



PD 15593



003103642

COBISS

Грађевински факултет
Универзитета у Београду

Jovan Ž. Despotović

ANALIZA JAKIH KIŠA
KAO UZROČNIKA POPLAVA
POMOĆU SLUČAJNIH PROCESA

— Doktorska disertacija —

Beograd
1996

Građevinski fakultet
Univerziteta u Beogradu

Jovan Ž. Despotović

ANALIZA JAKIH KIŠA
KAO UZROČNIKA POPLAVA
POMOĆU SLUČAJNIH PROCESA

Doktorska disertacija

Beograd, 1996.

*Disertaciju posvećujem
Jevrosimi i sećanju na Živadina,
Hristinu i Proku,
Tiji,
Dini, Idi i Aleksi.*

ZAHVALNOST

Ova disertacija je jednim delom rezultat timskog rada u okviru nekoliko istraživačkih projekata koji su radjeni u Institutu za hidrotehniku na Gradjevinskom fakultetu u Beogradu. Pomoć i podrška za istraživanja od strane JKP "Beogradski vodovod i kanalizacija", OZ Nauke Beograda, Livnice iz Ljiga, Samoposluge "C" i dečijeg vrtića na Miljakovcu, je bila dragocena.

Izražavam zahvalnost profesorima G. Hajdinu, V. Vukmiroviću, P. Wisneru, pok. S. Jovanoviću, pok. N. Djordjeviću, O. Bonacciju, M. Desbordesu, P. Harremoesu, B. Yenu, Lj. Jevtoviću, R.M. Vićentiću, Č. Maksimoviću, i g-dinu M. Jaukoviću, za plodnosne diskusije tokom celokupnog istraživanja, podršku i pomoć pri izradi disertacije.

Rezultate merenja sam analizirao sa pok. profesorom Radojkovićem, Rankom, Slobodanom, Dubravkom, Anom, Sašom, Ikom, Gavrom i Dragutinom. Na Miljakovcu smo merili Guta, Branko, Vojin, Vlada, Dušan, Predrag, Danilo, Ana, Dragan, Žika, profesor Simić, i ja, a pomagali su nam miljakovčani, posebno porodica Ćirović.

U pripremi i obradi materijala, posebno merenja, mnogo mi je pomogla Jasna svojom selektivnošću, studioznošću i besprekornim radom. Draško je nacrtao nešto manje od bezbroj crteža, i pomogao da rad dobije visoku grafičku formu. Obradu materijala uradile su Vera i Nena. Duboko se svima zahvaljujem na saradnji.

Prijateljima i rođjacima koji su me s dobrim namerama podsećali na obavezu doktorata to zaista neću zaboraviti.

Tiji, Dini, Idi i Aleksi sam uskratio mnogo zajedničkih doživljaja dugogodišnjom izradom doktorata. Najveće napore i stvaralačka nezadovoljstva podelio sam sa Tijom. Ona je poštovala moj zanos i rad, i ja to veoma cenim. Dini, Idi i Aleksi želim da nauče da razlikuju uzaludan napor od pravih rezultata, i da želja za znanjem i pošten rad, pored ljubavi, najviše obogaćuju čoveka. Zahvaljujem im na strpljenju, podršci i ljubavi.

Analiza jakih kiša kao uzročnika poplava pomoću slučajnih procesa

Rezime disertacije

U disertaciji se analizira slučajna pojava padavina, koje su određene trenutkom pojave i veličinom - visinom.

Pojava padavina u vremenu je izučena Markovljevim modelom obnavljanja sa dva stanja: kiša - suša, korišćenjem radova Cox i Lewis-a i Fofoula - Georgiu sa sar.

Model sadrži 4 parametra, a to su sledeće verovatnoće:

- a_1 - verovatnoća prelaza kiše u kišu;
- a_2 - verovatnoća prelaza suše u sušu;
- p_1 - parametar geometrijske raspodele za kišne periode;
- p_2 - parametar geometrijske raspodele za sušne periode;

koje se simultano određuju.

Modelom se pojava kiše u vremenu izučava u dva koraka, putem:

1. Analize pojave kiše i perioda vremena.

razmatrajući sledeće promenljive:

- Trajanje perioda vremena do pojave događaja - pojave kiše.
- Trajanje kišnih perioda vremena.
- Trajanje sušnih perioda vremena.

2. Analize broja događaja u nizu - uzastopnih događaja.

Model je primenjen na uzorke dnevnih kiša sa dve lokacije u Beogradu: eksperimentalni sliv Miljakovac 2 za period merenja 1982 - 92, i kišomerena stanica Vračar, period merenja 1972 - 92, po sezonama: januar-april, maj-avgust, septembar-decembar.

Druga osnovna karakteristika pojave padavina - veličina, koja je u disertaciji predstavljena visinom, je analizirana primenom slučajnog prekidnog modela na bazi radova Todorovića sa sar.

Sadržaj izučavanja visine padavina je sledeći:

- Analiza broja javljanja kiša u odredjenim periodima vremena - broju dana;
- Analiza broja promena visine kiše;
- Analiza ukupne visine kiše u odredjenim periodima vremena.

Za periode vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana formirani su uzorci broja javljanja a njihove empirijska raspodela su uspešno aproksimirane Poissonovim raspodelama sa parametrom koji odgovara srednjem broju javljanja.

Promena visine kiše od 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20 i 30 mm analizirana je preko odgovarajućih uzoraka broja promena pomoću Poissonove raspodele, čiji je parametar prosečni broj promena, sa zadovoljavajućom tačnošću.

Ukupna visina kiše u odredjenim periodima vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana analizirana je funkcijama raspodele od kojih je izabrana ona koja se bolje aproksimira uzorcima, i to je funkcija na bazi korišćenja Besselove funkcije prvog reda (I_1).

Parametri funkcije su korigovani na bazi osnovnih statistika (srednja vrednost, varijansa) ukupnih padavina u odgovarajućim periodima vremena, kao i na osnovu statistika mesečnih suma.

Merenja padavina i proticaja na eksperimenatalnom slivu Miljakovac 2 u periodu 1982 - 92. godina, poslužila su za definisanje karakterističnih proticaja zadatih povratnih perioda od 2, 5, 10 i 20 godina korišćenjm sledećih procedura:

- Procena na osnovu računskih proticaja na bazi računskih kiša.
- Procena na osnovu računskih proticaja na bazi osmotrenih kiša.
- Procena na osnovu statističke analize izmerenih proticaja.

Na osnovu rezultata primene navedenih procedura zaključeno je da računske kiše neravnomernog intenziteta mogu poslužiti za procene proticaja 2 godine povratnog perioda, a da osmotrene kiše mogu da se koriste za 5-to godišnje proticaje.

Medjutim, za proticaje većih povratnih perioda od 5 godina, npr. 10 ili 20 godina, potrebno je prilagoditi vrednosti parametara modela BEMUS, kao što je početna poroznost, radi adekvatnog proračuna oticanja kišnih voda i, shodno tome, karakterističnih proticaja odredjene verovatnoće pojave.

Na primeru rezultata merenja padavina i proticaja na e. podslivu Miljakovac 2 ilustrovana je mogućnost primene razvijenog složenog modela pojave kiša.

Random processes in rain analysis as the cause of floods

Abstract of the Ph.D. dissertation

Rain occurrence is the main cause of floods and catchment water circulation.

Rain is a stochastic phenomenon since its occurrence in time and value domain can be analysed properly using stochastic models and statistical inference.

Rainfall-runoff process on rural and urban catchments is mostly influenced by rain characteristics, such as: duration, depth, intensity and time variability, inter-event times, and also the catchment characteristics.

Criteria flow rate is the basic information for a series of design projects of numerous hydraulic and other structures at the catchment. The flow rates can be evaluated using one of the following procedures:

- analysis of measured flow rates at the catchment outlet;
- analysis flows based on design storms;
- analysis based on historical storms.

During measurements of rainfall and runoff at the experimental urban storm drainage catchment Miljakovac 2 in Belgrade, which started in 1981, as well as during design of a number of storm drainage systems, certain constraints and disadvantages inherent to the cited procedures were noticed.

The main goal of the thesis is to improve the procedure of design flows evaluation based on a compound stochastic process aimed at analysing antecedent conditions from daily rainfall totals. A broad literature review and experience gained from measurements and design projects present a background for development of the methodology introduced in the thesis.

Regarding time domain the Markov renewal model of the two state is implied and applied to the daily totals for the analysis of:

- inter-event time,
- duration of rainy (wet) period,
- duration of dry (without rain) period, and

- conditional probability of occurrence of second, third,... consecutive rainy day.

The objective of the dissertation is establishing a compound design storm model by incorporating Markov renewal model for rainy period duration and random process application to the total rainfall depth during a series of rainy days.

The model is applied to rainfall daily totals observed at the experimental urban catchment Miljakovac 2 in Belgrade for the period 1982 - 92. The flow rates observed at the catchment (25.5 ha) outlet and at the subcatchment (7.14 ha) outlet are analyzed using the above three procedures. These catchment and subcatchment peak flows are discussed in view of two envelopes: the ratio of two corresponding areas which equals 3.57, and regression of corresponding measured flow rates at two outlets.

Taking into account the measurements of rainfall and runoff tested for their accuracy and reliability, together with numerous data analysis and verifications, the following conclusions are drawn:

- measurements of rainfall on Hellmann rain gauge, tipping bucket rain gauge and daily totalizer were consistent and reliable to a high degree;
- flow rate measurements at the subcatchments outlet are accurate and reliable and could be accepted for analysis;
- record of flow rates at the catchment outlet do not comprise the largest flow events, so that the catchment peak flows could not be taken into analysis without special attention;
- for return period up to 2 years, design flow rates could be accepted if they are based on design storms of nonuniform pattern, and if the measurements at the catchment are not possible;
- for return periods up to 5 years, design flow rates have to be estimated using historical storms rather than using design storms;
- design flows for larger return periods could be estimated using compound rainfall data analysis as given in the dissertation, using the same probabilities of the following variables:
 - duration of rainy period of the given probability;
 - total rainfall depth during this rainy period of the same probability;
 - design storm of the given probability;
 - estimation of antecedent condition parameters, such as porosity and infiltration characteristics.

Sadržaj

Spisak tabela

Spisak slika

1. Uvod - o padavinama i oticaju	1
1.1. Padavine, vodoprivreda, hidrotehnika	1
1.2. Fizičke osnove pojave oticanja kišnih voda	2
1.3. Modeliranje pojave oticanja	3
1.4. Cilj, predmet i koncept disertacije	7
1.5. Sadržaj disertacije	10
2. Razmatranje pojave kiša	11
2.1. Kratak opis pojave kiša	11
2.2. Razmatranje pojave dnevnih kiša	15
2.3. O nekim pojmovima teorije verovatnoće	16
2.4. Karakteristike vremena do događaja	17
2.5. Karakteristike broja događaja	18
3. Markovljev model obnavljanja kiša	19
3.1. O modeliranju obnavljanja kiša	19
3.2. Analiza i modeliranje vremena do događaja	20
3.3. Osnovne zavisnosti broja događaja i intervala vremena do događaja	24
3.4. Rezultati primene analize sušnih i kišnih perioda javljanja	26
3.5. Analiza i modeliranje broja događaja	34
3.6. Rezultati proračuna uslovne verovatnoće javljanja	35
4. Složeni model pojave kiša	37
4.1. Analiza dnevnih padavina složenim stohastičkim modelima	37
4.1.1. Prikaz realizacije slučajnog procesa padavina	37
4.1.2. O pojavi kiša u vremenu	38
4.1.3. O priraštaju visine kiše	41
4.1.4. O raspodeli trajanja ciklusa	42
4.1.5. O raspodeli priraštaja kiše	43
4.1.6. O raspodeli ukupne visine kiše	44
4.1.7. Matematičko očekivanje i varijansa ukupne visine kiše X_t	46
4.1.8. Model sa konstantnim intenzitetima pojave kiše i promena visine kiše	48
4.2. Primena postupaka iz stohastičkog modela na pojave dnevnih kiša	51

4.2.1. Pojava padavina u vremenu	52
4.2.2. Promena visine kiše	65
4.2.3. Trajanje prvog ciklusa τ_1 i odgovarajuće visine kiše ξ_1	78
4.2.4. Ukupna visina kiše za period od N dana	83
4.2.5. Mesečne visine kiše u sezoni maj-avgust	86
4.2.6. Ukupne visine kiše u višednevnom periodu na osnovu složenog modela pojave	92
5. Merenje kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2	115
5.1. Uvod	115
5.2. Merenje kiše i proticaja na slivu	116
5.3. Rezultati merenja kiše i proticaja na eksperimentalnom slivu	118
5.3.1. Obrada rezultata merenja kiše	118
5.3.2. Analiza rezultata merenja proticaja na slivu	121
5.4. Analiza karakterističnih proticaja na slivu	122
5.4.1. Računski proticaji na osnovu računskih kiša	122
5.4.2. Računski proticaji na osnovu osmotrenih kiša	124
5.4.3. Karakteristični proticaji na osnovu merenja proticaja	124
5.4.4. Upoređenje dobijenih karakterističnih proticaja	125
5.5. O korišćenju informacija o ekstremnim proticajima sa susednih ili bliskih slivova	128
5.6. Mogućenost korišćenja razvijene metodologije za adekvatnije procene prethodnih uslova	129
6. Zaključak i preporuke	133
7. Reference i literatura	139
7.1. Reference	139
7.1.1. Knjige i monografije	139
7.1.2. Članci, referati	142
7.2. Literatura	147
7.2.1. Knjige i monografije	147
7.2.2. Članci, referati	149
Prilozi	157

Spisak tabela

Poglavlje 3. Markovljev model obnavljanja kiša

- Tabela 3.1. Godišnje sume padavina na eksperimentalnom slivu Miljakovac (1982-92) i kišomernoj stanici Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 3.2. Statistike godišnjih suma kiša u (mm) na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 3.3. Broj vremena do dogadjaja - kiša i broj dogadjaja - kiša na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 3.4. Osnovne statistike vremena do dogadjaja i visina kiše na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i na k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 3.5. Parametri modela Markovljevog obnavljanja kiša sa geometrijskim raspodelama za kišne i sušne periode vremena na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 3.6. Statistike kišnih perioda u danima na e.s. Miljakovac 2 i Vračar u Beogradu.
- Tabela 3.7. Statistike sušnih perioda u danima na e.s. Miljakovac 2 i Vračar u Beogradu.

Poglavlje 4. Složeni model pojave kiše

- Tabela 4.1.1. Osnovne statistike broja javljanja kiše na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) u sezonama: I - januar - april, II- maj - avgust, III - septembar - decembar.
- Tabela 4.1.2. Osnovne statistike broja javljanja kiše na k.s. Vračar (1972-92) u sezonama: I - januar - april, II- maj - avgust, III - septembar - decembar.
- Tabela 4.2.1. Osnovne statistike broja promene visine kiše na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) u sezonama: I - januar - april, II- maj - avgust, III - septembar - decembar.
- Tabela 4.2.2. Osnovne statistike broja promene visine kiše na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) u sezonama: I - januar - april, II- maj - avgust, III - septembar - decembar.

- Tabela 4.3. Statistike prvih ciklusa vremena (τ_1 izraženih u danima), i odgovarajućih visina x_{i_1} u mm) na e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu.
- Tabela 4.4. Ukupna visina kiše u mm tokom N uzastopnih izolovanih kišnih dana određene verovatnoće u % na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 4.5.1. Statistike mesečnih visina kiše u (mm) na e.s. Miljakovac 2 (1982 -92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 4.5.2. Mesečne visine kiše u mm označenih verovatnoća pojave u % na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.
- Tabela 4.6.1. Momenti i statistike ukupne visine dnevnih kiša u mm na e.s. Miljakovac 2 u Beogradu za period osmatranja 1982-92. u sezonama: I - jan - april, II - maj - avgust, III - septembar - decembar.
- Tabela 4.6.2. Momenti i statistike ukupne visine dnevnih kiša u mm na k.s. Vračar u Beogradu za period osmatranja 1972-92. u sezonama: I - jan - april, II - maj - avgust, III - septembar - decembar.
- Tabela 4.6.3. Parametri broja javljanja i broja promena na e.s. Miljakovac 2 (1982 - 92) i k.s. Vračar u Beogradu, izračunati prema sledećem:
- Tabela 4.6.4. Visina kiše označenih verovatnoća pojave (%) za period vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana na e.s. Miljakovac 2 (1982 - 92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu.

Poglavlje 5. Merenje kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2 u Beogradu.

- Tabela 5.1. Karakteristični proticaji u (l/s) na osnovu računskih kiša - redovi (1-4), osmotrenih kiša - red (5) i izmerenih proticaja - red (6) na podslivu Miljakovac 2, za period merenja (1982-92)
- Tabela 5.2. Karakteristični proticaji u (l/s) na osnovu računskih kiša - redovi (1-4), osmotrenih kiša - red (5) i izmerenih proticaja - red (6) na slivu Miljakovac 2, za period merenja (1982-92)

Spisak slika

Napomena: Merenja na e.s. Miljakovac 2 su iz perioda 1982-92. godina, a merenja na k.s. Vračar su iz perioda 1972-92. godina.

Poglavlje 1. Uvod - padavine, vodoprivreda, hidrotehnika.

Slika 1.1. Shematski prikaz osnovnih faza oticanja kišnih voda i elemenata za kanaliziranje na urbanizovanom slivu.

Slika 1.2. Shematski prikaz metoda analize rezultata merenja kiše i proticaja i korišćenje rezultata u postupcima proračuna merodavnih proticaja

Poglavlje 2. Razmatranje pojave kiše.

Slika 2.1. Osmotreni - registrovani intenziteti kiše.

Slika 2.2. Shematski prikaz formiranja ukupne visine kiše.

Slika 2.3. Dnevne visine kiše.

Poglavlje 3. Markovljev model obnavljanja kiše.

Slika 3.1. Serija dana sa kišom (1) i dana bez kiše - sušnih dana (2), odnosno pozitivnih i negativnih ishoda procesa prema definiciji: Guttorp (1986).

Slika 3.2. Smenjivanje kišnih i sušnih perioda vremena.

Slika 3.3.1. Verovatnoća trajanje perioda do pojave kiše na e.s. Miljakovac 2.

Slika 3.3.2. Verovatnoća trajanja perioda do pojave kiše na k.s. Vračar

Slika 3.4.1. Verovatnoća trajanja kišnog perioda na e.s. Miljakovac 2.

Slika 3.4.2. Verovatnoća trajanja kišnog perioda na k.s. Vračar.

Slika 3.5.1. Verovatnoća trajanja sušnog perioda na e.s. Miljakovac 2.

Slika 3.5.2. Verovatnoća trajanja sušnog perioda na k.s. Vračar.

Slika 3.6.1. Uslovna verovatnoća javljanja uzastopnih kišnih dana na e.s. Miljakovac 2.

Slika 3.6.2. Uslovna verovatnoća javljanja uzastopnih kišnih dana na k.s. Vračar.

Poglavlje 4. Složeni model pojave kiše.

Slika 4.1. Intenziteti kiše.

Slika 4.2. Shematski prikaz sumarne visine kiše, prvog ciklusa τ_1 i odgovarajuće visine kiše ξ_1 .

Slika 4.3.1. Srednji broj javljanja kiša- Λ , standardna devijacija - STD_Λ i STD_Λ/Λ , na e.s. Miljakovac 2

Slika 4.3.2. Srednji broj javljanja - Λ , standardna devijacija - STD_Λ i STD_Λ/Λ , na k.s. Vračar.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, period osmatranja.

Slika 4.4.1. Raspodela broja javljanja kiša tokom 3 dana.

Slika 4.4.2. Raspodela broja javljanja kiša tokom 5 dana.

Slika 4.4.3. Raspodela broja javljanja kiša tokom 7 dana.

Slika 4.4.4. Raspodela broja javljanja kiša tokom 10 dana.

Kišomerna stanica Vračar.

Slika 4.4.5. Raspodela broja javljanja kiša tokom 3 dana.

Slika 4.4.6. Raspodela broja javljanja kiša tokom 5 dana.

Slika 4.4.7. Raspodela broja javljanja kiša tokom 7 dana.

Slika 4.4.8. Raspodela broja javljanja kiša tokom 10 dana.

Slika 4.4.9. Raspodela broja javljanja kiša tokom određenog broja dana: 2, 3, 5, 7 i 10, na dve lokacije - Miljakovac 2 i Vračar.

Slika 4.5.1. Srednji broj promena (κ), standardna devijacija (STD_κ i $STD_{\kappa/\kappa}$, na e.s. Miljakovac 2.

Slika 4.5.2. Srednji broj promena (κ), standardna devijacija (STD_κ i $STD_{\kappa/\kappa}$, na k.s. Vračar.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2.

Slika 4.6.1. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 3$ mm.

Slika 4.6.2. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 7$ mm.

Slika 4.6.3. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 10$ mm.

Slika 4.6.4. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 30$ mm.

Kišomerna stanica Vračar.

Slika 4.6.5. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 3$ mm.

Slika 4.6.6. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 7$ mm.

Slika 4.6.7. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 10$ mm.

Slika 4.6.8. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 30$ mm.

Slika 4.6.9. Raspodela broja promena visine kiše za $x = 3, 7, 10$ i 30 mm, na dve lokacije - Miljakovac 2 i Vračar.

Slika 4.7.1. Verovatnoća trajanja prvog ciklusa τ_1 na e.s. Miljakovac 2.

Slika 4.7.2. Verovatnoća trajanja prvog ciklusa τ_1 na k.s. Vračar.

Slika 4.8.1. Verovatnoća trajanja prvog ciklusa x_{i_1} na e. s. Miljakovac 2.

Slika 4.8.2. Verovatnoća trajanja prvog ciklusa x_{i_1} na k.s. Vračar (1972 - 92).

Slika 4.9.1. Verovatnoća pojave visine kiše za ukupno N uzastopnih kišnih dana na e.s. Miljakovac 2.

Slika 4.9.2. Verovatnoća pojave visine kiše za ukupno N uzastopnih kišnih dana na k.s. Vračar.

Slika 4.10.1. Funkcije raspodele mesečnih visina kiša na e.s. Miljakovac.

Slika 4.10.2. Funkcije raspodele mesečnih visina kiša na k.s. Vračar.

Slika 4.10.3. Funkcije raspodele mesečnih visina kiša na dve lokacije: e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar.

Slika 4.10.4. Funkcije raspodele mesečnih visina kiša na dve lokacije: e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2.

Slika 4.11.1. Momenti ukupne visine kiše $X(t)$ za tri sezone.

Slika 4.11.2. Matematičko očekivanje funkcije raspodele ukupne visine kiše $X(t)$ za tri sezone.

Slika 4.11.3. Disperzija funkcija raspodele ukupne visine kiše $X(t)$ za tri sezone.

Slika 4.11.4. Matematičko očekivanje i disperzija ukupne visine dnevnih kiša na e.s. Miljakovac 2 za periode vremena 2, 3, 5, 7 i 10 dana i statistike mesečnih suma za sezonu maj - avgust.

Kišomerna stanica Vračar.

Slika 4.11.5. Momenti ukupne visine kiše $X(t)$ za tri sezone.

Slika 4.11.6. Matematičko očekivanje funkcija raspodele ukupne visine kiše $X(t)$ za tri sezone.

Slika 4.11.7. Matematičko očekivanje i disperzija ukupne visine dnevnih kiša na e.s. Miljakovac 2 za periode vremena 2, 3, 5, 7 i 10 dana i statistike mesečnih suma za tri sezone.

Slika 4.11.8. Matematičko očekivanje i disperzija ukupne visine dnevnih kiša na k.s. Vračar za periode vremena 2, 3, 5, 7 i 10 dana i statistike mesečnih suma za sezoni maj - avgust.

Slika 4.11.9. Pregled vrednosti parametara broja javljanja u vremenu - Λ : (a) e.s. Miljakovac 2. (b) k.s. Vračar.

- $\Lambda = \lambda_0 t$ - na osnovu prosečnog broja javljanja u vremenu

- $\Lambda^* = \lambda_0^* t$ - na osnovu statistike uzoraka visine kiša u t-dnevnom periodu
- $\Lambda^M = \lambda_0^M t$ - na osnovu prosečnih statistika mesečnih suma

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2.

Slika 4.12.1. Empirijske raspodela ukupnih visina kiše u datim periodima (2, 3, 5, 7 i 10 dana)

Slika 4.12.2. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10; na osnovu originalnih brojeva - javljanja kiša i broja promena visine.

Slika 4.12.3. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10; na osnovu korigovanih brojeva - javljanja kiša i promena visine kiše korišćenjem statistika visine kiša.

Slika 4.12.4. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10, na osnovu korigovanih brojeva - javljanja kiša i promena visine kiše korišćenjem statistika visine mesečnih suma.

Slika 4.12.5. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ ukupnih visina kiše u datim periodima (2, 3, 5, 7 i 10 dana)

Kišomerna stanica Vračar.

Slika 4.13.1. Empirijske raspodela ukupnih visina kiše u datim periodima (2, 3, 5, 7 i 10 dana)

Slika 4.13.2. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10, na osnovu originalnih brojeva - javljanja kiša i broja promena visine.

Slika 4.13.3. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10; na osnovu korigovanih brojeva - javljanja kiša i promena visine kiše korišćenjem statistika visine kiša.

Slika 4.13.4. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ visine kiše za određeni broj dana: 2, 3, 5, 7 i 10, na osnovu korigovanih brojeva - javljanja kiša i promena visine kiše korišćenjem statistika visine mesečnih suma.

Slika 4.13.5. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ ukupnih visina kiše u datim periodima (2, 3, 5, 7 i 10 dana)

Poglavlje 5. Merenje kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2 u Beogradu.

Slika 5.1. Eksperimentalni sliv kišne kanalizacije Miljakovac 2 u Beogradu.

Slika 5.2. Zavisnosti visina kiše (V), trajanje kiše (t_k), povratni period (T) za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu

Slika 5.3. Bezdimezionalna visina kiše Π u bezdimezionalnom vremenu τ prema jednačini 5.1. za dva trajanja kiše: 10 i 20 minuta za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu

- Slika 5.4. Hijetogrami računskih kiša trajanja 10 i 20 minuta za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu.
- Slika 5.5. Karakteristični proticaji na osnovu računskih kiša; (a) - podsliv, (b) - sliv.
- Slika 5.6. Karakteristični proticaji na osnovu osmotrenih: (a) - podsliv, (b) - sliv; kiša (približnog trajanja 10 min za podsliv i 20 min za sliv).
- Slika 5.7. Karakteristični proticaji na osnovu osmotrenih proticaja; (a) - podsliv, (b) - sliv; Napomena: pošto je veliki broj ekstremnih proticaja na slivu netačno izmeren ova analiza se ne smatra pouzdanom.
- Slika 5.8 Poredjenje karakterističnih proticaja odgovarajućih povratnih perioda na podslive i na slivu, na osnovu tri metodologije opisane u poglavljima 2. i 6.
- Slika 5.9. Karakteristični izračunati proticaji na podslivu Miljakovac 2 za različite vrednosti početne poroznosti (model BEMUS) i osmotreni proticaji.
- Slika 5.10. Početna poroznost u modelu BEMUS na podslivu Miljakovac 2 na osnovu vrednosti karakterističnih proticaja koji su jednaki osmotrenim proticajima (videti sliku 5.9)
- Slika 5.11. Zavisnost početne poroznosti od ukupnih visina kiše na e.s. Miljakovac 2 - podsliv, za povratne periode 2, 5, 10, 20 i 50 godina

Poglavlje 1

Uvod - o padavinama i oticanju

1.1 Padavine, vodoprivreda, hidrotehnika

Godišnje sume padavina su od interesa za generalne i regionalne analize, za ocene klimatskih karakteristika i njihove promene. Mesečne sume padavina su od uticaja na planiranje, kontrolu i upravljanje sistemima za vodosnabdevanje, navodnjavanje ili odvodnjavanje. Dnevne padavine su potrebne za mikroklimatske analize i upravljanje sistemima sa kratkotrajnim bilansiranjem. Kiše kratkog trajanja i velikog intenziteta su najvažniji element za analize procesa oticanja na malim prirodnim i urbanizovanim slivovima, kao i u složenim procesima prečišćavanja otpadnih voda radi upravljanja i kontrole u realnom vremenu.

U oblasti agro-hidrotehnike analiza padavina neposredno prethodi analizama vodnog bilansa i dominantno određuje proračune potreba za navodnjavanjem ili odvodnjavanjem. U procenama potreba za vodom za snabdevanje stanovništva i privrednih kapaciteta osnovne podloge za analizu vodnosti sliva i izvorišta su podaci i analize padavina. U analizama oticanja kišnih voda sa prirodnih i urbanizovanih površina samo ime cele oblasti govori o značaju podataka o kišama. Proračuni velikih voda i propagacije poplavnog talasa zasnivaju se na merodavnim hidrogramima koji su određeni na osnovu računskih kiša. Analize kvaliteta vode u vodotokovima ili jezerima razmatraju na osnovu procena trajanja sušnih i kišnih perioda vremena. Savremenim postupcima se analizira kvalitet vode koja otiče sa površina koje se obradjuju i koje su zagadjene pesticidima i herbicidima. Kod površinskog oticaja proračunava se zagadjenje oticaja, posebno sa urbanizovanih, industrijskih i saobraćajnih površina, na osnovu karakteristika jakih kiša .

Na osnovu prethodnog jasno se može zaključiti da je analiza padavina sastavni deo praktično svih vodoprivrednih i hidrotehničkih razmatranja.

* * *

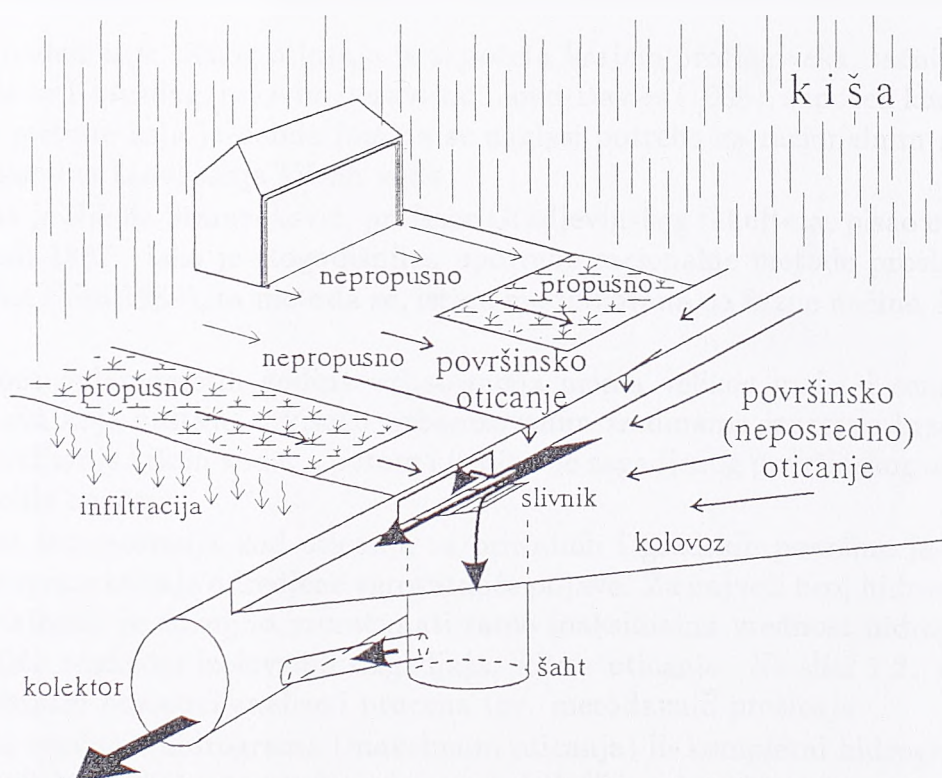


Autor disertacije je veliki deo svojih radova ostvario u oblasti oticanja kišnih voda sa urbanizovanih slivova, u kojoj posebno mesto pripada merenjima kiše i oticaja na eksperimentalnom slivu kišne kanalizacije Miljkovac 2 u Beogradu u periodu 1981 - 1992. godina. Na osnovu stečenog iskustva i saznanja za predmet izučavanja disertacije predviđena je analiza pojava padavina radi ocene uslova za formiranje velikih voda i poplava pomoću slučajnih procesa. Merenja proticaja i padavina na eksperimentalnom slivu Miljkovac 2, i padavina na meteorološkoj stanici "Opservatorija Vračar" predstavljaju eksperimentalnu osnovu ove disertacije.

1.2 Fizičke osnove pojave oticanja kišnih voda

Za ilustraciju pojave kiše i oticaja i kanisanja kišnih voda, shematski je prikazan neki urbanizovani sliv na slici 1.1. U opštem primeru tu pojavu odredjuju:

1. Padavine: intenzitet i ukupna količina.
2. Karakteristike sliva: veličina, nagibi, geološki sastav površinskog sloja, vrsta i namena površina.
3. Putevi površinskog oticanja: dominantni nagibi i padovi, smerovi tečenja vode, elementi zaprihvatanje i odvodjenje kišnih voda.



Slika 1.1. Shematski prikaz osnovnih faza oticanja kišnih voda i elemenata za kanisanje na urbanizovanom slivu

Karakteristike kiše (ukupna visina i intenzitet), i stanje parametara oticanja na slivu u trenutku kad kiša počinje, presudno određuju proces površinskog oticanja kišnih voda. Kada se na slivu prati, posmatra ili meri površinski oticaj uvek se radi o vremenski ograničenoj pojavi, o takozvanom "dogadjaju". Kada se razmatra stanje sliva analizom samo kiše i neposrednog oticaja, takodje se radi o prekidnoj - diskontinualnoj pojavi. Poznato je, međjutim, da se celokupno stanja sliva neprekidno menja. Činioci za formiranje površinskog oticanja koji se neprekidno menjaju su: vlažnost tla, infiltracija i kapacitet zadržavanja vode na površini, pa u zavisnosti od međusobnog odnosa navednih veličina i intenziteta kiše, može doći do formiranja površinskog tečenja. U toku osmatranja na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2, takve pojave su uočene, pažljivo praćene, a neke i merenjima potvrđene. Drugim rečima, deo pojave oticanja kišnih voda koji se stalno menja ali se ne može jednostavno osmatrati ni meriti, a predstavlja neprekidni deo te pojave, jesu uslovi za formiranje oticaja, dok je pojava kiše i površinskog oticaja lako uočljiv diskontinualni deo pojave koji se lako i najčešće meri. Neposredno se nadovezuje i pitanje ocedjivanja i rasušivanja sliva za vreme prekida kiše, između dve kiše ili za vreme bez kiše, tj. suše. Ukratko, izuzetnost sliva nameće zaključak da je takodje potrebna posebna analiza kiša sa aspekta površinskog oticaja osobena za svaki sliv.

1.3 Modeliranje pojave oticanja

Analiza i modeliranje kišnog oticanja je započeta krajem prošlog veka, tačnije 1890 godine kada su Kuichling, i sasvim nezavisno Lloyd-Davies (1906), započeli korišćenje racionalne metode koja je dobila ime da se naglasi potreba za racionalnim projektovanjem sistema kanisanja kišnih voda

Kod nas je Nikola Stamenković, profesor Gradjevinskog fakulteta, pisao o kanisanju varoši 1887. Iako je stogodišnjica upotrebe racionalne metode proslavljena 1989. godine (Yen, 1989), ta metoda se, istina modifikovana na razne načine, i danas koristi.

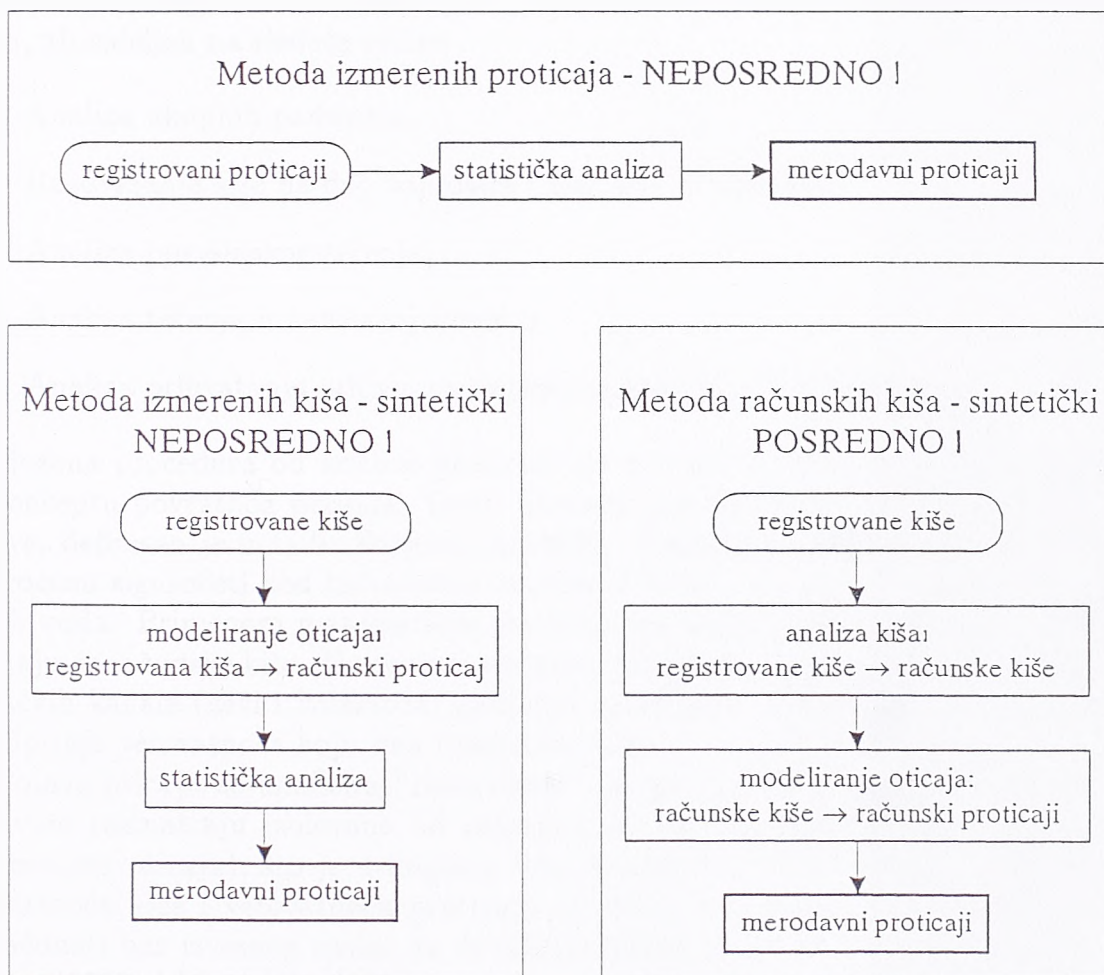
Početak sedamdesetih godina urbanizacija uzima velikog maha i cena šteta usled poplava koje nastaju u visoko urbanizovanim sredinama izuzetno brzo raste tako da kanisanje kišnih voda, a potom i tretiranje zagađenog površinskog oticanja dobijaju veliki značaj.

Predmet interesovanja kod oticanja sa prirodnih i gradskih površina je prvenstveno hidrogram oticaja određene verovatnoće pojave. Za najveći broj hidrotehničkih zadataka najčešće je dovoljno proračunati samo maksimalnu vrednost hidrograma, što se postiže analizom izolovanih dogadjaja: kiša - oticanje. Na slici 1.2. su shematski prikazani postupci analize i procena tzv. merodavnih proticaja.

Najveća vrednost hidrograma (maksimum oticanja) ili kompletni hidrogram oticaja se analiziraju ili proćunavaju jednim od sledećih postupaka:

1. Neposredno - statističkom analizom izmerenih maksimuma oticanja. Pri-

menom statističke analize na seriju - uzorak izmerenih maksimuma hidrograma, koja je shematski prikazana na slici 1.2, procenjuju se velike vode određene verovatnoće. Kontinualno- neprekidno merenje nivoa je uobičajeno i rasprostranjeno na prirodnim potocima i rekama. U gradovima ranije nisu mereni proticaji ni na manjim vodotokovima niti u kolektorima kišne kanalizacije. Međutim, praksa se menja poslednjih dvadesetak godina tako da se na oglednim slivovima, ali i na većim kolektorima u gradovima sistematski mere padavine i proticaji. Deo eksperimentalne podloge ove disertacije su izmerene kiše i proticaji na beogradskom eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2.



Slika 1.2. Shematski prikaz metoda analize rezultata merenja kiše i proticaja i korišćenje rezultata u postupcima proračuna merodavnih proticaja

2. Sintetički neposredno. Hidrogram oticanja se proračunava na osnovu karakterističnih (tipičnih) realnih - osmotrenih kiša radi statističke analize modeliranih proticaja, videti prikaz na slici 1.2. Medjutim, karakterističnim se mogu smatrati različite kiše, što znači da je korišćenje tih kiša subjektivno: jednom karakteristične mogu biti kratke kiše jakog intenziteta, a drugi put tipične mogu biti dugotrajne kiše velike ukupne visine. Ovakav pristup, u suštini, predstavlja pokušaj tačnijeg proračuna (transfera) verovatnoće kiše u verovatnoću oticaja, i praktično je "između" pristupa opisanog u tački 1 i postupka koji je dat u tački 3.

3. Posredno - sintetički: procenjuju se proticaji na osnovu računskih kiša.

Proces oticanja se veoma detaljno i sveobuhvatno modelira savremenim metodama, ali izdelfjen na sledeće celine:

- Analiza ukupnih padavina,
- Razdvajanje kiše na deo koji otiče i deo koji se infiltrira,
- Analiza površinskog tečenja,
- Analiza tečenja u kanalskoj mreži, i
- Analiza prihvatanja oticaja recipijentima kanalisanih kišnih voda.

Složena procedura od analize padavina do računskih hidrograma je zasnovana na konceptu povratnog perioda. Opšti koncept povratnog perioda, ili verovatnoće pojave, definisan je u radu Borgman-a(1964). Predstavlja jednostavan kriterijum za procenu sigurnosti kod hidroloških analiza, a koristi se i kod proračuna oticanja kišnih voda. Primenom matematičke statistike na uzorke kiša određenog trajanja dobijaju se računski kiše. Na osnovu tih kiša i podataka o slivu i mreži prirodnih ili veštačkih kanala (cevi i kolektora) modelira se oticanje. Procenjenom hidrogramu se pripisuje verovatnoća koju ima i računski kiša.

Pojava oticaja se analizira "rastavljena" na gore nabrojane celine, tako da se padavine razmatraju izolovano od oticaja (iako su deo jedinstvenog i neraskidivog procesa oticaja), što je u domenu verovatnoće od velikog uticaja. Medjutim, verovatnoća kiše i verovatnoća proticaja ne mogu se izjednačiti niti jednostavno preračunati bez izvesnog rizika; za detaljnije komentare videti radove Packman-a i Kidd- a(1980) i Marsalek-a(1984).

O postupku računskih maksimuma koji je u svakodnevnoj praksi najčešći, tj. o korišćenju računskih kiša za analizu i proračun oticanja, posebno u gradskim uslovima i na saobraćajnicama objavljen je veliki broj radova. Pored osnovnih zavisnosti trajanje kiše - visina kiše - povratni period (verovatnoća), ili intenzitet kiše umesto visine kiše, smatra se neophodnom analiza oblika hijetograma - dijagram promene intenziteta kiše u vremenu. Neujednačenost intenziteta kiše tokom trajanja je vrlo često predmet diskusija. Ovde se navode najčešće citirani modeli tipskih hijetograma sledećih autora:

- Keifer i Chu (1957) koji su razvili poznati "Chicago" model računске kiše na osnovu zavisnosti visina kiše - trajanje kiše - povratni period.
- Huff (1967) je razvio četiri tipa računskih kiša za pojedine oblasti u Severnoj Americi.
- Desbordes (1980) je analizirao optimalni odnos celokupnog trajanja kiše i trajanja kiše merodavnog intenziteta radi dobijanja merodavne računске kiše.
- Yen i Chow (1980) su veoma uprošćenim modelima - trougao, trapez, predstavili hijetograme računskih kiša.

Originalne modele su takodje predložili: Pilgrim i Cordery (1975), Vukmirović i Despotović (1984), SCS (1976, 1985), Watt i Hogg (1984), Nguyen(1984), i drugi.

Sa druge strane, autoritativni istraživači Arnel (1982), Harremoes (1983), Adams i Howard (1986) i Adams, Fraser, Howard and Hanafy (1986) praksu korišćenja računskih kiša ocenjuju kao nedovoljno pouzdanu. Tako npr. grupa autora sa Adamsom na čelu na osnovu detaljne analize karakteristika kiše, kao što su trajanje, intenzitet i promena intenziteta, visina, intervali vremena između kiša, i veličine i oblika hidrograma oticanja, uočila je da preslikavanje verovatnoće računске kiše koju karakteriše jedan parametar u verovatnoću oticanja nije konsistentno. Na osnovu pomenutih radova, odnosno iznesenih negativnih ocena modeliranja oticanja metodom računskih kiša, mogu se sažeto postavi tri pitanja, koja u stvari predstavljaju tri dileme:

- Koliko je verovatnoća pojave kiše određene visine merodavna za ocenu jedinstvene verovatnoće pojave složene kiše?

Prirodna - realna kiša, kao rezultat međusobno uslovljenih pojava jeste složena i nepredvidiva. Zato se ne može "izračunati" niti oceniti na osnovu jedne jedine karakteristike, npr. trajanja, prosečnog intenziteta ili ukupne visine. Nadalje, ni procena verovatnoće bilo koje od tih karakteristika koja je izdvojena od ostalih ne daje realnu procenu pojave kiše.

- Da li se mogu analizirati druge karakteristike kiše, i drugi činioci oticanja, a da te analize budu usaglašene sa postojećim procedurama modeliranja izolovanih događaja: kiša - oticaj ?

Jasno je da oticanje ne zavisi samo od kiše pa ni verovatnoća pojave oticanja - ili maksimuma hidrograma ne zavisi samo od kiše.

- Za koje karakteristike kiše, i druge činioce oticanja, mogu da se proračunaju verovatnoće pojave, da bi se preciznije (čitati: realnije), mogla oceniti verovatnoća oticaja?

Verovatnoći oticaja se može pripisati verovatnoća pojave samo jedne ili dve od nekoliko karakteristika kiše, ali je potom sama procedura tog pripisivanja nova slučajna promenljiva !

4. Kontinualno modeliranje oticanja je razvijeno sa namerom prevazilaženja izvesnih nedovoljno definisanih faza u proračunima oticanja, a prvenstveno radi tačnijeg odredjivanja početnih uslova za analizu oticanja, regulaciju i kontrolu ispuštanja kišnih voda i praćenje kvaliteta kišnih voda. Fenomen oticaja razmatra se neprekidno po sledećim parametrima:

- a) Padavine, sa promenom intenziteta u vremenu,
- b) Stanje tla: moguća infiltracija i retenzioni kapacitet na slivu,
- c) Oticanje: površinsko i podpovršinsko.

Ovakvim pristupom je moguće kontinualno formiranje pouzdanih podloga - početnih uslova u trenutku kada počinje kiša i oticanje, i kontinualno razmatranje oticaja kišnih voda. Ovako određene vrednosti proticaja, površinskog oticaja i tečenje u sistemu kanalisanja mogu se koristiti za definisanje zavisnosti u domenu verovatnoće. Pojedini autori, npr. Adams i Howard (1986), smatraju da nije uvek potrebna tako ekstenzivna i relativno skupa metodologija. Takodje ističu da je potrebno razviti model za analizu kiša i uslova za oticanje prema konceptu kišnog događaja, uzimajući u obzir iskustva stečena merenjima i kontinualnog modeliranja.

1.4 Cilj, predmet i koncept disertacije

Tokom desetak godina merenja kiše i oticaja na eksperimentalnom slivu na Miljakovcu bio sam u mogućnosti da uspostavim detaljnu sliku pojave površinskog oticanja. Pored odlučujućeg uticaja kiše, koja ima ulogu pokreća celokupnog procesa oticanja kišnih voda, uočio sam od čega zavisi i koliko je uslovljen površinski oticaj kišnih voda od promena pojedinih karakteristika samoga sliva. Drugi deo iskustva sam stekao rešavajući inženjerske zadatke i istražujući pojedine faze oticanja i kanalisanja kišnih voda kao što su: analize računskih kiša, istraživanja površinskog oticaja i prijemne moći slivnika kišne kanalizacije, studentski i projektantski rad na konkretnim zadacima.

Na osnovu navedenih iskustava, i uz pomoć literature, došao sam do ideje da bi trebalo uspostaviti model kojim bi se, prema konceptu povratnog perioda radi očuvanja koncepta računskih kiša i proticaja, korišćenjem lako dostupnih informacija (visine dnevnih kiša), pouzdanije i detaljnije nego do sada, analizirali prethodni uslovi za formiranje neposrednog površinskog kišnog oticanja kao prve faze formiranja velikih voda i poplava.¹

¹Uostalom, u propisima nekoliko razvijenih država poslednjih godina je izričito naglašeno da treba koristiti kontinualne modele radi procene merodavnih karakterističnih proticaja za proračune sistema kišne kanalizacije, što u stvari znači da postojeći modeli nisu zadovoljili.



Cilj disertacije je uspostavljanje probabilističkog modela padavina, radi procene osnovnih parametara oticanja, i to: kišnih i sušnih perioda i ukupnih prethodnih padavina. Na osnovu ovih modela se kasnije pouzdanije mogu proceniti i drugi parametrica kišnih voda, kao što su: infiltracija, poroznost, površinsko zadržavanje vode, isparavanje itd.

