UNIVERSIDAD CONTINENTAL

www.continental.edu.pe

LEY DE LOS SENOS

Resolución de triángulos

PRESENTACIÓN

Soy el Profesor Fabio Abraham Contreras Oré, integrante del Área de Formación Docente de la Dirección de Calidad Educativa de la Universidad Continental.

OBJETIVO

Dados tres elementos de un triángulo cualesquiera, un lado y los dos ángulos adyacentes, resolver dicho triángulo

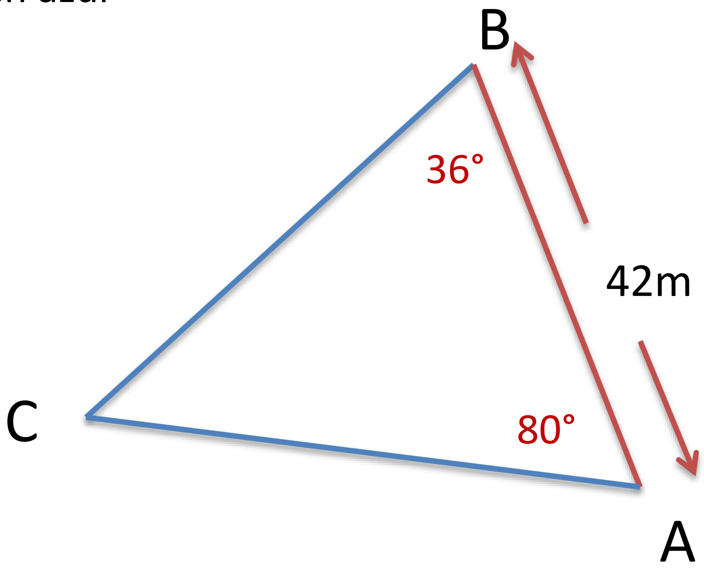
CONSIDERACIONES PREVIAS

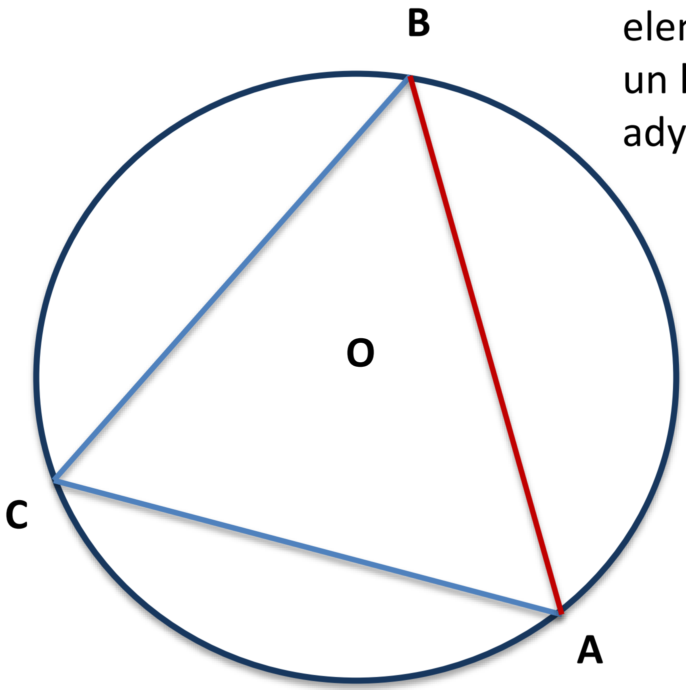
RESOLUCIÓN DE UN TRIÁNGULO

Sabemos que un triángulo es un polígono que tiene seis elementos: tres lados y tres ángulos; se dice que un triángulo cualesquiera, está perfectamente determinado si se conocen tres de estos elementos, siempre que, por lo menos uno de los datos, sea un lado. En este sentido, resolver un triángulo consiste en calcular los otros tres elementos, conociendo tres de ellos dados como datos.

Ejemplo: Dos amigos han medido la distancia entre dos puntos A y B, esta es de 42 m. Desde ambos puntos se divisa un punto C con una geografía difícil de llegar, sin embargo, con una brújula han medido, que el ángulo desde el punto A al punto C es de 80° y desde el punto B al punto C mide 36°. ¿Qué distancias separan a los puntos A y B del punto C?

