectives are represented by costs on the network's arcs. The optimal allocation of the resource is obtained by the search for the minimal cost flow on the network. To this end, an optimization algorithm taking into account the additional constraints resulting from the distribution nodes is proposed.

The methods and algorithms developed, are applied to the case of hydrographic systems and to the water resources management problem. The latter has become crucial due to the negative effects of anthropisation of natural areas, climate change and increasing needs. Water allocation consists in sharing the water resource between different users, according to a combination of objectives and priorities. The allocation of the water resource is carried out in three main steps : the diagnosis of the state of the available resource on the hydrographic system at the initial time step, including the forecast of its evolution over the management horizon ; the determination of operations to be carried out on the hydraulic system to allocate the resource according to the constraints and objectives ; the monitoring of the measured data in order to provide reconstructed indicators of the system's state. The performances of the proposed approach are evaluated on various hydrographic systems, subjected to multiple hydrological regimes.

Key words : Large scale systems, network flow, water resources management, hydrographic systems, water transfer modelling, flow optimization.