Detaljnim uvidom u objavljenu literaturu na osnovu iskustva stečenog korišćenjem slučajnih procesa za analizu hidrometeoroloških promenljivih, došlo se do ideje da su prekidni procesi koji sadrže karakteristike markovskih procesa kao i osobine procesa obnavljanja (Bernier, 1970) pogodni za razmatranje kišnih i sušnih perioda vremena i smenjivanje tih perioda, dok su prekidni procesi za analizu pojave kiše i promene visine kiše u određenim periodima vremena modeli koje treba razviti, testirati radi primene i postizanja datog cilja.

Predmet disertacije je definisanje i razrada modela za analizu složene računске kiše radi analize uslova za formiranje neposrednog površinskog oticanja korišćenjem prekidnih procesa koji treba da sadrže sledeće elemente:

1. Analizu trajanja kišnih i sušnih perioda na nivou dnevnih informacija o kišama;
2. Analizu verovatnoće "prelaza" sušnog vremena u kišni dan, i obrnuto;
3. Analizu ukupne visine kiše u toku određenog broja dana.

Pojava kiše, i shodno tome, kišni i sušni periodi vremena, su slučajnog karaktera. Od mnogih pristupa analize pojave kiše najbliži realnosti su bili pristupi autora koji smatraju da padavine treba izučavati slučajnim procesima (Le Cam, 1961) i procesima obnavljanja (Bernier, 1970). Treba se podsetiti da su markovski procesi (Feller, 1968) takodje izvedeni na osnovu procesa obnavljanja. Diskretni slučajni procesi (Todorović, 1970), su takodje sa svojstvima markovskih procesa. Na kraju uvoda treba pomenuti rad Waymire i Gupte (1981-a,b,c) u kome je dat izvanredan pregled velikog broja modela i metoda sa opisom osnovnih karakteristika mogućnosti.

U nastavku se navode najpoznatiji modeli i slučajni procesi koji su korišćeni za analizu pojave padavina, kao i njihovi autori:

1. Poisson-ov model - Todorović i Jevdjević (1969), Duckstein et al. (1972),
2. Promenljivi modeli obnavljanja - Green (1960),
3. Neumann - Scott (N - S) proces - Rodriguez - Iturbe (1983), i Gupta i Waymire (1985)
4. Markovski lanci - Gabriel i Neumann (1962), Todorović i Woolhiser (1972), Smith i Schriber (1973),
5. DARMA - diskretni autoregresivni modeli sa pokretnim sredinama - Cheng et al. (1984),

6. Markovsko-Bernulijev slučajni prekidni proces - Smith i Karr (1983),
7. Markovski model obnavljanja - Foufoula-Georgiou, Lettenmaier i Guttorp (1985-88),
8. Prekidni slučajni procesi - Todorović (1968,70).

Koncept disertacije je, nakon definisanja cilja i predmeta disertacije izučavanje složene pojave kiše, koja je slučajnog karaktera, u sledećim koracima:

- A. Modelom za analizu kišnih i sušnih perioda vremena je Markovljev model obnavljanja najvećim delom zasnovan na radovima Cox-a i Lewis-a (1978), i delimično razvijen za primenu na uzorke kiša različitih trajanja; Foufoula-Georgiou i Lettenmeier (1987) i Guttorp (1987). Model ovog tipa je primenjen za dobijanje verovatnoće trajanja vremena do pojave kiše, verovatnoću trajanja kišnih perioda kao i trajanje sušnih perioda vremena.
- B. Modeliranje druge komponente - ukupne visine padavina, obavljeno je pomoću slučajnih prekidnih procesa, prema metodologiji koju su razvili Todorović sa sar (1968,69) i kasnije nastavili Todorović i Woolhiser (1975, 76).

Komponente ove analize su

1. Analiza broja javljanja kiša u odredjenim intervalima vremena,
 2. Analiza broja promena visine kiša,
 3. Analiza ukupne visine kiše u odredjenim intervalima vremena.
- C. Na bazi rezultata merenja kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2 u Beogradu, odnosno analize izmerenih i simuliranih proticaja, ilustrovana je mogućnost primene razvijene metodologije za analizu prethodnih uslova za formiranje površinskog oticaja na bazi računskih kiša.

1.5 Sadržaj disertacije

U poglavlju 2. Razmatranje pojave kiša, ukratko se opisuje pojava padavina, sa posebnim osvrtom na dnevne kiše. Daju se činioci ili komponente pojave i cilj modeliranja.

U poglavlju 3. Markovljev model obnavljanja kiša izlažu se osnovne karakteristike, ograničenja i uslovi za primenu tog modela na uzorke dnevnih kiša, i osnovne karakteristike radi opisivanja i ocene pojedinih podprocesa pojave.

U poglavlju 4. Složeni model pojave kiša izložena je metoda sa osnovnim analizama radi upoznavanja i radi uvida u mogućnost kompletiranja razmatranja složene pojave dnevnih kiša.

U poglavlju 5. je opisano Merenje kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2 u Beogradu. Poredjenjem postupaka dobijanja karakterističnih proticaja ilustruje se mogućnost i način primene složenog modela, Markovljevog modela obnavljanja i stohastički model visine kiša za analizu prethodne vlažnosti, tj. prethodne poroznosti tla radi tačnije simulacije procesa oticanja i shodno tome realne procene proticaja određenog povratnog perioda na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu.

U poglavlju 6. Zaključak i preporuke naglašene su osnovne komponente modela, najvažniji rezultati kao i mogućnost primene osnovnih faza složene metodologije. Takodje su date preporuke za korišćenje procedura koje su u disertaciji, a na kraju su navedeni i dalji pravci istraživanja mogućnosti primene slučajnih procesa.

U poslednjem poglavlju 7. su u delu 7.1. Reference kojima sam se neposredno koristio i rukovodio u izradi disertacije i Literatura u delu 7.2. u kome su radovi i članci koji su konsultovani ili indirektno korišćeni.

* * *

Naglašava se da razmatranja ne obuhvataju medjusobnu uslovljenost padavina sa drugim meteorološkim parametrima, kao što su: temperatura, pritisak i vlažnost vazduha.

Takodje se ističe da istraživanja ne obuhvataju meteorološku komponentu pojave padavina, već se analiziraju osmotrene padavine na površini zemlje.

Poglavlje 2

Razmatranje pojave kiša

2.1 Kratak opis pojave kiša

Pojava kiše je rezultanta interakcije nekoliko sistema - mehanizama koji su međusobno manje ili više zavisni; opise ove pojave dali su: LeCam (1961), Gupta i Duckstain (1975), Eagleson (1984), i drugi. Navedeni istraživači smatraju da bi detaljno i pouzdano modeliranje ovog fenomena moralo da bude veoma složeno, a time praktično nerešivo zbog kompleksnosti, ili značajno uprošćeno nizom pretpostavki tako da bi se dobijeni rezultati najčešće morali odbaciti prilikom uporedjenja sa osmotrenim padavinama.

Složeni proces pojave kiše, ukratko i veoma pojednostavljeno, slikovito se može opisati kao bezuslovno smenjivanje sušnog vremena i pojave kiše. Promena (prelazak) kiša→suša, odnosno suša→kiša, i međusobna uslovljenost kišnog i sušnog perioda, i obrnuto, su predmet interesovanja i sadržaj ovog izučavanja. Analiza visine kiše kao druge osnovne karakteristike pojave, je takodje u okviru sadržaja disertacija.

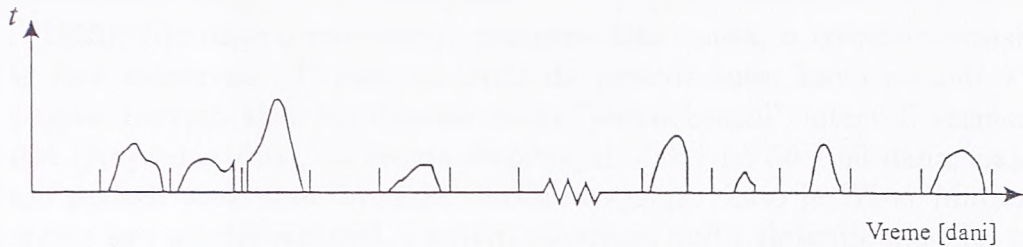
Pojava padavina se može opisati i prikazati kao prekidan - diskontinualan proces. Na slici 2.1 je realizacija procesa sa prikazom smenjivanja sušnih i kišnih perioda, kao i njihovo trajanje. Periode padavina, pored trajanja, karakteriše i intenzitet kiše - i koji se neprekidno registruje.

Na slici 2.2 je prikazano formiranje niza sumarnih visina kiše, i to integraljenjem intenziteta kiše u određenim vremenskim intervalima, npr: čas, nekoliko sati, dan, odnosno ukupna visina kiše za vreme trajanja kiše, a na slici 2.3 je dat niz dnevnih visina kiše.

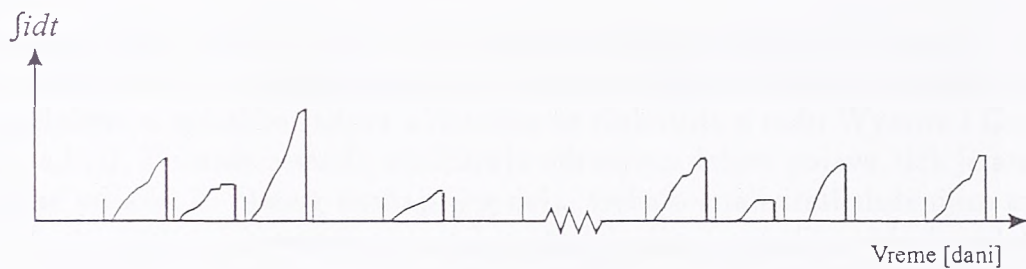
Ekstremne dnevne kiše koje se razmatraju kao međusobno nezavisne najčešće se analiziraju metodama godišnjih ekstrema i pikova:

Metoda godišnjih ekstrema, koja je detaljno data u knjizi Gumbel-a (1958), često se koristi za analizu ekstremnih vrednosti neke promenljive, jer je veoma jednostavna i detaljno testirana. Za analizu se uzima po jedna najveća vrednost iz svake godine kada su vršena osmatranja.

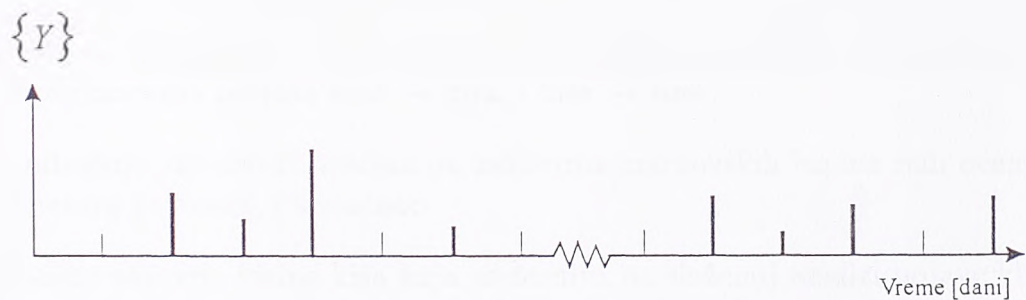




Slika 2.1. Osmotreni - registrovani intenzitet kiše



Slika 2.2. Shematski prikaz formiranja ukupne visine kiše



Slika 2.3. Dnevne visine kiše

Metoda pikova (parcijalnih vremenskih serija) detaljno je data u radovima Bernier-a (1967, 1970) i Todorović-a (1970). Metoda je znatno složenija, jer u razmatranja uzima sve (ne)zavisne vrednosti jedne veličine, radi potpunije i pouzdanije analize pojave koja se razmatra.

Sa druge strane kada se pojedine padavine-kiše smatraju medjusobno zavisnim veličinama, složena struktura pojave se opisuje modelima kao što su: markovski lanci, modeli pokretnih sredina, Poissonov proces i dr. Ocene primene tih modela mogu se naći u radovima: LeCam - a (1961), Eagleson - a (1970), Todorović (1970), Wymire i Gupta (1981, 1984), Smith i Karr (1983, 1985), i dr. U opisivanju

modela za analizu međusobne uslovljenosti kod pojave kiša posebno se ističe rad Wisera (1965), čije ideje o modeliranju promene kiša - suša, u izvesnom smislu, ni do danas nisu ostvarene. U radu se ističe da periode suše, kao i periode kiše u okviru pojave dnevnih kiša, karakteriše da su "jednoobrazni" intervali vremena ili vrlo kratki (traju dan dva), ili veoma dugotrajni, čak i po 50 - 60 dana; najredje se javljaju periodi očekivane "srednje" dužine trajanja. Zato je Wiser Markovljev model ocenio kao neodgovarajući, i potom sugerisao nešto složenije modele, poput modela Polya. U radu se Wiser poziva na Newham-a čiji su radovi za njega bili inspiracija u razmatranju pojave kiše. Može se reći da je veliki broj istraživača usmeravao znatiželju ka suštini pojave, ali izuzetno kompleksna struktura pojave padavina ipak nije objašnjena niti modelirana "do kraja"; videti Reference i Literaturu.

U analizi pojave padavina kao dominantan problem izdvaja se "nizanje" (clustering) pojave kišnih događaja (uzastopnih kišnih dana), odnosno niza sušnih dana, što je naglašeno u nekoliko radova a detaljno se diskutuje u radu Wymire i Gupta - e (1981 - a,b,c). Poznate metode analiziraju određene delove pojave, dok je analizu zaokružene pojave, ili njenog značajnijeg dela, trebalo analizirati složenijim modelima, ili "udvajanjem" izvesnih poznatih metodologija, imajući u vidu iznad svega glavni cilj analize: površinsko oticanje. Sa aspekta oticanja kišnih voda posebno se izdvajaju značajni komentari u radovima Smith - a (1987) i Eagleson- a (1980).

Na osnovu literature je iskristalisano mišljenje da treba formirati model kojim će se pojava dnevnih kiša analizirati na sledećim nivoima:

1. Opšte - spoljašnje "ljuske", radi analize smenjivanja kiša \rightarrow suša \rightarrow kiša sa verovatnoćama prelaza suša \rightarrow kiša, i kiša \rightarrow suša,
2. Unutrašnje zavisnosti procesa po zakonima markovskih lanaca radi ocene parametara promene, i konačno:
3. Analize ukupnih visina kiša koja se zasniva na složenoj analizi pojave kiše.

Utvrđivanjem definicije kišnog događaja, a to je visina kiše u određenom intervalu vremena, neposredno se određuje model za analizu pojave. U opštem slučaju (videti podelu koju navodi Foufoula - Georgiu (1986, 1987), modeli mogu biti:

1. Kontinualni ili neprekidni - kada se vreme posmatra kao neprekidna veličina, a visina kiše sumarna veličina;
2. Prekidni - diskontinualni, kada je trajanje događaja svedeno na "trenutak": dan, čas itd.

Jasno je da su "pravi" diskontinualni procesi oni kod kojih se ishodi dešavaju praktično momentalno, što sa pojavom kiše nije primer; naprotiv, za pojavu kiše je

prirodno da traje. Međutim, prema radovima Smith - a (1987), i Foufoula - Georgiou (1986) modeliranje pojave padavina prekidnim procesima je opravdano. Tako se realni proces neposrednog smenjivanja kišnih i sušnih perioda vremena zamenjuje i predstavlja periodima bez kiše i periodima sa kišom.

Složena analiza pojave kiše koja je predstavljena dnevnim visinama ustvari razmatra sledeće podprocese:

1. Broj pojave kiša u određenom intervalu vremena;
2. Broj promena visine kiše;
3. Vremena do događaja, tj. sušne i kišne periode vremena;
4. Smenjivanje sušnih perioda i perioda kiše;
5. Visinu kiše u određenom periodu se analizira pomoću složene metode koja sadrži analize broj pojava i broj promena

Namera je da se podprocesi razmatraju sa aspekta njihove slučajne strukture. U okviru pojave kiše uočeno je postojanje dve vrste zavisnosti, prema radu Wymire, Gupta i Rodriguez-Iturbe - a (1984), i to su:

1. Uslovljenost pojave u susednim intervalima vremena, npr. dan-dan. Tokom istraživanja treba "otkriti" kvalitet i snagu ove zavisnosti radi proračuna parametara procesa i adekvatnog modeliranja i simuliranja pojave;
2. Nehomogenost pojave kiše u znatno dužim intervalima vremena u toku godine, koja se ispoljava kao dominantna nad uslovljenošću dan - dan, pa čak i potiranje te uslovljenosti u susednim intervalima. Imajući to u vidu, a sa namerom da se prvenstveno otkrije i opiše zavisnost dan - dan, pojava dnevnih padavina se analizira u kraćim sezonama u toku godine, npr. mesec, dva meseca, i sl.

Pri ovom razmatranju jedna od ključnih pretpostavki je da model treba da simulira stacionarnu pojavu, odnosno pojavu koja se može smatrati nepromenljivom u određenim intervalima vremena u toku godine.

Prvi korak celokupne analize i modeliranja pojave su preliminarna istraživanja koja se odvijaju u sledećim etapama radi poredjenja sa nekim poznatim procesima, npr. Poissonovim:

1. Proračun empirijske raspodele intervala vremena do događaja.
2. Proračun varijanse broja događaja - kiša; kod procesa koji se mogu razmatrati procesima obnavljanja ova veličina je nelinearna.
3. Proračun indeksa disperzije broja događaja - kiša; kod Poissonovih procesa indeks disperzije jednak je jedinici.

4. Odredi se spektar broja događaja - kiše, jer kod pojava koje se mogu aproksimirati procesom obnavljanja vrednost spektra broja događaja opada sa povećanjem frekvencije.

Jedna pojava može se adekvatno opisati kao proces obnavljanja ako je serija vremena do događaja te pojave nezavisna i identično raspoređena, što treba na početku celokupnog istraživanja proveriti. Na osnovu testova korelacije perioda vremena do pojave kiše i odgovarajuće visine kiše, u opštem slučaju se može zaključiti da li su modeli obnavljanja pogodni za analizu pojave kišnih dana; videti rad Smith i Karr - a (1983). Pored ocene navedenih parametara, pri izučavanju pojave dnevnih kiša treba imati u vidu da su procesi obnavljanja ocenjeni kao pogodni za modeliranje dnevnih kiša, odnosno odredjenih komponenti pojave kiša; ocena adekvatnosti - dobrote prilagodjavanja se može uspostaviti na osnovu obrade podataka o serijama padavina - kiša, videti radove Smith - a i Karr - a (1983), i Smith - a (1987).

2.2 Razmatranje pojave dnevnih kiša

Pojava dnevnih kiša, odnosno kišnih i sušnih perioda oduvek privlači veliku pažnju hidrologa, matematičara, i drugih, a sa tom temom značajnije radove objavili su: Wisner (1965), Smith i Schriber (1973), Kavvas i Deleur (1975), Duckstein, Fogel i Kissel (1972), Neyman i Scott (1958). Autori radova od posebnog značaja su: Todorović (1967, 1970, 1974), Todorović i Woolhiser (1974, 76), potom Smith (1987), i Foufoula - Georgiou, sa Lettenmaier-om i Guttorp-om (1985, 86, 87).

Teorijska razmatranja se baziraju na procesima obnavljanja; (za detalje videti radove Bernier - a (1967, 1970). Ovi procesi se mogu uzeti kao najšira podloga za objašnjenje pojave padavina (i površinskog oticanja), i kod radova koji se neposredno citiraju, i kod drugih koji su pobrojani. Radovi P. Todorovića, samostalno ili sa D. Woolhiser - om, predstavljaju niz složenih analiza pojave kiše, tako da se veliki broj potonjih istraživača poslužio tim radovima.

U navedenim radovima Foufoula - Georgiou (sa saradnicima), istražuje se odgovor na dileme koju hidrolozi i hidrauličari rešavaju tražeći "pravu" (realnu) vezu padavina i oticaja a tiče se prethodnih uslova za formiranje površinskog oticanja. Opšti je stav da analize kišnih i sušnih perioda pre pojave jake kiše, kao i "prelazi" sa sušnog u kišni priod treba da budu deo celokupnih razmatranja procesa. Analizom visine kiše ne može se kvalitativno niti kvantitativno ta veza sasvim zaokružiti. Takodje se razmatraju prednosti i nedostaci kontinualnog i prekidnog modela pojave kiše sa posebnim zaključkom da su priraštaji procesa medjusobno zavisni. Kako se takva zavisnost ne može odbaciti, videti komentare Le Cam-a (1961), Smith i Schriber - a (1973), Todorovića i Woolhiser - a (1976), pretpostavlja se da su priraštaji stohastički zavisni. Ta zavisnost se opisuje Markovljevim procesima sa diskretnim skupom stanja.

U radovima Smith-a (1985,1987) osnovna razmišljanja su uzeta iz teorijskih radova Cox-a (1978), posebno o promenljivim intenzitetima procesa sa dva stanja.

Uzimajući za osnovu procese obnavljanja i Markovljeve procese, nekolicina istraživača je radi definisanja intenziteta pojave, imajući u vidu Markovljevu višeznačno zavisnu suštinu pojave kiše i oticanja i neophodnost analize promene kiša - suša, koristila procese obnavljanja kao zajednički imenitelj nabrojanih metoda i modela.

2.3 O nekim pojmovima teorije verovatnoće

Neka je $\Omega = \{\omega\}$ neprazan skup elementarnih slučajnih događaja (ishoda) ω i neka je \mathcal{A} familija podskupova iz skupa Ω sa sledećim svojstvima:

1. $\Omega \in \mathcal{A}$,
2. $\forall A \in \mathcal{A} \implies \bar{A} \in \mathcal{A}, \quad \bar{A} = \Omega - A$,
3. $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots, \in \mathcal{A} \implies \bigcup_j A_j \in \mathcal{A}$,

familija \mathcal{A} sa svojstvima 1), 2) i 3) se zove σ - polje podskupova iz skupa Ω .

Neka je P funkcija koja preslikava skup Ω u skup R svih realnih brojeva i ima sledeća svojstva:

4. $P(A) \geq 0, \quad \forall A \in \mathcal{A}$,
5. ako je $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ niz disjunktnih slučajnih događaja iz \mathcal{A} , tada važi,
 $P[\bigcup_j A_j] = \sum_j P(A_j)$
6. $P(\Omega) = 1$.

Funkcija $P : \Omega \rightarrow R$ sa izvedenim svojstvima 4.), 5.) i 6.) se zove verovatnoća. Uredjena trojka (Ω, \mathcal{A}, P) je prostor verovatnoće.

Funkcija X koja preslikava Ω u R i za koju inverzna slika svakog intervala $(-\infty, x), x \in R$ je slučajni događaj iz \mathcal{A} i koja je konačna, zove se slučajna promenljiva definisana nad prostorom verovatnoće (Ω, \mathcal{A}, P) .

Funkcija:

$$F(x) = P\{\omega : X(\omega) < x\} \equiv P(X < x) \quad (2.1)$$

definisana za svako $x \in R$ zove se funkcija raspodele slučajne promenljive X . Ona je neopadajuća, neprekidne sa leve strane i vrednosti su joj između 0 i 1 uključivo, pri čemu je $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$. Pod funkcijom raspodele se takođe može podrazumevati:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (2.2)$$

U ovom radu su korišćene funkcije raspodele definisane izrazom (2.2). Tada je $F(x)$ neprekidna sa desne strane za svako realno x .

Neka je $T = \{t\} \subset R$ skup parametara t i neka za svako $t \in T$ imamo neku slučajnu promenljivu $X_t = X(t) = X(t, \omega)$ nad prostorom verovatnoće (Ω, \mathcal{A}, P) . To znači da

za svako $t = t_0$ imamo $X(t_0, \omega)$ kao slučajnu promenljivu. Za svako $\omega = \omega_0 \in \Omega$ ima se neslučajna funkcija $X(t, \omega_0)$ realnog argumenta $t \in T$, koja se zove realizacija (trajektorija, uzoračka funkcija) slučajnog procesa $X(t)$. Skup svih realizacija procesa $X(t)$ označavamo sa $\mathcal{R}(X)$.

Familija

$$\{X(t), t \in T\} = \{X_t, t \in T\} \quad (2.3)$$

definiše slučajni proces.

2.4 Karakteristike vremena do događaja

Događaj je, u celokupnom daljem tekstu pojava registrovane kiše

Vreme do događaja je: vreme koje protekne između dva događaja - kiše. Kada se pojava kiše analizira od nekog zadatog trenutka, onda je vreme do događaja ono koje protekne od zadatog trenutka do pojave prve kiše. Za sve sledeće događaje, kao i kada se pojava kiše analizira od nekog zadatog događaja, vreme do događaja je vreme koje protekne između dva događaja. Ako se pojava razmatra na osnovu dnevnih podataka o kišama vreme do događaja se izražava brojem dana.

U opštem slučaju vreme do događaja je kontinualna slučajna promenljiva koja se izražava kao:

$$X_r = t_r - t_{r-1}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

gde su t_0, t_1, t_2, \dots trenuci javljanja događaja: nultog, prvog, drugog,...

Pretpostavlja se da je serija vremena do događaja (X_1, X_2, \dots) stacionaran niz slučajnih promenljivih tj. da su raspodele slučajnih promenljivih X_1, X_2, \dots , iste; dalje se na osnovu te pretpostavke može govoriti samo o slučajnoj promenljivoj X .

Funkcija raspodele promenljive x perioda vremena do događaja definisana je izrazom (2.2), tako da se može definisati i funkcija obezbeđenja vremena do događaja:

$$R(x) = P\{X > x\} = 1 - F(x), \quad x \in R \quad (2.5)$$

Kada se radi o slučajnoj promenljivoj X , njene statistike su: matematičko očekivanje $E(X)$, varijansa $Var(X)$ i koeficijent varijacije $C_v(X)$.

Slučajna promenljiva perioda vremena do događaja, predstavljena brojem dana jer se bazira na dnevnim visinama kiše može se analizirati preko proračuna nekoliko funkcija, npr.

- spektra procesa - spektra snage,
- funkcije autokorelacije,

i za dalje istraživanje videti radove: Yevjevic, Dyer (1983) i Mališić (1989).

2.5 Karakteristike broja događaja

Ako označimo $\{N_t\}$ kao broj događaja-kiša u intervalu dužine t koji počinje od nekog izabranog trenutka $t_0 = 0$, i ako označimo $\{N'_t\}$ kao proces broja kiša u intervalu dužine t koji počinje događajem - kišom, može se konstatovati prema (Cox, Lewis, 1978),

$$P(N'_t < r) = P(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_r > t); \quad r = 1, 2, \dots$$

Od interesa su sledeći parametri broja događaja N_t u periodu $(0, t]$:

- srednja vrednost je,

$$M(t) = E(N_t) \tag{2.6}$$

koja za stacionaran proces broja događaja N_t ima sledeći oblik:

$$M(t) = \frac{t}{E(X)} = m \tag{2.7}$$

- funkcija intenziteta ima sledeću formu:

$$m(t) = \frac{d}{dt} M(t) = \frac{1}{E(X)} = m = \text{const} \tag{2.8}$$

- varijansa u vremenu je:

$$V(t) = \text{Var}(N_t) = E \{ [N_t - E(N_t)]^2 \} \tag{2.9}$$

- indeks disperzije je:

$$I(t) = \frac{V(t)}{M(t)} \tag{2.10}$$

Gustina obnavljanja ili uslovna funkcija intenziteta procesa $u(t)$ je definisana sledećim izrazom:

$$u(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E(N'_{t,t+\Delta t})}{\Delta t}, \quad \forall t \tag{2.11}$$

Intenzitet obnavljanja se definiše kao verovatnoća pojave događaja u vrlo kratkom intervalu vremena Δt , pod uslovom da se u intervalu vremena koji je neposredno prethodio javio jedan događaj; videti rad Daley i Vere Jones (1972).

Izneseni su neki pojmovi teorije verovatnoće kao i definicije pojava koje se smatraju potrebnom i dovoljnom podlogom za detaljno izučavanje pojave kiše na osnovu dnevnih visina na dve lokacije: eksperimentalni sliv Miljakovac 2 - period merenja 1982-92, i kišomerna stanica Vračar u Beogradu - period merenja 1972-92.

Poglavlje 3

Markovljev model obnavljanja kiša

3.1 O modeliranju obnavljanja kiša

Pojava kiše se analizira slučajnim procesima. Realni kontinualni proces neposrednog smenjivanja kišnih i sušnih vremena zamenjuje se periodima bez kiše i periodima sa kišom, dakle jednim opštim prekidnim modelom. Složena pojava kiše se zamenjuje sa dva podprocesa i to su:

1. Javljanje kiše,
2. Visina kiše.

Javljanje kiše se razmatra preko trajanja kišnih odnosno sušnih perioda i broja događaja - kiša. Deo celokupnog procesa koji se uslovno naziva javljanje kiše razmatra se po sledećim fazama:

1. Analiza vremena do događaja - kiša.
Vreme do događaja, koje se za dnevne kiše predstavlja brojem dana do događaja analizira se probabilističkim modelima kao što su: geometrijska, ek-sponencijalna ili druge raspodele.
2. Ocena verovatnoća prelaza smenjivanja sledećih pojava: kiša \rightarrow kiša, suša \rightarrow suša, suša \rightarrow kiša i kiša \rightarrow suša kojima se definiše verovatnoća promene jednog stanja u drugo na osnovu modela Markovljevog procesa obnavljanja.
3. Broj događaja - kiša.
Broj događaja se analizira radi ocene osnovnih karakteristika procesa koje su neophodne za definisanje funkcije obnavljanja odnosno uslovne verovatnoće.

Drugi deo, odnosno komplementarni podproces visine kiše se analizira u poglav-lju 4.

3.2 Analiza i modeliranje vremena do događaja

Markovljev model obnavljanja (eng. Markov Renewal Model) je diskretni model koji predstavlja hibrid Markovljevog modela i modela čistog obnavljanja; za detalje videti: Cinclair (1975), Cox i Lewis (1978). Prema tom modelu struktura zavisnosti medjusobno uslovljenih veličina može se definisati na sledeći način: pojava jednog događaja-kiše uslovljena je karakteristikama predistorije. Drugim rečima, mogućnost pojave kišnog dana zavisi i od mogućnosti pojave suše, kao i od pojave koja je prethodila događaju koji se razmatra. Takodje, zavisi i od broja dana, odnosno trajanja prethodnog perioda: kiše ili suše. Deo procesa kada se "nižu" samo kišni dani ima strukturu pravog markovskog lanca. Pored te karakteristike, proces takodje ima osobinu "zatvorene" strukture što predstavlja izvesnu srodnost sa Bernulijevim procesom nezavisnih događaja, videti: Smith i Karr (1983).

Pojava jednog događaja je zavisna od prethodnih događaja i intervala vremena. Mera prostiranja u prošlost te uslovljenosti je najvažnije i najosetljivije mesto celokupne analize pojave kiša. Drugim rečima kiša i po trenutku javljanja zavisi od prethodnog događaja, zatim od izvesnog prethodnog perioda, kao i od trajanja perioda u toku koga je pala kiša. Istraživači su zainteresovani da što realnije opišu prirodu procesa kako bi pouzdanije modelirali ne samo deo podprocesa - broj javljanja i periode kišnog vremena već i ukupnu visinu padavina kao krajnji cilj celokupne analize: Waymire i Gupta (1981-a,b,c), Smith i Schriber (1973), Karlin i Taylor (1975), Todorović i Woolhiser (1976).

Definicija Markovljevog procesa obnavljanja sa dva stanja, prema radu Sinclair-a (1975), koji se primenjuje na pojavu padavina, glasi:

Slučajna promenljiva vreme do događaja (pod događajem se smatra kišni dan), može da bude tip 1 - kiša, ili tip 2 - suša. Drugim rečima, kiša može da pada posle perioda kiše ili posle perioda suše. Promena kiša \rightarrow suša, kao i suša \rightarrow kiša, je neminovna, i razmatra se procesima obnavljanja sa dva stanja.

Na slici 3.1. je shematski data serija dana sa kišom - oznake 1, i bez kiše - oznake 2. Po definiciji Guttorp-a (1986), tim serijama odgovara serija pozitivnih i negativnih ishoda procesa pojave kiše.

Druga slučajna promenljiva T_n , ($n=1, 2, \dots$), je interval vremena do događaja - kiše. U stvari T_n predstavlja broj dana koji je shematski predstavljen na slici 3.1. kada se radi o dnevnim visinama kiše, prema sledećem:

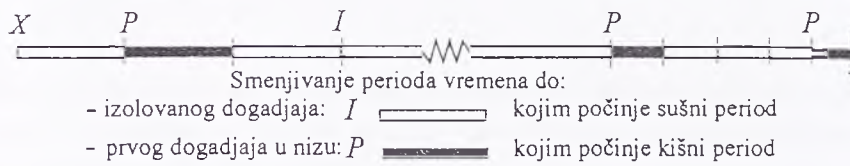
1. $T_1 = 2$ - jedan sušni dan ("2") + jedan kišni dan ("1")
2. $T_2 = 1$ - jer je sledeći dan kišni ("1")
3. $T_3 = 1$ - jer je sledeći dan kišni ("1")
4. $T_4 = 2$ - jedan sušni dan ("2") + jedan kišni dan ("1")
5. $T_i = 2$ - jedan sušni dan ("2") + jedan kišni dan ("1")

6. $T_{i+1} = 1$ - jer je sledeći dan sa kišom ("1")

7. $T_{i+2} = 3$ - prvi sušni dan ("2") + drugi sušni dan ("2") + jedan kišni dan ("1")





Slika 3.1. Serija dana sa kišom (1) i bez kiše (2), odnosno pozitivnih i negativnih ishoda procesa prema definiciji Guttorp (1986)



Slika 3.1. Smenjivanje kišnih i sušnih perioda vremena

Pri razmatranju pojave padavina, pojave sušnih dana i smenjivanja sušnih ili kišnih intervala vremena do događaja, uočene su dve vrste intervala, videti sliku 3.2:

- period kiše - interval vremena koji počinje kišnim danom "P" i  tokom koga su svi dani sa kišom.
- sušni period koji počinje kišnim danom "I"  kada su između dva kišna dana svi dani bez kiše.

Matrica verovatnoća prelaza kod markovskih lanaca jeste sledeće:

$$M = \begin{bmatrix} a_1 & 1 - a_1 \\ 1 - a_2 & a_2 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

gde su a_j verovatnoće prelaza definisane kao:

$$a_j = P\{X_i = j / X_{i-1} = j\}, j = 1, 2 \tag{3.2}$$

U najkraćem se za proces sa dva stanja (kiša, suša), može reći da su a_1 i a_2 verovatnoće da će se odgovarajuće "stanje" ponoviti, odnosno:

- Verovatnoća a_1 predstavlja verovatnoću da će padati kiša, ako je prethodnog dana bila kiša;

- Verovatnoća a_2 predstavlja verovatnoću da će biti suša, ako je prethodni dan bio takodje sušan, tj. bez kiše;
- Verovatnoća $(1-a_1)$ je verovatnoća da će biti suša ako je prethodnog dana bila kiša;
- Verovatnoća $(1-a_1)$ je verovatnoća da će biti kišni dan ako je prethodnog dana bila suša.

Na osnovu pravila za markovske lance (Feller, 1968), slede izrazi za granične verovatnoće ili verovatnoće ravnoteže:

$$e_j = \lim_{i \rightarrow +\infty} P\{X_i = j\}, j = 1, 2 \quad (3.3)$$

Po definiciji e_1 odnosno e_2 su безусловne verovatnoće da će inteval vremena X_i biti tipa "1" odnosno "2". Kako se može videti u radu Feller-a (1968), veza безусловnih verovatnoća ima sledeći oblik:

$$e_1 + e_2 = 1 \quad (3.4)$$

dok se na osnovu teorije markovskih lanaca (Cox i Miller, 1975), mogu napisati veze безусловnih verovatnoća i verovatnoća prelaza:

$$e_1 = \frac{1 - a_2}{2 - a_1 - a_2} \quad (3.5)$$

odnosno:

$$e_2 = \frac{1 - a_1}{2 - a_1 - a_2} \quad (3.6)$$

Pri razmatranju pojave kiše indikativan je odnos vrednosti verovatnoća prelaza a_1 i a_2 (prema izrazu 3.4) odgovarajuće vrednosti безусловnih verovatnoća e_1 (prema izrazu 3.7) odnosno e_2 (prema izrazu 3.8). Kada su odgovarajuće vrednosti ($a_1 \div e_1$) ili ($a_2 \div e_2$) jednake u pitanju je običan proces obnavljanja. Zbog toga je izračunavanje verovatnoća a_1, a_2, e_1, e_2 pogodno za prvu ocenu pojave koja se razmatra.

U nekim radovima je pokazano (Foufoula - Georgiou and Lettenmaier, 1987; Smith i Karr, 1987) da je za događaje u nizu sa malom vrednošću koeficijenta varijacije (C_v) pogodna jedna raspodela, a za intervale do izolovanih događaja sa velikom vrednošću C_v pogodnija neka druga raspodela. Iskustva nekoliko istraživača (Wiser 1965, Smith 1985), govore da je veća verovatnoća pojave događaja u nizu - "P", tj. kiše posle jedne ili više prethodnih kiša, nego što je mogućnost pojave prve kiše - "I", videti sliku 3.2.

Na važnost ove karakteristike modela Markovljevog obnavljanja treba posebno obratiti pažnju za aspekta površinskog oticaja i pojave poplava , jer se gotovo po pravilu, veliki oticaji, pa shodno tome velike vode i poplave po pravilu javljaju posle ili u toku kišnih perioda.

U predloženom modelu intervali vremena do događaja mogu biti tipa "1" ili tipa "2", i onda se opisuju gustinama raspodele $f_1(x)$, odnosno $f_2(x)$. Slede izrazi za modeliranje dva tipa intervala vremena - kišnog (1) i sušnog (2) pomoću geometrijske raspodele u opštem obliku:

$$f_j(X_i) = p_j(1 - p_j)^{(x_j-1)}, \quad j = 1, 2 \quad (3.7)$$

gde su:

p_j - verovatnoće tj. parametri geometrijskih raspodela i to za kišne intervale - tip 1 ili sušne - tip 2,

x_j - vrednost promenljive, periodi vremena kiše ili suše.

Geometrijski zakon se može napisati i u sledećem opštem obliku:

$$f(x) = p(1 - p)^{k-1} \delta(x - k) \quad (3.8)$$

gde je $\delta(\cdot)$ Dirac-ova delta funkcija a $k=1,2,\dots$. Treba se podsetiti Laplace-ove transformacije za funkciju raspodele:

$$f^*(s) = E(e^{-sx}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{(-sx)} f(x) dx \quad (3.9)$$

$$f^*(s) = E(e^{-sx}) = \sum_k e^{-sx} p_k \quad (3.10)$$

Laplace-ova transformacija geometrijske funkcije raspodele, uzevši u obzir veze (3.9) i (3.10), ima sledeći oblik:

$$f^*(s) = \frac{pe^{-s}}{1 - (1 - p)e^{-s}} \quad (3.11)$$

Funkcija generatrisa momenata za intervale vremena do događaja za Markovljev model obnavljanja za dva stanja je:

$$\psi(z) = e_1\psi_1(z) + e_2\psi_2(z) \quad (3.12)$$

gde su:

e_1 i e_2 - verovatnoće ravnoteže;

$\psi_j(z)$, $j = 1, 2$ - generatrise momenata ili funkcija raspodele tipa "j".

Za geometrijsku raspodelu sa parametrom p :

$$\psi(z) = \frac{pz}{1 - (1 - p)z} \quad (3.13)$$

Momenti intervala vremena do događaja se mogu izraziti (videti Foufula, Lettenmaier (1987) sledećim izrazom:

$$E\{X^k\} = (-1)^k \frac{d^k \psi(z)}{dz^k} \Big|_{z=1} \quad (3.14)$$

tako da su statistike intervala vremena do događaja:

$$E\{X\} = \frac{e_1}{p_1} + \frac{e_2}{p_2} \quad (3.15)$$

$$\text{Var}\{X\} = \frac{e_1(1-p_1)}{p_1^2} + \frac{e_2(1-p_2)}{p_2^2} + e_1 e_2 \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right)^2 \quad (3.16)$$

Funkcija obezbedjenja $R(X)$ intervala vremena do događaja ima sledeći oblik:

$$R(X) = e_1(1-p_1)^x + e_2(1-p_2)^x \quad (3.17)$$

3.3 Osnovne zavisnosti broja događaja i intervala vremena do događaja

Kako je već rečeno postoje dva komplementarna podprocesa stacionarnog slučajnog procesa koji se razmatra (Cox i Lewis, 1978), i to su:

1. $\{N_t\}$ - broj događaja u intervalu vremena $(0, t]$.
2. X_0, X_1, X_2, \dots - periodi vremena do pojave događaja.

gde su:

X_0 - period vremena od arbitarno izabranog početka do prvog događaja,

$X_k, k \geq 1$ - vreme između događaja: k i $k+1$

Navedena dva aspekta procesa su povezana sledećim osnovnim relacijama:

$$N_t = 0, \text{ ako i samo ako je: } X_0 > t \quad (3.18)$$

$$N_t < n, \text{ ako i samo ako je: } X_0 + X_1 + \dots + X_{n-1} > t, \quad (n = 2, 3, \dots) \quad (3.19)$$

tako da je:

$$P\{N_t = 0\} = P\{X_0 > t\} = R_{X_0}(t) \quad (3.20)$$

$$P\{N_t < n\} = P\{X_0 + X_1 + \dots + X_{n-1} > t\}, \quad n = 2, 3, \dots \quad (3.21)$$

Shodno tome, za određenu raspodelu broja događaja $\{N_t\}$, teorijski je moguće dobiti marginalne raspodele perioda X_0 i X_n . Treba konstatovati da u opštem slučaju periodi vremena X_0 i X_n , nisu nezavisni, osim u primerima kao što su procesi čistog obnavljanja.

Relacija (3.23) se često naziva osnovna zavisnost dva podprocesa - broja događaja $\{N_t\}$ i perioda vremena do događaja X_i , $i = 1, 2, \dots$

Pod pretpostavkom da za seriju vremena do događaja X_i važi zakon velikih brojeva, odnosno kada je broj takvih intervala vremena r veliki, može se napisati sledeće:

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_r}{r} \sim E(X) \quad (3.22)$$

Uz zavisnosti koje su date u radu Cox-a i Lewis-a (1978) za stacionaran proces prebrojavanja i za veliko t može se napisati sledeće:

$$M_f(t) \sim \frac{t}{E(X)}, \quad \forall t \quad (3.23)$$

što se može prihvatiti ako se ima u vidu da je $E(X)$ višegodišnja srednja vrednost perioda do događaja. Za stacionarni slučaj proces $\{N_t\}$

$$M_f(t) \sim \frac{t}{E(X)} \quad (3.24)$$

dok je odgovarajuću funkciju intenziteta moguće izraziti sledećom relacijom:

$$m(t) = \frac{1}{E(X)} = m \quad (3.25)$$

3.4 Rezultati primene analize sušnih i kišnih perioda javljanja

Za dva uzorka padavina sa kišomernih stanica, prve na eksperimentalnom slivu kišne kanalizacije Miljakovac 2 u Beogradu - period merenja 1982-92, i druge, Opservatorija Vračar - period merenja 1972-92, daju se neke osnovne informacije.

Tabela 3.1. Godišnje sume padavina na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92)

Eksperimentalni sliv Miljakovac (82/92) Beograd											
(1)	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
(2)	662.0	582.6	645.4	677.4	682.1	702.2	576.2	684.8	543.9	684.2	515.8
Kišomerna stanica Vračar (72/92) Beograd											
(1)	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	
(2)	731.2	592.0	902.3	748.9	613.8	791.4	797.9	688.6	908.2	850.9	
(1)	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
(2)	695.0	511.8	603.6	687.3	627.6	823.1	530.0	636.7	491.6	728.7	591.8

Oznake: (1) - Godine; (2) - Padavine

U Tabeli 3.1 su date godišnje sume padavina u mm, po godinama. U Tabeli 3.2 su osnovne statistike godišnjih suma na e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar, takodje u mm, i to:

SR - srednja vrednost godišnjih visina kiše;

STD - standardna devijacija godišnjih visina kiše;

C_v - koeficijent varijacije godišnjih visina kiše.

Tabela 3.2. Statistike godišnjih suma kiša [mm] na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

Broj godina merenja	Godišnje sume kiše		
	SR	STD	C_v
(1)	(2)	(3)	(4)
e.s. Miljakovac (82/92) Beograd			
11	632.42	429.0	0.104
k.s. Vračar (72-92) Beograd			
21	692.791	122.616	0.177

SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka

C_v - Koeficijent varijacije uzorka

Potom su nakon testiranja konsistentnosti pojedinih parametara i promenljivih tokom subjektivno izabranih sezona, npr. po dva susedna meseca tokom godine, po tri meseca koji se poklapaju sa godišnjim dobima, po četiri meseca (januar - april, maj - avgust, septembar - decembar), po šest meseci (april - septembar, oktobar

- mart), izabrane su tri sezone od po četiri meseca (kao što je navedeno) za sve analize, počev od analize vremena do događaja - kiša, broja kiša, kao i sve analize koje slede u Poglavlju 4.

U Tabeli 3.3 je broj intervala vremena do događaja, kao i broj događaja - kiša, na obe stanice, po sezonama.

Tabela 3.3. Broj vremena do događaja - kiša i broj događaja - kiša na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

Broj godina merenja	Broj					
	Vremena do događaja			Događaja-kiše		
	I	II	III	I	II	III
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
e.s. Miljakovac (82/92) Beograd						
11	468	389	377	470	388	377
k.s. Vračar (72-92) Beograd						
21	1007	1010	913	1008	1009	914

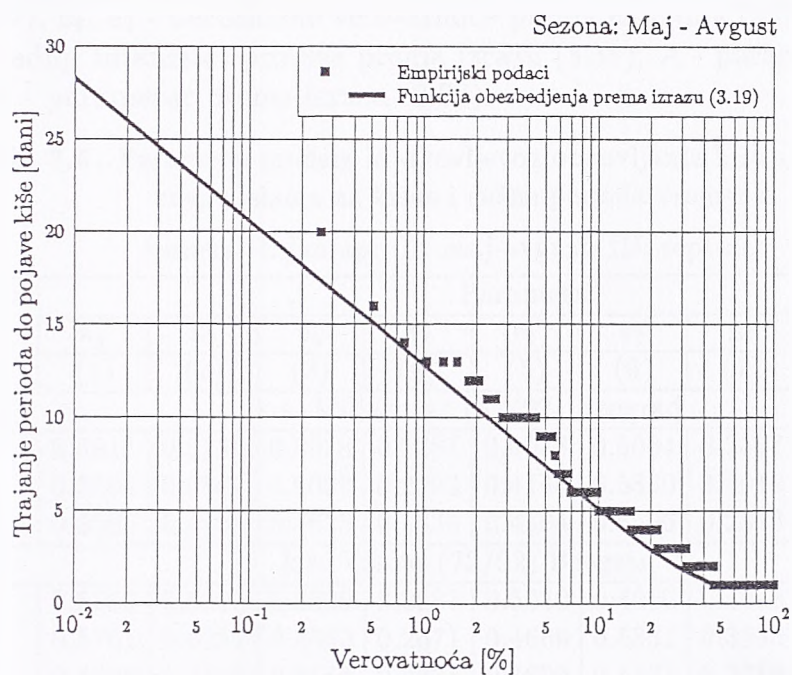
U Tabeli 3.4. su osnovne statistike, i to srednja vrednost - SR, standardna devijacija - STD, koeficijent varijacije - C_v i koeficijent asimetrije - C_s , za dve promenljive: vremena do događaja izraženih u danima, i visine kiše koja je izražena u mm, na dve kišomerne stanice - Miljakovac 2 i Vračar u Beogradu. Neke odgovarajuće statistike su gotovo jednake, npr. SR intervala vremena na dve stanice u sezoni maj - avgust: 2.552 na Miljakovcu i 2.572 na Vračaru, ali se neke druge razlikuju: u sezoni sept - dec 3.562 na Miljakovcu i 2.766 na Vračaru.