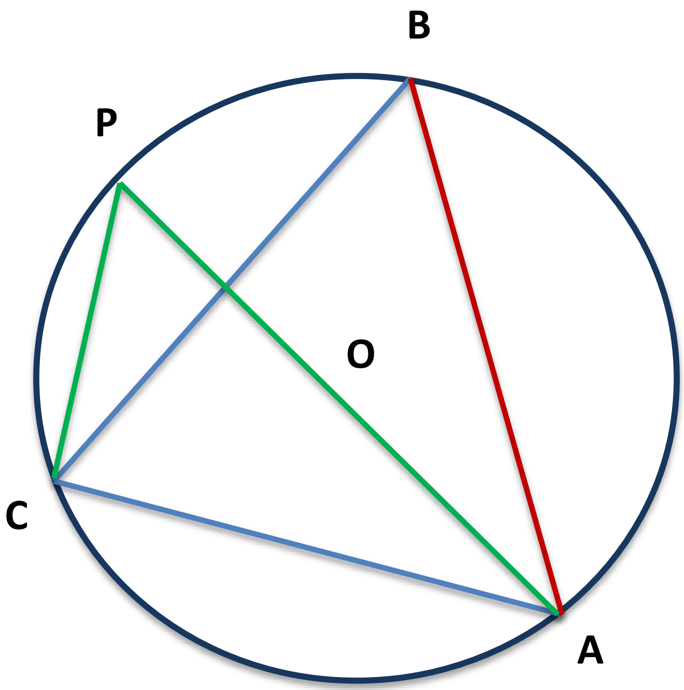
Esquematizando el problema, se tiene: Los datos están en rojo oscuro, y los datos que faltan en azul





Vamos a tratar de resolver un problema general, que involucren a los tres elementos dados, siendo uno de ellos un lado y los otros datos son los ángulos adyacentes a ese lado.

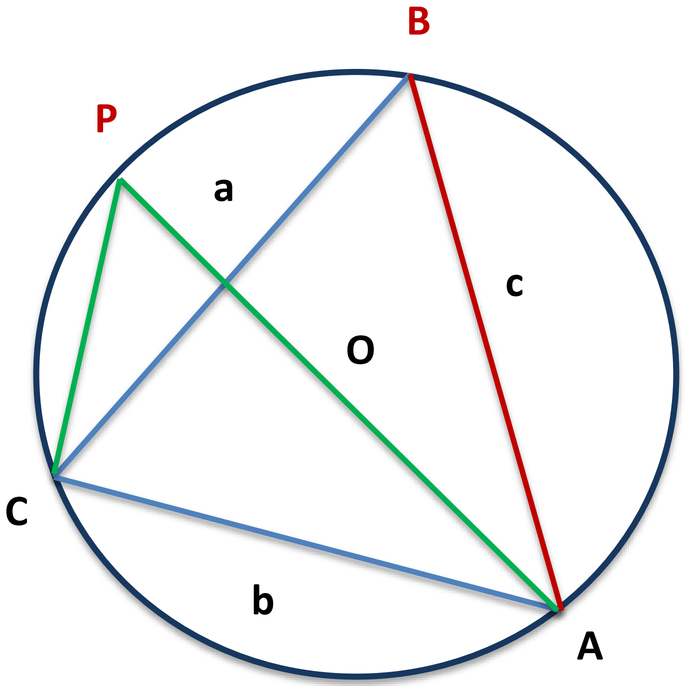
Sabemos, que tres puntos determinan perfectamente a una circunferencia. Sea la circunferencia de Centro O y los vértices del triángulo ABC como puntos de dicha circunferencia



Trazamos el diámetro AP, que obviamente pasa por el Centro O

También construyamos la cuerda PC

Se tiene el triángulo rectángulo PCA, con ángulo recto en C



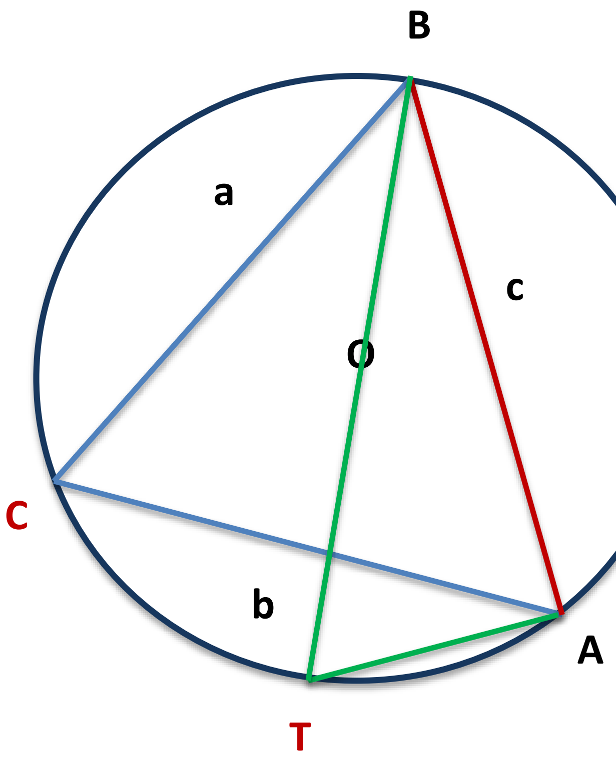
Se deduce, fácilmente, que el ángulo en B es igual al ángulo en P, puesto, que ambos son ángulos que se oponen a una misma cuerda AC.

Consecuentemente,

$$sen\ B = sen\ P = \frac{\overline{AC}}{\overline{PA}} = \frac{\overline{AC}}{2r}$$

Es decir: $sen\ B = \dfrac{b}{2r}$

$$\text{Despejando} : 2r = \frac{b}{sen\ B}$$



Repitiendo el proceso, ahora con el diámetro BT y la cuerda TA.

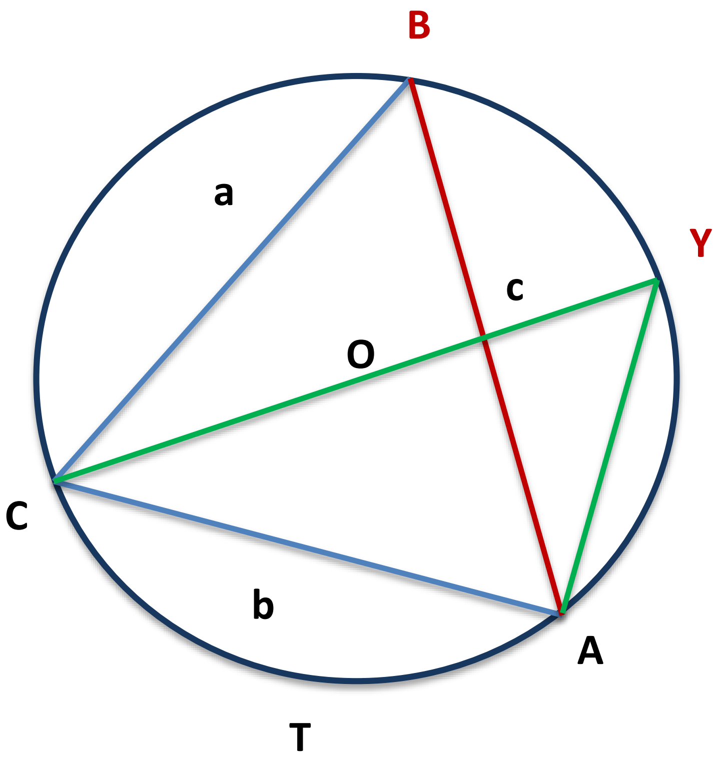
El ángulo en C es igual al ángulo en T, puesto, que ambos son ángulos que se oponen a una misma cuerda AB.

Consecuentemente,

$$sen\ C = sen\ T = \frac{\overline{AB}}{\overline{TB}} = \frac{\overline{AB}}{2r}$$

Es decir: $sen\ C = \dfrac{c}{2r}$

Despejando : $2r = \dfrac{c}{sen\ C}$



Hagamos ahora el diámetro CY y la cuerda YA.

El ángulo en B es igual al ángulo en Y, puesto, que ambos son ángulos que se oponen a una misma cuerda AC

Consecuentemente,

$$sen\ B = sen\ Y = \frac{\overline{AC}}{\overline{\overline{CY}}} = \frac{\overline{AC}}{2r}$$

Es decir: $sen\ B = \frac{b}{2r}$

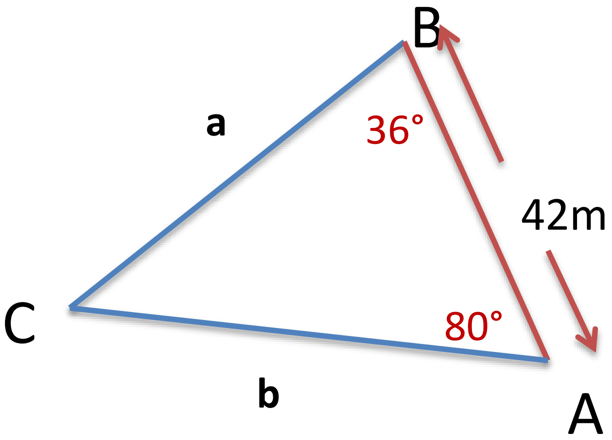
$$\text{Despejando}: 2r = \frac{b}{sen\ B}$$

Finalmente, las tres igualdades anteriores se han encontrado que son iguales a 2r, por lo que en resumen podemos escribir:

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C} = 2r$$

Identidad conocida como la LEY DE LOS SENOS, con el añadido, que dichos cocientes siempre son iguales a la longitud del diámetro de la circunferencia circunscrita a los vértices del triángulo

Con éste resultado quedan resueltos todos los problemas similares



Resolviendo el triángulo.

1. C = 180° – (36+80°) = 64°

2. $\dfrac{42}{sen\,64°} = \dfrac{b}{sen\,36°}$

$$b = \frac{42\,sen\,36°}{sen\,64°} = \frac{42\,(0{,}588)}{0{,}899} = 27{,}47\,m$$

3. $\dfrac{27{,}47}{sen\,36°} = \dfrac{a}{sen\,80°}$

$$a = \frac{27{,}47(sen\,80°)}{sen\,36°}$$

$$= \frac{27{,}47(0{,}985)}{0{,}588}$$

$$a\ = 77{,}10\,m$$

A nombre de Calidad Educativa- Área de Formación Docente

Gracias!!!!