Tabela 3.4. Osnovne statistike vremena do događaja i visina kiše na e.s. Miljakovac (1982-92) i na k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

Statistike	Intervali vremena do pojave kiše [dana]			Visina kiše [mm]		
	jan-apr	maj-avg	sept-dec	jan-apr	maj-avg	sept-dec
e.s. Miljakovac (82/92) Beograd						
SR	2.821	2.552	3.562	4.159	6.911	5.036
STD	3.757	2.681	4.399	5.513	10.279	7.439
C_v	1.332	1.051	1.235	1.326	1.487	1.477
C_s	4.706	2.691	2.769	2.466	3.173	3.266
k.s. Vračar (72/92) Beograd						
SR	2.516	2.572	2.766	3.988	6.199	4.666
STD	2.855	2.858	3.213	5.497	9.082	6.290
C_v	1.134	1.111	1.162	1.378	1.465	1.348
C_s	3.399	3.395	2.988	2.643	2.942	2.350

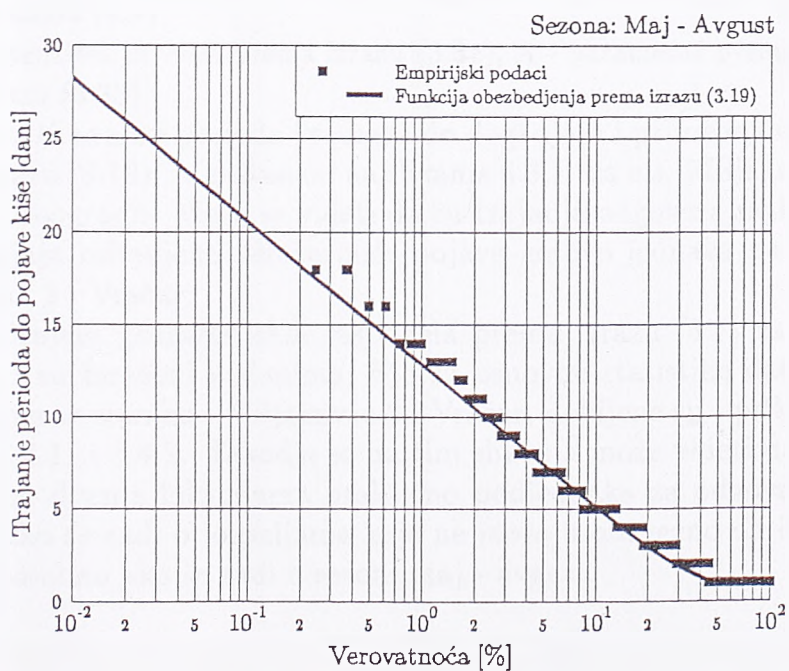
SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka
 C_v - Koeficijent varijacije uzorka; C_s - Koeficijent asimetrije uzorka

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 3.3.1 Verovatnoća trajanja perioda do pojave kiše na Miljakovcu

Kišomerna stanica Beograd - Vračar, Beograd. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 3.3.2 Verovatnoća trajanja perioda do pojave kiše na Vračaru

Kao sinteza numeričkih rezultata primena Markovljevog modela obnavljanja sa dva stanja na uzorke dnevnih kiša sa e.s. Miljakovac 2 i period osmatranja 1982-92, i Vračar sa periodom osmatranja 1972 - 92, data je Tabela 3.5. U tri sezone su razvrstane vrednosti sledećih parametara:

a_1, a_2 - verovatnoće prelaza prema izrazu (3.2); p_1, p_2 - verovatnoće - parametri geometrijskih raspodela, i to kišnog - $f_1(x)$, i sušnog - $f_2(x)$ perioda vremena, prema izrazu (3.7), e_1, e_2 - bezuslovne verovatnoće prema izrazima (3.5) i (3.6);

m - srednji intenzitet procesa prema izrazu (3.31); A - parametar prema izrazu (3.32); W - parametar prema izrazu (3.33).

Tabela 3.5. Parametri modela Markovljevog obnavljanja kiša sa geometrijskim raspodelama za kišne i sušne periode vremena

Sezona: I: jan-apr; II: maj-avgust; III: sept-dec.

Sezona	Parametri								
	a_1	a_2	p_1	p_2	e_1	e_2	m	A	W
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
k.s. Miljakovac (82/92) Beograd									
I	0.5011	0.5136	0.8928	0.2281	0.4936	0.5064	0.3607	0.1956	0.4436
II	0.5594	0.6887	0.9039	0.2793	0.4140	0.5860	0.3912	0.1466	0.5148
III	0.3583	0.4949	0.8623	0.1838	0.4404	0.5596	0.2813	0.2014	0.3538
k.s. Vračar (72/92) Beograd									
I	0.5299	0.5222	0.8629	0.2587	0.5040	0.4960	0.3998	0.1634	0.4707
II	0.5761	0.6287	0.8563	0.2671	0.4669	0.5331	0.3935	0.1487	0.5378
III	0.4625	0.4981	0.8766	0.2335	0.4829	0.5171	0.3616	0.1824	0.4116

a_1, a_2 - verovatnoće prelaza prema izrazu (3.4)

e_1, e_2 - bezuslovne verovatnoće prema izrazima (3.7) i (3.8)

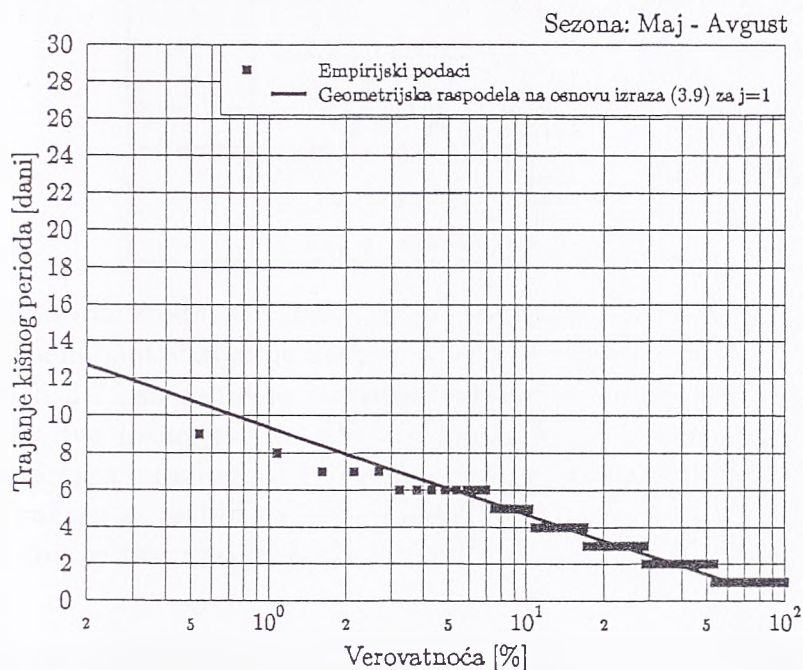
p_1, p_2 - verovatnoće - parametri geometrijskih raspodela za periode kiše (1) i suše (2) prema izrazima (3.9)

m - intenzitet procesa prema izrazu (3.31), A - parametar prema izrazu (3.32) i W - prema izrazu (3.33)

Rezultati analize perioda vremena do događaja i primene funkcije obezbedjenja prema izrazu (3.18), su prikazani na slikama 3.3.1. za e.s. Miljakovac 2 i 3.3.2. za k.s. Vračar u Beogradu. Može se videti da su trajanja odgovarajućih intervala vremena do događaja određene verovatnoće pojave gotovo jednaka na dvema lokacijama: Miljakovac 2 i Vračar.

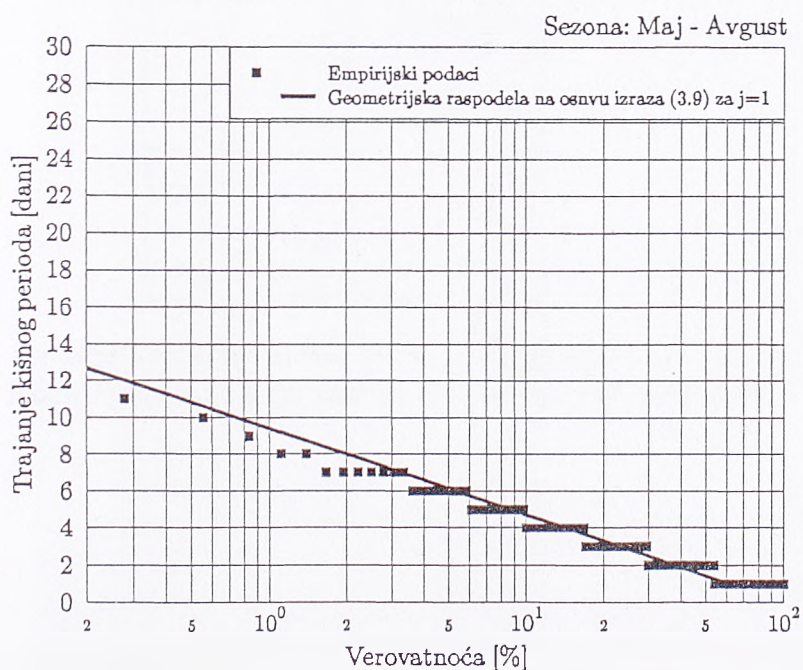
Korišćenjem geometrijskih raspodela prema izrazu (3.7) za kišne periode vremena koji su izraženi u danima, čije su osnovne statistike date u Tabeli 3.6. za dve kišomerne stanice - Miljakovac 2 i Vračar, dobijene su i prikazane zavisnosti na slikama 3.4.1. i 3.4.2. Takodje se na tim slikama može videti da su trajanja kišnih perioda na dvema lokacijama praktično podjednaka za odgovarajuće verovatnoće pojave, iako se radi o lokacijama koje ne moraju obavezno da imaju isti režim padavina, posebno ako se radi o sezoni maj - avgust.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 3.4.1 Verovatnoća trajanja kišnog perioda na Miljakovcu

Kišomerna stanica Beograd - Vračar, Beograd. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 3.4.2 Verovatnoća trajanja kišnog perioda na Vračaru

Tabela 3.6. Statistike kišnih perioda u danima na e.s. Miljakovac i k.s. Vračar u Beogradu

Sezona	Statistike				
	SR	STD	C_v	C_s	1/SR
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
e.s. Miljakovac (82/92)					
1	2.2756	1.7384	0.764	1.7675	0.4395
2	2.2054	1.6322	0.740	1.702	0.453
3	2.0532	1.2964	0.637	1.717	0.491
k.s. Vračar (72/92)					
1	2.067	1.6738	0.738	1.866	0.441
2	2.186	1.772	0.811	2.197	0.457
3	1.943	1.218	0.627	2.019	0.515

SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka

C_v - Koeficijent varijacije uzorka; C_s - Koeficijent asimetrije uzorka

U tabeli 3.7. su osnovne statistike sušnih perioda (u danima), radi poredjenja uzoraka sa dve lokacije. Na slikama 3.5.1. i 3.5.2. su empirijske i geometrijske raspodele prema izrazima (3.7). Odgovarajuće vrednosti sušnih perioda vremena su veće na Vračaru za približno 10%. Neočekivano je da se trajanje suše na dve lokacije razlikuje dok se procene trajanja vremena do događaja i kišnih perioda su gotovo identične.

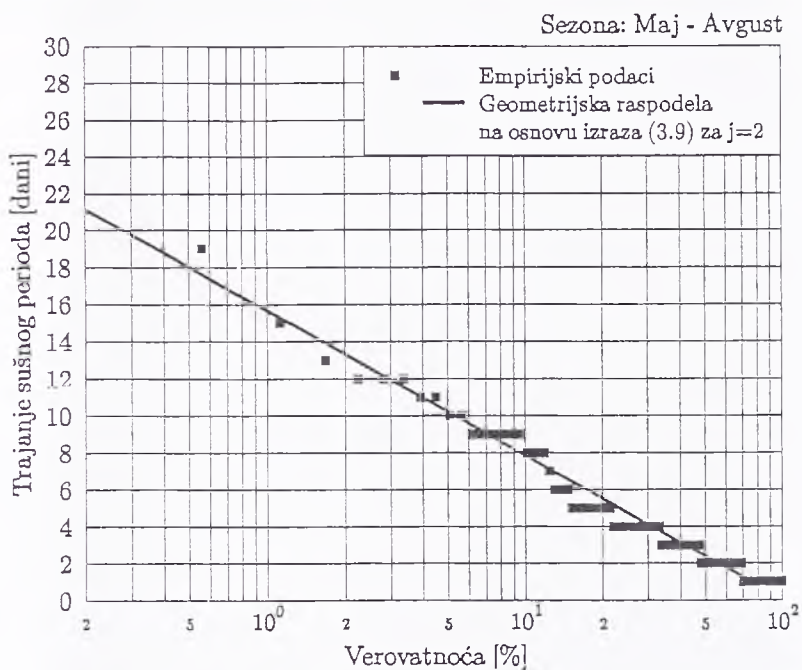
Tabela 3.7. Statistike sušnih perioda izradjenih u danima na e.s. Miljakovac i k.s. Vračar u Beogradu

Sezona	Statistike				
	SR	STD	C_v	C_s	1/SR
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
k.s. Miljakovac (82/92)					
1	3.542	3.1917	0.901	2.108	0.2823
2	3.265	3.4373	1.053	3.245	0.306
3	3.955	3.9274	0.993	2.344	0.253
k.s. Vračar (72/92)					
1	4.019	4.548	1.131	4.08	0.249
2	3.401	3.079	0.905	2.091	0.294
3	4.479	4.713	1.052	2.144	0.223

SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka

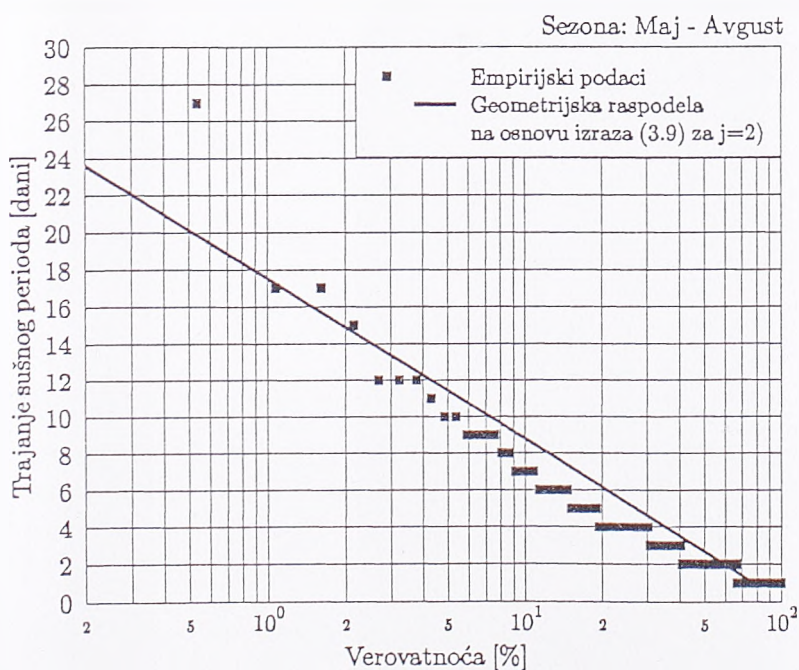
C_v - Koeficijent varijacije uzorka; C_s - Koeficijent asimetrije uzorka

Ekperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 3.5.1 Verovatnoća trajanja sušnog perioda na Miljakovcu

Kišomerna stanica Beograd - Vračar, Beograd. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 3.5.2 Verovatnoća trajanja sušnog perioda na Vračaru

Može se zaključiti da su promenljive: vreme do događaja, kišni i sušni periodi vremena, uglavnom konsistentne na dvema lokacijama: na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 i na meteorološkoj stanici Vračar. Obzirom da se radi o dva uzorka nejednakih obima, 11 naspram 21 godine podataka, može se konstatovati da se modelom Markovljevog obnavljanja koristi praktično koriste informacije o svakom danu (ima kiše, nema kiše), od izvanrednog uticaja kao i obim uzorka dnevnih padavina.

3.5 Analiza i modeliranje broja događaja

Na osnovu rada Cox-a (1967) izvedena je Laplace-ova transformacija funkcije uslovnog intenziteta za Markovljev proces obnavljanja sa dva stanja u sledećem obliku:

$$u^*(s) = \frac{e_1 f_1^*(s) + e_2 f_2^*(s) + (1 - a_1 - a_2) f_1^*(s) f_2^*(s)}{1 - a_1 f_1^*(s) - a_2 f_2^*(s) - (1 - a_1 - a_2) f_1^*(s) f_2^*(s)} \quad (3.26)$$

u kome su: $f_1^*(s), f_2^*(s)$ - Laplace-ove transformacije gustina raspodele $f_1(x), i f_2(x)$.

Intenzitet $u(t)$ se eksplicitno može izraziti kad postoji inverzija izraza (3.26); Cox i Lewis (1978).

Gustina obnavljanja, u poglavlju 2 data izrazom (2.11), može se definisati na sledeći način:

$$u(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[\text{dogadaj } u(t_0 + t, t_0 + t + \Delta t) / \text{dogadaj } u t_0]}{\Delta t} \quad (3.27)$$

Događaj u trenutku t_0 se označava kao početni događaj pojave.

Ukazuje se na osnovno svojstvo funkcije gustine obnavljanja: proizvod $u(t)\Delta t$ je verovatnoća pojave jednog događaja u veoma kratkom intervalu vremena Δt .

Prema Daley, Vere-Jones (1972), nije prirodno da se u kratkom Δt pojavi više nego jedan događaj pa se verovatnoća pojave više od jednog događaja označava sa $o(\Delta t)$.

Uslovna funkcija intenziteta $u(t)$ kod neprekidnih procesa ima odgovarajući pojam kod prekidnih pojava i to je uslovna verovatnoća pojave koja se prema radu Foufoula - Georgiou (1987) definiše na sledeći način:

$$u_k^{ij} = P\{Z_k = j / Z_0 = i\} \equiv u_{ij}(k) \quad (3.28)$$

Veza uslovne funkcije intenziteta i uslovne verovatnoće pojave je:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} u_{ij}(k) \quad (3.29)$$

Uslovna verovatnoća pojave $u_{ij}(k)$ data je sledećim izrazom, i nadalje se označava sa u_k , što je izvedeno u Prilogu B prema: Cox i Lewis (1978) i Guttorp (1986):

$$u_k = m + AW^k, k = 1, 2, 3... \quad (3.30)$$

gde su:

$$m = \frac{p_1 p_2 (2 - a_1 - a_2)}{p_1 (1 - a_1) + p_2 (1 - a_2)} \quad (3.31)$$

$$A = e_1 p_1 + e_2 p_2 - m \quad (3.32)$$

$$W = 1 - p_1 (1 - a_1) - p_2 (1 - a_2) \quad (3.33)$$

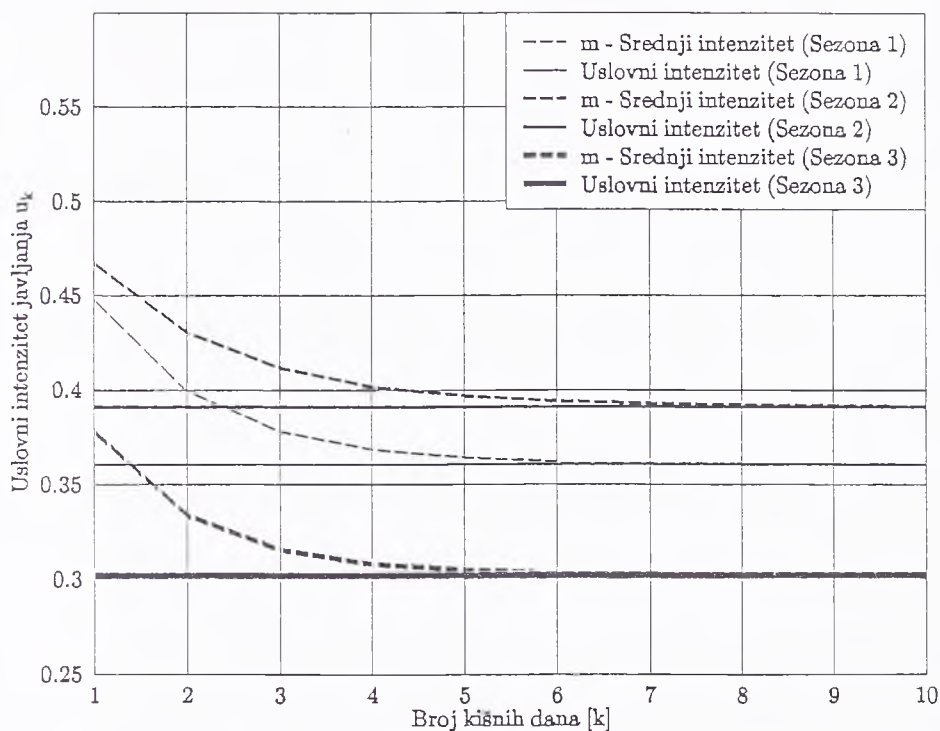
Uslovna verovatnoća pojave u_k monotono teži srednjoj vrednosti procesa m , kada vrednost k raste. Preciznije, verovatnoća u_k opada po geometrijskom zakonu (jer su geometrijske funkcije izabrane za periode - sušne i kišne) ka vrednosti m , jer su parametri $A > 0$ i $W \in (0, 1)$.

3.6 Rezultati proračuna uslovne verovatnoće javljanja

Za uzorke dnevnih kiša sa stanica Miljakovac 2 - period merenja 1982 - 92, i Vračar u Beogradu - merenja 1972 - 92, izračunati su svi parametri, odnosno verovatnoće prelaza i geometrijskih raspodela, tako da je bilo moguće izračunati uslovne verovatnoće pojave uzastopnih kišnih dana. Kao što je i definisano osnovnim izrazom (3.30), a prethodno opisano, uslovna verovatnoća se asimptotski približava srednjoj vrednosti procesa - m , kao što se može videti na slikama 3.6.1. za e.s. Miljakovac 2 i 3.6.2. za Vračar. Na osnovu međusobnog odnosa srednjih vrednosti procesa iz različitih sezona, jasno je da se prva kiša najčešće javlja u letnjem periodu godine, odnosno u sezoni maj - avgust. Kada bi se samo taj parametar razmatrao letnji period bi izgledao najkišovitiji. Međutim, ako se pogledaju druge dve sezone, može se videti da druge sezone imaju više uzastopnih kišnih dana, što drugim rečima znači da redje počinju kišni periodi izvan letnje sezone, ali zato duže traju nego u letnjim mesecima.

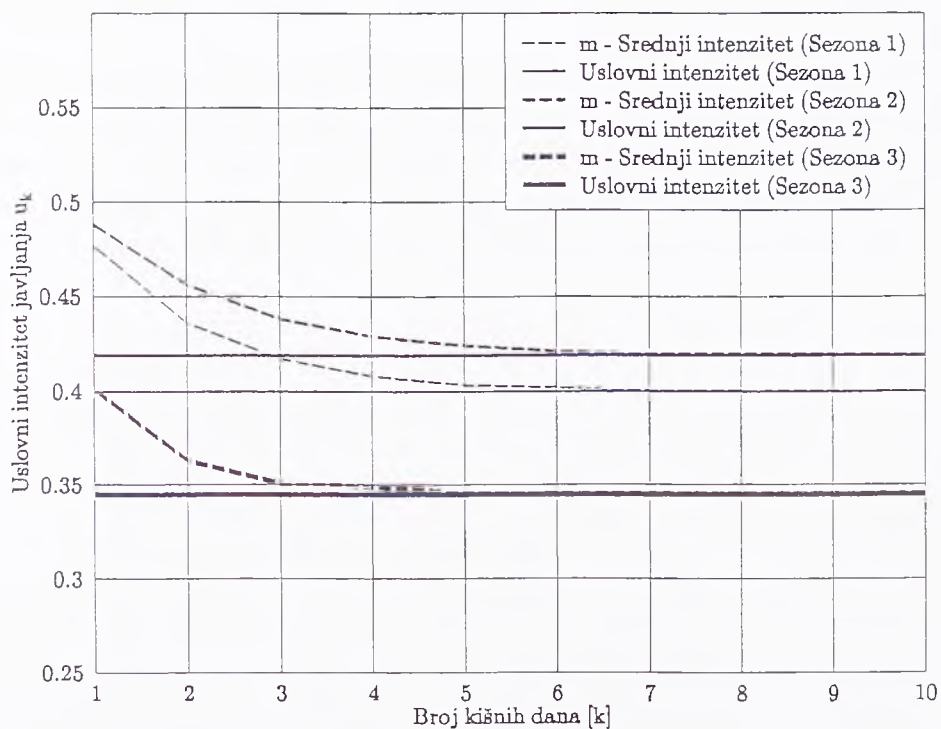
Na kraju ovog poglavlja treba naglasiti da su informacije o trajanju perioda do događaja koje se dobijaju primenom Markovljevog modela obnavljanja na dnevne padavine, veoma dragocene, pogotovu ako je od interesa pojava više kišnih dana u nizu. Jer sa aspekta pojave površinskog oticanja kišnih voda, zatim velikih voda i poplava gotovo je pravilo da se takve pojave događaju tokom uzastopnih kišnih dana - perioda kišnog vremena. Imajući to u vidu analiza trajanja kišnog perioda u domenu verovatnoće može da koristi u kompletnom postupku aproksimacije verovatnoće pojave određenog zasićenja zamljišta na određenom slivu pre nego što dodje do intenzivne kiše i povodnja.

Analiza jakih kiša kao uzročnika poplava pomoću slučajnih procesa
 Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992
 Sezona 1: Januar-April, Sezona 2: Maj-Avgust, Sezona 3: Septembar-December



Slika 3.6.1 Uslovne verovatnoće pojave uzastopnih kišnih dana na Miljakovcu, prema (3.30)

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992
 Sezona 1: Januar-April, Sezona 2: Maj-Avgust, Sezona 3: Septembar-December



Slika 3.6.2 Uslovne verovatnoće pojave uzastopnih kišnih dana na Vračaru, prema (3.30)

Poglavlje 4

Složeni model pojave kiša

4.1 Analiza dnevnih padavina složenim stohastičkim modelima

4.1.1 Prikaz realizacije slučajnog procesa padavina

Realizacija pojave slučajnog procesa padavina može biti predstavljena hijetogramom - dijagramom intenziteta kiše u vremenu, kao na slici 4.1. ili prikazom sumarne visine padavina u vremenu na slici 4.2.

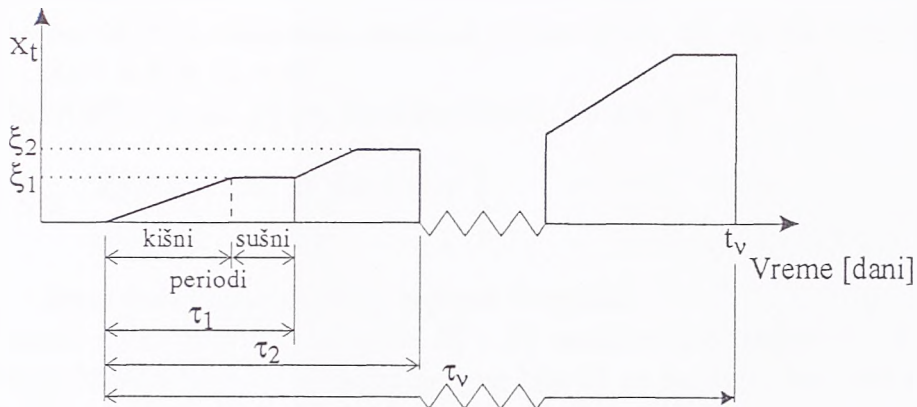
Kako je u poglavlju 2 rečeno pojava kiša se izučava na bazi dnevnih visina, u skladu sa time se sušni odnosno kišni period sastoji od određenog broja dana. Početak kišnih perioda definiše početak ciklusa: prvog, drugog, ..., ν -tog za koji važi sledeći izraz:

$$X(t_\nu) = X(t_\nu + \delta t) \tag{4.1}$$

U datom izrazu δt je oznaka za beskrajno mali period vremena, a $X(t_\nu)$ se mogu nazivati trenuci početka kiše. Period između dva početka pojave kiše obuhvata kišni period i sušni period a naziva se ciklus. Za posmatranu realizaciju slučajnog procesa trenutak ν -tog početka ciklusa obeležen je sa t_ν , a to znači da je potrebno t_ν vremena od početnog trenutka da bi se ostvarilo ν kiša.



Slika 4.1 Intenzitet kiše

Slika 4.2 Shematski prikaz sumarne visine kiše prvog ciklusa τ_1 i odgovarajuće visine kiše ξ_1

U daljem izlaganju posmatraće se neke interesantne podfamilije skupa trajektorija $\mathcal{R}(X_t)$ slučajne pojave kiša prema radu Vukmirovića sa sar. (1978), i to sledeće:

- podskup realizacija kod kojih je broj pojava kiša u periodu $(0, t)$ manji ili jednak ν ;
- podskup realizacija kod kojih je ukupan broj priraštaja visine kiše u intervalu $(0, x)$ manji ili jednak n ;
- podskup realizacija prvog ciklusa τ_1 ;
- podskup realizacija prve visine kiše ξ_1 za vreme prvog ciklusa τ_1 ;
- podskup realizacija ukupne visine kiša pri n priraštaja.

Može se reći da su navedene komponente pojave kiša od suštinskog uticaja na pojavu neposrednog površinskog oticanja, što je predmet disertacije.

4.1.2 O pojavi kiša u vremenu

Neka je η_t slučajni broj pojava u intervalu vremena $(0, t]$.

Prvi podskup prostora Ω_η , označen sa $\{E_\nu^t\}$ sadrži sve realizacije slučajnog procesa koje u intervalu $(0, t]$ imaju tačno ν pojava:

$$E_\nu^t = \{\eta_t = \nu\} \quad (4.2)$$

Za svako $t > 0$ slučajna promenljiva η_t je definisana kao:

$$\eta_t = \max\{\nu; t_\nu \leq t\} \quad (4.3)$$

Očigledno da je η_t diskretna slučajna promenljiva, tj. da za svako $t > 0$, $\eta_t = 0, 1, 2, \dots$. Za $t = 0$ je $\eta_0 = 0$.

Karakteristike skupa E_ν^t su izmedju ostalih i sledeće:

$$\forall t > 0, \left. \begin{array}{l} E_i^t \cap E_j^t = \Theta \text{ za } i \neq j \\ \bigcup_{\nu=0}^{\infty} E_\nu^t = \Omega_\eta \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

gde je Θ - nemoguć događaj, a Ω_η siguran događaj.

Ovo znači da su za $i \neq j$ skupovi E_i^t i E_j^t medjusobno isključivi i da je sigurno da u svakom intervalu $(0, t]$ ili nema pojave kiše ili se pojavila bar jedna kiša.

Skup E_i^t opisuje markovski proces pojava u vremenu sa sledećim osobinama:

1. Verovatnoća da u vremenskom intervalu $(t, t + \Delta t)$, $t > 0$, $\Delta t > 0$, dodje do jedne pojave kiše pod uslovom da je u intervalu $(0, t]$ bilo ν pojava jednaka je:

$$P(E_1^{\Delta t} / E_\nu^t) = \lambda(t, \nu) \Delta t + o(\Delta t), \Delta t \rightarrow 0, \forall t \quad (4.5)$$

gde je $o(\Delta t)$ infinitezimalna veličina višeg reda nego Δt , tj. može se uzeti da $\frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \rightarrow 0$, kada $\Delta t \rightarrow 0$.

2. Verovatnoća da u intervalu $(t, t + \Delta t)$ ne dodje ni do jedne pojave ako je u intervalu $(0, t]$ bilo ν pojava iznosi:

$$P(E_0^{\Delta t} / E_\nu^t) = 1 - \lambda(t, \nu) \Delta t + o(\Delta t), \Delta t \rightarrow 0, \forall t \quad (4.6)$$

3. Verovatnoća da u intervalu $(t, t + \Delta t)$ bude više od jedne pojave, ako je u prethodnom vremenskom intervalu $(0, t)$ bilo ν pojava je:

$$P(E_i^{\Delta t} / E_\nu^t) = o(\Delta t), i \geq 2, \Delta t \rightarrow 0, \forall t \quad (4.7)$$

tj. praktično je nemoguće da budu dve ili više pojava u veoma malim vremenskim intervalima $(t, t + \Delta t)$.

4. Verovatnoća da neće biti pojava u vremenskom intervalu nulte dužine, tj. u $(0, t)$, $t = 0$ jednaka je jedinici, tj.:

$$P(E_0^0) = 1 \quad (4.8)$$

U ovim izrazima se pojavljuje funkcija intenziteta pojave kiše u vremenu koja predstavlja graničnu vrednost uslovne verovatnoće jedne pojave u veoma malom intervalu $(t, t + \Delta t)$, $\Delta t \downarrow 0$, ako je u intervalu $(0, t]$ bilo ν pojava odnosno:

$$\lambda(t, \nu) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(E_1^{\Delta t} | E_\nu^t)}{\Delta t} \quad (4.9)$$

Funkcija intenziteta promene stanja procesa je jedna od dve osnovne funkcije pomoću kojih će se izraziti sve funkcije raspodele pojedinih podprocesa posmatranog slučajnog procesa, koje su navedene u poglavlju 4.1.1.

Da bi se izrazila verovatnoća broja pojava u vremenu polazi se od verovatnoće broja pojava u intervalu $(0, t + \Delta t)$. Ta verovatnoća je jednaka

$$P(E_\nu^{t+\Delta t}) = \sum_{r=0}^{\nu} P(E_{\nu-r}^t E_r^{\Delta t}) \quad (4.10)$$

Matematičkim izvodjenjem, videti u radovima Todorovića (1964) i Vukmirovića sa sar. (1978), uz korišćenje uslova (4.11) dobijaju se sledeće diferencijalne jednačine

$$\frac{\partial P(E_\nu^t)}{\partial t} = \lambda(t, \nu - 1)P(E_{\nu-1}^t) - \lambda(t, \nu)P(E_\nu^t) \quad (4.11)$$

za $\nu = 1, 2, \dots$, kao i

$$\frac{\partial P(E_0^t)}{\partial t} = -\lambda(t, 0)P(E_0^t) \quad (4.12)$$

sa početnim uslovima koji su dati pod tačkom 4:

$$\text{za } t = 0: \quad P(E_0^t) = 1, \quad P(E_\nu^t) = 0, \quad \nu = 1, 2, \dots \quad (4.13)$$

Rešenje ovih diferencijalnih jednačina zavisi od funkcije intenziteta pojave u vremenu $\lambda(t, \nu)$. S obzirom na prirodu procesa neophodno je da bude zadovoljen sledeći postulat:

$$\text{za } \forall t > 0, \quad \lambda(t, \nu) > 0 \quad (4.14)$$

što znači da tokom vremena t uvek postoji izvesna verovatnoća da će se proces zaustaviti.

4.1.3 O priraštaju visine kiša

Slučajna promenljiva μ_x je broj priraštaja visine kiše u intervalu $(0, x)$. Ako je X_n ukupna visina kiše do n -tog priraštaja kiše, tada je

$$\mu_x = \max\{n; X_n \leq x\} \quad (4.15)$$

Očigledno je da je i μ_x diskretna slučajna promenljiva. Za svako $x > 0$ $\mu_x = 0, 1, 2, \dots$, a za $x = 0$ ima se $\mu_0 = 0$

Podskup G_n^x je podskup prostora Ω_μ i sadrži sve realizacije kod kojih je $X_n \leq x$.

$$G_n^x = \{\mu_x = n\} \quad (4.16)$$

Navešće se neke karakteristike skupa G_n^x :

$$\left. \begin{array}{l} \forall_x > 0 \quad G_i^x \cap G_j^x = \emptyset \quad \forall i \neq j \\ \bigcup_{n=0}^{\infty} G_n^x = \Omega_\mu \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

Skup G_n^x opisuje markovski prostor priraštaja promenljive μ_x i ima sledeće osobine:

$$P(G_1^{\Delta x} | G_n^x) = \kappa(x, n)\Delta x + o(\Delta x) \quad \Delta x \rightarrow 0 \quad (4.18)$$

$$P(G_0^{\Delta x} | G_n^x) = 1 - \kappa(x, n)\Delta x + o(\Delta x), \quad \Delta x \rightarrow 0 \quad (4.19)$$

$$P(G_i^{\Delta x} | G_n^x) = o(\Delta x) \quad i \geq 2, \quad \Delta x \rightarrow 0 \quad (4.20)$$

$$P(G_0^0) = 1 \quad (4.21)$$

U ovim izrazima se pojavljuje druga funkcija intenziteta procesa $\kappa(x, n)$ za priraštaje visine kiše koja se može definisati kao:

$$\kappa(x, n) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(G_1^{\Delta x} | G_n^x)}{\Delta x} \quad (4.22)$$

Analognim izvođenjem kao u poglavlju (4.1.2.), dobija se da je verovatnoća broja priraštaja promenljive X definisana diferencijalnim jednačinama:

$$\frac{\partial(G_n^x)}{\partial x} = \kappa(x, n-1)P(G_{n-1}^x) - \kappa(x, n)P(G_n^x) \quad (4.23)$$

za $n = 1, 2, \dots$

$$\partial P(G_0^x) = -\kappa(x, 0)P(G_0^x) \quad (4.24)$$

Početni uslov je:

$$\text{za } x = 0: \quad P(G_0^x) = 1; \quad P(G_n^x) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.25)$$

Funkcija raspodele broja priraštaja promenljive x zavisi od analitičkog oblika funkcije intenziteta promene stanja procesa $\kappa(x, n)$, koja mora da zadovolji postulat:

$$\text{za } \forall_x > 0: \quad \kappa(x, n) > 0 \quad (4.26)$$

4.1.4 O raspodeli trajanja ciklusa

Ako definišemo trajanje τ_ν , za $\nu = 1, 2, 3, \dots$, kao slučajno vreme u kome se ostvari ν ciklusa, videti oznake na slici 4.2, može se zaključiti da je τ_ν neprekidna slučajna promenljiva čija je funkcija raspodele data sledećim izrazom:

$$F_\nu(t) = P\{\tau_\nu \leq t\}, \quad t \geq 0 \quad (4.27)$$

Ova funkcija raspodele se dobija pomoću skupa E_ν^t , koji je definisan izrazom (4.2), na osnovu sledećeg izraza :

$$\begin{aligned} P(E_i^t) &= P\{\tau_i \leq t < \tau_{i+1}\} \\ &= P\{\tau_i \leq t\} - P\{\tau_{i+1} \leq t\} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Sumiranjem verovatnoće od $i = 0$ do $i = \nu - 1$, uz uslov (4.8) dobijena je funkcija raspodele ν -tog ciklusa:

$$F_\nu(t) = 1 - \sum_{i=0}^{\nu-1} P(E_i^t) \quad (4.29)$$

dok je gustina raspodele dobijena diferenciranjem po vremenu prema sledećem izrazu:

$$f_\nu(t) = - \sum_{i=0}^{\nu-1} \frac{\partial(E_i^t)}{\partial t} \quad (4.30)$$

Konačno, uzevši u obzir diferencijalne jednačine (4.11) i (4.12), dobijen je sledeći izraz za gustinu raspodele

$$f_\nu(t) = \lambda(t, \nu - 1)P(E_{\nu-1}^t) \quad (4.31)$$

Kada se razmatra prvi ciklus, odnosno promenljiva τ_1 , videti sliku 4.2, funkcija raspodele ima sledeći oblik:

$$\begin{aligned} F_1(t) &= 1 - P(E_0^t) \\ &= 1 - e^{-\tau_0 t} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Trajanje vremenskog perioda (videti sliku 4.2) pri jednom ciklusu, uz korišćenje pretpostavke o skupu E_ν^t , izraz (4.2) i pri $\lambda(t, \nu) = \text{const}$, izraz (4.9), opisuje se eksponencijalnom raspodelom.

Osnovne statistike perioda pri jednom ciklusu τ_1 su:

- matematičko očekivanje:

$$M_{\tau_1} = \frac{1}{\tau_0} \quad (4.33)$$

- varijansa:

$$D_{\tau_1} = \frac{1}{\tau_0^2} \quad (4.34)$$

4.1.5 O raspodeli priraštaja kiše

Obeležimo sa ξ_n visinu kiše pri n ciklusa padavina. Veličina ξ_n se može opisati kao neprekidna slučajna promenljiva sa vrednostima iz intervala $[0, +\infty)$ i sa funkcijom raspodele prema (2.2) sledećim izrazom:

$$F_n(x) = P\{\xi_n \leq x\} \quad (4.35)$$

Ova funkcija raspodele dobija se preko skupa G_n^x , koji je dat izrazom (4.16) na osnovu:

$$P(G_n^x) = P\{\xi_j \leq x \leq \xi_{j+1}\} = P\{\xi_j \leq x\} - P\{\xi_{j+1} \leq x\} \quad (4.36)$$

Sumiranjem verovatnoće od $j = 0$ do $j = n - 1$, i korišćenjem uslova (4.25) za $x = 0$ konačno se dobijaju izrazi za funkciju raspodele visine kiše pri n priraštaja padavina:

$$F_n(x) = 1 - \sum_{i=0}^{n-1} P(G_i^x) \quad (4.37)$$

a diferenciranjem se dobija gustina raspodele visine kiše pri n priraštaja:

$$f_n(x) = \kappa(x, n - 1)P(G_{n-1}^x) \quad (4.38)$$

Kod funkcije gustine raspodele ukupne visine kiše važnu ulogu igra funkcija intenziteta priraštaja $\kappa(x, n)$.

Visina kiše pri jednom ciklusu, videti sliku 4.2, korišćenjem jednačina (4.23) i (4.24) uz uslove (4.25) izražava se eksponencijalnom raspodelom prema sledećem izrazu:

$$\begin{aligned} F_n(x) &= 1 - P(G_o^x) \\ &= 1 - e^{-\kappa_o x} \end{aligned} \quad (4.39)$$

čiji se parametar određuje na osnovu matematičkog očekivanja prema izrazu:

$$M_{\xi_1} = \frac{1}{\kappa_o} \quad (4.40)$$

dok je varijansa:

$$D_{\xi_1} = \frac{1}{\kappa_o^2} \quad (4.41)$$

4.1.6 O raspodeli ukupne visine kiša

Izrazom koji sledi predstavljena je verovatnoća onog skupa realizacija slučajnog procesa kod kojih je za fiksirano t ordinata X_t manja ili jednaka x , odnosno verovatnoća da će u trenutku t ukupna visina padavina X_t biti manja ili najviše jednaka x :

$$F_t(x) = P\{X_t \leq x\} \quad (4.42)$$

Označimo sa $A_t(x)$ skup

$$A_t(x) = \{X_t \leq x\}, x \geq 0 \quad (4.43)$$

na osnovu osobina (4.7) može se skup $A_t(x)$ izraziti:

$$A_t(x) = \cup_{\nu=0}^{\infty} [E_{\nu}^t A_t(x)] \quad (4.44)$$

Verovatnoća ovog skupa, koja je prema (4.42) jednaka $F_t(x)$ može se izraziti kao:

$$F_t(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} P(E_{\nu}^t) P\{X_t \leq x \mid E_{\nu}^t\} \quad (4.45)$$

Ovo je izraz za funkciju raspodele slučajnog procesa X_t u opštem obliku. Izraz $P\{X_t \leq x \mid E_{\nu}^t\}$ u izrazu (4.45) predstavlja verovatnoću onog skupa realizacija čija je ordinata X_t u vremenu t manja ili jednaka x i koja takodje u intervalu $(0, t]$ ima tačno ν pojava. U opštem slučaju ova verovatnoća se ne može izračunati, a prema tome ni funkcija raspodele - $F_t(x)$ se ne može izračunati; videti rad Todorovića i Vukmirovića (1976,1978) i Woolhisera (1976).

Medjutim, ova funkcija se može oceniti pomoću gornje i donje aproksimacije $F_{t1}(x)$ i $F_{t2}(x)$ koje su definisane kao verovatnoće skupova $A_{t1}(x)$ i $A_{t2}(x)$, videti rad Todorovića (1970) prema sledećem:

$$A_{t1} = \cup_{\nu=0}^{\infty} \{ \cup_{j=\nu+1}^{\infty} G_j^x E_{\nu}^t \} \quad (4.46)$$

$$A_{t2} = \cup_{\nu=0}^{\infty} \{ \cup_{j=\nu}^{\infty} G_j^x E_{\nu}^t \} \quad (4.47)$$

Za svaki par vrednosti (t, x) za $t \geq 0$ i $x \geq 0$ može se reći da su: $A_{t1}(x)$ podskup, a $A_{t2}(x)$ nadskup skupa $A_t(x)$, odnosno:

$$A_{t1}(x) \subseteq A_t(x) \subseteq A_{t2}(x) \quad (4.48)$$

Da bi se dokazalo da je $A_{t1}(x)$ podskup od $A_t(x)$ posmatrajmo ν -ti član skupova $A_{t1}(x)$ i $A_t(x)$

$$E_{\nu}^t \{ \cup_{j=\nu+1}^{\infty} G_j^x \} \subseteq E_{\nu}^t \{ X_t \leq x \} \quad (4.49)$$

Svaka realizacija slučajnog procesa koja pripada levoj strani relacije (4.49) ima u intervalu vremena $(0, t]$ tačno ν tačaka t_j dok je istovremeno $X(t_{\nu+1}) \leq x$. Pošto je po definiciji $t < t_{\nu+1}$ i pošto su realizacije monotono neopadajuće funkcije od t sledi da je $X_t \leq x$, što znači da posmatrana realizacija iz skupa $A_{t1}(x)$ pripada i desnoj strani relacije (4.49).

Posmatrajmo sada $\nu - ti$ član skupova $A_{t1}(x)$ i $A_{t2}(x)$, odnosno:

$$E_\nu^t \{X_t \leq x\} \subseteq E_\nu^t (\cup_{j=\nu}^\infty G_j^x) \quad (4.50)$$

Svaka realizacija koja pripada levoj strani relacije (4.50) ima u intervalu $(0, t]$ tačno ν tačaka t_j , a pored toga i $X_t \leq x$. Pošto je $t_\nu \leq t$, sledi da je $X(t_\nu) \leq x$, tj. istovremeno pripada i desnoj strani relacije (4.50).

Ovim je dokazana relacija (4.48) koja govori da je $A_{t1}(x)$ podskup od $A_t(x)$, a $A_{t2}(x)$ nadskup od $A_t(x)$.

Na osnovu ove osobine dobija se nejednakost

$$0 \leq F_{t1}(x) \leq F_t(x) \leq F_{t2}(x) \leq 1 \quad (4.51)$$

Daće funkcije raspodele:

$$F_{t1}(x) = P(A_{t1})$$

$$F_{t2}(x) = P(A_{t2})$$

definisane su izrazima:

$$F_{t1}(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{j=\nu+1}^{\infty} P(E_\nu^t G_j^x) \quad (4.52)$$

$$F_{t2}(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{j=\nu}^{\infty} P(E_\nu^t G_j^x) \quad (4.53)$$

S obzirom na postulat o nezavisnosti verovatnoće broja pojava u vremenu i promena po vrednosti-visini kiše (Todorović, 1970), može se napisati sledeće:

$$F_{t1} = P(E_0^t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j=\nu+1}^{\infty} P(E_\nu^t) P(G_j^x) \quad (4.54)$$

$$F_{t2} = P(E_0^t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j=\nu+1}^{\infty} P(E_\nu^t) P(G_j^x) \quad (4.55)$$

gde su:

$$P(E_\nu^t) = \frac{(\lambda t)^\nu}{\nu!} e^{-\lambda t} \quad (4.56)$$

$$P(G_n^x) = \frac{(\kappa_0 x)^n}{n!} e^{-\kappa_0 x} \quad (4.57)$$

Funkcije raspodele za X_t se konačno mogu napisati u sledećem obliku korišćenjem izraza (4.54), (4.55) (4.56), (4.57);

$$F_1(X_t) = e^{-\lambda_0 t - \kappa_0 x} \sum_{\nu=0}^{+\infty} \sum_{\kappa=\nu+1}^{+\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^\kappa}{\kappa!} \quad (4.58)$$

$$F_2(X_t) = F_2(o^+) + e^{-\lambda_0 t - \kappa_0 x} \sum_{\nu=0}^{+\infty} \sum_{\kappa=\nu}^{+\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^\kappa}{\kappa!} \quad (4.59)$$

4.1.7 Matematičko očekivanje i varijansa ukupne visine kiše X_t

Slučajna promenljiva ξ_1 predstavlja visinu jednog događaja - kiše. Veličina $\xi_{1\nu}, \nu = 1, 2, \dots$ označava ukupnu visinu kiše koja se sastoji od n padavina-događaja. Ukupna visina kiše do trenutka $t (t > 0)$, tj. slučajna promenljiva X_t , definisana je u radu Todorovića (1976):

$$X_t = \sum_{\nu=0}^{\eta_t} \xi_{1\nu}, \quad \xi_{10} = 0 \quad (4.60)$$

S obzirom na osobinu skupa E_ν^t izraženu jednačinom (4.4) - donji izraz, može se dalje napisati:

$$X_t = X_t \sum_{\nu=0}^{\infty} I_{E_\nu^t} = \sum_{\nu=0}^{\infty} X_t I_{E_\nu^t} \quad (4.61)$$

Posle ν događaja-kiša, ukupna visina kiše iznosi:

$$X_\nu = \xi_{11} + \xi_{12} + \dots + \xi_{1\nu} \quad (4.62)$$

Pošto je

$$X_t I_{E_\nu^t} = X_\nu I_{E_\nu^t} \quad (4.63)$$

sledi da je

$$X_t = \sum_{\nu=1}^{\infty} X_\nu I_{E_\nu^t} \quad (4.64)$$

Ako pretpostavimo da važi:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \{\xi_{1\nu}\}_1^\infty \text{ i } \eta_t \text{ nezavisni za } t > 0, \\ 2) M\{\xi_{1\nu}^2\} \text{ i } M\{\eta_t\}^2 < +\infty \text{ za } t < +\infty \end{array} \right\} \quad (4.65)$$

tada postoje prva dva momenta slučajnog procesa $\{X_\nu I_{E_\nu^t}\}$.

Odatle sledi izraz za matematičko očekivanje:

$$\left. \begin{array}{l} M\{X_t\} = \sum_{\nu=0}^\infty M\{X_\nu I_{E_\nu^t}\} \\ = \sum_{\nu=1}^\infty M\{\nu \xi_1 I_{E_\nu^t}\} \\ = M(\xi_1) \sum_{\nu=1}^\infty \nu M I_{E_\nu^t} \end{array} \right\} \quad (4.66)$$

Konačno se za matematičko očekivanje ukupne visine kiše X_t u vremenu t dobija:

$$M\{X_t\} = M\{\xi_1\} M\{\eta_t\} \quad (4.67)$$

Da bi se dobila varijansa ukupne visine kiše, polazi se od izraza:

$$\left. \begin{array}{l} X_t^2 = \sum_{\nu=1}^\infty X_\nu I_{E_\nu^t} = \sum_{\nu=1}^\infty X_\nu I_{E_\nu^t} \sum_{k=1}^\infty X_k I_{E_k^t} \\ = \sum_{\nu=1}^\infty \sum_{k=1}^\infty X_\nu X_k I_{E_\nu^t} I_{E_k^t} \end{array} \right\} \quad (4.68)$$

Obzirom na osobinu indikatora funkcije $I_{E_\nu^t}$ sledi da je:

$$X_t^2 = \sum_{\nu=1}^\infty X_\nu^2 I_{E_\nu^t} \quad (4.69)$$

Pošto X_ν ne zavisi od t_ν i $t_{\nu+1}$ isto tako je i X_ν^2 nezavisno od t_ν i $t_{\nu+1}$, što nadalje znači da je:

$$M\{X_t^2\} = \sum_{\nu=1}^\infty M\{X_\nu^2 P(E_\nu^t)\} \quad (4.70)$$

Pošto je

$$X_\nu^2 = \sum_{i=1}^\nu \xi_i^2 + \sum_{i \neq j}^\nu \xi_i \xi_j \quad (4.71)$$

i pošto je $\{\xi_\nu\}_1^\infty$ niz nezavisnih slučajnih promenljivih, jednako raspoređenih, sledi da je

$$M\{X_\nu^2\} = \nu M\{\xi_1^2\} + \nu(\nu - 1)(M\xi_1)^2 \quad (4.72)$$

Uvrstivši izraz (4.51) u izraz (4.48) dobija se:

$$\left. \begin{array}{l} M\{X_t^2\} = \sum_{\nu=1}^\infty [\nu M\{\xi_1^2\} + \nu(\nu - 1)(M\xi_1)^2] P(E_\nu^t) \\ = [M\{\xi_1^2\} - (M\xi_1)^2] M\{\eta_t\} + (M\xi_1)^2 M\{\eta_t^2\} \end{array} \right\} \quad (4.73)$$

Takodje je poznato da je varijansa (disperzija) ukupne visine kiše X_t jednaka:

$$D\{X_t\} = M\{X_t^2\} - [M\{X_t\}]^2 \quad (4.74)$$

Tada se korišćenjem izraza (4.67), (4.69) i (4.70) konačno dobija izraz za varijansu ukupne visine kiše:

$$D\{X_t\} = D\{\xi_1\} M\{\eta_t\} + (M\{\xi_1\})^2 D\{\eta_t\} \quad (4.75)$$

4.1.8 Model sa konstantnim intenzitetima pojave kiše i promene visine kiše

Izvedeni su izrazi za funkcije raspodele slučajnih pojava u opštem obliku. U svim izrazima pojavljuju se funkcije intenziteta: pojave po vremenu i promene kiše po visini. Ove dve funkcije intenziteta određuje rešenje dato opštim izrazima za funkcije raspodele. Pretpostavimo da su intenziteti pojava po vremenu i promene po visini konstantni:

$$\lambda(t, \nu) = \lambda_o = \text{const}, \forall t, \forall \nu \quad (4.76)$$

$$\kappa(x, n) = \kappa_o = \text{const}, \forall x, \forall n \quad (4.77)$$

Funkcija raspodele broja pojava u vremenu dobija se na osnovu diferencijalnih jednačina (4.11) i (4.12), uz uslov (4.13), je Poissonova raspodela:

$$P(E_\nu^t) = \frac{(\lambda_o t)^\nu}{\nu!} e^{-\lambda_o t} \quad (4.78)$$

sa matematičkim očekivanjem i varijansom prema izrazima:

$$M\eta_t = \lambda_o t \quad (4.79)$$

$$D\eta_t = \lambda_o t \quad (4.80)$$

Funkcija raspodele broja promene ukupne visine dobija se izvođenjem na osnovu diferencijalnih jednačina (4.23) i (4.24), uz uslov (4.25), je Poissonova raspodela:

$$P(G_n^x) = \frac{(\kappa_o x)^n}{n!} e^{-\kappa_o x} \quad (4.81)$$

sa matematičkim očekivanjem i varijansom prema izrazima:

$$M\eta_x = \kappa_o x \quad (4.82)$$

$$D\eta_x = \kappa_o x \quad (4.83)$$

Funkcija raspodele ukupne visine padavina je, (Todorović, 1976) prema izrazu :

$$F_1(x_t) \leq F(x_t) \leq F_2(x_t) \quad (4.84)$$

Izračunavanje funkcija $F_1(x_t)$ i $F_2(x_t)$, na osnovu rada Vukmirovića (1970), sledi:

$$F_1(x_t) = C_1 \sum_{\nu=0}^{\infty} e^{(-\lambda_o t)} \frac{(\lambda_o t)^\nu}{\nu!} \sum_{j=\nu+1}^{\infty} e^{-\kappa_o x} \frac{(\kappa_o x)^j}{j!} \quad (4.85)$$

$$F_2(x_t) = C_2 \sum_{\nu=0}^{\infty} e^{(-\lambda_0 t)} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \sum_{j=\nu}^{\infty} e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^j}{j!} \quad (4.86)$$

Da bismo dobili odgovarajuće zakone verovatnoće odnosno izraze za funkcije $f_1(x_t)$ i $f_2(x_t)$ diferenciramo funkcije raspodele po x . U tom cilju izračunava se:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=\nu+1}^{\infty} e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^j}{j!} &= -\kappa_0 \sum_{j=\nu+1}^{\infty} e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^j}{j!} \\ &+ \kappa_0 \sum_{j=\nu+1}^{\infty} e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^{j-1}}{(j-1)!} \\ &= \kappa_0 e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^\nu}{\nu!} \end{aligned} \right\} \quad (4.87)$$

Isto tako je:

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=\nu}^{\infty} e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^j}{j!} = \kappa_0 e^{-\kappa_0 x} \frac{(\kappa_0 x)^{\nu-1}}{(\nu-1)!} \quad (4.88)$$

pa prema tome sledi da je:

$$f_1(x_t) = C_1 \lambda_0 e^{-(\lambda_0 t + \kappa_0 x)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^\nu}{\nu!} \quad (4.89)$$

$$f_2(x_t) = C_2 \lambda_0 e^{-(\lambda_0 t + \kappa_0 x)} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^{\nu-1}}{\nu-1} \quad (4.90)$$

Izračunajmo sada konstante C_1 i C_2 :

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \int_0^{\infty} f_1(x_t) dx \\ &= C_1 e^{-\lambda_0 t} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{1}{\nu!} \int_0^{\infty} (\kappa_0 x)^\nu e^{-\kappa_0 x} d(\kappa_0 x) \end{aligned} \right\} \quad (4.91)$$

odakle sledi da je $C_1 = 1$.

Na isti način se dobija da je:

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \int_0^{\infty} f_2(x_t) dx \\ &= C_2 e^{-\lambda_0 t} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{1}{(\nu-1)!} \int_0^{\infty} (\kappa_0 x)^{\nu-1} e^{-\kappa_0 x} d(\kappa_0 x) \\ &= C_2 (1 - e^{-\lambda_0 t}) \end{aligned} \right\} \quad (4.92)$$

Dalje kako je:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^\nu}{\nu!} &= \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(2\sqrt{\lambda_0 \kappa_0 t x})^{2\nu}}{[2\nu!]^2} \\ &= I_0(2\sqrt{\lambda_0 \kappa_0 t x}) \end{aligned} \right\} \quad (4.93)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(\lambda_0 t)^\nu}{\nu!} \frac{(\kappa_0 x)^{\nu-1}}{(\nu-1)!} &= \frac{1}{\kappa_0 x} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(2\sqrt{\lambda_0 \kappa_0 t x})^\nu}{[(\nu-1)!]^{2\nu}} \\ &= \sqrt{\frac{\lambda_0 t}{\kappa_0 x}} I_1(2\sqrt{\lambda_0 \kappa_0 t x}) \end{aligned} \right\} \quad (4.94)$$

gde su I_0 i I_1 modifikovane Beselove funkcije prve vrste i nultog odnosno prvog reda, (Todorović, 1970), konačni izrazi za gustine raspodele f_1 i f_2 su:

$$f_1(x_t) = \kappa_o e^{-(\sqrt{\lambda_o t} - \sqrt{\kappa_o x})^2} e^{(-2\sqrt{\lambda_o \kappa_o t x})} I_0(2\sqrt{\lambda_o \kappa_o t x}) \quad (4.95)$$

$$f_2(x_t) = \begin{cases} \lambda_o \kappa_o t, & x = 0 \\ \kappa_o e^{-(\sqrt{\lambda_o t} - \sqrt{\kappa_o x})^2} e^{-2\sqrt{\lambda_o \kappa_o t x}} \sqrt{\frac{\lambda_o t}{\kappa_o x}} I_1(2\sqrt{\lambda_o \kappa_o t x}), & x > 0 \end{cases} \quad (4.96)$$

Na osnovu poznatih izraza za funkcije raspodele, prema:

$$E\{F_1^m(X_t)\} = \int_0^{+\infty} X^m dF_1(X_t) = \int_0^{+\infty} X^m f_1(x_t) \quad (4.97)$$

$$E\{F_2^m(X_t)\} = \int_0^{+\infty} x^m dF_2(x_t) = \int_0^{+\infty} X^m f_2(x_t) \quad (4.98)$$

Korišćenjem izraza (4.58) i (4.59) i diferenciranjem po x , za moment reda 1 prema radu Wilsona (1991) imamo:

$$E_t\{F_1(X_t)\} = \frac{\lambda_o t}{\kappa_o} + \frac{1}{\kappa_o} \quad (4.99)$$

$$E_t\{F_2(X_t)\} = \frac{\lambda_o t}{\kappa_o} \quad (4.100)$$

U literaturi se takodje mogu sresti oznake za momente prema izrazima:

$$m(t) = \frac{\lambda_o t}{\kappa_o} \quad (4.101)$$

$$m_1(t) = \frac{\lambda_o t}{\kappa_o} + \frac{1}{1 - \exp(-\lambda_o t)} \quad (4.102)$$

$$m_2(t) = \frac{\lambda_o t}{\kappa_o} + \frac{1}{\kappa_o} \quad (4.103)$$

Korišćenjem osnovnih izraza (4.97) i (4.98) za $m = 2$, dobijaju se varijanse D_{t1} i D_{t2} , prema izrazima:

$$\begin{aligned} D_{t_{1,2}} &= E\{[F_{1,2}(x_t) - E\{F_{1,2}(x_t)\}]^2\} \\ &= E\{F_{1,2}^2(x_t) - [E\{F_{1,2}(x_t)\}]^2\} \end{aligned} \quad (4.104)$$

odnosno:

$$D_{t_1} = 2 \frac{\lambda_o t}{\kappa_o^2} + \frac{1}{\kappa_o^2} \quad (4.105)$$

$$D_{t_2} = 2 \frac{\lambda_o t}{\kappa_o^2} \quad (4.106)$$

4.2 Primena postupaka iz stohastičkog modela na pojave dnevnih kiša

Na uzorke dnevnih kiša sa eksperimentalnog sliva Miljakovac 2 u Beogradu za period osmatranja 1981 - 1992 i glavne meteorološke stanice Vračar u Beogradu, iz perioda 1972-92, i koji su dati u prilogu A, primenjene su analize koje su opisane u poglavljima 4.1. do 4.8. po sledećem redosledu:

1. Broj javljanja dnevnih kiša u definisanom intervalu vremena.
2. Broj promena ukupne visine kiše za zadate vrednosti promena.
3. Trajanje prvog ciklusa τ_1 .
4. Visina kiše ξ_1 za vreme prvog ciklusa.
5. Visina mesečnih kiša.
6. Visina ukupnih kiša za N izolovanih kišnih dana.
7. Ukupne visina kiše u odredjenom periodu vremena.

4.2.1 Pojava padavina u vremenu

Prvi korak analize uzoraka broja kiša u zadatom intervalu vremena jeste izračunavanje osnovnih statistika broja, i to su prosečni broj javljanja - Λ , standardna devijacija STD_{Λ} i razmera STD_{Λ}/Λ .

Prema opisu i definicijama koje su date u poglavljima 4.1.2 i 4.1.8 broj pojava kiša se aproksimira Poisson-ovim zakonom raspodele čiji je oblik definisan izrazom (4.78), sa parametrom koji je jednak Λ .

Tabela 4.1.1. Osnovne statistike broja javljanja kiše na e.s. Miljakovac (1982-92) u sezonama,

I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

T_o (dana)	Λ			STD_{Λ}			STD_{Λ}/Λ		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
2	0.711	0.676	0.638	0.607	0.586	0.551	0.854	0.868	0.863
3	1.066	1.022	0.949	1.073	0.977	0.942	1.007	0.956	0.992
5	1.777	1.676	1.556	1.961	1.774	1.642	1.104	1.059	1.055
7	2.369	2.328	2.162	2.975	3.034	2.887	1.256	1.303	1.336
10	3.553	3.224	2.993	4.554	4.978	4.472	1.282	1.544	1.494

T_o - referentni period analize

Λ - srednji broj javljanja

STD_{Λ} - standardna devijacija broja javljanja

Tabela 4.1.2. Osnovne statistike broja javljanja kiše na k.s. Vračar u Beogradu za period osmatranja 1972-1992.

u sezonama I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

T_o (dana)	Λ			STD_{Λ}			STD_{Λ}/Λ		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
2	0.811	0.814	0.756	0.618	0.581	0.624	0.763	0.713	0.826
3	1.216	1.231	1.124	1.044	0.987	1.082	0.859	0.802	0.963
5	2.027	2.018	1.844	2.003	1.806	2.14	0.988	0.895	1.161
7	2.702	2.803	2.561	3.195	2.839	3.121	1.183	1.013	1.219
10	4.050	3.881	3.545	4.783	4.663	5.362	1.181	1.145	1.513

T_o - referentni period analize

Λ - srednji broj javljanja

STD_{Λ} - standardna devijacija broja javljanja

U Tabelama 4.1.1. i 4.1.2. date su osnovne statistike broja javljanja kiša na e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu. Može se zaključiti na osnovu vrednosti razmere STD_{Λ}/Λ , u kolonama (8), (9) i (10), za tri sezone: januar-april, maj-avgust

i septembar-decembar, da se raspodele odgovarajućih uzoraka mogu aproksimirati Poisson-ovim zakonom jer su te vrednosti približno jednake jedinici (što je teorijska vrednost te razmere za Poisson-ov proces).

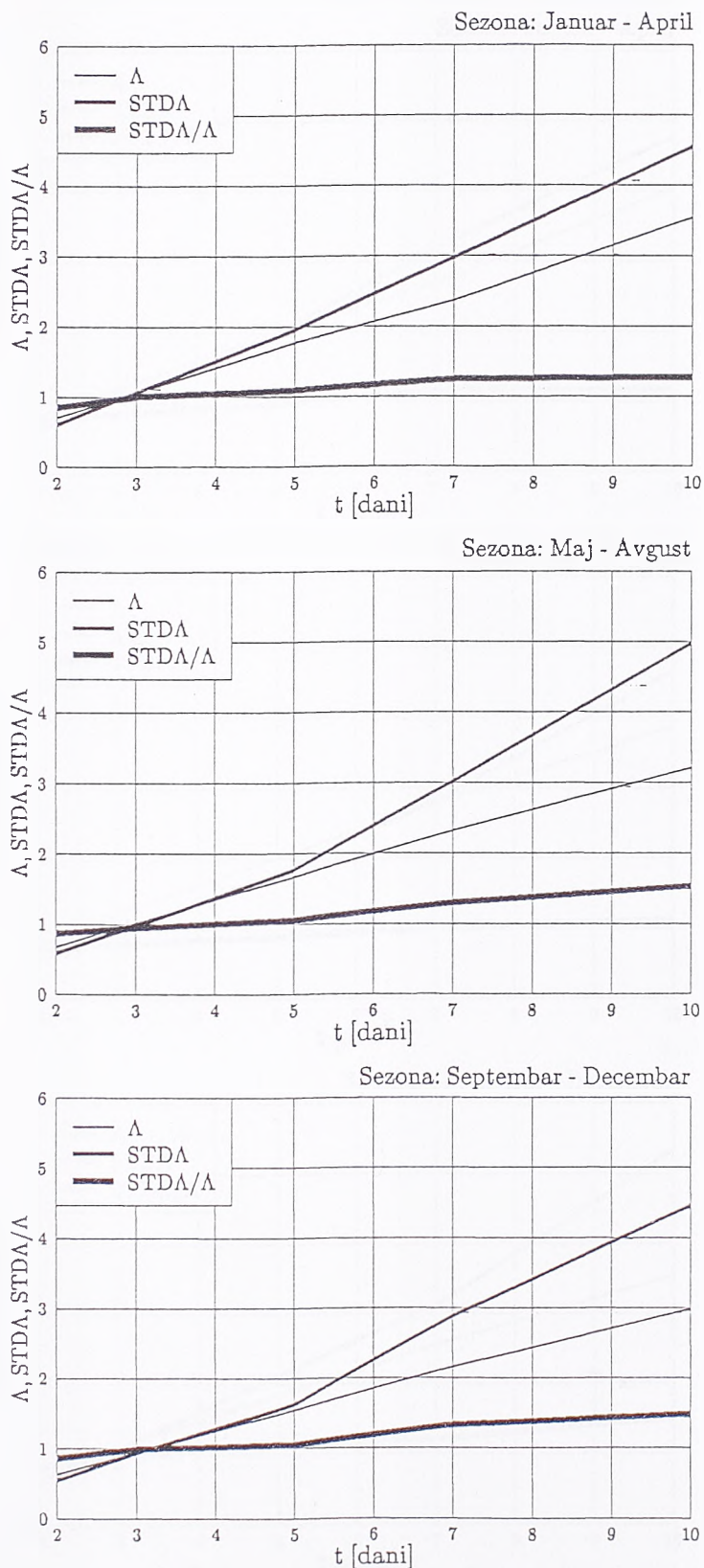
Sve vrednosti - statistike za dva uzorka dnevnih kiša su prikazane i na slikama 4.3.1 i 4.3.2 za razmatranja u periodima od: 2, 3, 5, 7 i 10 dana.

Na slikama 4.4.1 do 4.4.4 su dati empirijski podaci i odgovarajuće Poisson-ove raspodele sa datim parametrima Λ , na kojima se može zapaziti da je aproksimacija sasvim adekvatna za periode vremena od 5, 7 i 10 dana, dok se za tri dana ne može prihvatiti bez izvesnog rizika.

Na slikama 4.4.5, 6, 7 i 8 je data raspodela broja pojava kiše na k.s. Vračar. Može se takodje reći da su slaganja teorijskih sa empirijskim raspodelama zadovoljavajuća za periode vremena od 5, 7 i 10 dana, a za 3 dana samo za sezonu maj-avgust.

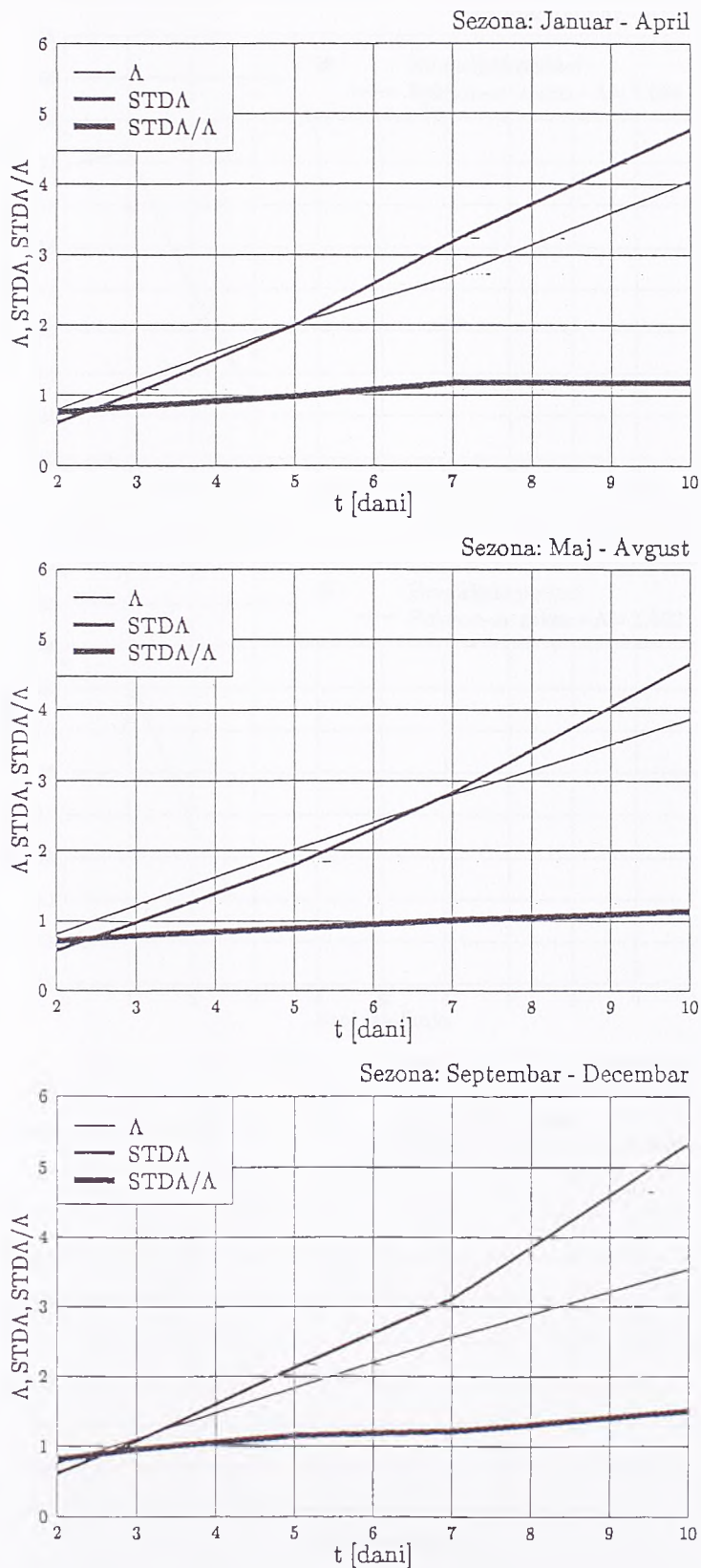
Na slici 4.4.9. date su odgovarajuće teorijske odnosno Poisson-ove raspodele za e.s. Miljakovac 2 sa periodom osmatranja 1982-92. i za k.s. Vračar (1972-92). Može se konstatovati da su prikazani rezultati veoma slični, tj. da su razlike odgovarajućih teorijskih broja pojava za sve vrednosti perioda vremena veoma male. Moglo bi se zaključiti da se pojava dnevnih kiša koja je razmatrana na osnovu opisanih uzoraka na dve kišomerne stanice neznatno razlikuje.

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



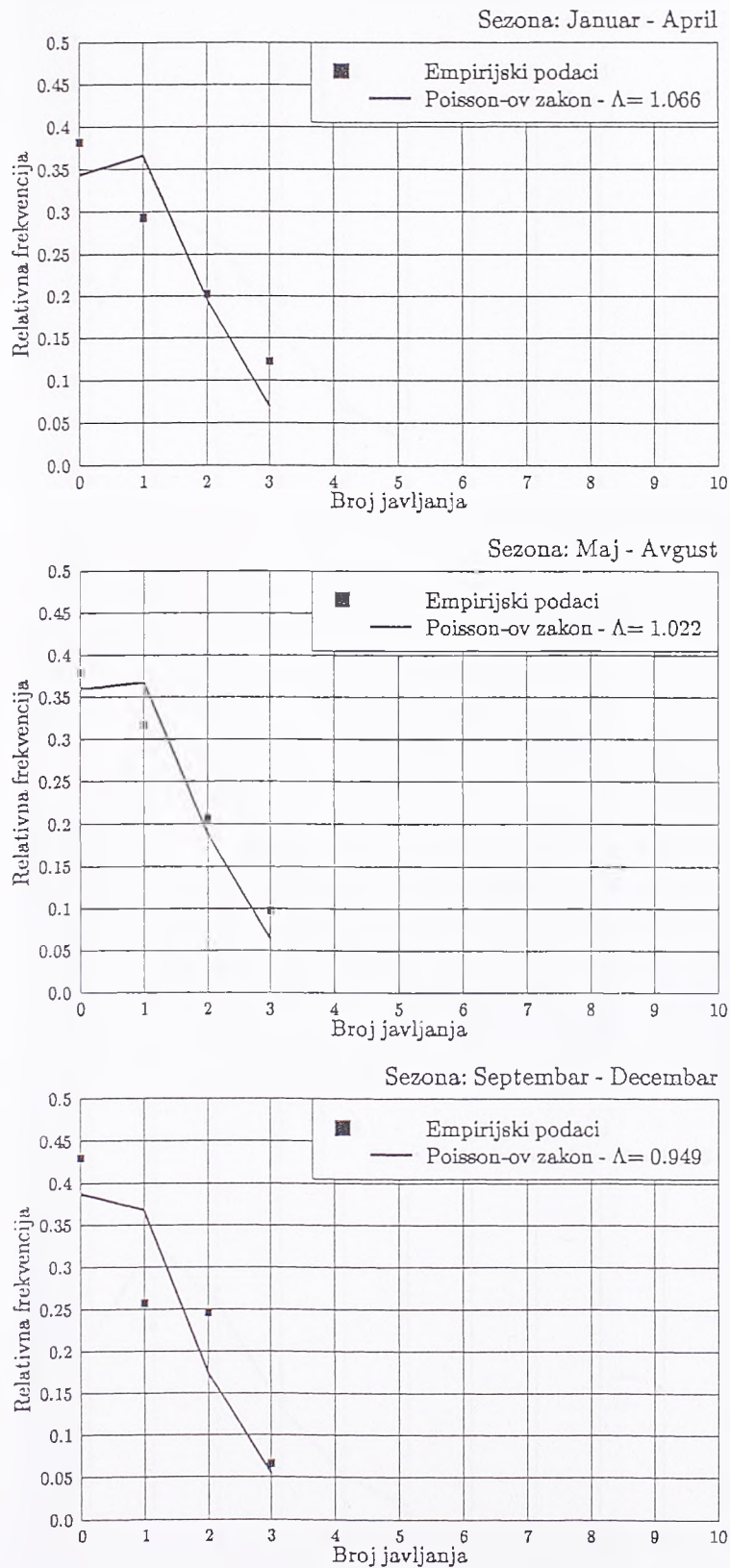
Slika 4.3.1 Srednji broj javljanja (Λ), standardna devijacija ($STDA$) i $STDA/\Lambda$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



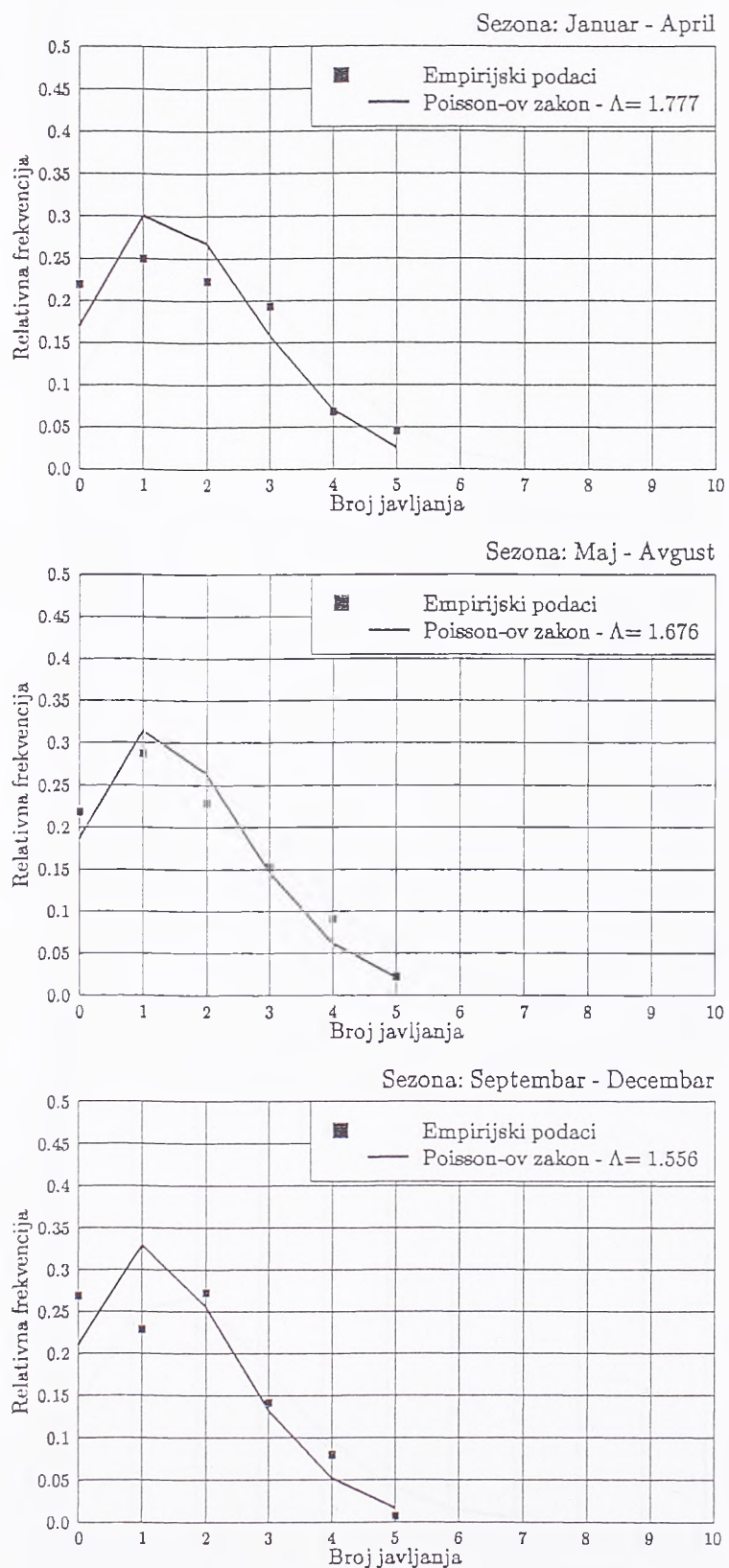
Slika 4.3.2 Srednji broj javljanja (Λ), standardna devijacija (STDA) i STDA/ Λ

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



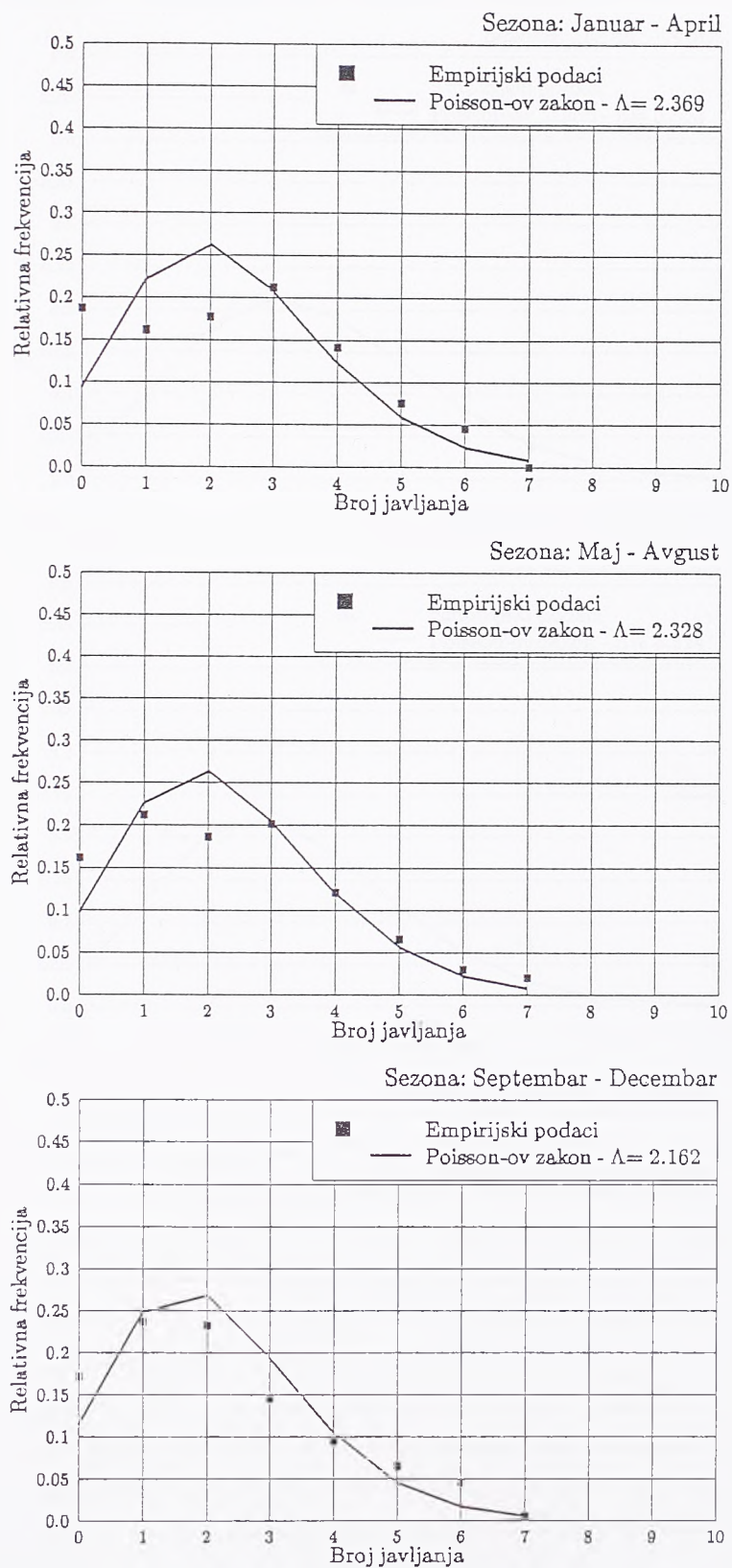
Slika 4.4.1 Raspodela broja javljanja kiša tokom 3 dana

• Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



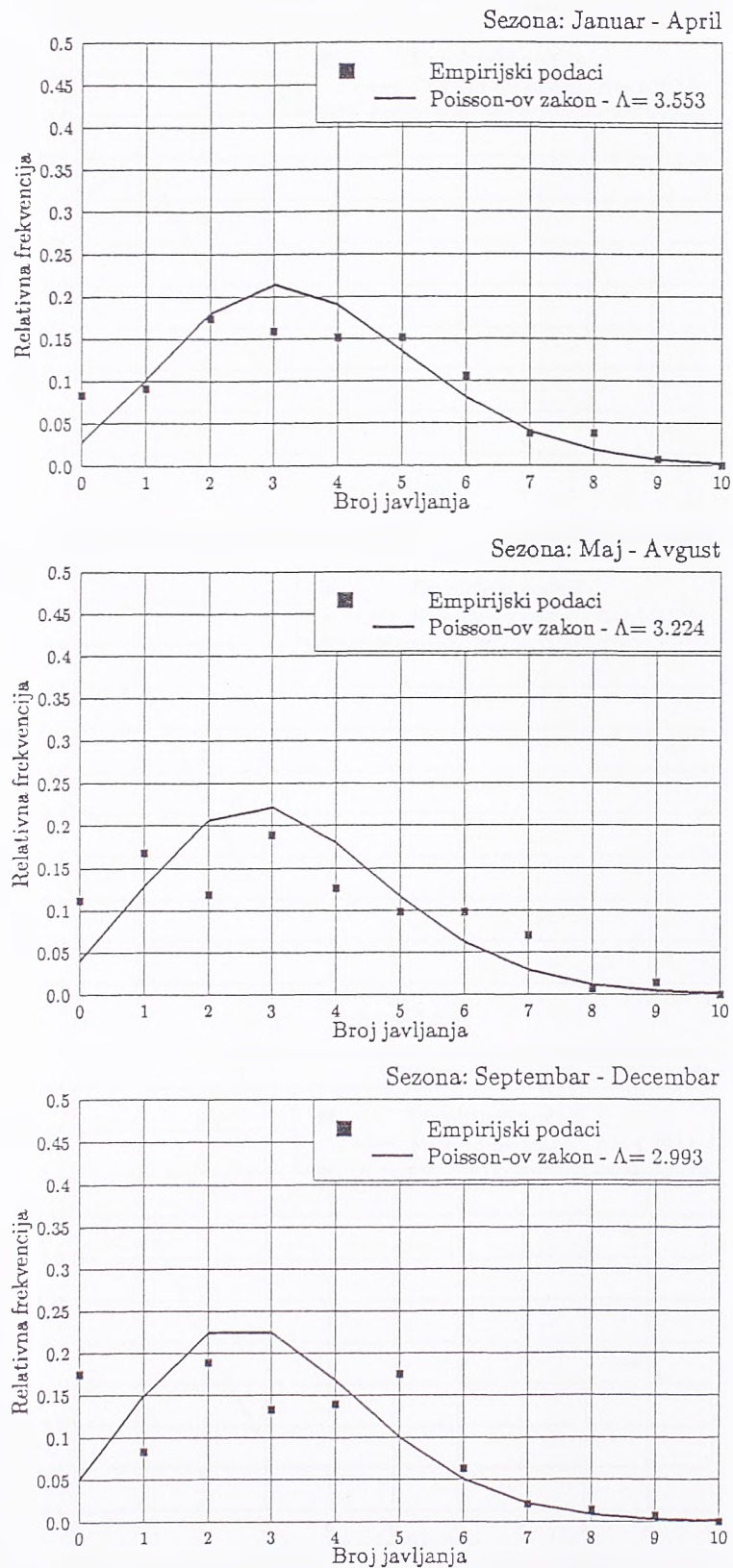
Slika 4.4.2 Raspodela broja javljanja kiša tokom 5 dana

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



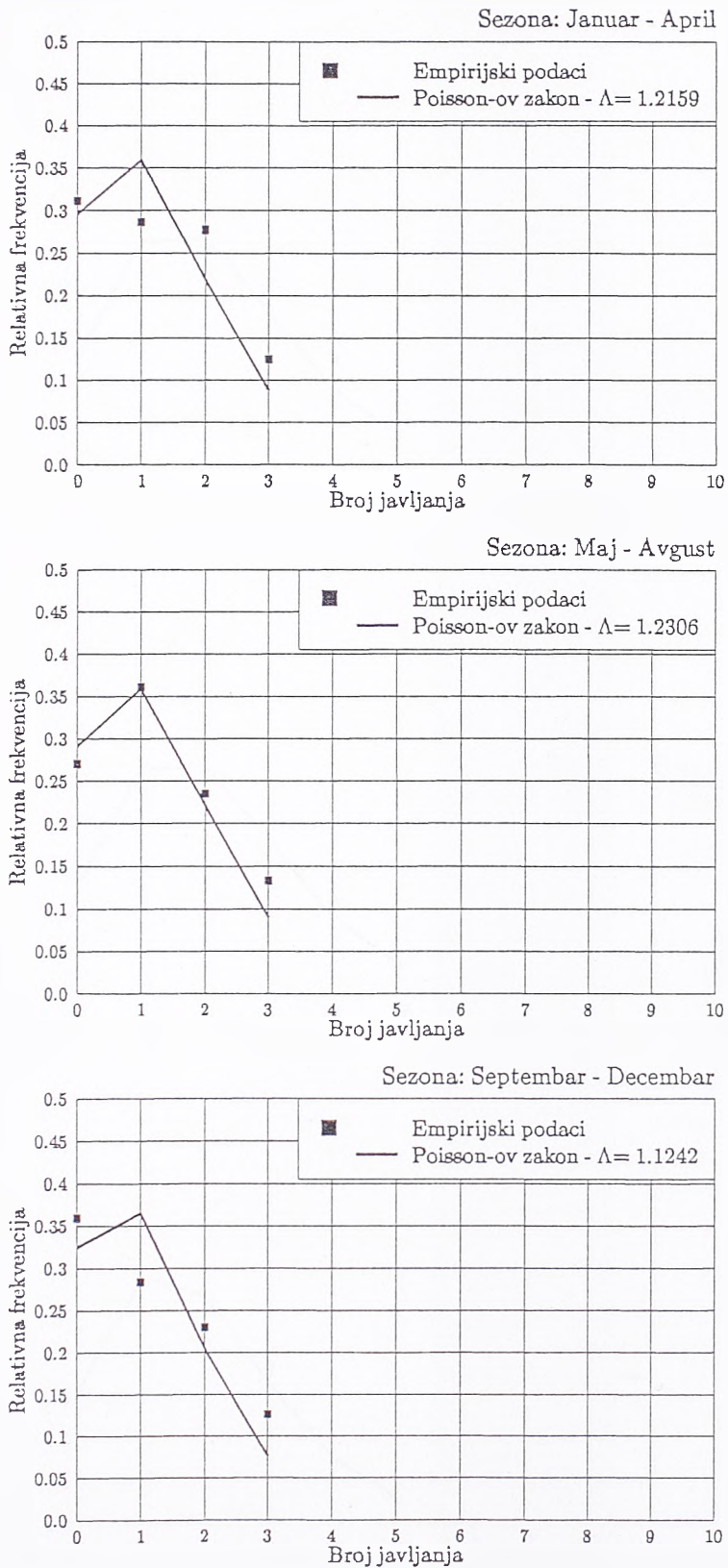
Slika 4.4.3 Raspodela broja javljanja kiša tokom 7 dana

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



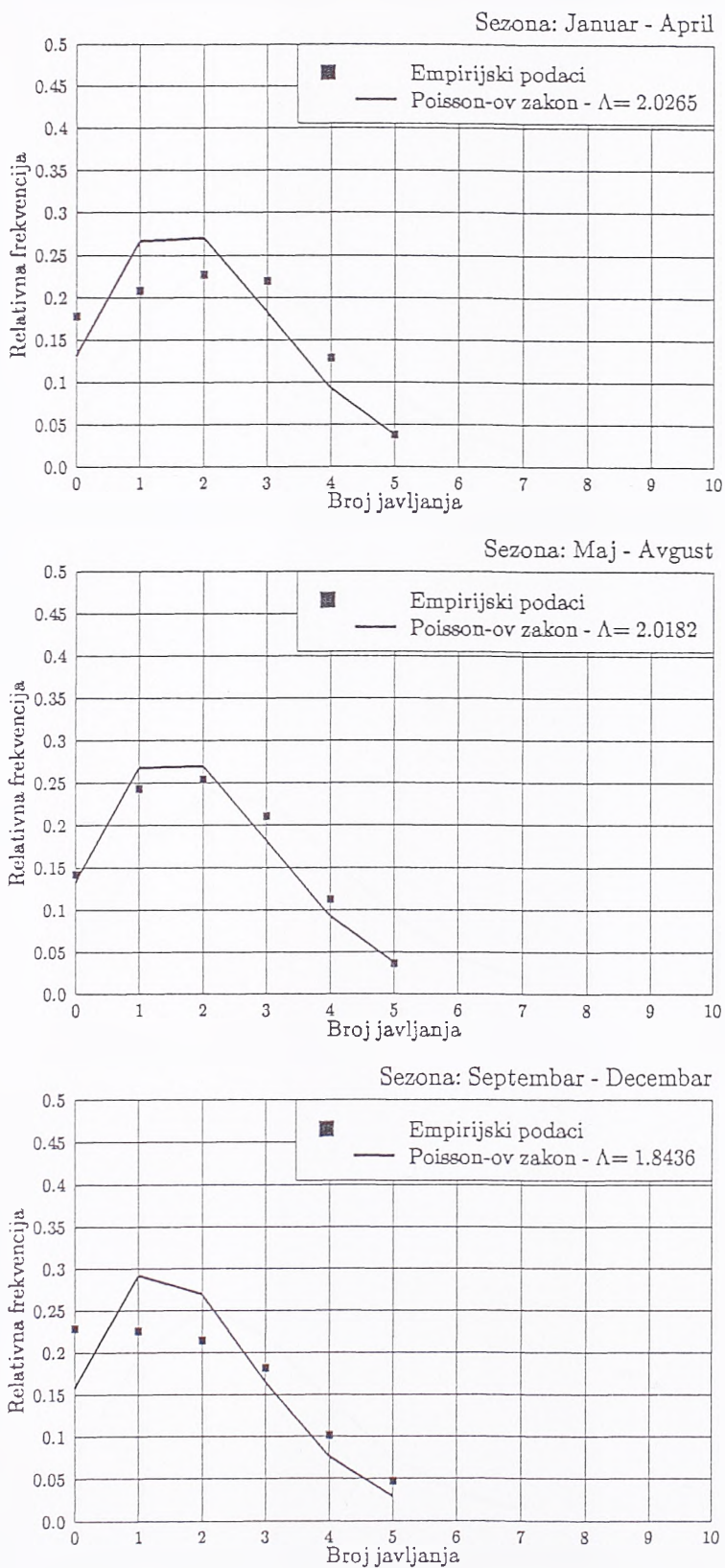
Slika 4.4.4 Raspodela broja javljanja kiša tokom 10 dana

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



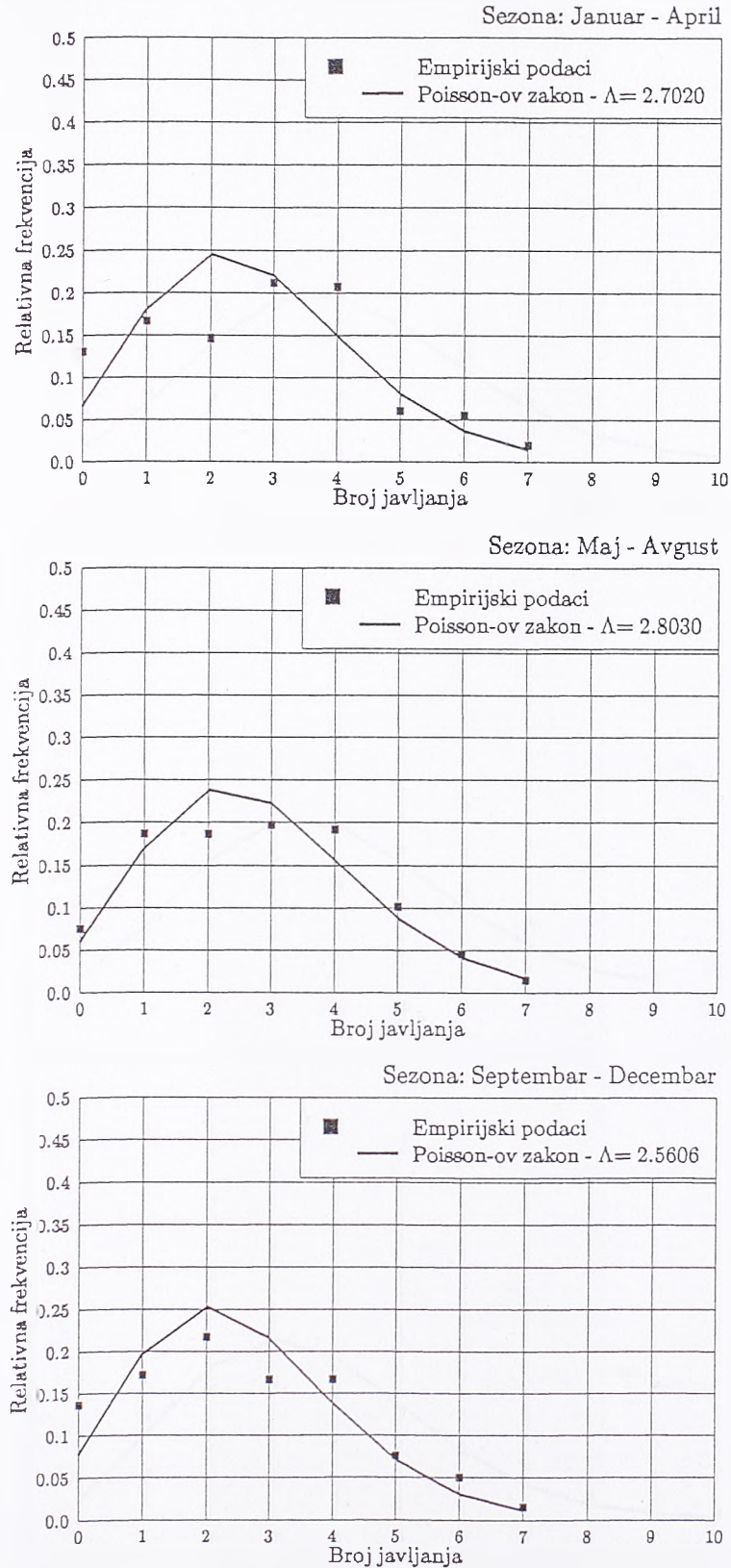
Slika 4.4.5 Raspodela broja javljanja kiša tokom 3 dana

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



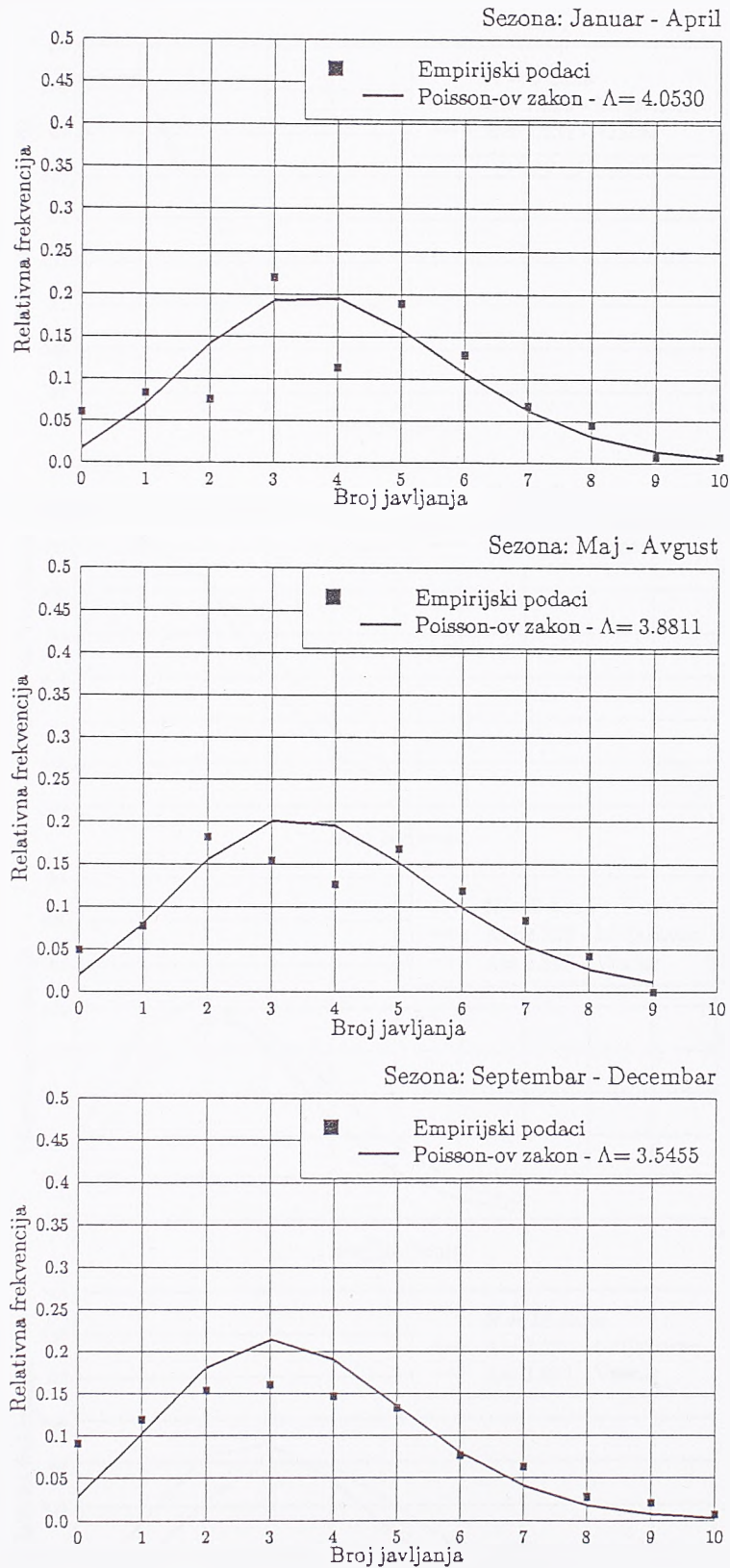
Slika 4.4.6 Raspodela broja javljanja kiša tokom 5 dana

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



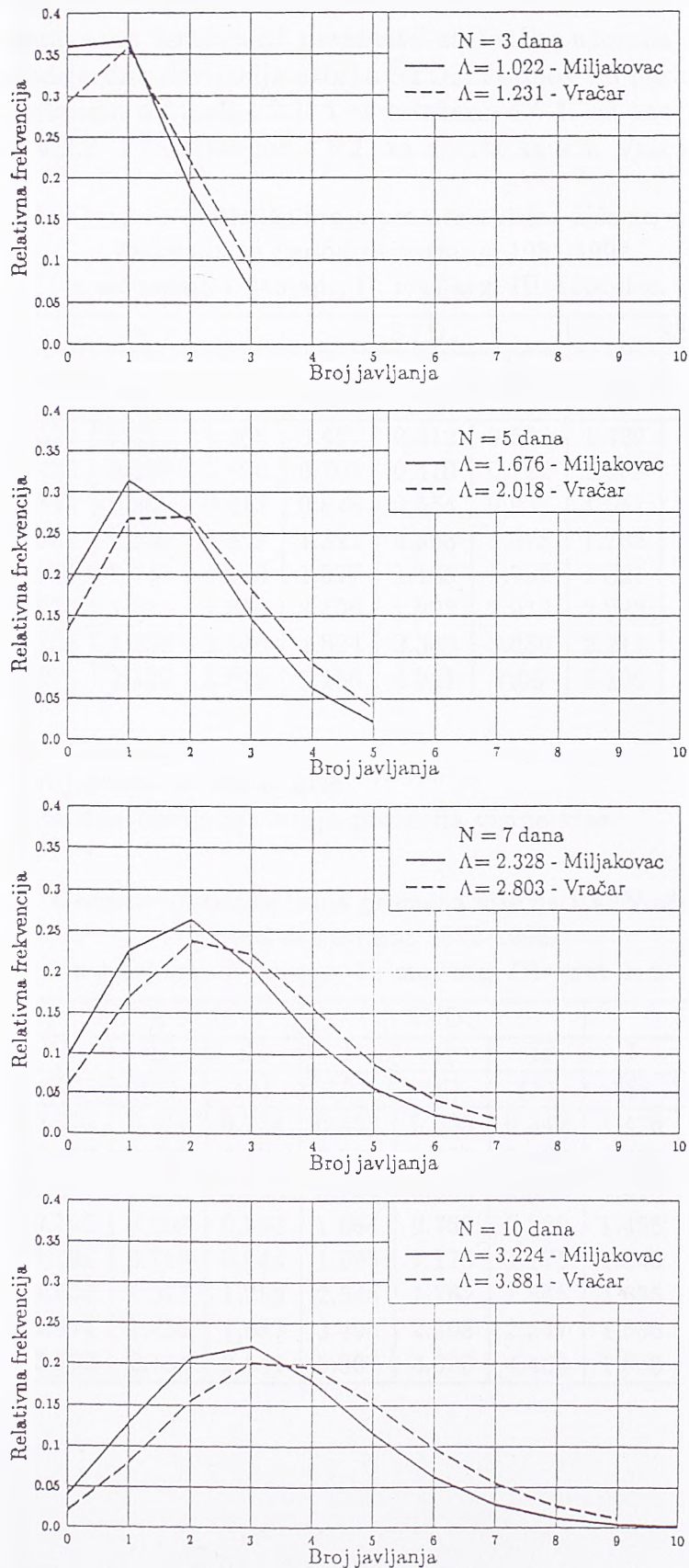
Slika 4.4.7 Raspodela broja javljanja kiša tokom 7 dana

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 4.4.8 Raspodela broja javljanja kiša tokom 10 dana

Miljakovac i Vračar, Sezona: Maj - Avgust



Slika 4.4.9 Raspodela broja javljanja kiša tokom N dana

4.2.2 Promena visine kiše

Analiza promene visine kiše za zadate vrednosti kiše zasniva se na uzorcima broja tih promena i to sa e.s. Miljakovac 2 (period 1982-92) i k.s. Vračar (1972-92).

U prvom koraku su izračunati parametri-statistike uzoraka i to: srednji broj promena - κ , standardna devijacija uzorka STD_{κ} , i odnos tih parametara. Rezultati proračuna su prikazani u tabeli 4.2.1. i na crtežima 4.5.1. za uzorke sa e.s. Miljakovac 2 i u tabeli 4.2.2. i na crtežima 4.5.2. za uzorke sa k.s. Vračar u Beogradu.

Tabela 4.2.1. Osnovne statistike broja promena visine kiše na e.s. Miljakovac u Beogradu za period osmatranja 1981-1992.
u sezonama I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

X (mm)	κ			STD_{κ}			STD_{κ}/κ		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
3	0.327	0.215	0.368	0.467	0.312	0.502	1.429	1.450	1.363
4	0.436	0.286	0.490	0.702	0.410	0.722	1.609	1.432	1.473
5	0.544	0.358	0.613	0.848	0.554	0.937	1.557	1.547	1.529
7	0.762	0.501	0.859	1.321	0.868	1.378	1.732	1.733	1.605
10	1.086	0.715	1.223	1.977	1.186	1.792	1.821	1.564	1.465
15	1.636	1.071	1.829	3.409	1.923	2.913	2.083	1.796	1.593
20	2.182	1.430	2.446	4.824	2.349	3.656	2.211	1.642	1.495
30	3.273	2.132	3.629	7.186	4.021	7.09	2.196	1.886	1.954

X - referentna visina kiše - u mm

κ - srednji broj promena visine kiše

STD_{κ} - standardna devijacija broja promena visine kiše

Tabela 4.2.2. Osnovne statistike broja promena kiše na k.s. Vračar u Beogradu za period osmatranja 1972-1992.
u sezonama I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

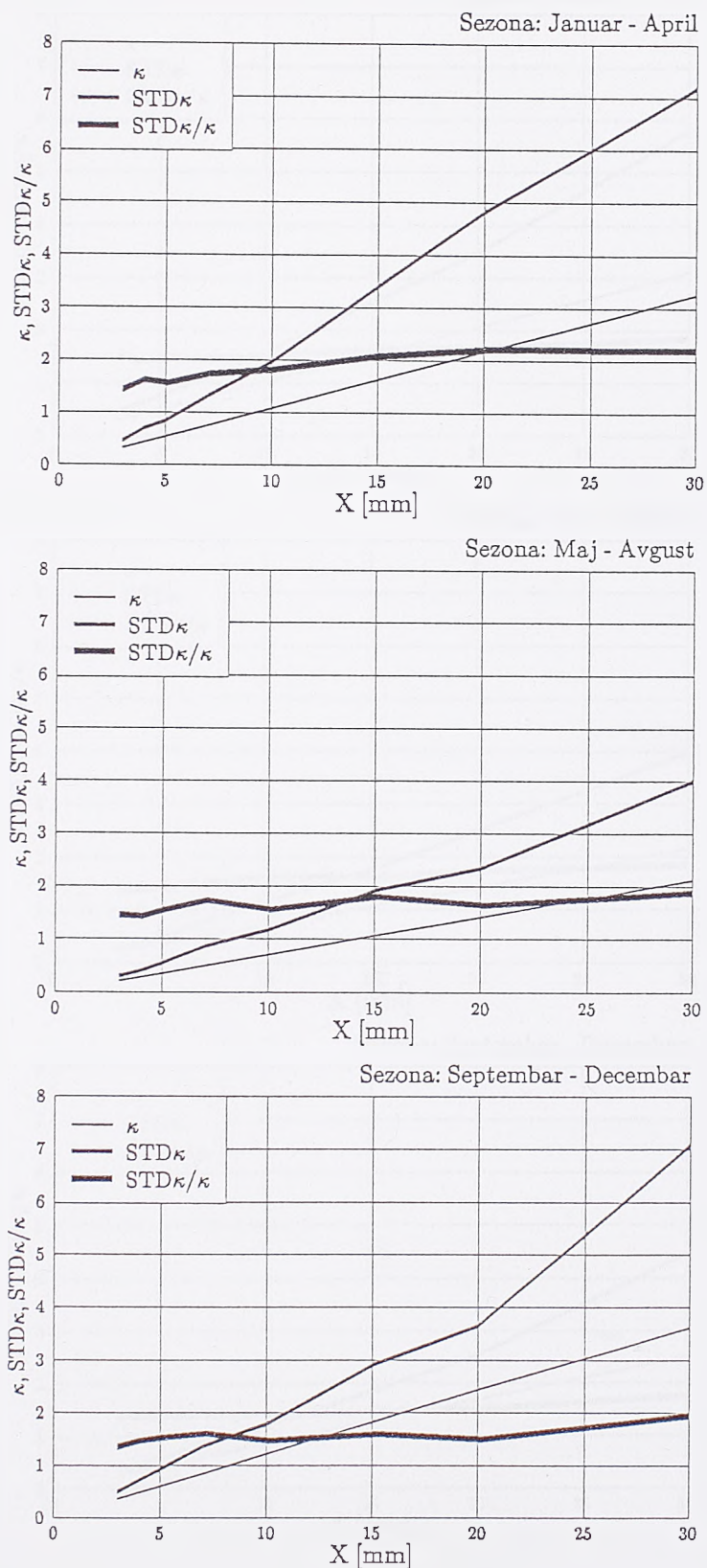
X (mm)	κ			STD_{κ}			STD_{κ}/κ		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
3	0.310	0.214	0.254	0.458	0.295	0.342	1.476	1.379	1.347
4	0.413	0.285	0.339	0.593	0.391	0.468	1.434	1.373	1.383
5	0.517	0.356	0.423	0.764	0.506	0.588	1.478	1.422	1.391
7	0.725	0.503	0.593	1.084	0.762	0.828	1.495	1.516	1.397
10	1.035	0.718	0.844	1.595	1.175	1.175	1.540	1.636	1.393
15	1.557	1.077	1.269	2.546	1.762	1.845	1.635	1.636	1.454
20	2.071	1.432	1.687	3.490	2.498	2.547	1.685	1.745	1.509
30	3.122	2.154	2.541	5.807	3.993	4.465	1.860	1.854	1.757

Zatim su izračunate teorijske tj. Poisson-ove raspodele za uzorke visina dnevnih kiša sa dve kišomerne stanice za određene vrednosti visine kiše, i to 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20 i 30 mm.

Na slikama 4.6.1, 2, 3 i 4 su prikazani rezultati analize broja promena visine kiše na e.s. Miljakovac, a na slikama 4.6.5, 6, 7 i 8 su rezultati analize broja promena na k.s. Vračar.

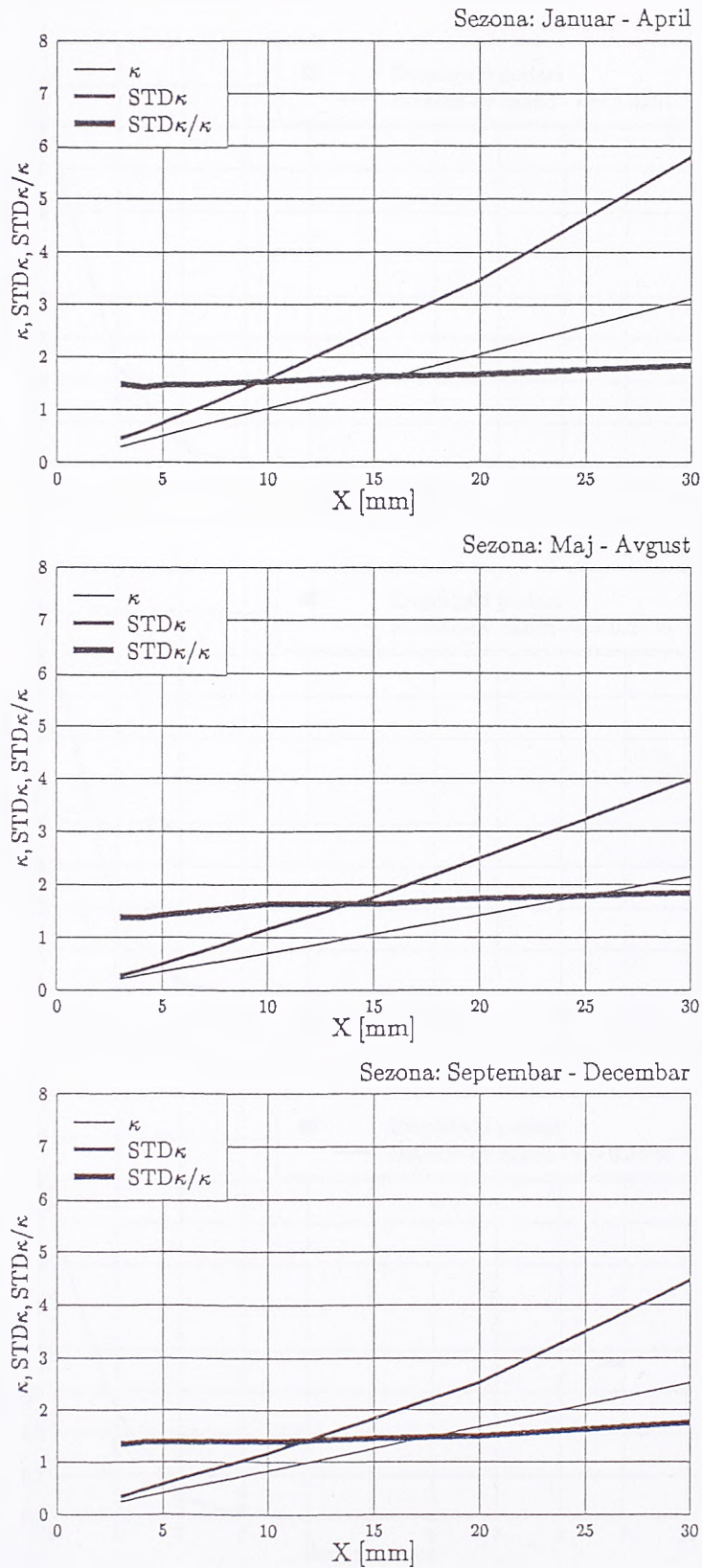
Kao poslednji prilog radi poredjenja odgovarajućih rezultata sa dve kišomerne stanice data je slika 4.6.9, na kojoj su odgovarajući rezultati praktično sasvim jednaki.

- Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



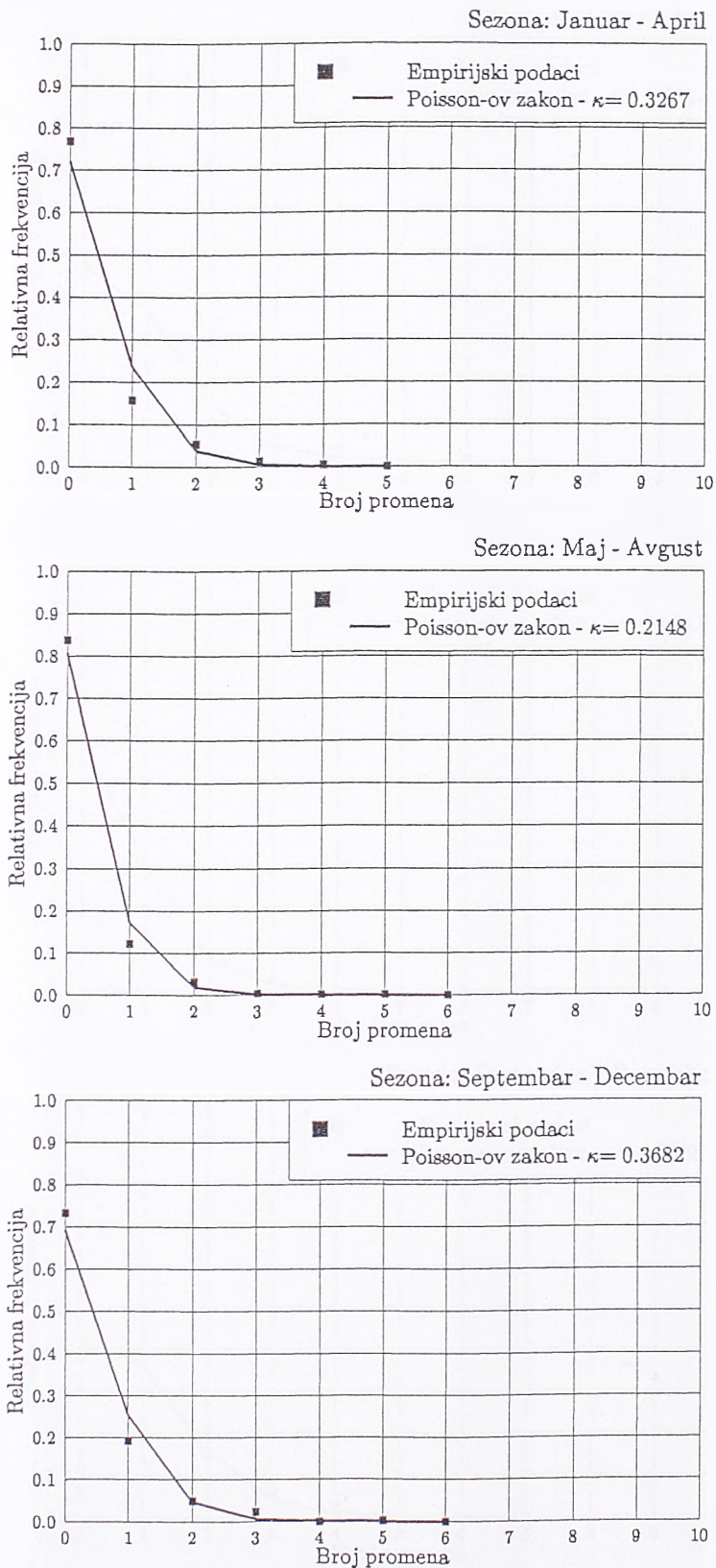
Slika 4.5.1 Srednji broj promena (κ), standardna devijacija ($STD\kappa$) i $STD\kappa/\kappa$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



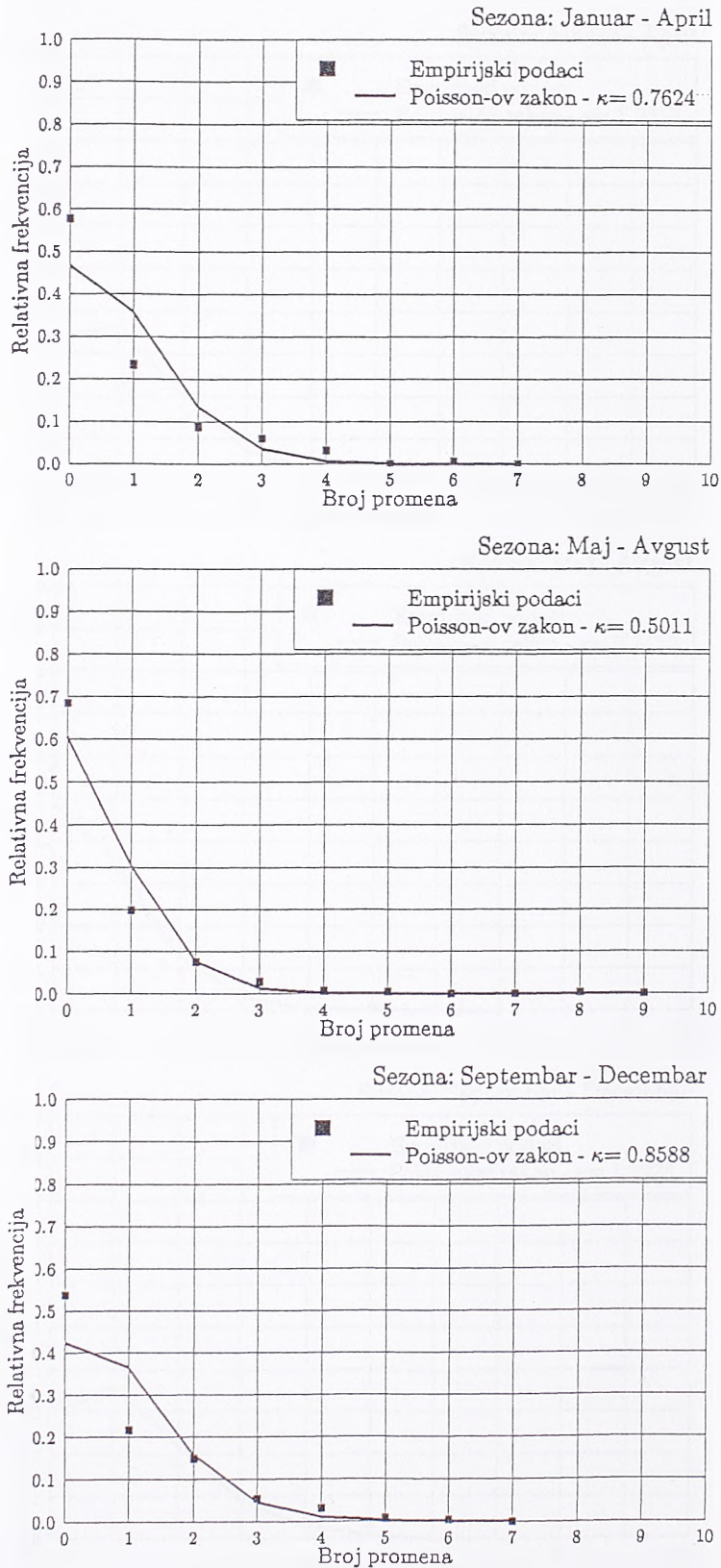
Slika 4.5.2 Srednji broj promena (κ), standardna devijacija ($STD\kappa$) i $STD\kappa/\kappa$

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992

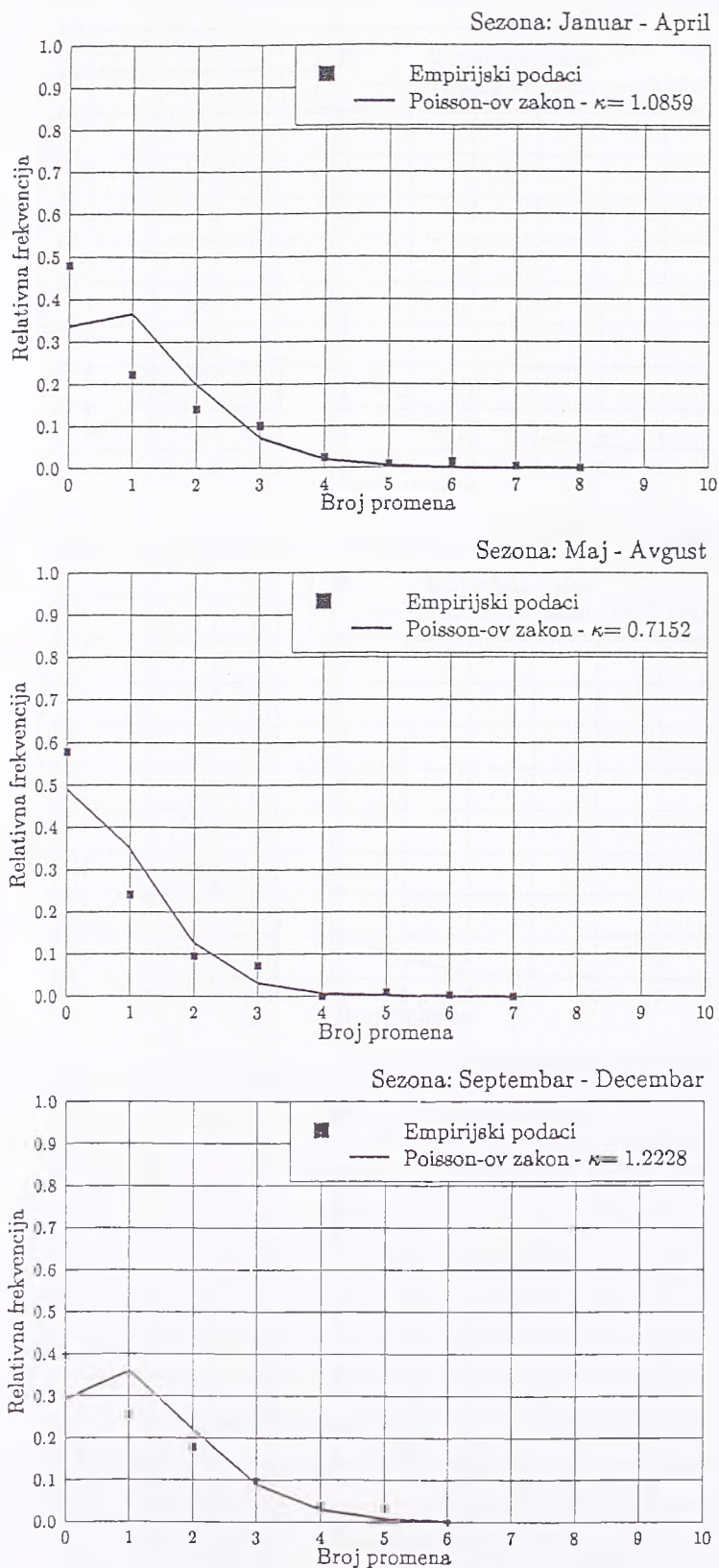


Slika 4.6.1 Raspodele broja promena visina kiše za $X=3\text{mm}$

- Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992

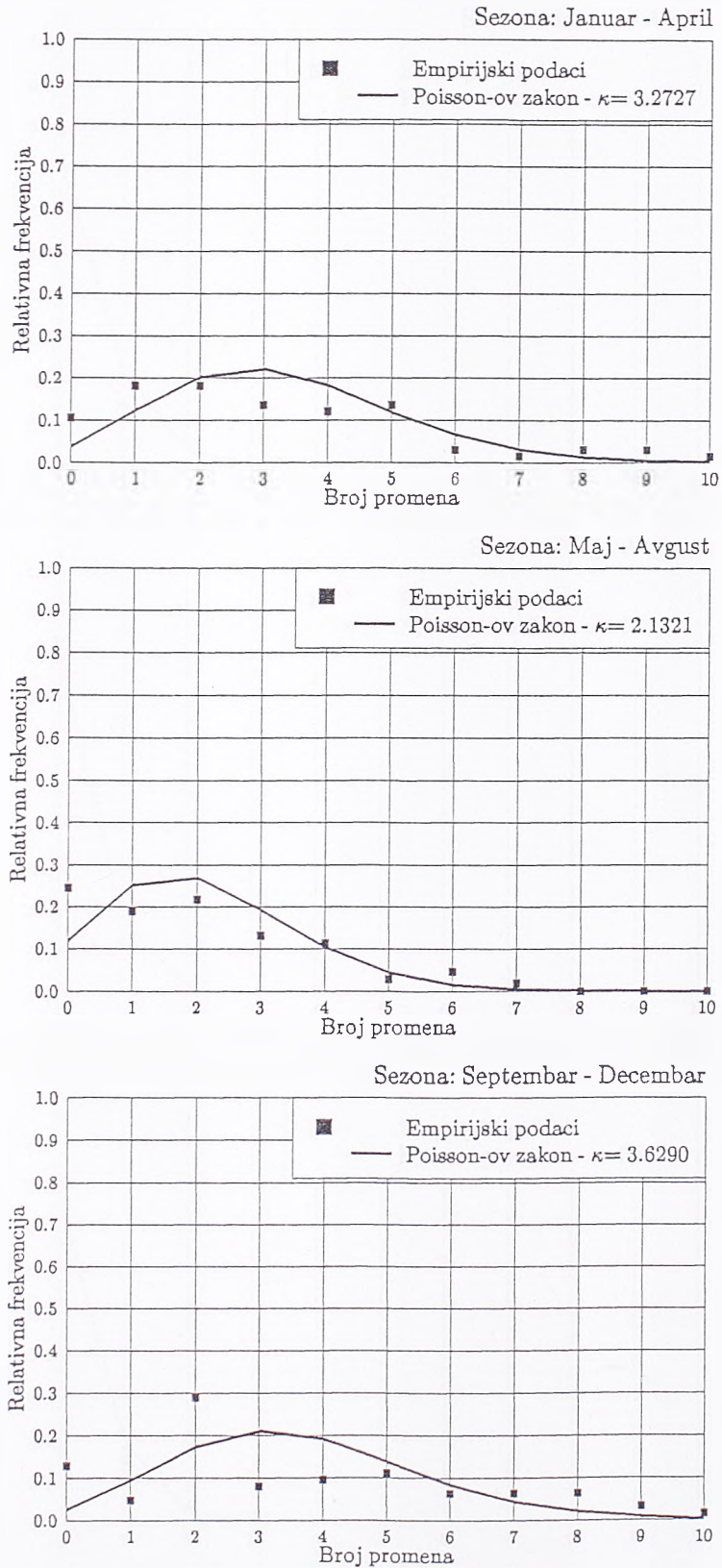
Slika 4.6.2 Raspodele broja promena visine kiše za $X=7\text{mm}$

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



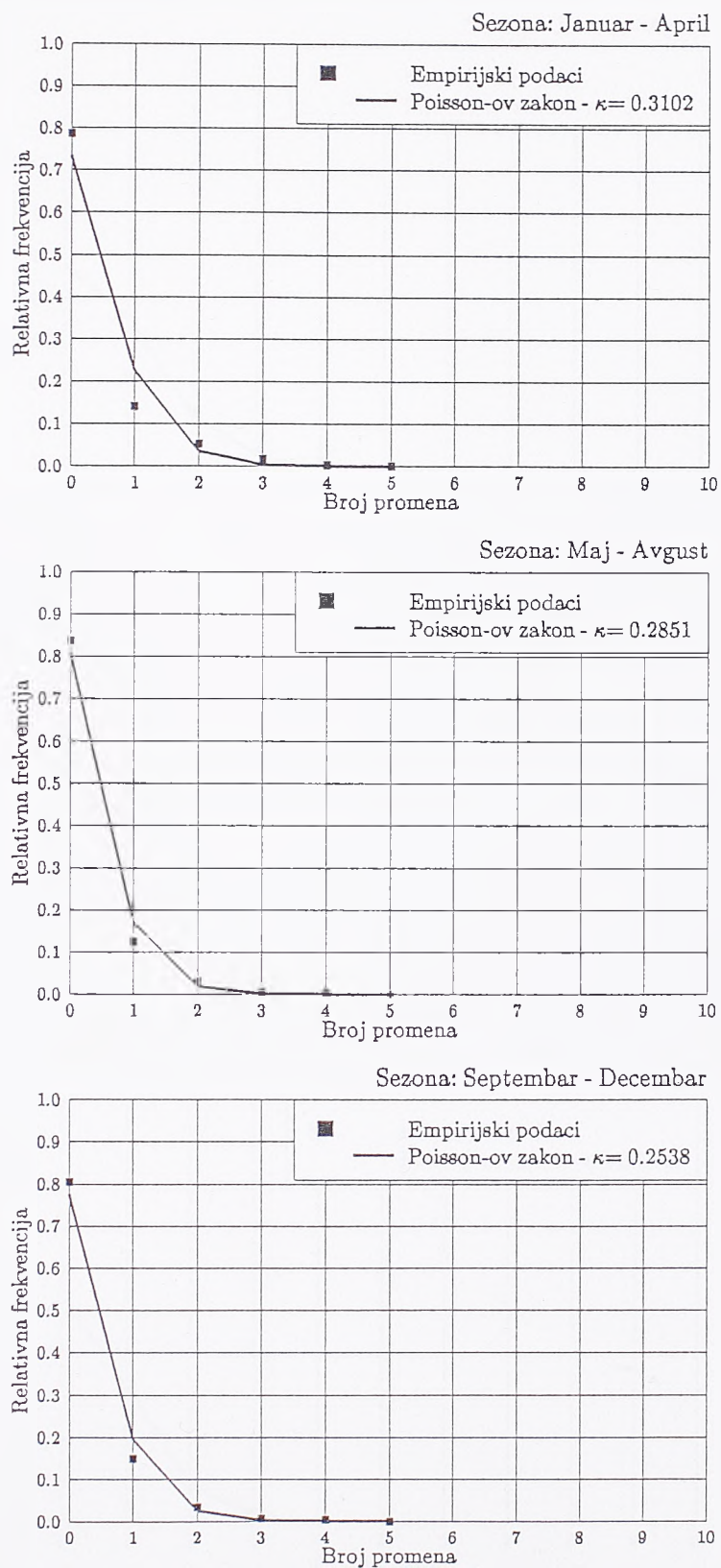
Slika 4.6.3 Raspodele broja promena visine kiša za $X=10\text{mm}$

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



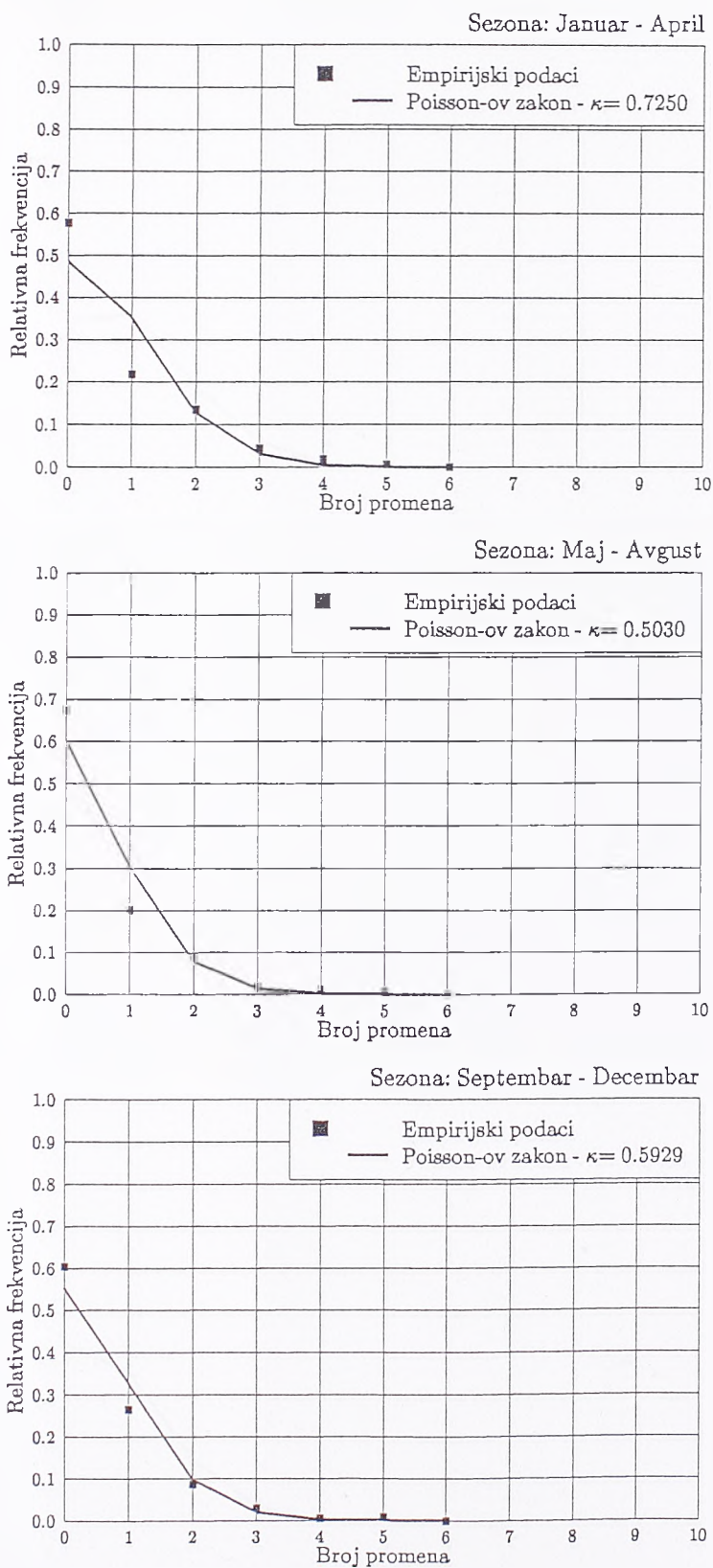
Slika 4.6.4 Raspodele broja promena visine kiše za $X=30\text{mm}$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

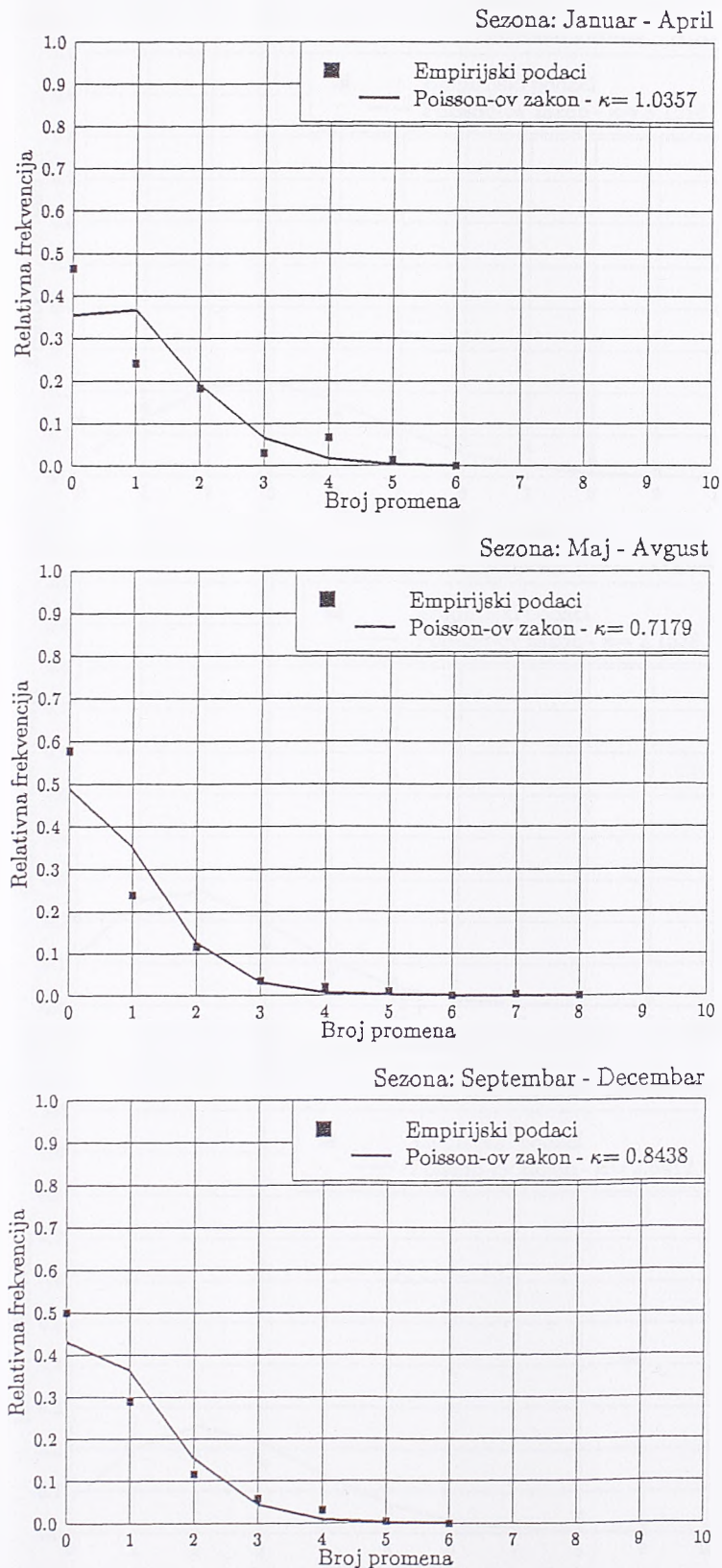


Slika 4.6.5 Raspodele broja promena visine kiše za $X=3\text{mm}$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

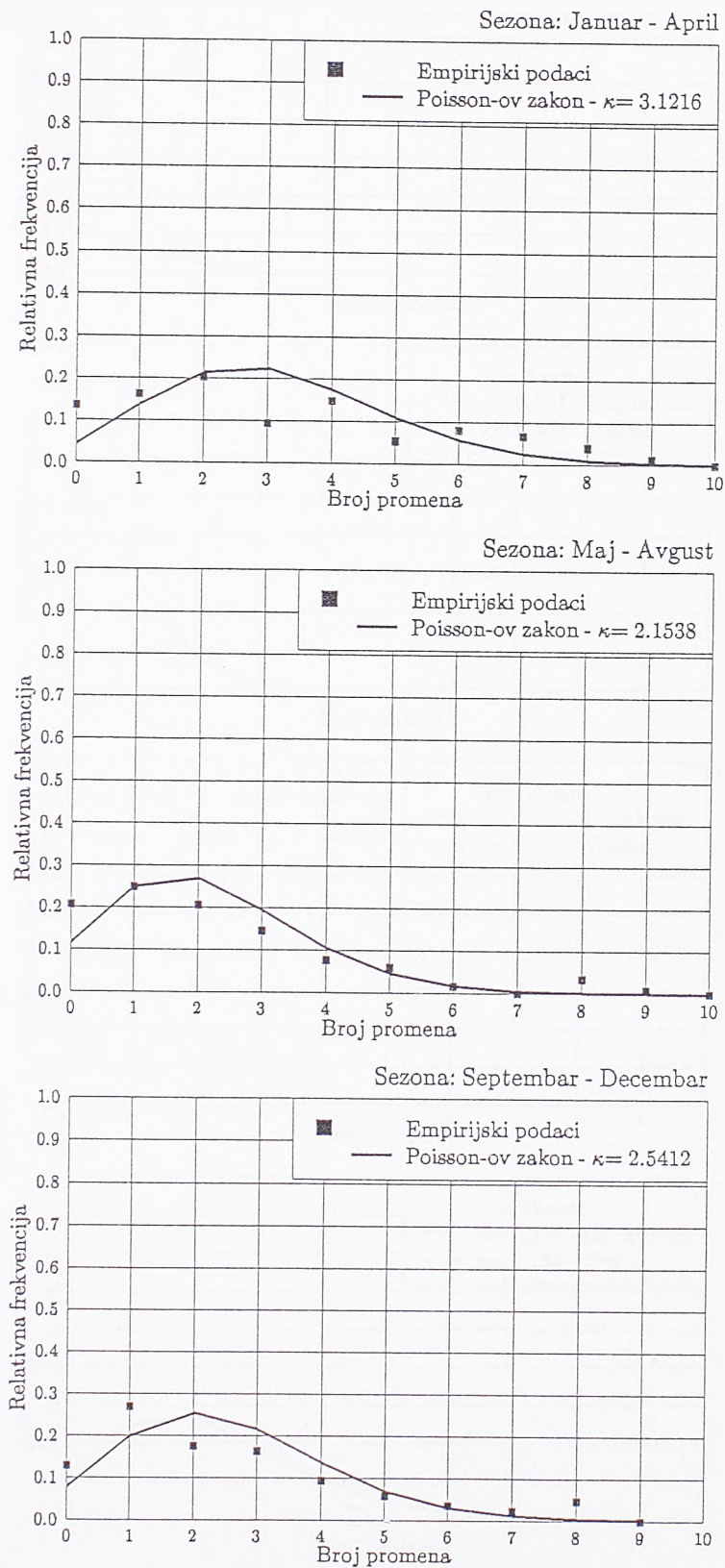
Slika 4.6.6 Raspodele broja promena visine kiše za $X=7\text{mm}$

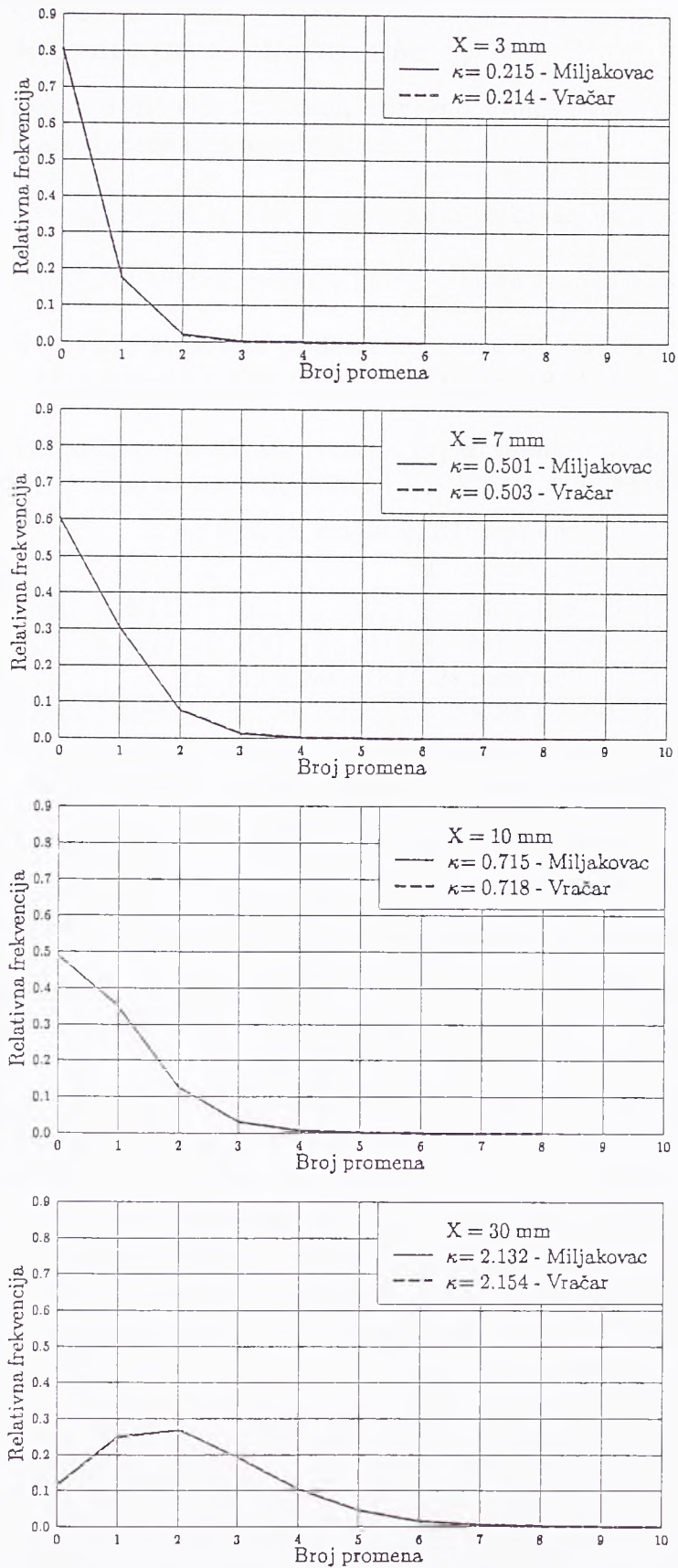
Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 4.6.7 Raspodele broja promena visine kiše za $X=10\text{mm}$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

Slika 4.6.8 Raspodele broja promena visine kiše za $X=30\text{mm}$



Slika 4.6.9 Raspodela broja promena visine kiša za X mm

4.2.3 Trajanje prvog ciklusa τ_1 i odgovarajuće visine kiše ξ_1

Korišćeni su podaci o dnevnim kišama, odnosno njihova pojava i vrednost-visina, da bi se analizirale sledeće dve promenljive:

1. Trajanje prvog ciklusa τ_1 koji je shematski prikazan na slici 4.2.
2. Visina kiše - ξ_1 za vreme trajanja prvog ciklusa τ_1 , videti sliku 4.2.

U tabeli 4.3 su date statistike perioda vremena τ_1 i to u kolonama (1) - (4) za podatke sa e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92).

Tabela 4.3. Statistika prvih ciklusa vremena (τ_1 izraženih u danima) i odgovarajućih visina kiše (ξ_1 u mm) na e.s. Miljakovac i k.s. Vračar u Beogradu po sezonama

I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

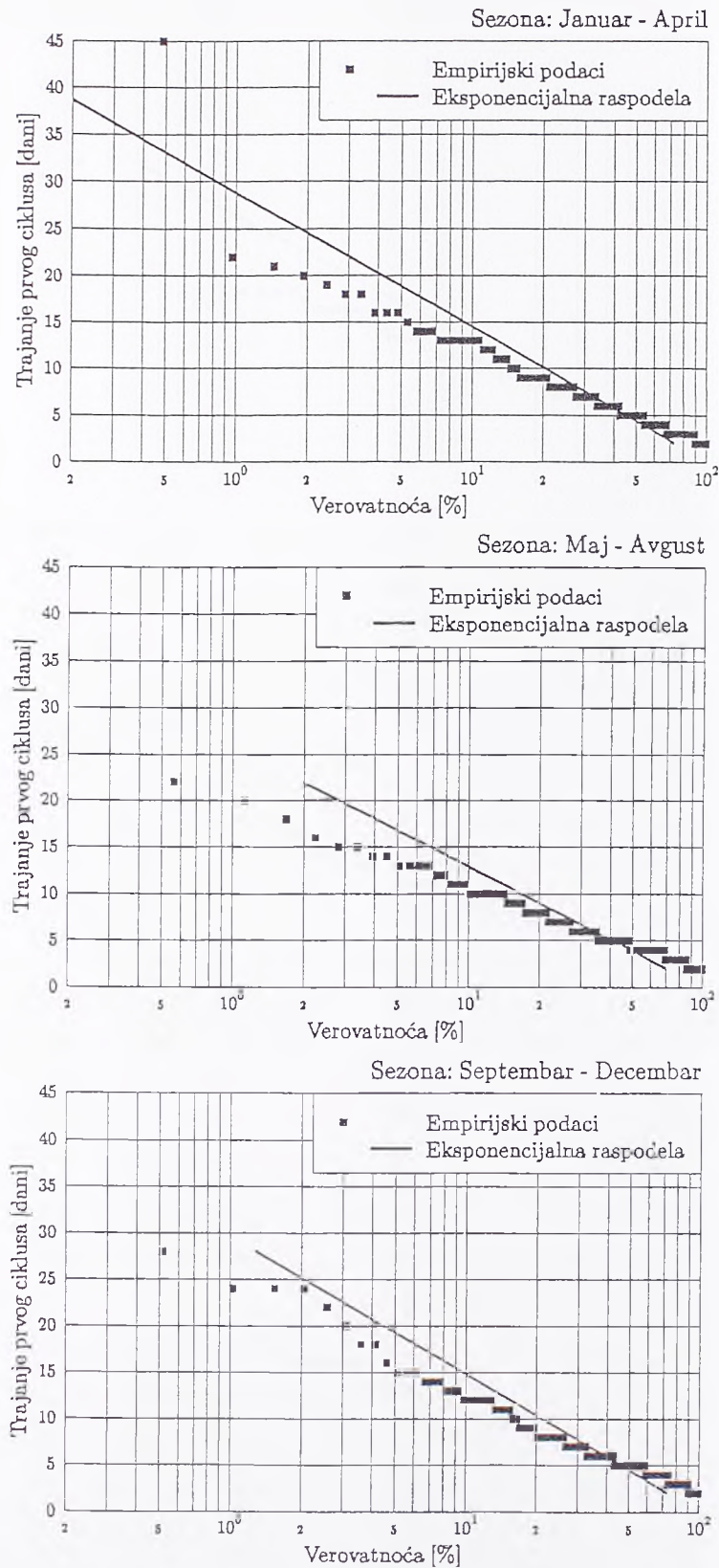
Sezona	τ_1				ξ_1			
	SR	STD	C_v	C_s	SR	STD	C_v	C_s
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
e.s. Miljakovac (82/92) Beograd								
I	6.2864	4.8970	0.779	3.2893	2.9386	3.7915	1.2902	2.5559
II	6.2488	4.4817	0.717	2.0145	5.9173	9.5813	1.6192	3.4117
III	6.0791	4.2082	0.692	2.5141	3.1815	4.3887	1.3794	2.3662
k.s. Vračar (72/92) Beograd								
I	5.7620	3.8769	0.6728	1.9429	2.6745	3.9814	1.4886	3.8619
II	5.6674	3.6615	0.6461	2.0923	5.2151	8.4281	1.6161	3.2557
III	6.0942	3.9135	0.6422	1.9175	4.0258	6.2179	1.5445	2.8052

SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka C_v - Koeficijent varijacije uzorka; C_s - Koeficijent asimetrije uzorka

Na slikama 4.7.1 i 4.7.2 su prikazani uzorci vremena τ_1 i eksponencijalna raspodela sa jednim parametrom koji je u ovim primerima jednak srednjoj vrednosti uzorka prema izrazu (4.33).

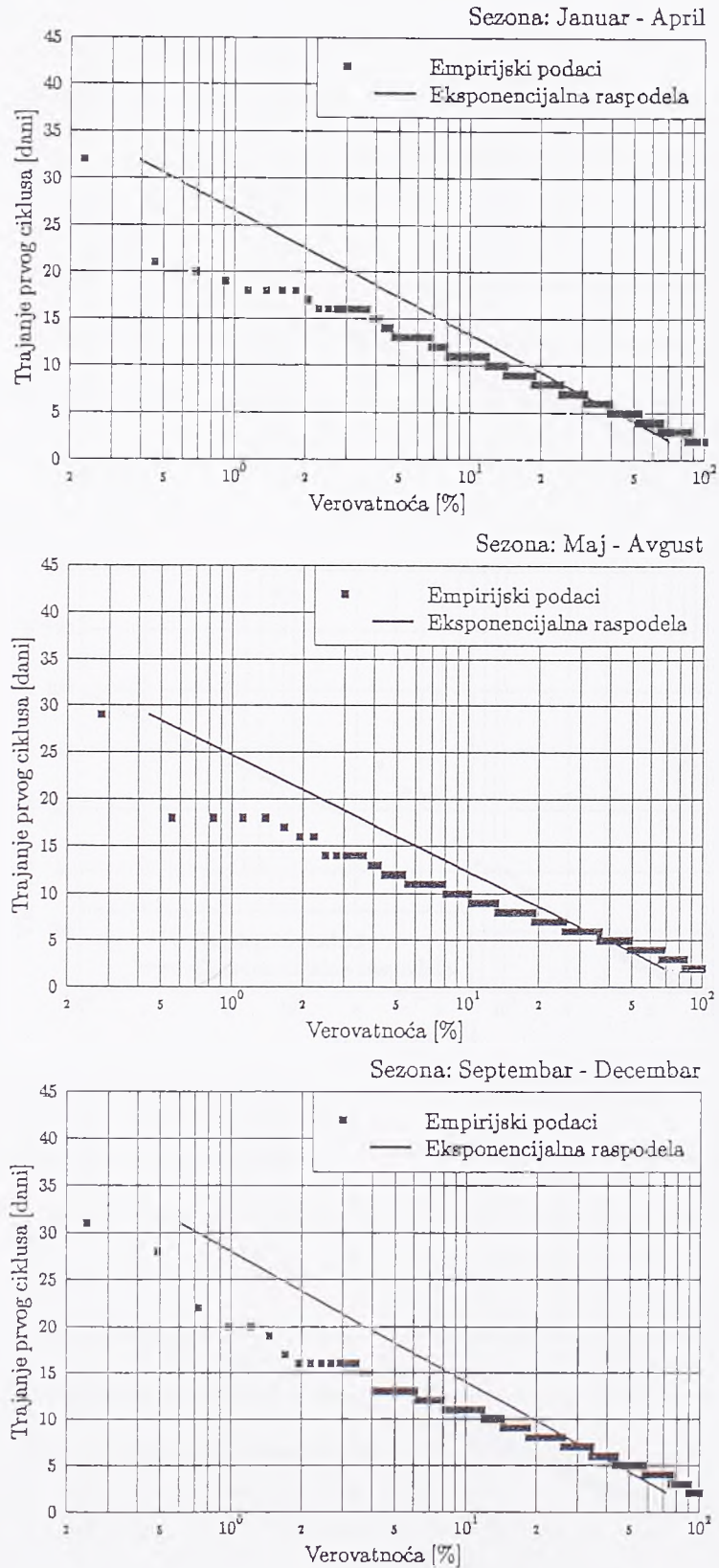
Takodje su za uzorke visine kiše ξ_1 sa e.s. Miljakovac 2(1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) date statistike u tabeli 4.3, dok su na slikama 4.8.1 i 4.8.2 date empirijske raspodele i odgovarajuće eksponencijalne raspodele sa parametrom koji je jednak srednjoj vrednosti uzorka na osnovu izraza (4.40).

- Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



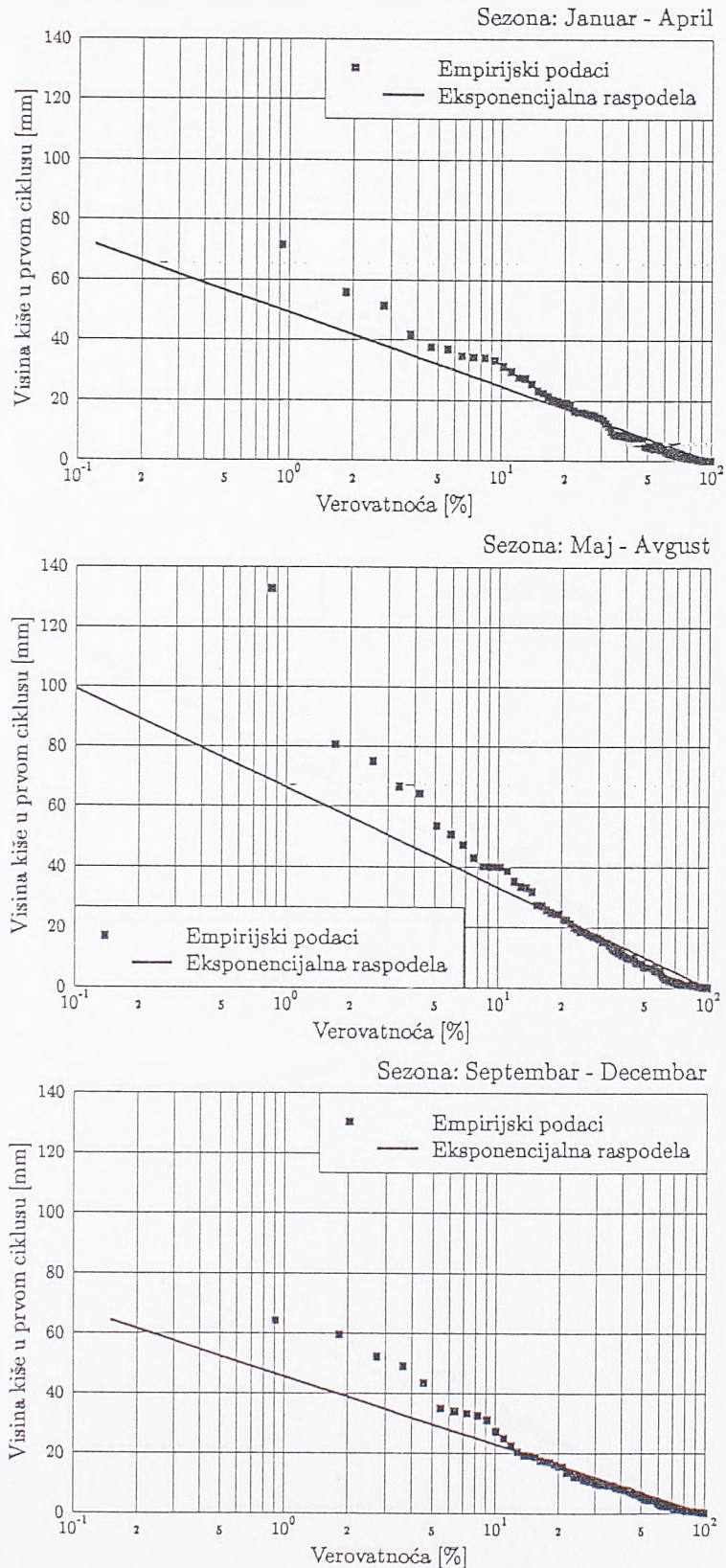
Slika 4.7.1 Verovatnoća trajanja prvog ciklusa τ_1

Kišomerna stanica Beograd- Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



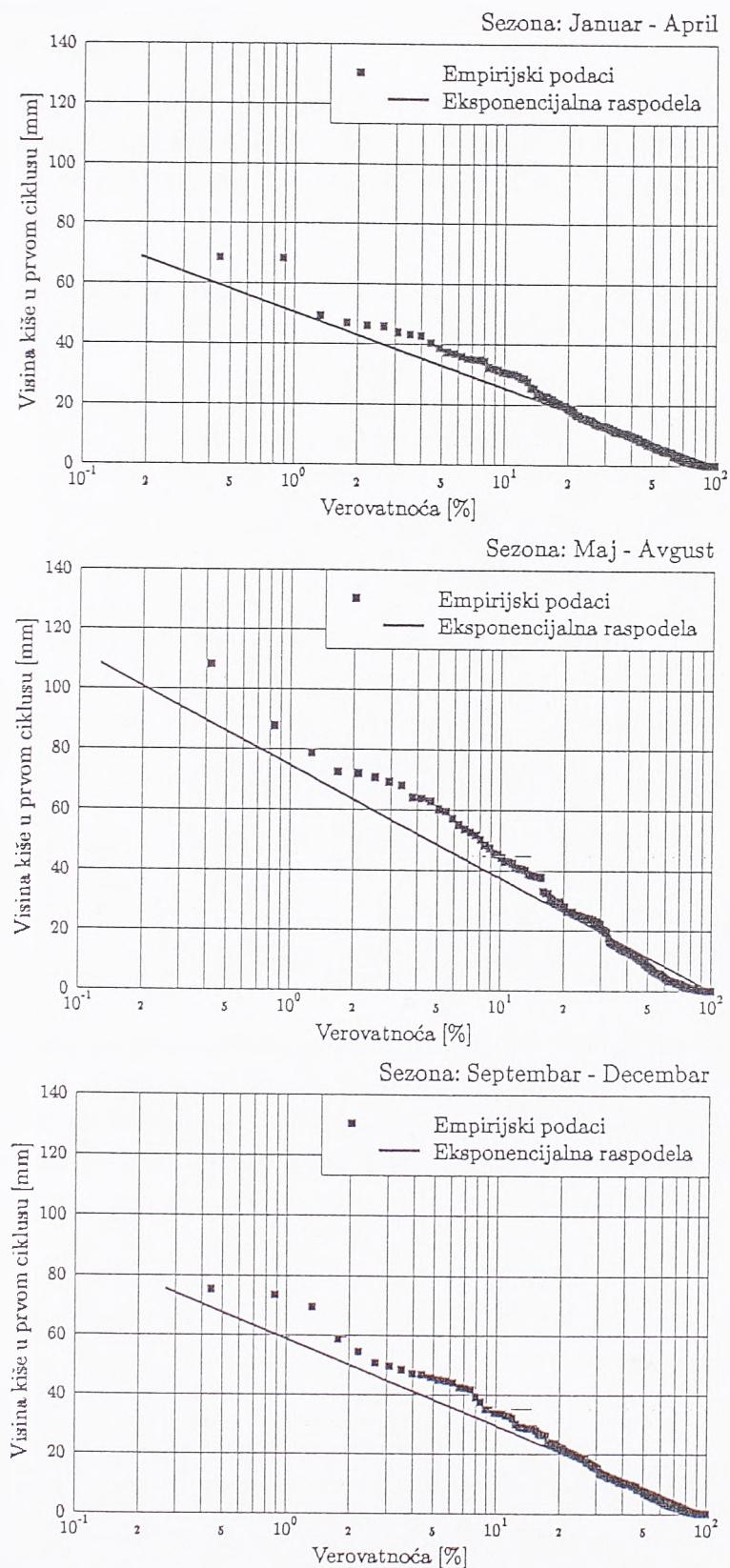
Slika 4.7.2 Verovatnoća trajanja prvog ciklusa τ_1

Eksplozivni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.8.1 Verovatnoća visine kiše u prvom ciklusu ξ_1

Kišomerna stanica Beograd- Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 4.8.2 Verovatnoća visine kiše u prvom ciklusu ξ_1

4.2.4 Ukupna visina kiše za period od N dana

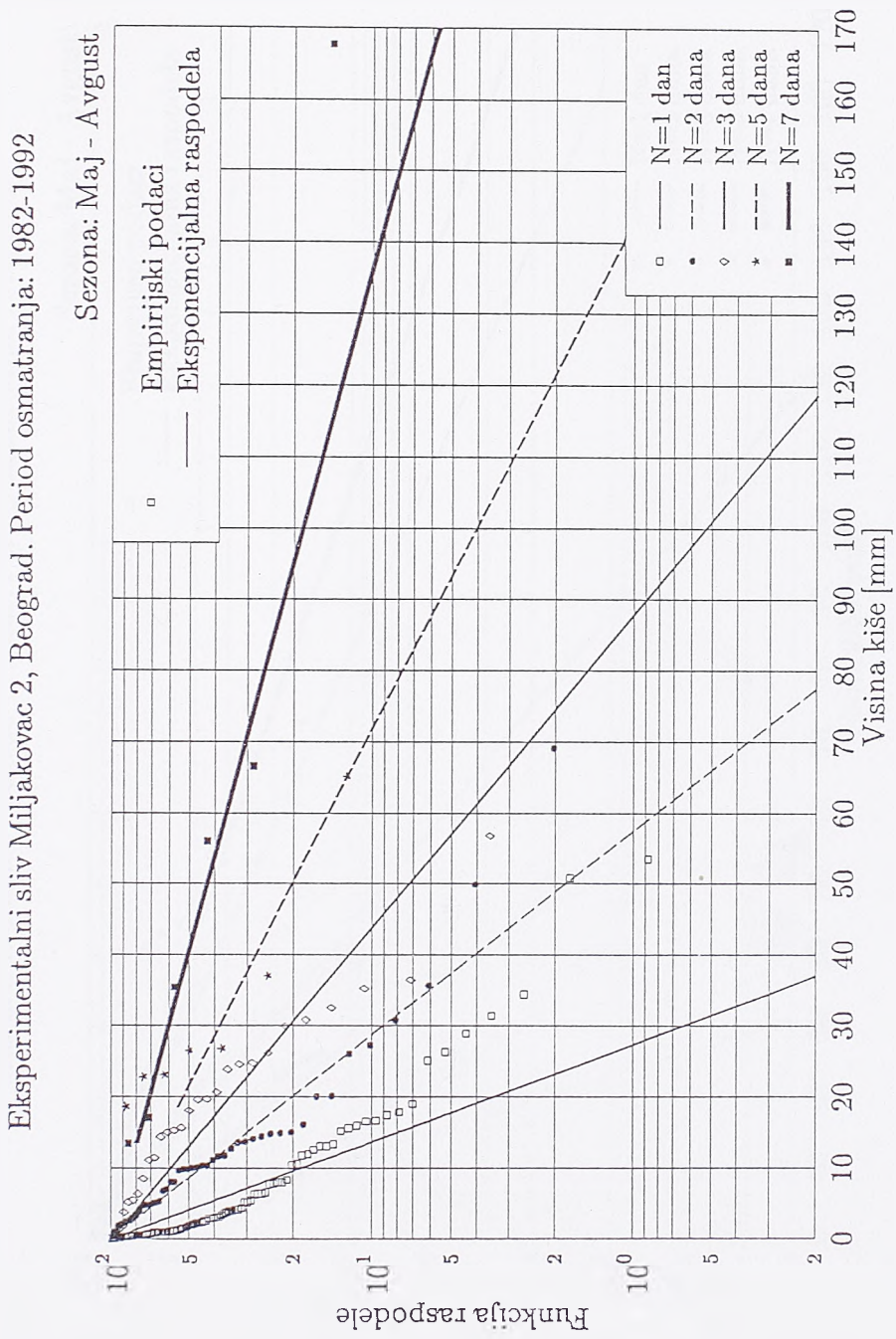
Formirani su uzorci višednevnih visina kiša na dvema stanicama, e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92).

Teorijske-eksponencijalne raspodele su izračunate korišćenjem prosečnih vrednosti odgovarajućih uzoraka visine kiše, za određeni broj dana N , a prikazane su na slikama 4.9.1 za podatke sa e.s. Miljakovac 2 i 4.9.2 za podatke sa k.s. Vračar u Beogradu.

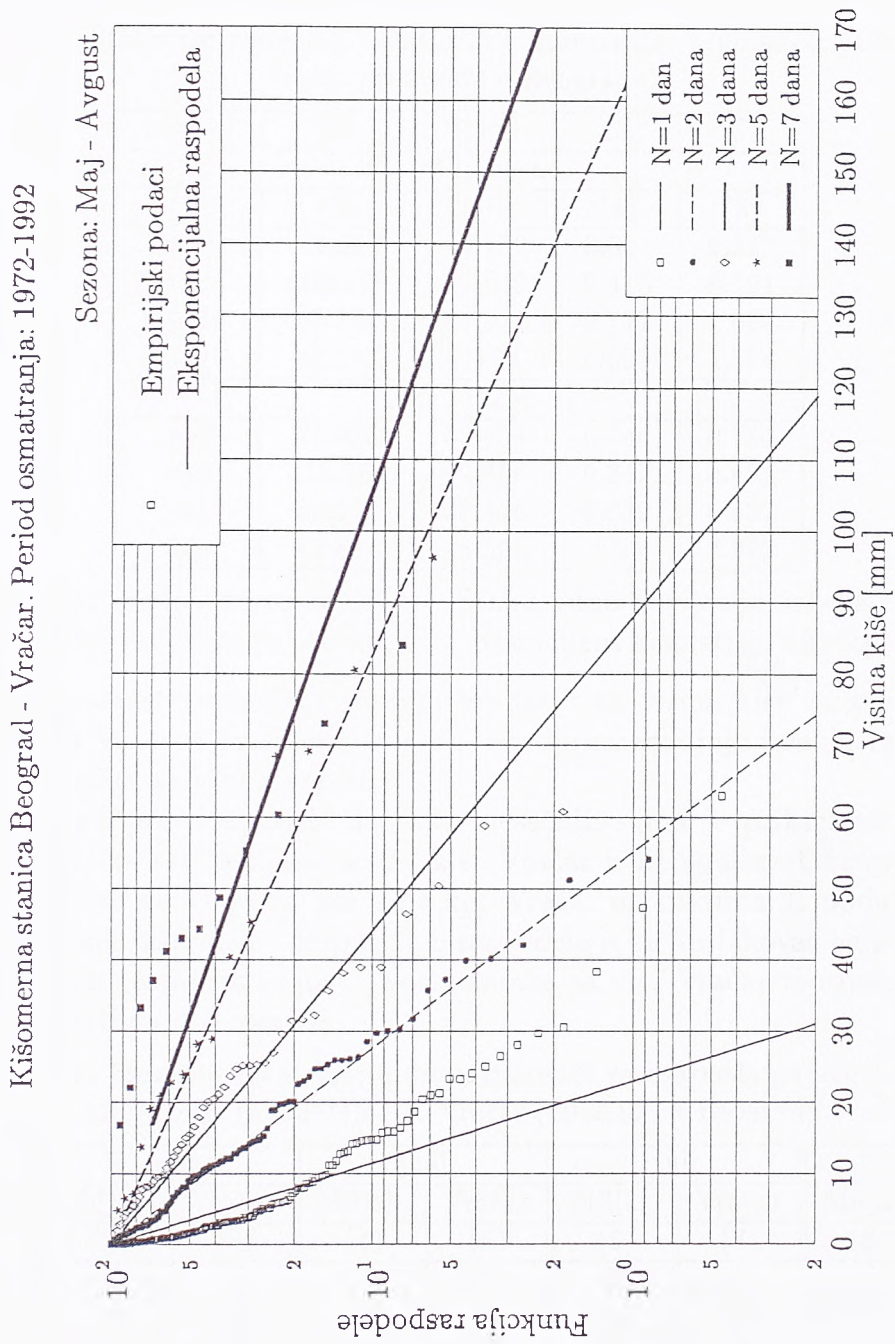
Tabela 4.4. Ukupna visina kiše u mm tokom N uzastopnih izolovanih dana određene verovatnoće u % na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

N [dana]	Verovatnoća [%]					
	50	20	10	5	2	1
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
k.s. Miljakovac (82/92) Beograd						
1	4	10	13	18	23	27
2	6.5	20.5	29	37.5	49	58
3	13	30.5	43.5	57.	74	87.5
5	21.5	50.5	71.5	93.5	122	143.5
7	40.5	95	137.5	177	230.5	272.5
k.s. Vračar (72/92) Beograd						
1	3.5	8	11.5	14.5	20.	23.
2	6.0	20	28.5	37.0	48.5	57.
3	13	31	44	57.5	74.5	89
5	24	58	82	107	140	164.5
7	51.5	74.5	107	139	181.5	211.5

Na tim slikama se može videti da su uzorci za e.s. Miljakovac za 5 i 7 dana vrlo mali, sa manje od 10 podataka svaki, i da se zbog toga procene visine kiše, koje su date u tabeli 4.4 na kraju ove analize, tokom N uzastopnih izolovanih kišnih dana za e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu mogu prihvatiti sa velikim rizikom.



Slika 4.9.1 Verovatnoća pojave visine kiše za ukupno N uzastopnih kišnih dana



Slika 4.9.2 Verovatnoća pojave visine kiše za ukupno N uzastopnih kišnih dana.

4.2.5 Mesečne visine kiše u sezoni maj-avgust

Formirani su uzorci ukupnih mesečnih kiša za četiri letnja meseca: maj, juni, juli i avgust. Potom su izračunate statistike uzoraka, i to srednja vrednost -SR, standardna devijacija -STD i koeficijenti varijacije - C_v i asimetrije C_s . U tabeli 4.5.1 su date vrednosti uzoračkih statistika za e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu.

Tabela 4.5.1. Statistike mesečnih visina kiše u mm na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

Meseci	SR	STD	C_v	C_s
e.s. Miljakovac				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
maj	71.633	44.452	0.621	0.572
juni	100.276	41.639	0.415	0.191
juli	65.133	47.012	0.722	1.094
avg	59.043	41.3	0.699	1.194
k.s. Vračar				
maj	71.936	53.494	0.744	0.714
juni	112.564	42.456	0.377	0.491
juli	60.173	38.426	0.539	0.437
avg	42.891	44.592	1.04	2.975

SR - Srednja vrednost uzorka; STD - Standardna devijacija uzorka

C_v - Koeficijent varijacije uzorka; C_s - Koeficijent asimetrije uzorka

Iznenadjuje da su podaci za srednju vrednost za visinu kiše za mesec maj na Miljakovcu i na Vračaru praktično iste, ali takodje iznenadjuju i velike razlike odgovarajućih statistika za juni i avgust.

Analiza empirijske raspodele uzoraka mesečnih suma je prikazana na slikama 4.10.1. i 4.10.2. za e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu. Obzirom da je na Miljakovcu uzorak od 11 podataka a na k.s. Vračar uzorak ima 21 podatak, stepen slaganja teorijskih raspodela i empirijskih raspodela je za Miljakovac uglavnom zadovoljavajući, osim za mesec avgust. Kod uzoraka sa k.s. Vračar teorijska raspodela se može prihvatiti za sve mesece.

Tabela 4.5.2. Mesečne visine kiše u mm označenih verovatnoća pojave u % na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

Meseci	maj		juni		juli		avgust	
	Miljak.	Vračar	Miljak.	Vračar	Miljak.	Vračar	Miljak.	Vračar
Verov. [%]	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
5	10	18	52	42	16	11	4	10
10	20	26	59	53	21	19	7	18
20	33	40	74	69	31	31	14	29
50	71	715	112	100	60	65	43	49
80	128	116	151	139	96	112	110	100
90	156	142	172	161	120	140	143	126

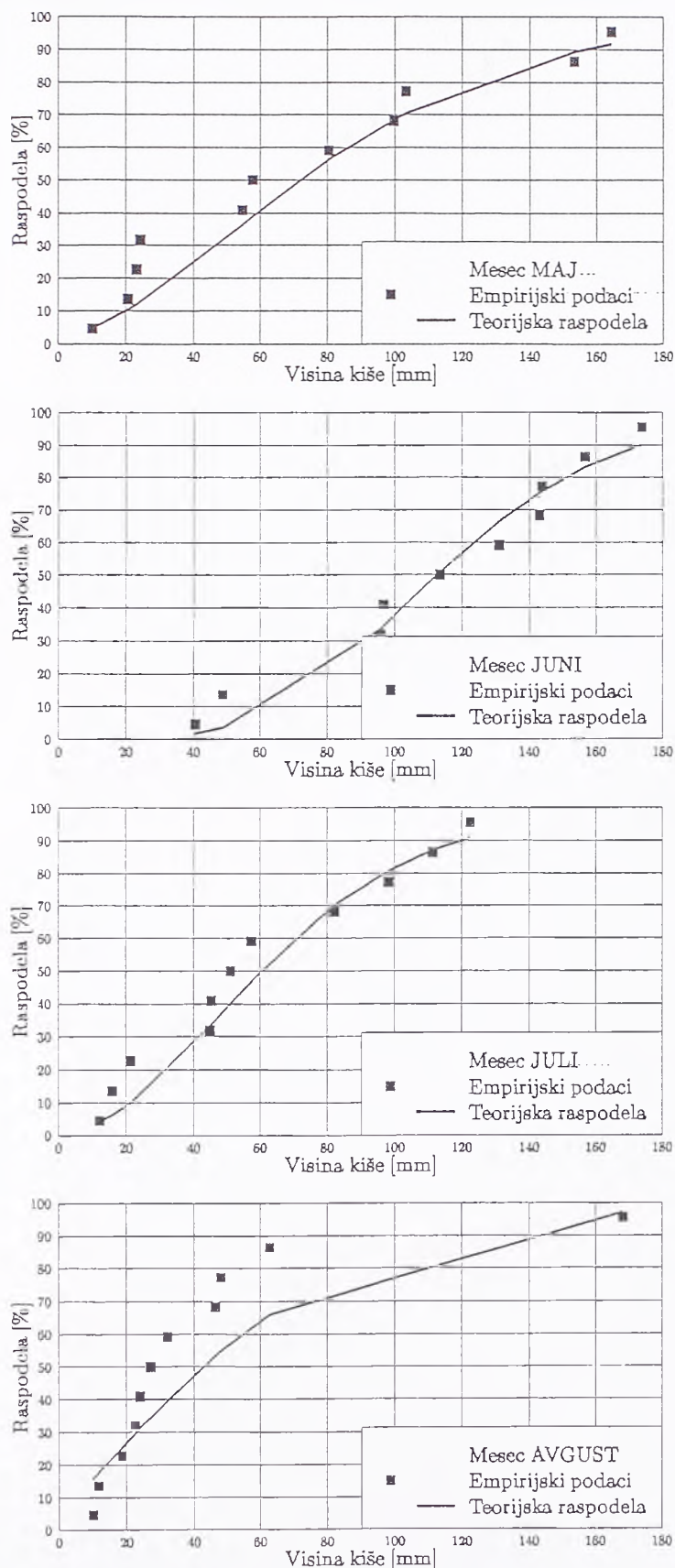
Na slikama 4.10.3. je dato poredjenje teorijskih funkcija raspodele za četiri meseca i za dve lokacije, tako da se može konstatovati da je, osim za avgust, razlika odgovarajućih funkcija veoma mala, što pokazuje da kratkoća merenja na Miljakovcu nije značajno uticala na mogućnost pouzdanih procena visine mesečnih kiša.

U tabeli 4.5.2 su date procenjene visine mesečnih suma kiša za maj, juni, juli i avgust za e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu.

Konačno su na slici 4.10.4 prikazane sve četiri teorijske raspodele za e.s. Miljakovac i k.s. Vračar, kako bi se vizuelno moglo oceniti da se vrednosti za mesec juni i avgust na e.s. Miljakovac 2 i za mesec juni na k.s. Vračar izdvajaju od ostalih funkcija raspodele. Može se postaviti pitanje koliko je izabrana sezona maj-avgust konsistentna sa aspekta osnovnih parametara pojave dnevnih kiša na dve lokacije ?

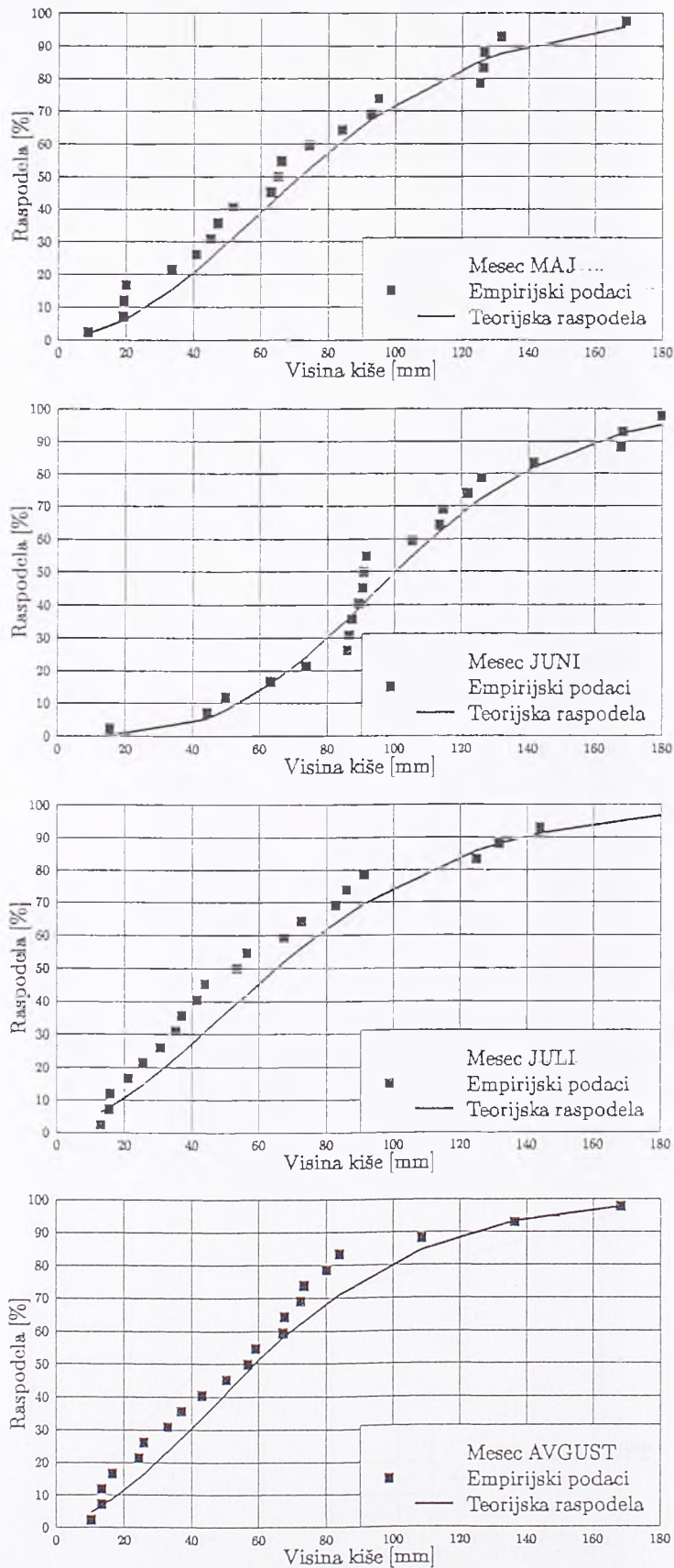
Medjutim, pri odredivanju sezona tokom godine pre svega se pošlo za idejom da bude mali broj različitih sezona približno iste dužine (po tri ili po četiri meseca), uglavnom rasporedjenih prema godišnjim dobima, a drugo, da letnja sezona, ukoliko je moguće, odgovara periodu merenja jakih kratkotrajnih kiša, što je u našim krajevima period april - oktobar. Tako su formirane sezone januar-april, maj-avgust i septembar-decembar.

Ekperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



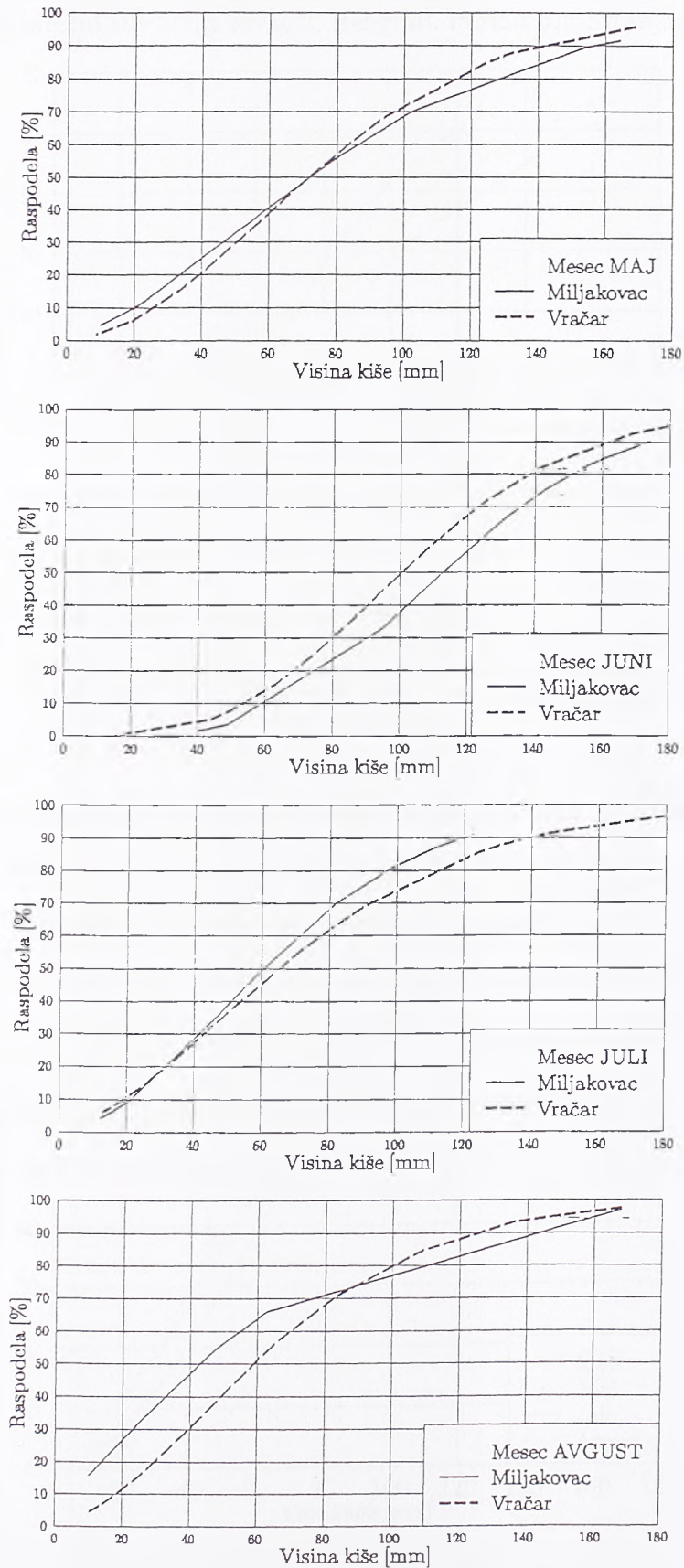
Slika 4.10.1 Funkcije raspodele mesečnih visina kiša (za Miljakovac)

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



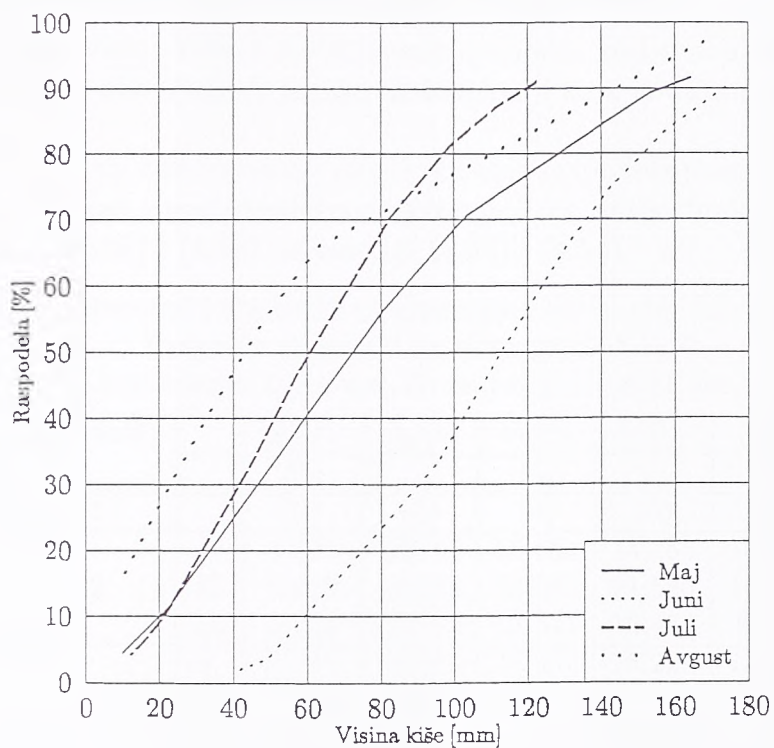
Slika 4.10.2 Funkcije raspodele mesečnih visina kiša (za Vračar)

Analiza jakih kiša kao uzročnika poplava pomoću slučajnih procesa
Miljakovac (1982-1992), Vračar (1972-1992)

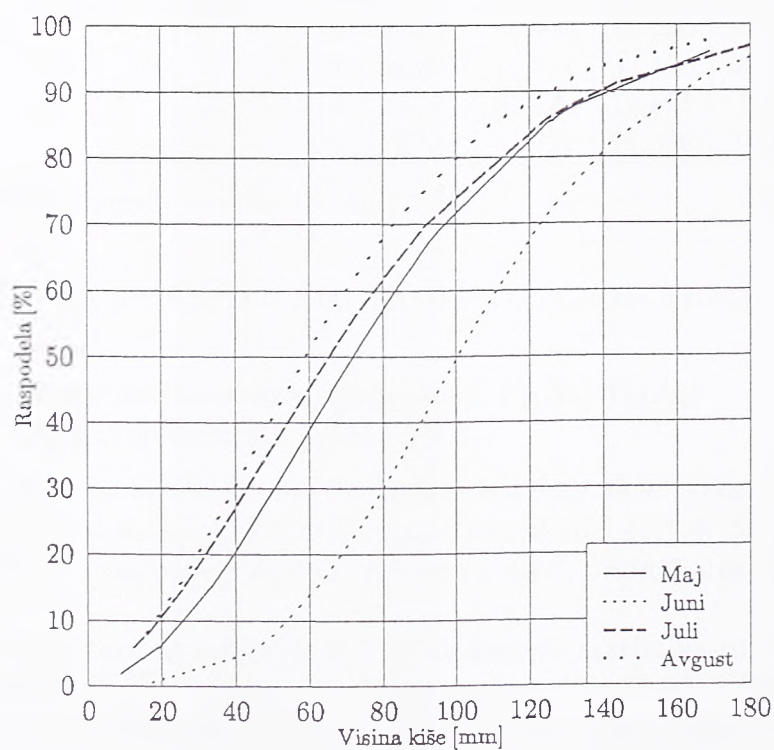


Slika 4.10.3 Funkcije raspodele mesečnih visina kiša (za Miljakovac i Vračar)

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Kišomerna stanica Beograd - Vračar..Period osmatranja: 1972-1992



Slika 4.10.4 Funkcije raspodele mesečnih visina kiša (za Miljakovac i Vračar)

4.2.6 Ukupne visine kiša u višednevnom periodu na osnovu složenog modela pojave

Analiza ukupnih visina kiša u višednevnom periodu, koji u ovoj disertaciji traje 2, 3, 5, 7 ili 10 dana, obavljena je prema metodologiji koja je data u poglavljima 4.1.4, 4.1.5 i 4.1.8.

U tabeli 4.6.1. su dati momenti dveju funkcija raspodele prema izrazima (4.101), (4.102) i (4.103) kao i matematičko očekivanje i disperzija funkcija $F_1(x_t)$ i $F_2(x_t)$, prema izrazima (4.58) i (4.59) uz relacije (4.93) i (4.94).

Tabela 4.6.1. Momenti i statistike ukupne visine kiše u mm na e.s. Miljakovac 2 u Beogradu za period osmatranja 1982-1992. u sezonama I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

T_o (dani)		$m(t)$	$m_1(t)$	$m_2(t)$	$\sqrt{D_{t1}}$	$\sqrt{D_{t2}}$
		E_{t2}		E_{t1}		
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	I	6.517	12.807	15.683	14.265	10.930
	II	9.512	19.359	23.583	21.580	16.361
	III	5.274	11.182	13.541	12.472	9.338
3	I	9.771	14.903	18.937	16.221	13.383
	II	14.381	22.466	28.452	24.550	20.118
	III	7.845	12.801	16.112	14.073	11.389
5	I	16.288	19.604	25.454	19.560	17.28
	II	23.583	29.012	37.655	29.355	25.762
	III	12.863	16.303	21.130	16.763	14.583
7	I	21.714	23.956	30.880	21.996	19.951
	II	32.758	36.297	46.829	33.465	30.363
	III	17.873	20.197	26.139	19.075	17.19
	I	32.566	33.527	41.732	26.096	24.434

T_o - referentni period analize (dana)

$\left. \begin{array}{l} m(t) \\ m_1(t) \\ m_2(t) \end{array} \right\}$ momenti prema izrazima (4.101), (4.102) i (4.103)

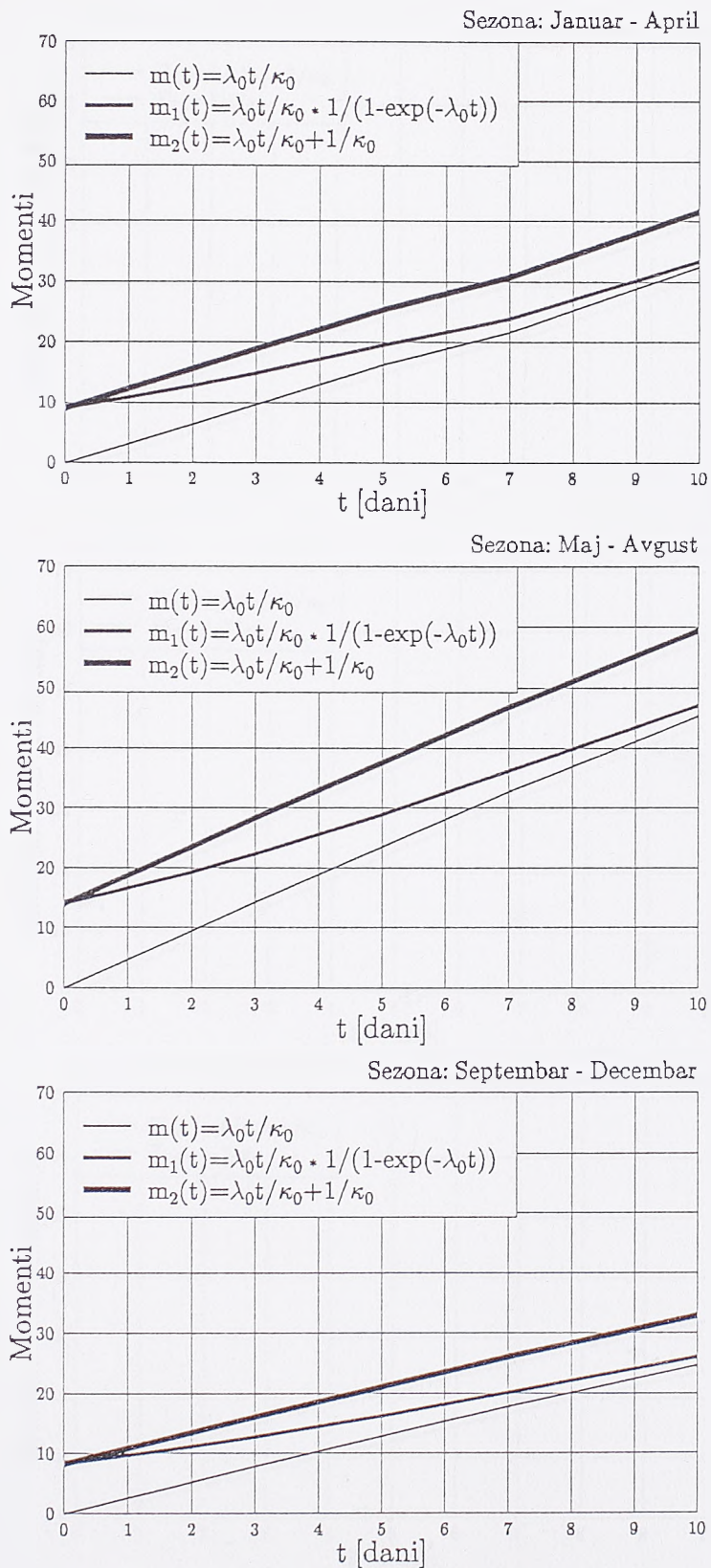
E_{t1}, E_{t2} - matematička očekivanja funkcija $F_1(X_t)$ $F_2(X_t)$

D_{t1}, D_{t2} - disperzije funkcija $F_1(X_t)$ $F_2(X_t)$

U tabeli 4.6.1. su dati momenti dveju funkcija raspodele prema izrazima (4.101) i (4.102). Na slikama 4.11.1. do 4.11.3. i posebno na slici 4.11.4. dati su parametri za proračune funkcija raspodele koja je izabrana $F_2(x_t)$, prema izrazu (4.59) uz relaciju (4.94).

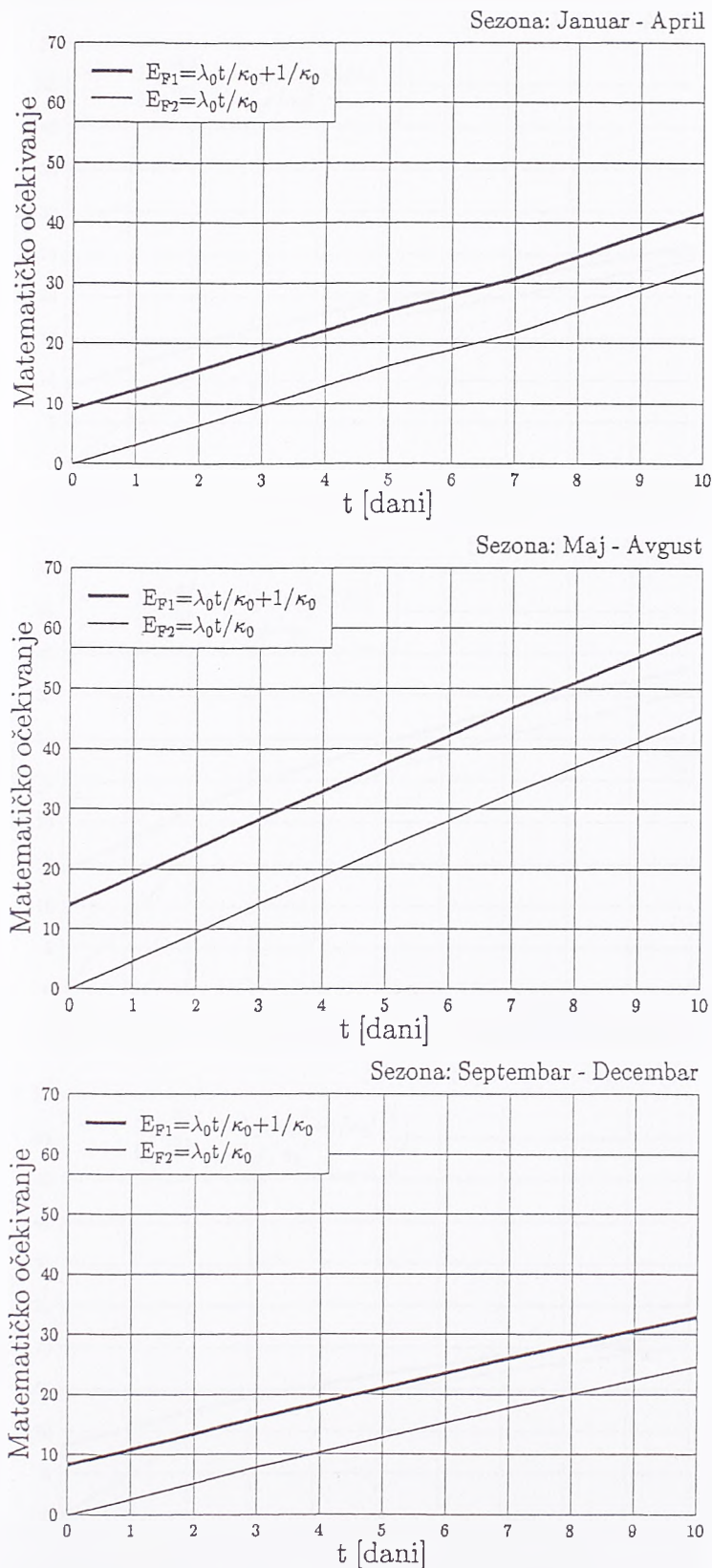
Ocena parametara te funkcije λ_o^* i κ_o^* na osnovu statistika ukupne visine kiše, i to srednje vrednosti \bar{X}_t , i disperzije D_t prema izrazima (4.90) i (4.91), prikazana je u tabeli 4.6.3. u kolonama (3) i (4) za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu.

· Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



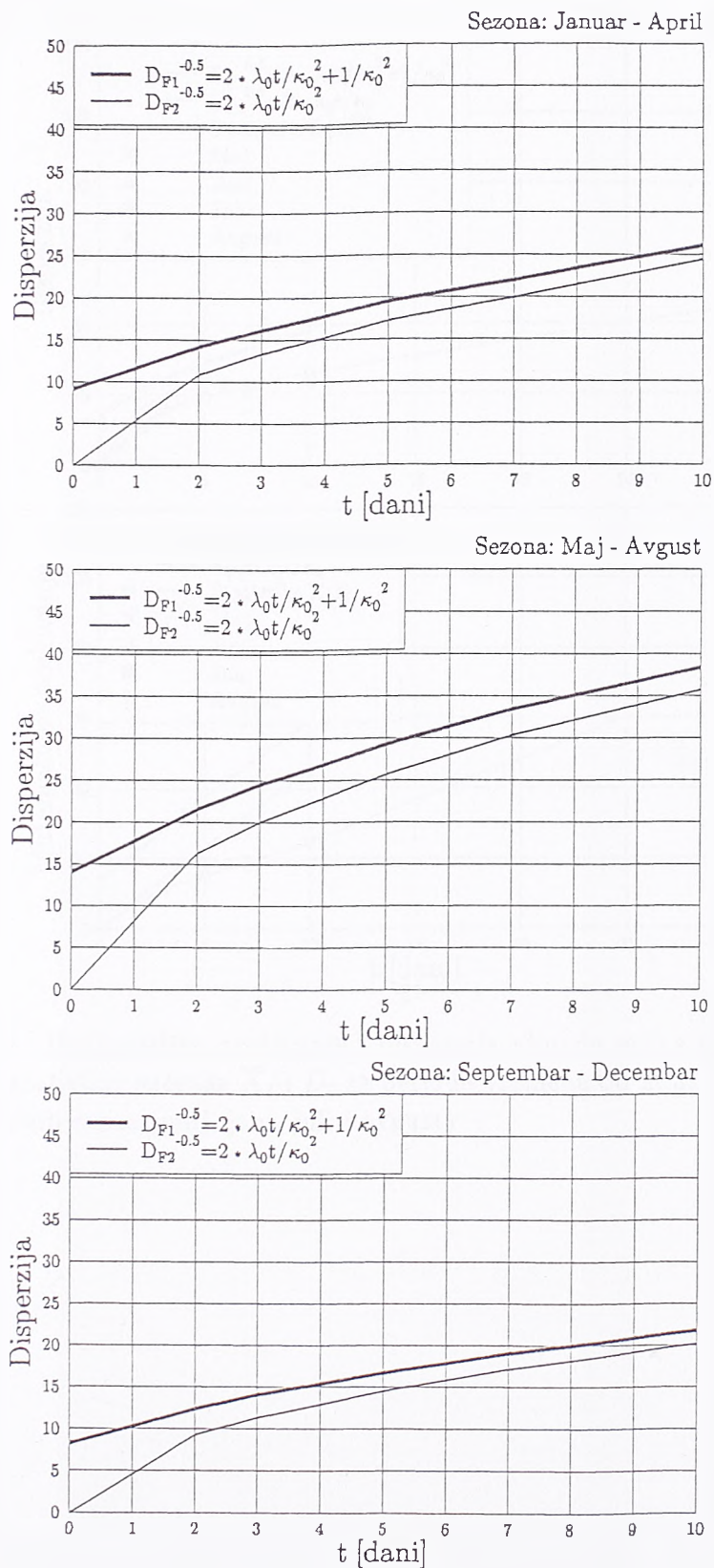
Slika 4.11.1 Momenti ukupne visine kiše $X(t)$

- Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



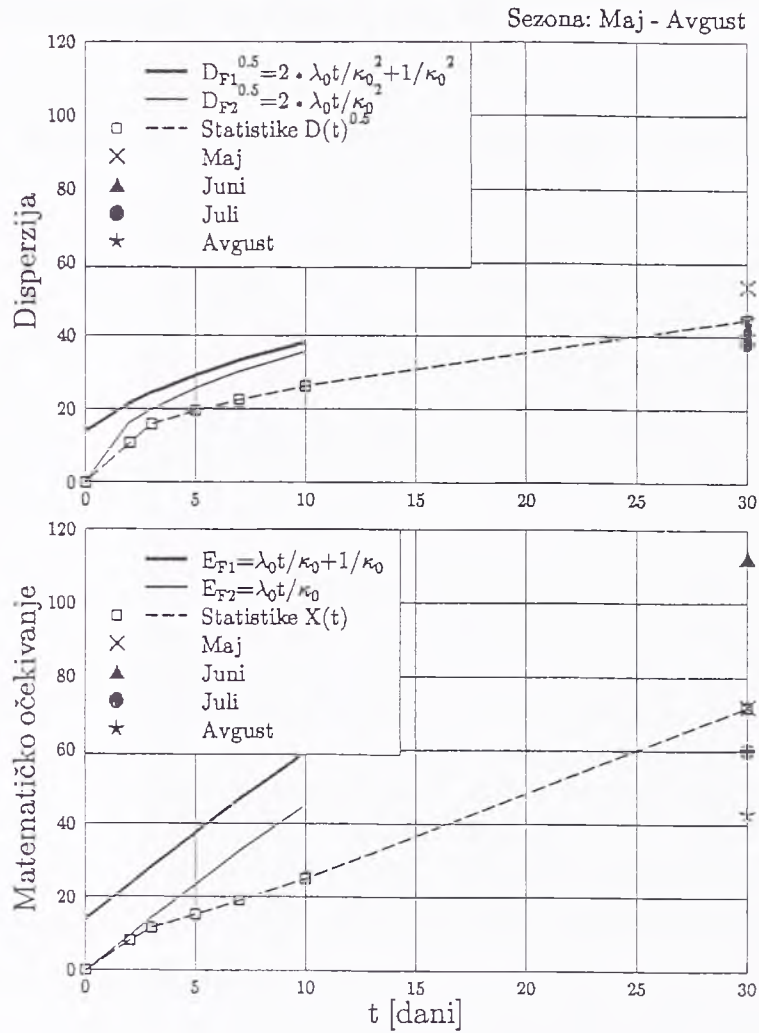
Slika 4.11.2 Matematičko očekivanje funkcija raspodele ukupne visine kiše $X(t)$

• Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.11.3 Disperzija funkcija raspodele ukupne visine kiše X(t)

Ekperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.11.4. Matematičko očekivanje i disperzija ukupne visine dnevnih kiša na e.s. Miljakovac 2 i statistike uzoraka \bar{X}_t i D_t za periode vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana, kao i statistike mesečnih suma (maj, juni, juli i avgust)

U tabeli 4.6.2. su dati momenti dveju funkcija raspodele prema izrazima (4.101) i (4.102). Na slikama 4.11.5. do 4.11.7. i na slici 4.11.8. dati su parametri za proračune funkcija raspodele koja je izabrana $F_2(x_t)$, prema izrazu (4.59) uz relaciju (4.94).

Tabela 4.6.2. Momenti i statistike ukupne visine kiše u mm na k.s. Vračar u Beogradu za period osmatranja 1972-1992.

u sezonama I: jan-apr, II: maj-avg, III: sept-dec.

T_o (dani)		$m(t)$	$m_1(t)$	$m_2(t)$	$\sqrt{D_{t1}}$	$\sqrt{D_{t2}}$
		E_{t2}		E_{t1}		
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	I	7.793	14.027	17.402	15.56	12.228
	II	11.337	20.357	25.265	22.578	17.771
	III	8.926	16.826	20.732	18.712	14.517
3	I	11.685	16.608	21.294	17.802	14.985
	II	17.145	24.216	31.072	25.914	21.853
	III	13.270	19.659	25.077	21.278	17.707
5	I	19.478	22.433	29.087	21.603	19.348
	II	28.106	32.414	42.033	31.255	27.98
	III	21.771	25.862	33.577	25.563	22.673
7	I	25.964	27.831	35.573	24.317	22.338
	II	39.039	41.559	52.967	35.797	32.976
	III	30.236	32.767	42.043	29.212	26.72
10	I	38.917	39.607	48.527	28.987	27.348
	II	54.053	55.192	67.980	41.227	38.803
	III	41.854	43.098	53.660	33.581	31.437

T_o - referentni period analize (dana)

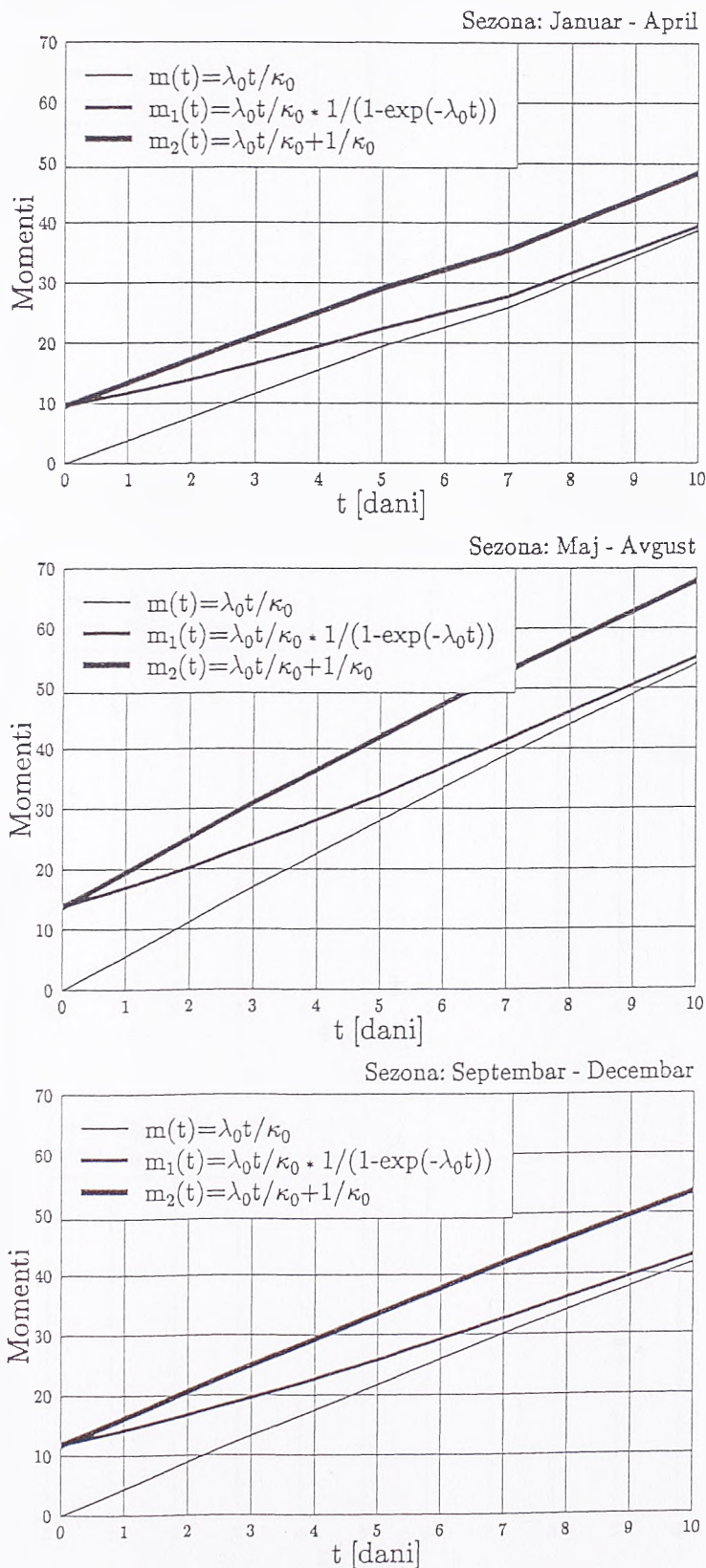
$$\left. \begin{array}{l} m(t) \\ m_1(t) \\ m_2(t) \end{array} \right\} \text{momenti prema izrazima (4.101), (4.102) i (4.103)}$$

E_{t1}, E_{t2} - matematička očekivanja funkcija $F_1(X_t)$ $F_2(X_t)$

D_{t1}, D_{t2} - disperzije funkcija $F_1(X_t)$ $F_2(X_t)$

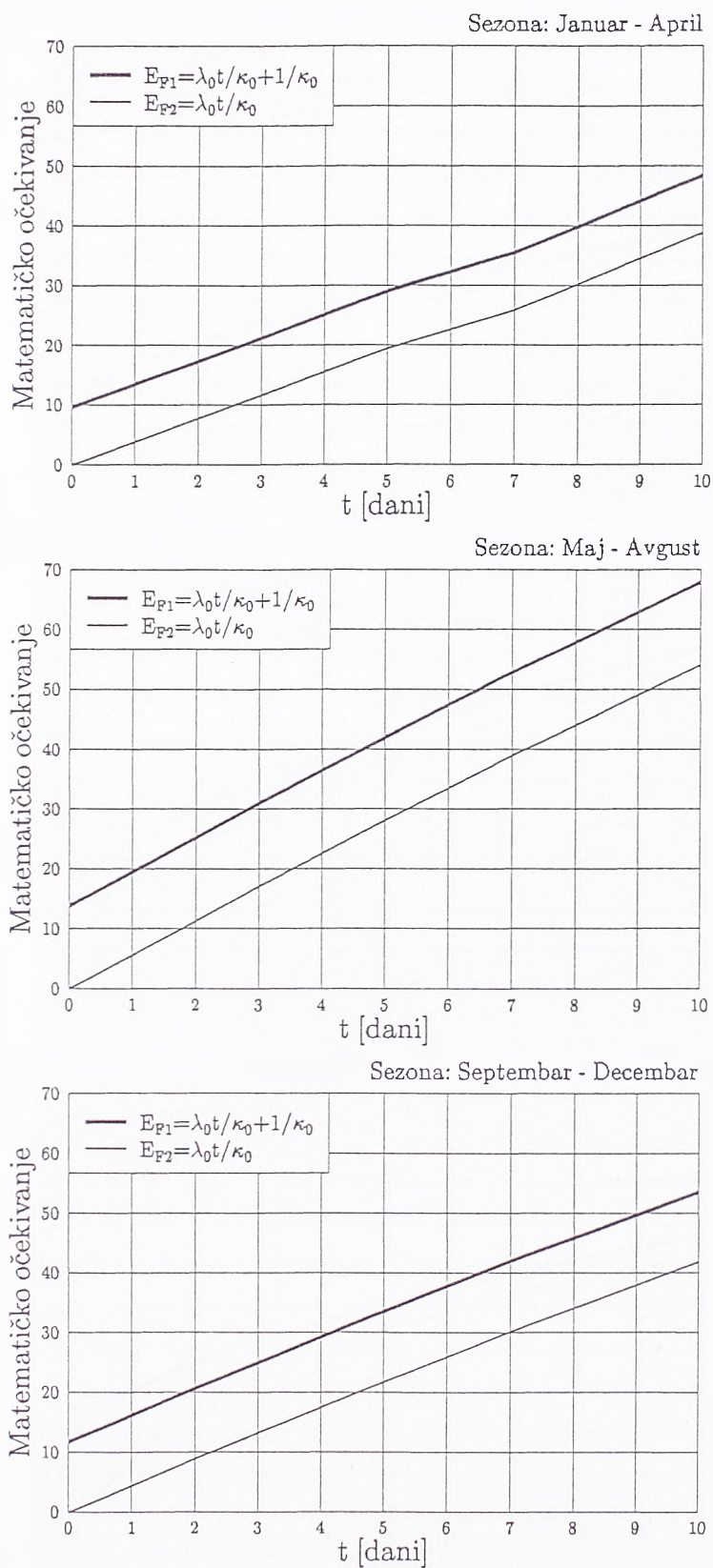
Takodje su prikazani korigovani parametri ($\lambda_{oM}, \kappa_{oM}$), na osnovu statistika mesečnih suma i to srednje vrednosti \bar{X}_{tM} i disperzije D_{tM} , koje su prikazane na slikama 4.11.9a. i 4.11.9b. i u tabeli 4.6.3. u kolonama (5) i (6).

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

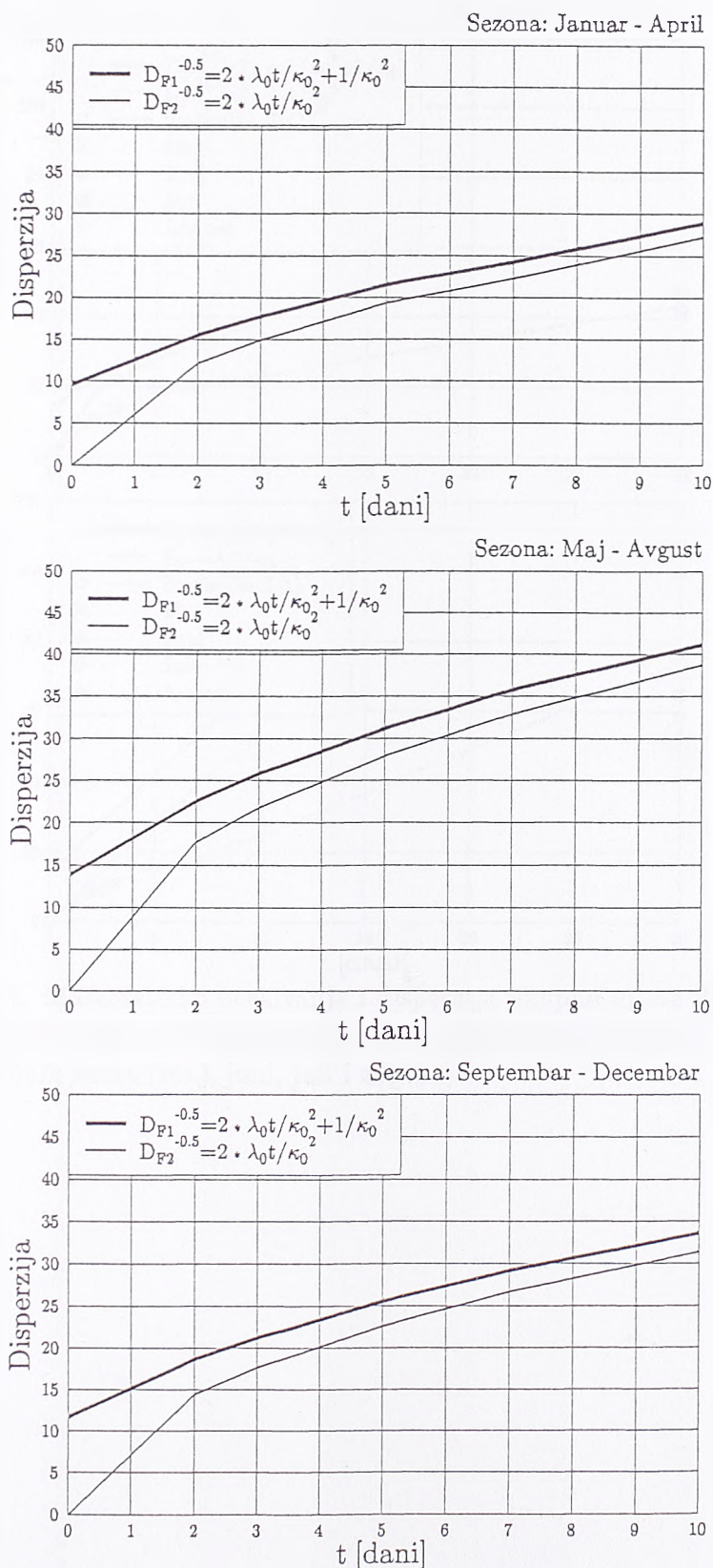


Slika 4.11.5 Momenti ukupne visine kiše $X(t)$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

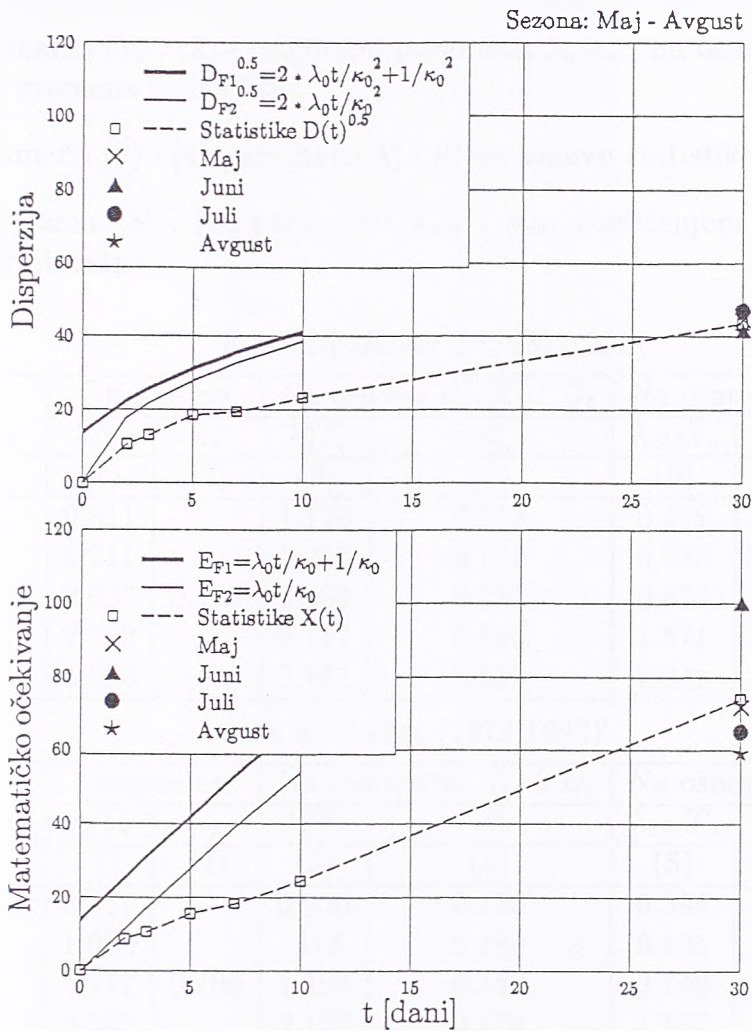
Slika 4.11.6 Matematičko očekivanje funkcija raspodele ukupne visine kiše $X(t)$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



Slika 4.11.7 Disperzija funkcija raspodele ukupne visine kiše $X(t)$

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.11.8. Matematičko očekivanje i disperzija ukupne visine dnevnih kiša na k.s. Vračar i statistike uzoraka \bar{X}_t i D_t za periode vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana, kao i statistike mesečnih suma (maj, juni, juli i avgust)

Tabela 4.6.3. Parametri broja javljanja i broja promena na e.s. Miljakovac (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92), izračunati prema sledećim procedurama:

- u kolonama (1) i (2) - originalni parametri λ_o κ_o - na osnovu broja javljanja i broja promena visine kiše;
- u kolonama (3) i (4) parametri λ_o^* i κ_o^* na osnovu statistika visine kiše \bar{X}_t i D_t ;
- u kolonama (5) i (6) parametri λ_{oM} i κ_{oM} korišćenjem statistika mesečnih sumarnih kiša.

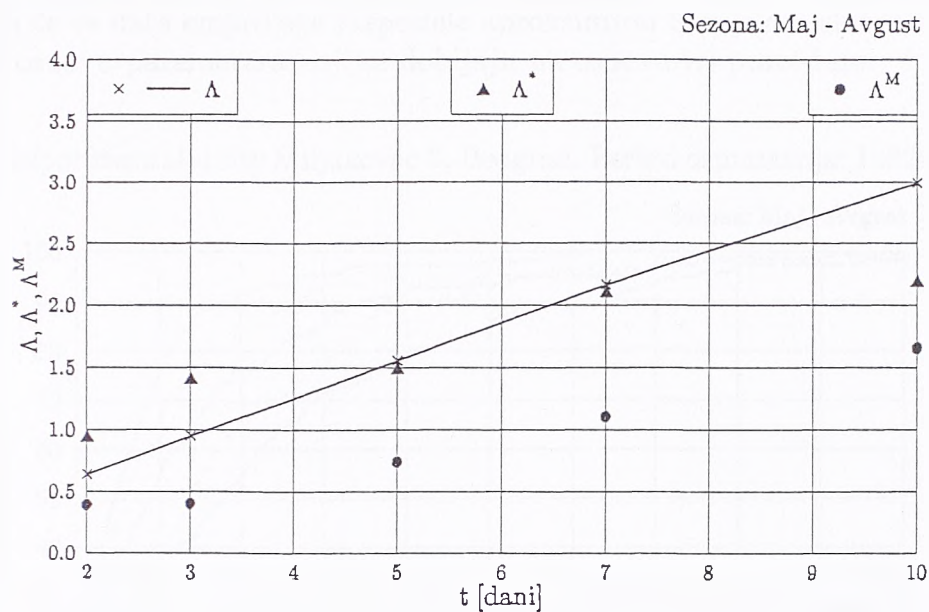
E.s. Miljakovac 2 (1982-1992)

T_o (dana)	Originalno		Na osnovu st. \bar{X}_t i D_t		Na osnovu mes. suma	
	$\lambda_o T_o$	κ_o	$\lambda_o^* T_o$	κ_o^*	$\lambda_{oM} T_o$	κ_{oM}
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	0.811	0.103	1.178	0.213	0.429	0.087
3	1.211		1.285	0.175	0.629	0.085
5	2.027		1.530	0.150	0.873	0.071
7	2.702		2.117	0.166	1.571	0.091
10	4.050		2.147	0.119	2.241	0.090

K.s. Vračar (1972-1992)

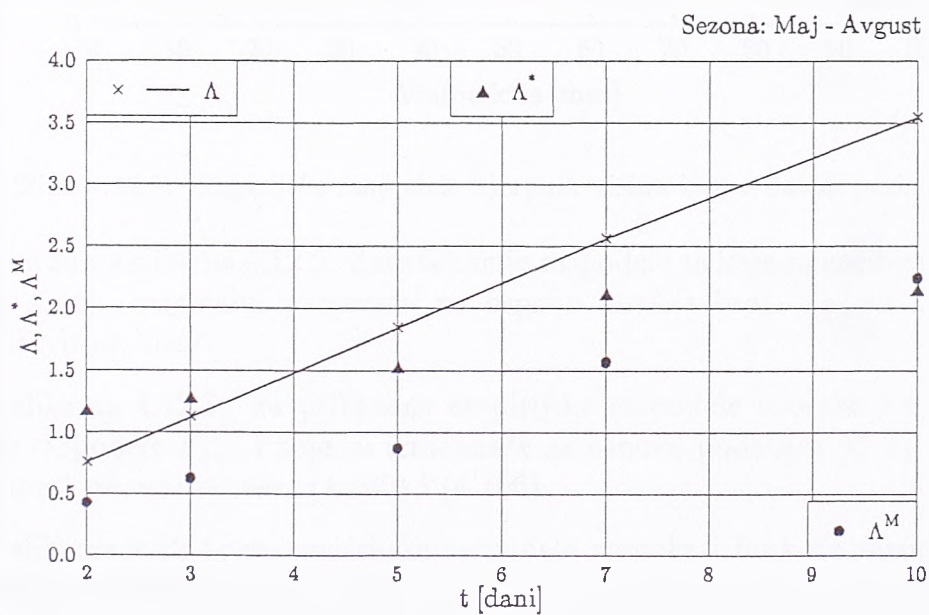
T_o (dana)	Originalno		Na osnovu st. \bar{X}_t i D_t		Na osnovu mes. suma	
	$\lambda_o T_o$	κ_o	$\lambda_o^* T_o$	κ_o^*	$\lambda_{oM} T_o$	κ_{oM}
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2	0.711	0.109	0.950	0.178	0.394	0.082
3	1.066		.418	0.189	0.405	0.056
5	1.777		1.496	0.157	0.742	0.062
7	2.369		2.109	0.174	1.107	0.066
10	3.559		2.196	0.126	1.657	0.069

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



a)

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992



b)

Slika 4.11.9. Pregled vrednosti parametara broja javljanja u vremenu Λ :

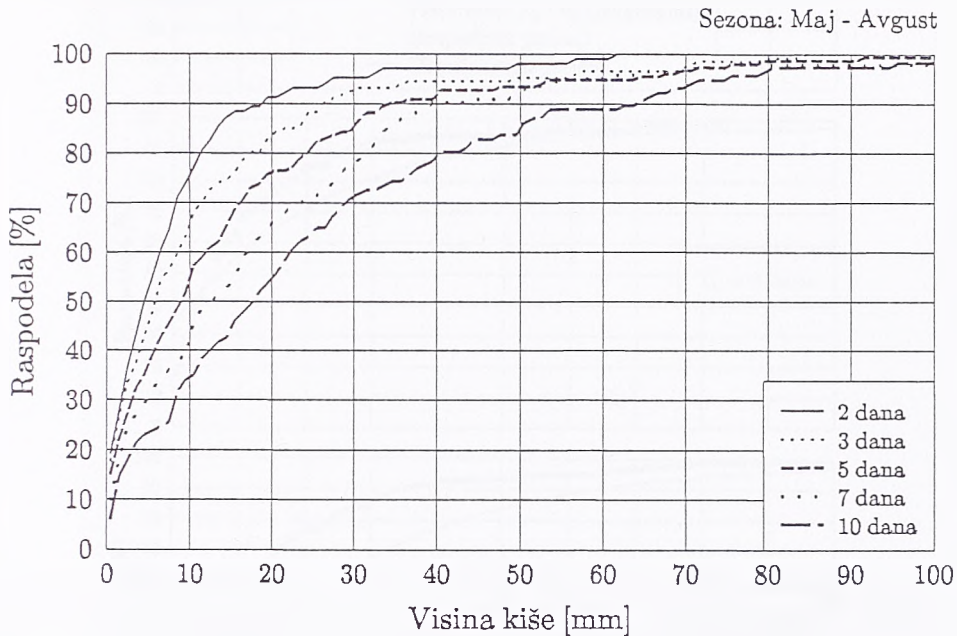
$\Lambda = \lambda_o t$ - na osnovu prosečnog broja javljanja u vremenu

$\Lambda^* = \lambda_o^* t$ - na osnovu statistike uzoraka visine kiša u t-dnevnom periodu

$\Lambda^M = \lambda_o^M t$ - na osnovu prosečnih statistika mesečnih suma

Na slici 4.12.1. dat je niz empirijskih raspodela ukupnih visina kiše za određeni period vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana sa e.s. Miljakovac 2 u Beogradu. U ovom poglavlju će se date empirijske raspodele aproksimirati teorijskim složenim raspodelama na osnovu parametara koji se dobijaju na osnovu tri procedure.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.12.1. Empirijske raspodele ukupnih visina kiše u datim periodima

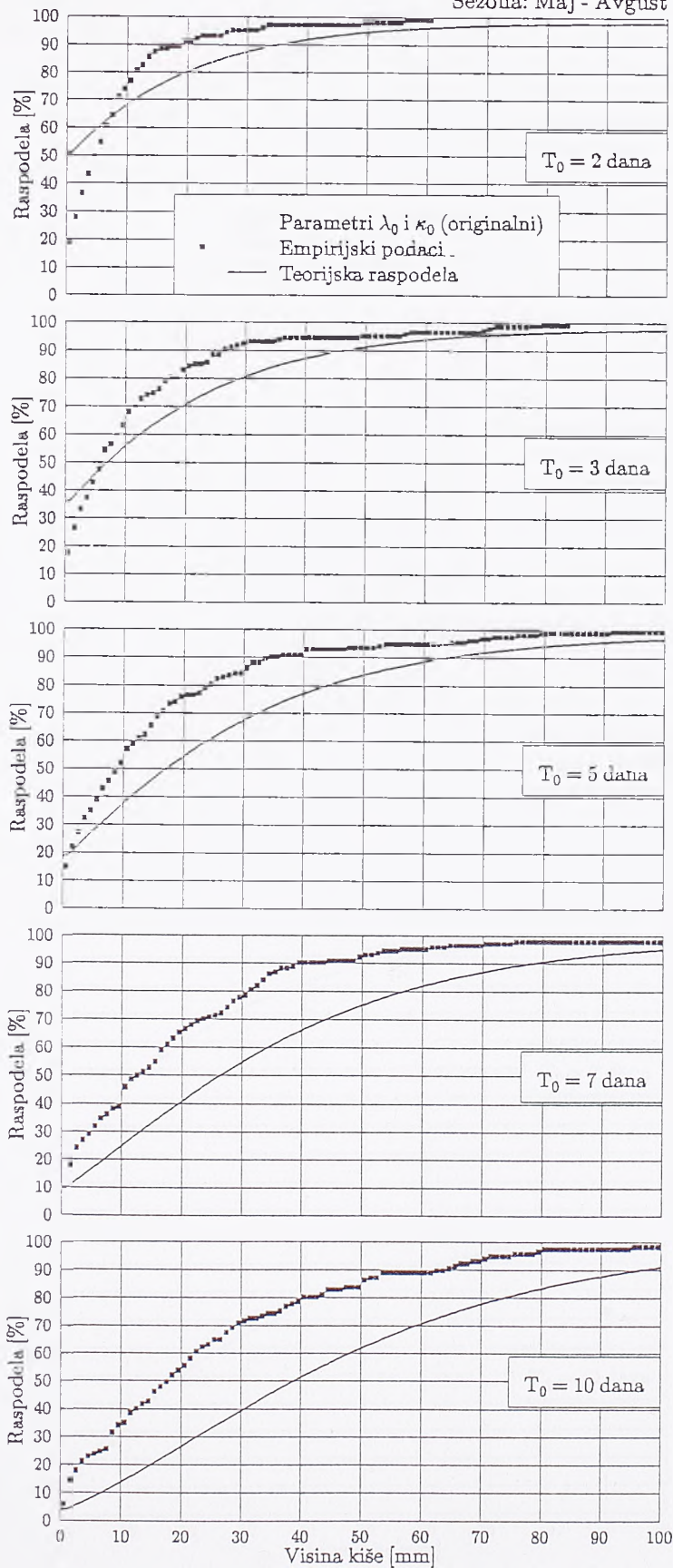
Zatim su na slikama 4.12.2. date funkcije raspodele za koje su korišćeni parametri λ_o , T_o i κ_o tj. originalni parametri na osnovu analiza broja pojava u vremenu i promena visine kiše.

Na slikama 4.12.3. su prikazane empirijske raspodele uzoraka i odgovarajuće funkcije raspodele $F_2(x_t)$ koje su izračunate na osnovu podataka λ_o^* , T_o^* i κ_o^* , koji su proračunati na osnovu veza (4.100) i (4.106).

Na slikama 4.12.4. su empirijske raspodele uzoraka i funkcije raspodele $F_2(x_t)$ na osnovu podataka κ_{oM} , T_o i κ_{oM} .

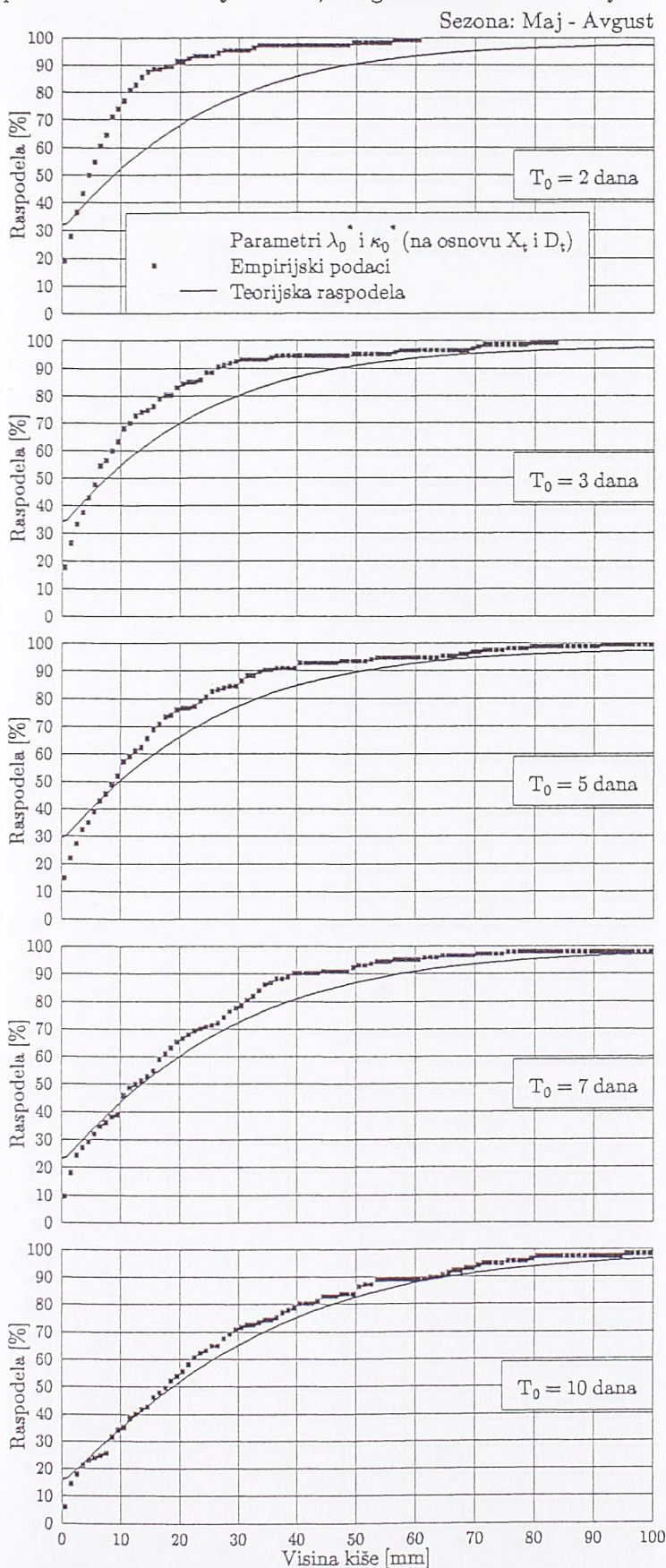
Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982 -1992

Sezona: Maj - Avgust

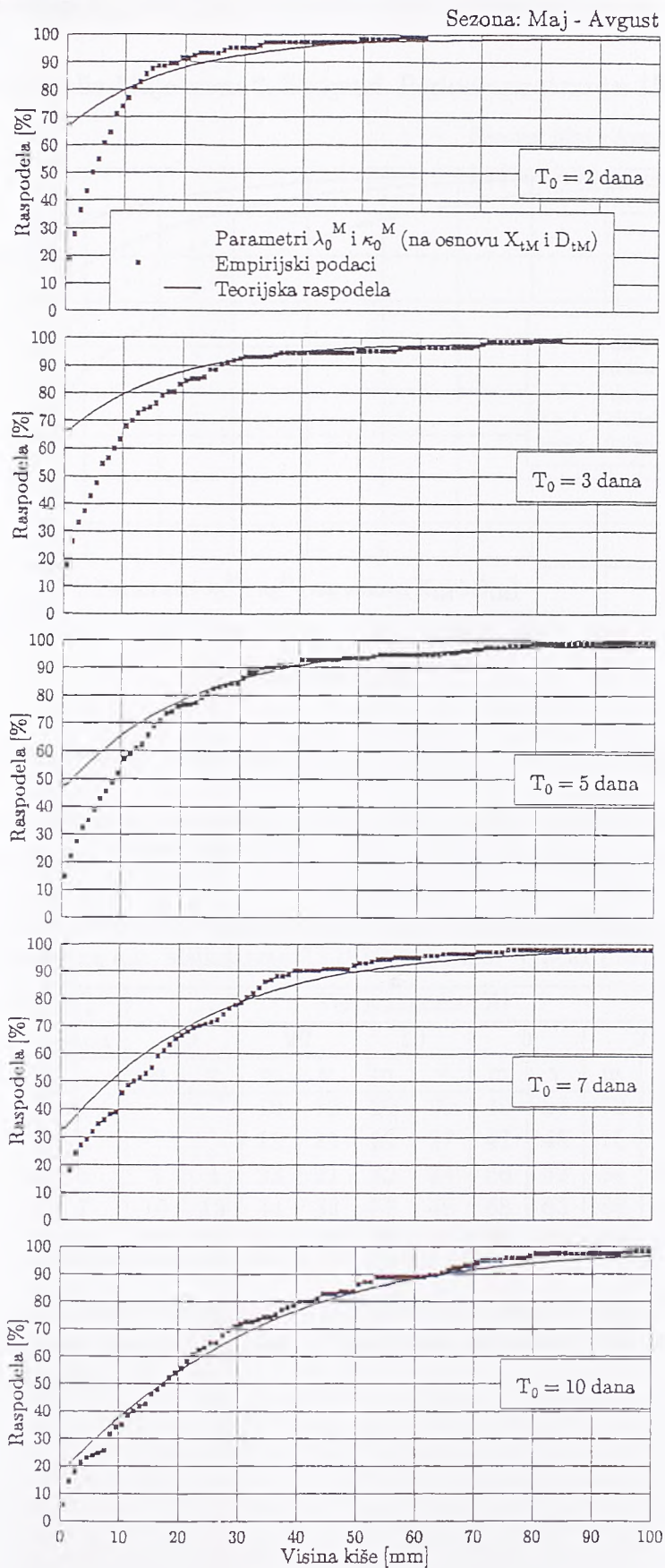


Slika 4.12.2 Funkcije raspodele $F_2(x)$ visine kiše za određeni broj dana

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982 -1992

Slika 4.12.3 Funkcije raspodele $F_2(x)$ visine kiše za određeni broj dana

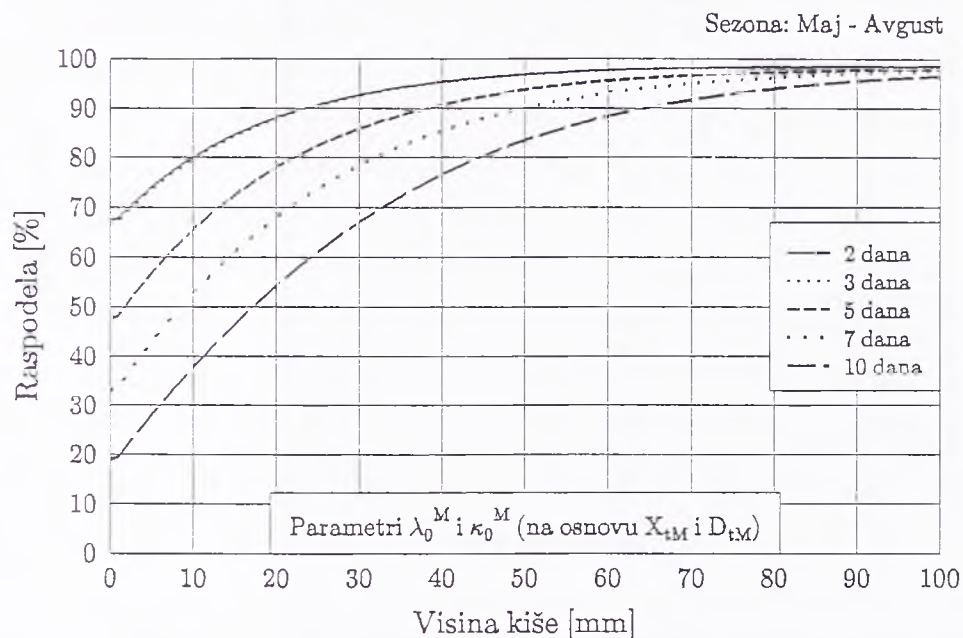
Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982 -1992



Slika 4.12.4 Funkcije raspodele $F_2(x)$ visine kiše za određeni broj dana

Radi neposrednog poredjenja su date funkcije raspodele na slici 4.12.5. za e.s. Miljakovac 2.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 4.12.5. Funkcije raspodele $F_2(x_t)$ ukupnih visina kiše u datim periodima

Korišćenjem funkcija raspodele koje su date na slici 4.12.5. očitane su visine kiše verovatnoće pojave od 50%, 20%, 10%, 5% i 2% i prikazane u tabeli 4.6.4.

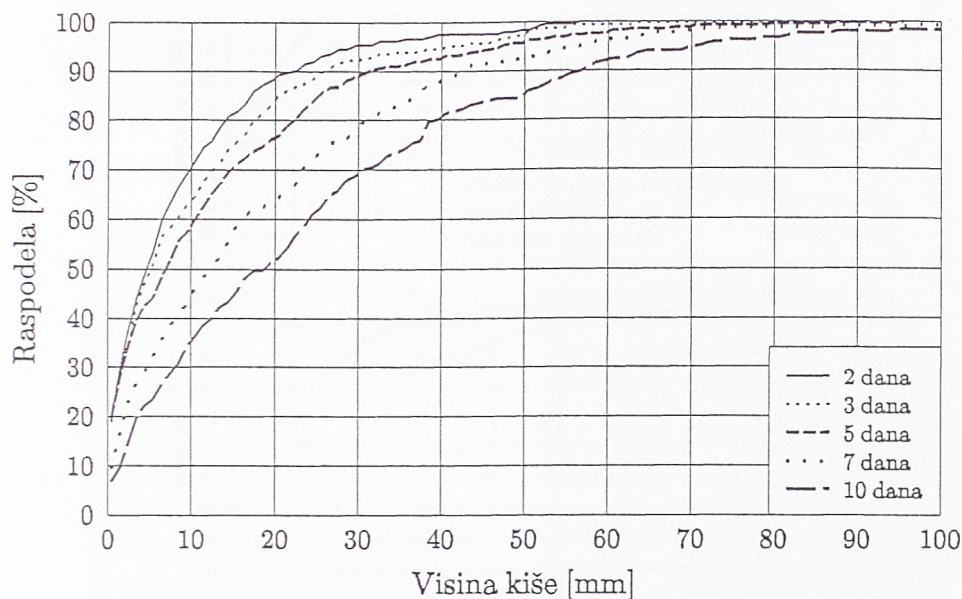
Tabela 4.6.4. Visina kiše označenih verovatnoća pojave u [%] za period vremena od 2,3,5,7 i 10 dana na e.s. Miljakovac 2 (1982-92) i k.s. Vračar (1972-92) u Beogradu

T_o	Verovatnoća [%]									
	50		20		10		5		2	
dana	m	v	m	v	m	v	m	v	m	v
2			10	10	24	20	40	36	72	70
3			11	15	24	27	41	46	75	74
5	3	4	23	21	42	34	56	52	84	80
7	10	13	34	33	57	49	68	63	88	93
10	17	20	46	43	66	61	88	76	99	99

Na slici 4.13.1. date su empirijske raspodele ukupnih visina kiše u periodima od 2, 3, 5, 7 i 10 dana na k.s. Vračar u Beogradu na osnovu perioda osmatranja od 1972 do 1992. godine.

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972-1992

Sezona: Maj - Avgust



Slika 4.13.1. Empirijske raspodele ukupnih visina kiše u datim periodima

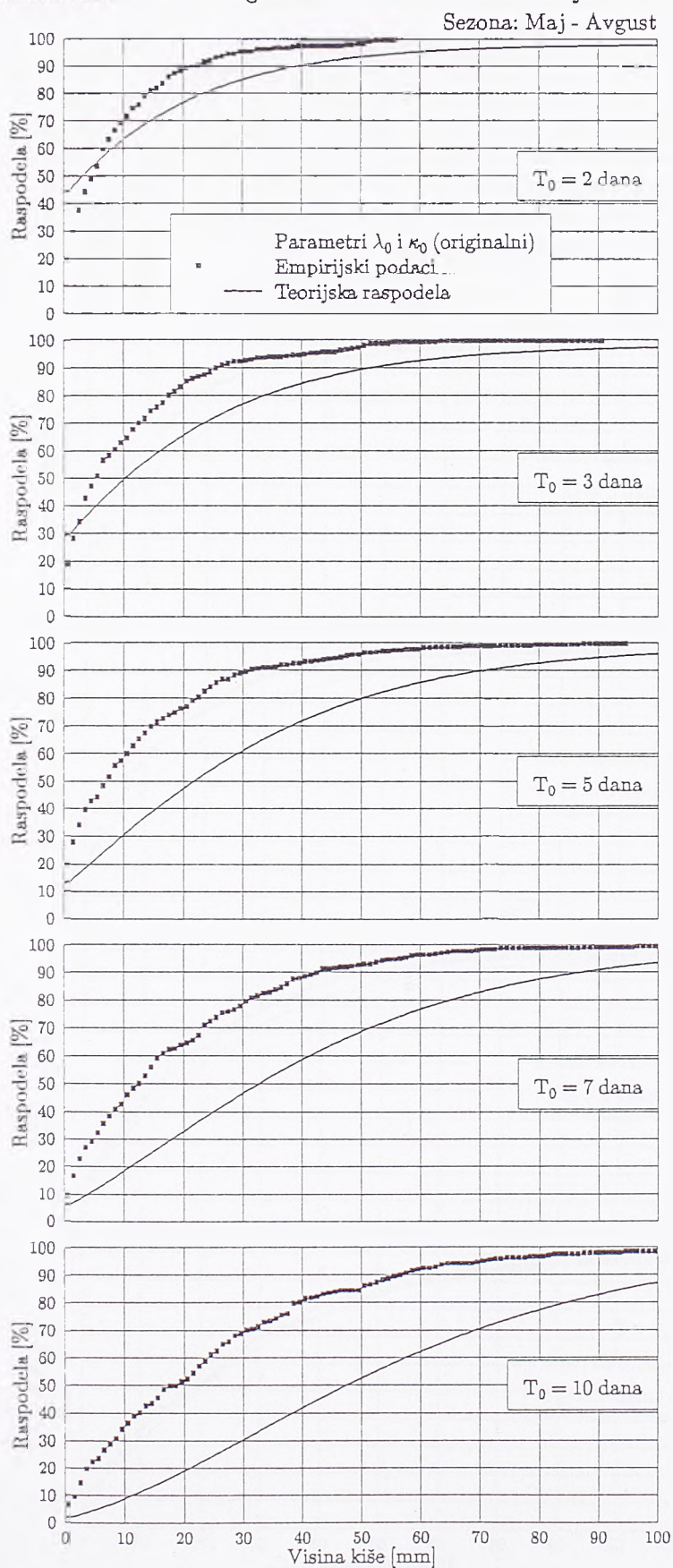
Kompletna procedura dobijanja funkcija raspodele ukupnih visine kiše u određenim periodima vremena sa podacima sa k.s. Vračar data je na slikama 4.13.1, 2, 3, i 4, kao i zbirni prikaz raspodela na slici 4.13.5.

Ukratko se može reći da su aproksimacije empirijskih raspodela sasvim zadovoljavajuće kada se radi sa parametrima $\lambda_{oM} T$ i κ_{oM} , koje su dobijene na osnovu korigovanih vrednosti parametara korišćenjem statistika mesečnih suma; videti slike 4.12.4. sa podacima sa e.s. Miljakovac 2 i 4.13.4. sa podacima sa k.s. Vračar.

Takodje se može reći da ni funkcije raspodele koje su dobijene na osnovu parametara $\lambda_o^* T_o$ i κ_o^* nisu nezadovoljavajuće - videti slike 4.12.3. za uzorke sa e.s. Miljakovac 2 i 4.13.3. za uzorke sa k.s. Vračar u Beogradu

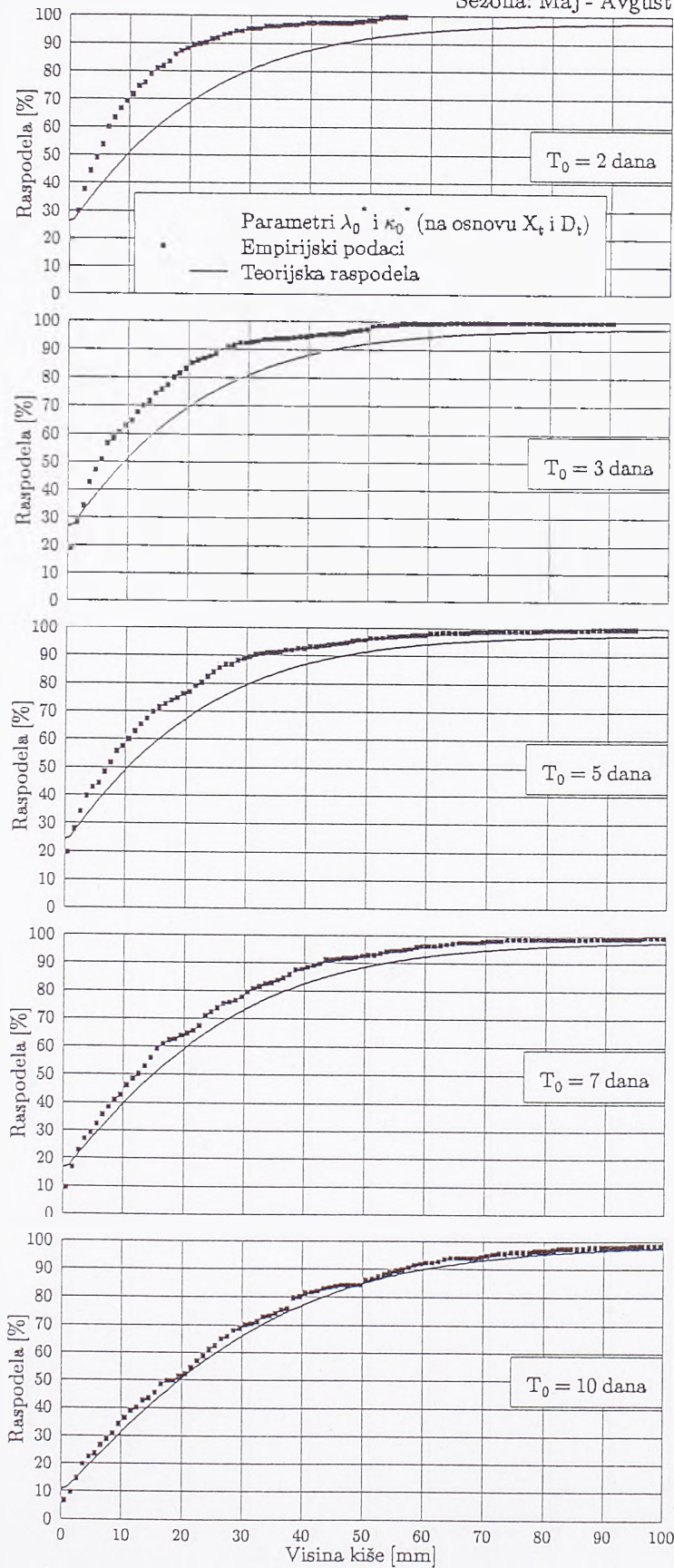
U tabeli 4.6.4. su date procenjene ukupne visine kiše za verovatnoće javljanja od 50%, 20%, 10%, 5% i 2%, i za trajanja perioda od 2, 3, 5, 7 i 10 dana, koji se mogu preporučiti za dalje analize i proračune.

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972 -1992

Slika 4.13.2 Funkcije raspodele $F_2(x)$ visine kiše za određeni broj dana

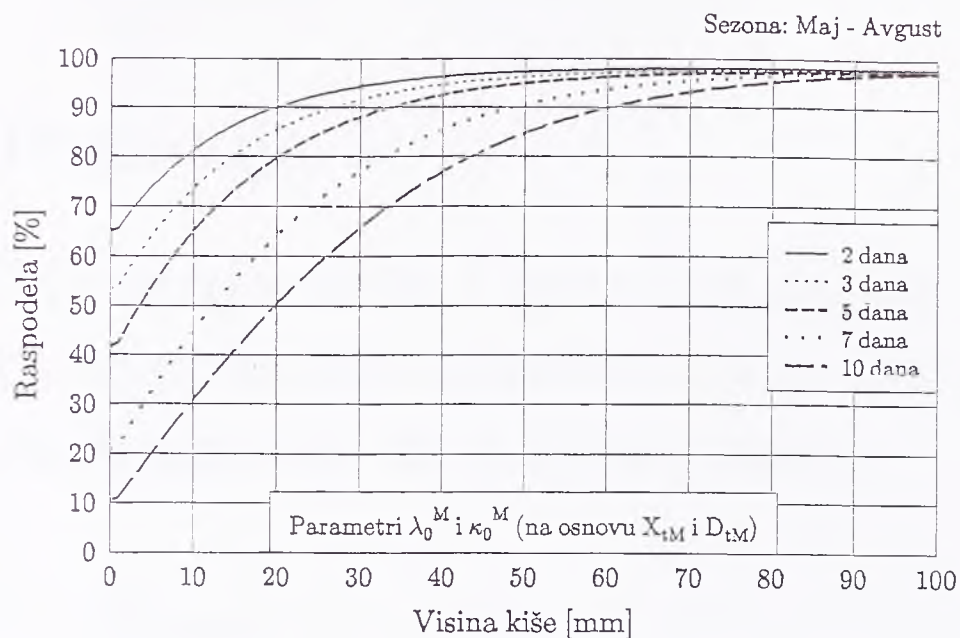
Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972 -1992

Sezona: Maj - Avgust



Slika 4.13.3 Funkcije raspodele $F_2(x)$ visine kiše za odredjeni broj dana

Kišomerna stanica Beograd - Vračar. Period osmatranja: 1972 -1992

Slika 4.13.5. Funkcije raspodele $F_2(x_i)$ ukupnih visina kiše u datim periodima

Na osnovu datih rezultata primene postupaka iz složenog modela analize visine kiše u zadatim periodima vremena, može se zaključiti da:

1. Analiza broja javljanja kiša u vremenu i broja promena visine kiše mogu da posluže za izučavanje ukupne visine kiše.

2. Funkcija raspodele koja se bolje prilagodjava empirijskim raspodelama uzorka visine dnevnih kiša može da bude definisana na osnovu korigovanih parametara koji odgovaraju srednjem broju javljanja kiša u vremenu i srednjem broju promene visine kiše, prema procedurama koje su opisane i dokumentovane za dva uzorka sa e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar u Beogradu.

3. Ukupne visine kiše koje se dobijaju na osnovu prihvaćenog modela, izabrane funkcije raspodele mogu se razmatrati kao prethodne padavine u okviru složenih analiza procesa oticaja kišnih voda sa prirodnih i urbanih slivova.

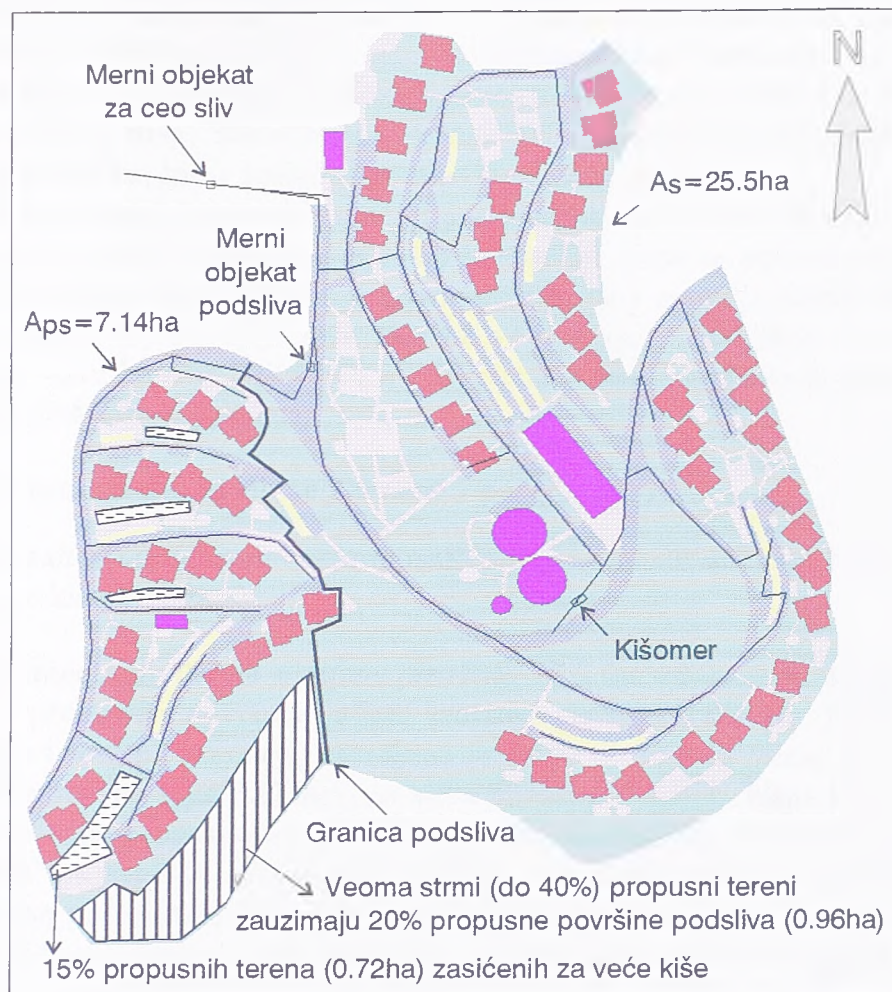
Poglavlje 5

Merenje kiše i proticaja na eksperimentalnom urbanom slivu Miljakovac 2 u Beogradu

5.1 Uvod

U beogradskom naselju Miljakovac 2 godine 1980. počelo je opremanje eksperimentalnog sliva za osmatranje pojave kiše i oticanja kišnih voda merenjem u sistemu kišne kanalizacije. Merenje kiše je počelo 1981. godine a merenje proticaja 1984. godine. Na slici 5.1 je prikazano slivno područje sa osnovnim karakteristikama kao što su: veličina, granice sliva i podsliva, položaj kišomerne stanice i mernih objekata u sistemu kišne kanalizacije, i neki parametri slivnog područja.

Neohodno je podsetiti se da merenja padavina i oticaja u trajanju od dvanaest godina nisu dovoljna za pouzdane statističke analize i procene padavina i oticaja većih povratnih perioda. Međutim, merenja u urbanim sredinama, pod istim uslovima, koja obezbeđuju statističku konsistentnost uzoraka su izuzetno retka; prema objavljenim informacijama ne postoje slična sistematska merenja koja su trajala duže od 5 - 6 godina. Obzirom da se u ovoj disertaciji analizira uticaj prethodnih uslova na oticaj, tj. uticaj kišnog perioda pre pojave jake kiše, smatra se da ovaj fond merenja predstavlja solidnu bazu za ilustraciju primene složenog modela kiše. Pri postavljanju teze disertacije u Uvodu (Poglavlje 1), ova ideja je bila naglašna kao vodilja pri izradi celokupne disertacije. Dugogodišnja merenja na slivu Miljakovac 2 su doktorantu bila od prvorazrednog značaja pri razumevanju pojave kiše i oticanja kišnih voda.



Slika 5.1. Eksperimentalni sliv kišne kanalizacije Miljakovac 2 u Beogradu

5.2 Merenja kiše i proticaja na slivu

Padavine su merene pomoću tri instrumenta koji se nalaze na istoj lokaciji: Helmanovog pluviografa, impulsnog kišomera i klasičnog kišomera; na slici 5.1 označa "kišomer". Za potrebe utvrđivanja pouzdanosti rezultata merenja izvršene su uporedne analize, tariranja instrumenata tokom celokupnog perioda merenja, a takodje je nekoliko instrumenata moralo da se zameni; Maksimović sa sar.(1986) i Despotović, Maksimović (1987).

Proticaji su mereni u sistemu kišne kanalizacije na dva merna objekta: za ceo sliv i za podsliv - videti sliku 5.1, i to od trenutka kada počne da pada kiša, odnosno čim se registruje prvi impuls kiše na kišomeru; Simić sa sar (1986). Radi dobijanja pouzdanih i tačnih rezultata merenja izvršena su mnogobrojna testiranja i tariranja

opreme, a potom sistematske i logičke kontrole rezultata merenja. O merenjima padavina i proticaja na urbanom slivu, i to na kraju podsliva i na kraju sliva, više detalja je dato u radovima Maksimovića i Despotovića (1982, 1986, 1987). U radu Petrovićeve (1994) dati su brojni rezultati merenja kiša i proticaja.

U Prilogu D.1. su rezultati merenja proticaja na mernom objektu podsliva i na mernom objektu sliva. Takodje su u prilogu date vrednosti koeficijenata oticaja, na slivu i na podslivu, kao i podaci o prethodnim padavinama.

Da bi komentari i ocene kvaliteta i pouzdanosti rezultata merenja na urbanom slivu koji se iznose u sledećem poglavlju bili jasniji, ovde se podseća na neke važne aspekte i probleme koji utiču na tačnost osmatranja i merenja oticaja kišnih voda.

Radi analize razdvajanja pale kiše na vodu koja se zadržava na površini terena, zatim vodu koja se infiltrira i na površinski oticaj, na slivu je posebna pažnja posvećena sledećim aspektima:

1. Propusnosti delova slivne površine - podslivova, i
2. Povezanosti propusnih i nepropusnih površina na sistem za prihvatanje i kanalizisanje kišnih voda.

Eksperimentalni sliv je ukupne površine 25.5 ha od koje je 35.5% (9.05 ha) ukupno nepropusnih površina (ulice, krovovi, platoi, igrališta). Nakon detaljnih osmatranja i brojnih merenja, utvrđeno je da se površinski oticaj sa oko 35% nepropusnih površina (oko 3.17 ha), ne sliva direktno u sistem kišne kanalizacije, već otiče na susedne propusne terene. Drugim rečima, količina vode sa te površine je "izgubljena" sa aspekta celokupnog oticanja. Analizom rezultata merenja može se kao značajan podatak uzeti da je prosečni koeficijent oticanja sa sliva oko 0.21 što je približno jednako procentu nepropusnih površina koje efektivno doprinose oticaju, jer kada se pomenutih 35% oduzme od 35.5% dobije se 21%; detaljnija analiza je u radovima: Petrović (1984), Despotović, Petrović, Vukmirović (1994, 95). Izmerene vrednosti koeficijenata oticaja za pojedine događaje su u granicama 0.10 - 0.50; videti Prilog D.1. Kako je uobičajeno analizirati oticanja sa nekog sliva preko vrednosti koeficijenta oticaja sledi diskusija o uslovima oticaja kišnih voda na Miljakovcu 2.

Kada su koeficijenati oticaja manji od 0.35 to znači da sa dela nepropusnih površina nema površinskog oticaja. Te površine se nazivaju neefektivno nepropusne (noneffective impervious). To praktično znači da je deo površinskog oticaja sa nepropusnih terena izgubljen, a da bi bilans svih voda na slivu bio zatvoren prema šemi: padavine = infiltracija + transpiracija + površinsko oticanje pomenuti "manjak" se pripisuje isparavanju ili površinskom zadržavanju vode ili infiltraciji, što je pogrešna ocena.

Kada se radi o većim kišama (velika ukupna visina, veliki intenzitet), povećava se oticanje a time i koeficijent oticanja koji može da ima veće vrednosti od nominalnog odnosa nepropusnog dela i ukupne površine sliva: na Miljakovcu je za sliv ta razmera

35.5% jer je za podsliv 33% a za ostali deo sliva 37%. Na povećanje oticaja, i shodno tome, koeficijentata oticaja utiču sledeći činioci:

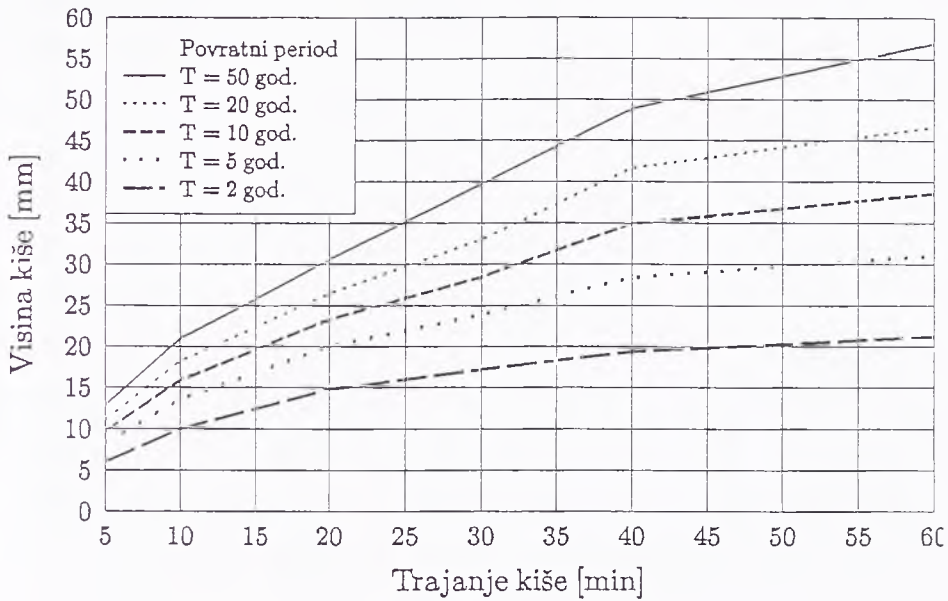
1. Prethodni uslovi vlažnosti tla koja smanjuje infiltraciju i smanjuje površinsko zadržavanje oticanja,
2. Vrlo strmi delovi sliva; videti komentare na slici 5.1 i deo podsliva koji je posebno naglašen, nagiba do 40%. Taj deo predstavlja oko 20% propusnih terena, odnosno 0.96 ha. Za vreme jakih dugotrajnih kiša ili za vreme kiša koje padnu na vlažno - zasićeno tlo uočeno je formiranje površinskog toka na pomenutih 20% propusne površine koji potom otiče preko takodje zasićenih drugih površina od oko 15% (0.72 ha), što ukupno predstavlja 35% propusnih terena, odnosno ukupno 1.67 ha realno dodatne nepropusne površine. Kada se ta površina sabere sa inače nepropusnom površinom od 2.4 ha, dobije se 4.07 ha. Konačno, odnos takve realno nepropusne površine i ukupne površine podsliva iznosi oko 53%, umesto 33% nominalno nepropusne površine. Tako se mogu objasniti koeficijenti oticanja koji su veći od 0.33.

5.3 Rezultati merenja kiše i proticaja na eksperimentalnom slivu

5.3.1 Obrada rezultata merenja kiše

Podaci o padavinama postoje u formi dnevnih visina na osnovu merenja kišomerom, kao hijetogrami na pluviografskim trakama RHMZ-a (1982-92) i zapisi sa impulsnog kišomera za period 1986-93.

Za analizu podataka korišćene su standardne statističke procedure, primena metoda godišnjih ekstrema i pikova, koje su opisane u radovima Vukmirovića i Despotovića (1983, 84, 86). Na osnovu usvojenih teoretskih funkcija raspodele za nizove kiša za različita trajanja uspostavljene su zavisnosti visina kiše (V) - trajanje kiše (t_k) - povratni period (T), tzv. $V - t_k - T$ krive koje su na slici 5.2 prikazane. Zavisnosti intenzitet kiše (i) - trajanje kiše (t_k) - povratni period (T), odnosno $i - t_k - T$ krive, koriste se obično za proračun oticaja sa kišama ravnomenih intenziteta, što se na osnovu iskustva ne preporučuje.



Slika 5.2. Zavisnosti visina kiše (V), trajanje kiše (t_k), povratni period (T) za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu

Pored visine kiše analizira se i druga karakteristika kiše, a to je vremenska neravnomernost, koja se smatra slučajnom promenljivom; Vukmirović, Despotović, 1984.

Oblik hijetograma - vremenska raspodela ukupne visine kiše se analizira tako što se razmatra dvodimenzionalna funkcija raspodele bezdimenzionalnih veličina Π i Θ :

$$F(\pi, \tau) = P\{\Pi \leq \pi, \Theta \leq \tau\} \tag{5.1}$$

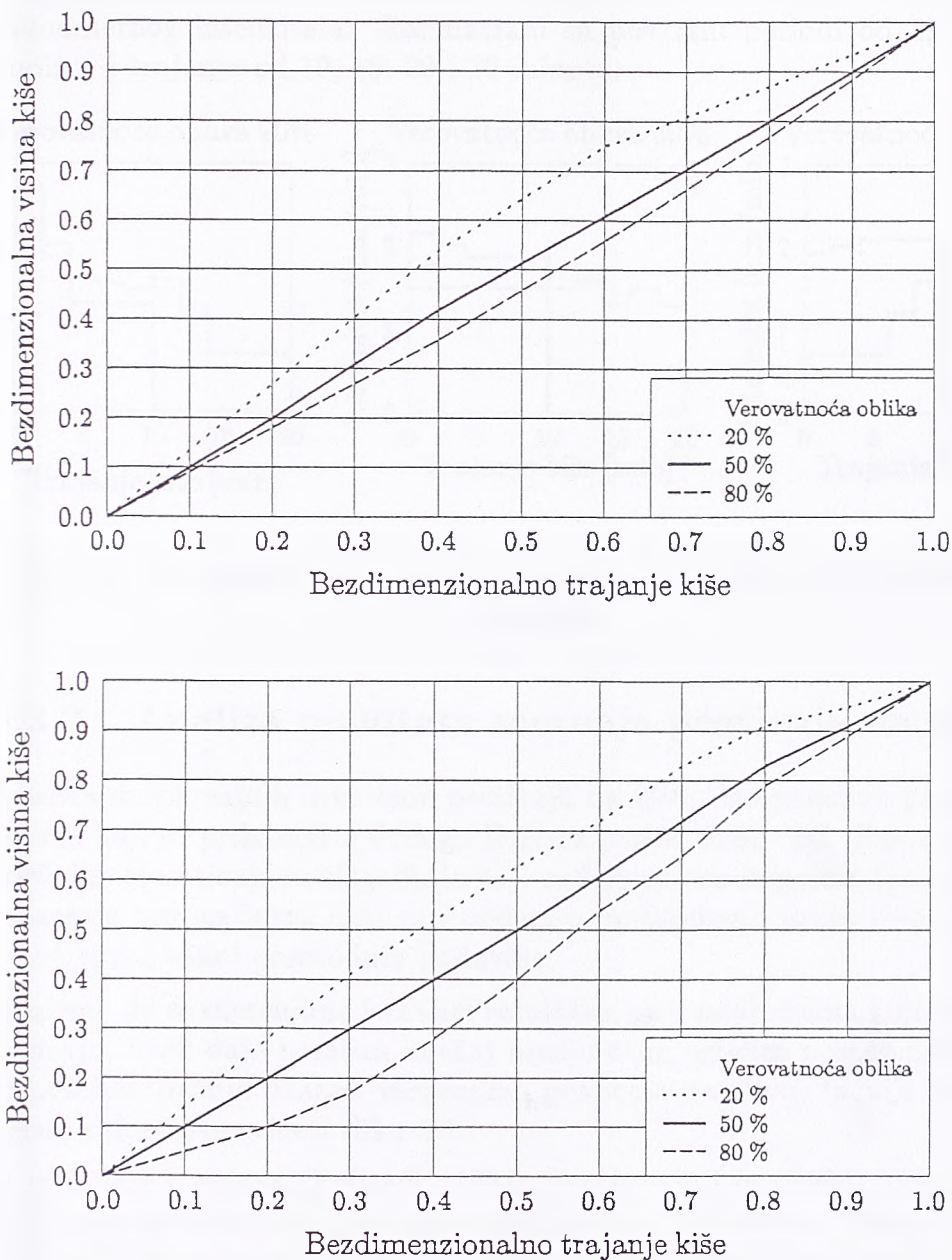
gde su:

$V(t)$ - visina kiše u (mm),

$\Pi = V(t)/V(t_k)$ - odnos izmedju trenutne visine kiše i ukupne visine kiše, i

$\tau = t/t_k$ - odnos trenutnog vremena i ukupnog trajanja kiše.

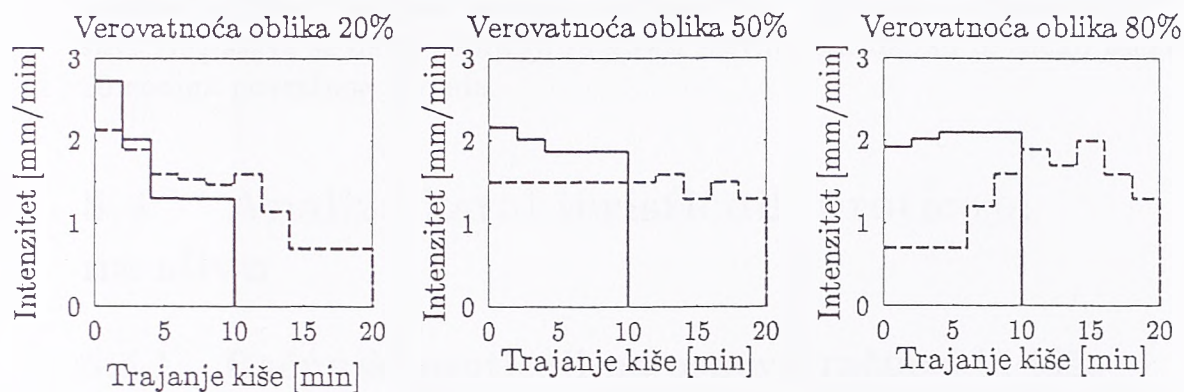
Izračunavanjem funkcija raspodele $F_\tau(\pi) = P_\tau(\Pi \leq \pi)$ za različite vrednosti τ , mogu se proceniti i nacrtati bezdimenzionalni oblici kiša različite verovatnoće pojave. Oblici kiša za Miljakovac dati su na slici 5.3, a za trajanja 10 minuta i 20 minuta, jer ta trajanja kiše daju maksimalne proticaje na podslivu, odnosno na slivu.



Slika 5.3. Bezdimenzionalna visina kiše Π u bezdimenzionalnom vremenu τ prema jednačini 5.1. za dva trajanja kiše: 10 i 20 min za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu

Konačni rezultat su hijetogrami računskih kiša koji su prikazani na slici 5.4 dobijeni kombinacijom bezdimenzionalnih zavisnosti sa slike 5.3. sa podacima o visini kiše određenog trajanja i povratnog perioda - $V - t_k - T$ krive sa slike 5.2. Uzete su računске kiše sa tri oblika hijetograma koji odgovaraju

verovatnoćama pojave, i to: 20% , 50% i 80%. Takodje je korišćena i kiša ravnomernog intenziteta. Razmatrani su povratni periodi od 2, 5, 10 i 20 godina, i trajanja od 10, 15, 20 i 30 minuta.



Slika 5.4. Hijetogrami računskih kiša trajanja 10 i 20 min za e.s. Miljakovac 2 u Beogradu

5.3.2 Analiza rezultata merenja proticaja na slivu

Analiza maksimalnih izmerenih proticaja na slivu i na podslivu počinje rezultatima koji su prikazani u Prilogu D.1. za period 1984 - 93. Pored proticaja i koeficijentata oticaja za događaje koji su kompletno izmereni (postoje podaci o baznim proticajima), dati su i podaci o prethodnom broju kišnih dana kao i o ukupnoj visini prethodnih padavina.

Obzirom da se merenjima i analizi rezultata, pa i zaključcima koji se na njima baziraju, uvek daje poseban značaj medju svim ostalim postupcima, ovde će se posebna pažnja ukazati merenjima proticaja na slivu, tačnije na mernom mestu celog sliva; videti sliku 5.1.

Iz izveštaja i radova (Petrović, 1994; Despotović i dr, 1994, 1995), pre bilo kakve analize rezultata konstatovano je, što se i na osnovu Priloga D.1. može zaključiti, da su merenja proticaja na podslivu znatno kompletnija. Nadalje, može se zaključiti da merenja na slivu nisu reprezentativna jer često puta na slivu nije bilo merenja ili nisu tačna merenja, kada ja na podslivu izmerena velika vrednost proticaja. Može se videti da je veliki broj događaja izmeren samo na jednom mernom mestu, i to po pravilu, na poslivu.

Sa druge strane, merenja predstavljaju najveću vrednost istraživanja samo kada su pouzdana, tačna i reprezentativna za sliv i za pojavu koja se razmatra.

Nepouzdana i netačna merenja koja ne obuhvataju prirodno mogući opseg pojave, čak i za iskusne istraživače, predstavljaju nepremostiv problem koji doprinosi daljim greškama i pogrešnim procenama.

Statistička analiza ekstremnih proticaja je obavljena metodama pikova i godišnjih ekstrema. Primenom prve metode, koja je na bazi statističkih testova pokazala bolje prilagodjavanje uzorcima, procenjeni su proticaji za povratne periode od 2 do 50 godina i prikazani u Tabeli 5.1. za podsliv i u Tabeli 5.2. za sliv. Naglašava se da se ne mogu smatrati sasvim pouzdanim proticaji preko 20 godina povratnog perioda.

5.4 Analiza karakterističnih proticaja na slivu

5.4.1 Računski proticaji na osnovu računskih kiša

Simulacija proticaja na osnovu računskih kiša koje su dobijene u poglavlju 5.3.1, je obavljena primenom modela BEMUS, što predstavlja skraćenicu punog naziva: BEogradski Model Urbanih Slivova, koji je razvijen u Institutu za hidrotehniku Gradjevinskog fakulteta (Radojković, Maksimović, 1984). Pri simulaciji su korišćeni parametri modela koji su dobijeni kalibracijom na osnovu registrovanih podataka o padavinama i oticaju sa e.s. Miljakovac do 1986. godine (Radojković, Maksimović, 1986).

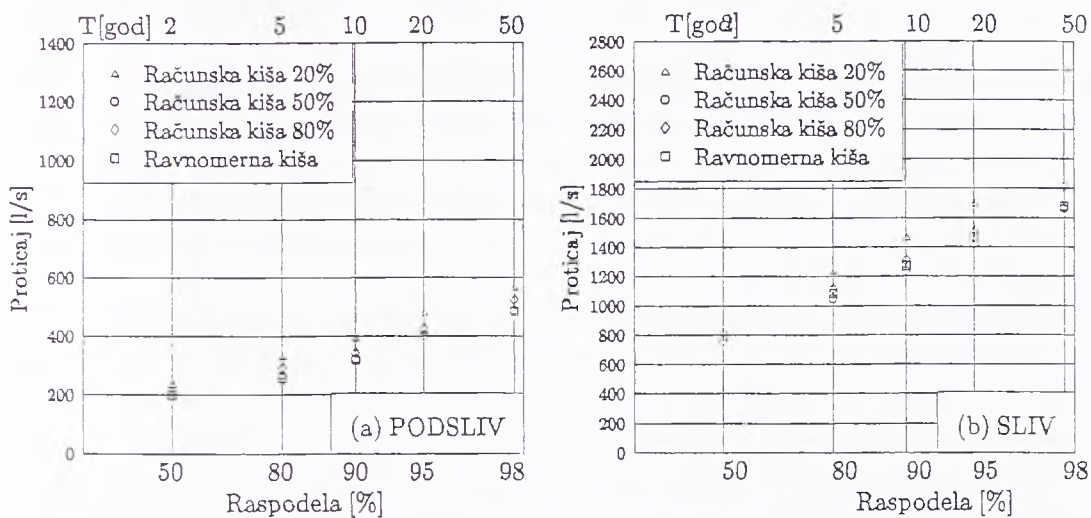
Korišćenjem računskih kiša povratnih perioda 2, 5, 10, 20 i 50 godina, i verovatnoće oblika 20%, 50% i 80%, kao i za ravnomernu kišu, dobijeni su proticaji odgovarajućih povratnih perioda i prikazani u Tabeli 5.1. za podsliv i 5.2. za sliv.

Na slikama 5.5 prikazane su vrednosti računskih proticaja za sliv i za podsliv prema sledećim oznakama: \triangle -20%, \circ -50%, \diamond -80% i \square za ravnomernu kišu.

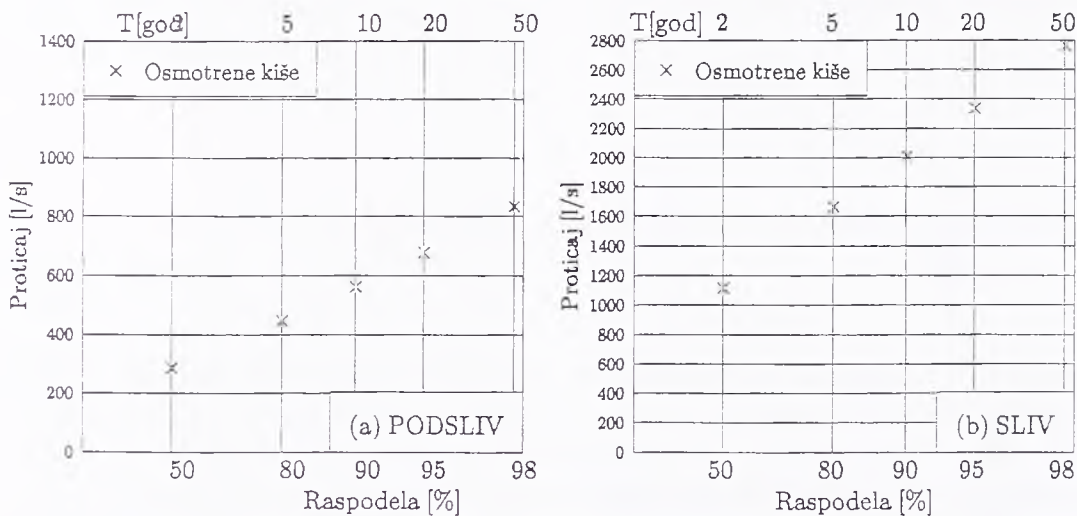
Na tim slikama se može videti da su najmanji proticaji na osnovu ravnomernih kiša a najveći na osnovu kiša verovatnoće oblika 20%. Izmedju tih dveju vrednosti se nalaze, i to po veličini redom proticaji na osnovu kiše 50% verovatnoće oblika pa onda 80% verovatnoće oblika.

Takodje treba uočiti da se odredjeni proticaji malo razlikuju za povratni period od 2 godine, ali su razlike značajne za povratni period od 20 godina.

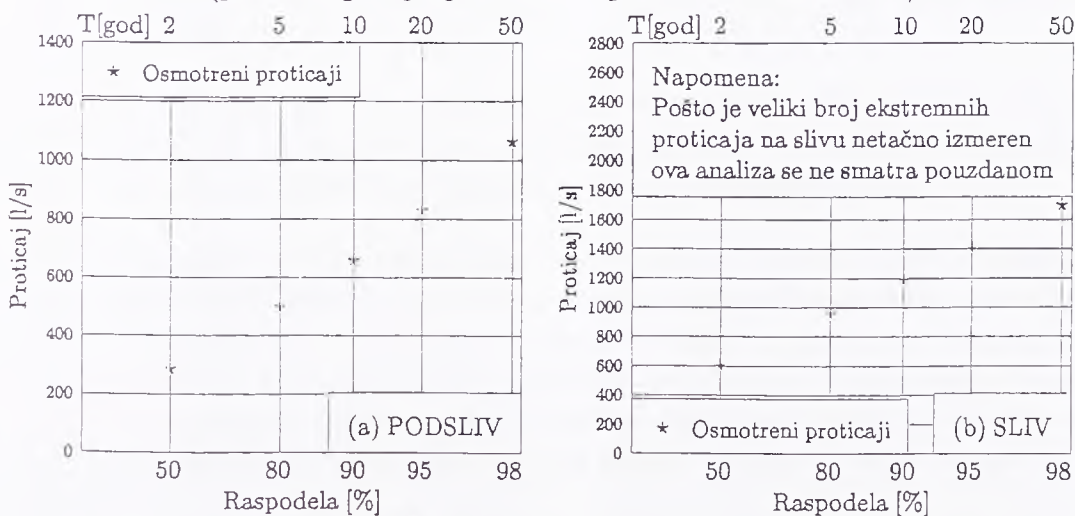
Eksperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd



Slika 5.5 Karakteristični proticaji na osnovu računskih kiša



Slika 5.6 Karakteristični proticaji na osnovu osmotrenih kiša (približnog trajanja 10min za podsliv i 20min za sliv)



Slika 5.7 Karakteristični proticaji na osnovu osmotrenih proticaja

5.4.2 Računski proticaji na osnovu osmotrenih kiša

Za analizu oticaja na osnovu osmotrenih (realnih) kiša uzete su sve raspoložive kiše veće od 1 mm ukupne visine. Potom su izdvojene, kontrolisane i sačuvane radi korišćenja za simulacije oticanja sa sliva i sa podsliva kiše koje traju oko 10 minuta radi analize oticaja sa podsliva i kiše koje traju oko 20 minuta za analizu oticaja sa sliva.

U Prilogu D.2. su dati proticaji na osnovu primene modela BEMUS korišćenjem po nekoliko najjačih kiša iz svake godine. Potom je primenjena metoda pikova na serije računskih proticaja; Despotović, Petrović, Vukmirović (1994, 1995). Vrednosti karakterističnih proticaja na slivu i na podslivu za povratne periode od 2 do 50 godina prikazane su na slikama 5.6.(a) za podsliv i 5.6.(b) za sliv. Vrednosti proticaja za 50 godina povratnog perioda moraju se uzeti sa rizikom zbog veoma kratkog perioda merenja. U tabelama 5.1. za podsliv i 5.2. za sliv su prikazane uporedne vrednosti maksimuma proticaja dobijenih primenom tri različita pristupa.

5.4.3 Karakteristični proticaji na osnovu merenja proticaja

Korišćeni su podaci o izmerenim proticajima na podslivu i na slivu, koji su dati u Prilogu D.1. Formirani su uzorci za primenu metode pikova, a dobijeni rezultati su prikazani na slikama 5.7. (a) - podsliva i 5.7. (b) - sliv. Kako je ranije istaknuto podaci o merenjima na podslivu se mogu tretirati kao pouzdani, dok se podaci i rezultati analize proticaja na slivu mogu prihvatiti sa velikom rezervom, mada su dati na slici 5.7.(b) zbog komentara koji će se dati kasnije.

U vrstama 5 i 6, u tabelama 5.1. za podsliv i 5.2. za sliv su date vrednosti proticaja na osnovu dve statističke analize, i to: uzorka izmerenih proticaja i uzorka simuliranih proticaja na osnovu osmotrenih kiša.

Sa slike 5.7.a se može videti da vrednost procenjenog proticaja povratnog perioda 50 godina na osnovu uzorka izmerenih proticaja iznosi 1070 l/s. Iz priloga D.1. se vidi da je na dan 28.8.1985. izmeren proticaj na podslivu od 1014 l/s, što znači da su merenjima na podslivu obuhvaćene i pojave koje se retko javljaju, odnosno da su merenja reprezentativna, iako statističke analize na bazi 11 godina podataka ipak dolaze u domen "nepouzdanih".

5.4.4 Uporedjenje dobijenih karakterističnih proticaja

Poredjenjem maksimalnih proticaja dobijenih primenom različitih metoda koji su prikazani na slici 5.8, mogu se izvući sledeći zaključci:

- Karakteristični proticaji na oba mesta (sliv i podsliv) dobijeni na osnovu osmotrenih kiša, dati simbolima \times na slici 5.8. su najveći; pored svake tačke je vrednost povratnog perioda u godinama.
- Potom se, po veličini redjaju proticaji na osnovu neravnomernih kiša verovatnoće oblika 20% pa proticaji na osnovu ravnomenih kiša.
- Posebno treba uočiti isprekidanu liniju koja predstavlja vezu simultano izmerenih proticaja na podslivu i na slivu. Medjutim, ostaje napomena da su simultana merenja u ograničenom domenu, i to na slivu do najviše oko 800 l/s a na podslivu oko 350 l/s što je reda veličine izmedju 2 i 5 godina povratnog perioda za proticaje na podslivu ali za proticaje oko 2 godine za sliv.
- Poredjenjem odgovarajućih proticaja usled osmotrenih i računskih kiša može se reći da osmotrene kiše realnije imitiraju uslove za formiranje površinskog oticanja, zbog adekvatnijeg rešenja zadržavanja (retenzioniranja) padavina i tečenja. U svojim radovima Arnel (1982), Adams sa sar. (1986), Desbordes (1978), navode da je glavni nedostatak računskih kiša definisanje merodavnog trajanja kiše (koje je jednako vremenu koncentracije na slivu), jer se pitanje ispunjavanja prirodnih retenzija na propusnim i nepropusnim terenima neadekvatno rešava.
- Za povratni period do 5 godina može se prihvatiti korišćenje računskih kiša neravnomernog intenziteta, ali je bolje koristiti osmotrene kiše, jer ipak postoje izvesna odstupanja.
- Za povratne periode od 10 i 20 godina korišćenje osmotrenih kiša se može prihvatiti. Korišćenje računskih kiša se ne može prihvatiti.

Tabela 5.1. Karakteristični proticaji u (l/s) na osnovu računskih kiša - redovi (1-4), osmotrenih kiša - red (5) i izmerenih proticaja - red (6) na podslivu Miljakovac 2, za period merenja 1982-92.

Postupak		Red	Povratni period (godina)				
			(2)	(5)	(10)	(20)	(50)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Račun- ske kiše	20%	(1)	239	336	395	482	568
	50%	(2)	199	269	324	401	489
	80%	(3)	214	294	344	425	525
	ravnom	(4)	200	259	320	402	482
Osmotrene		(5)	286	446	562	678	834
Izmer. prot.		(6)	285	497	659	829	1062

Tabela 5.2. Karakteristični proticaji u (l/s) na osnovu računskih kiša - redovi (1-4), osmotrenih kiša - red (5) na mernom mestu sliva Miljakovac 2, za period merenja 1982-92.

Postupak		Red	Povratni period (godina)				
			(2)	(5)	(10)	(20)	(50)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Račun- ske kiše	20%	(1)	826	1239	1471	1703	2021
	50%	(2)	762	1050	1235	1419	1667
	80%	(3)	815	1115	1309	1505	1819
	ravnom	(4)	794	1085	1271	1465	1680
Osmotrene		(5)	1115	1664	2007	2335	2761

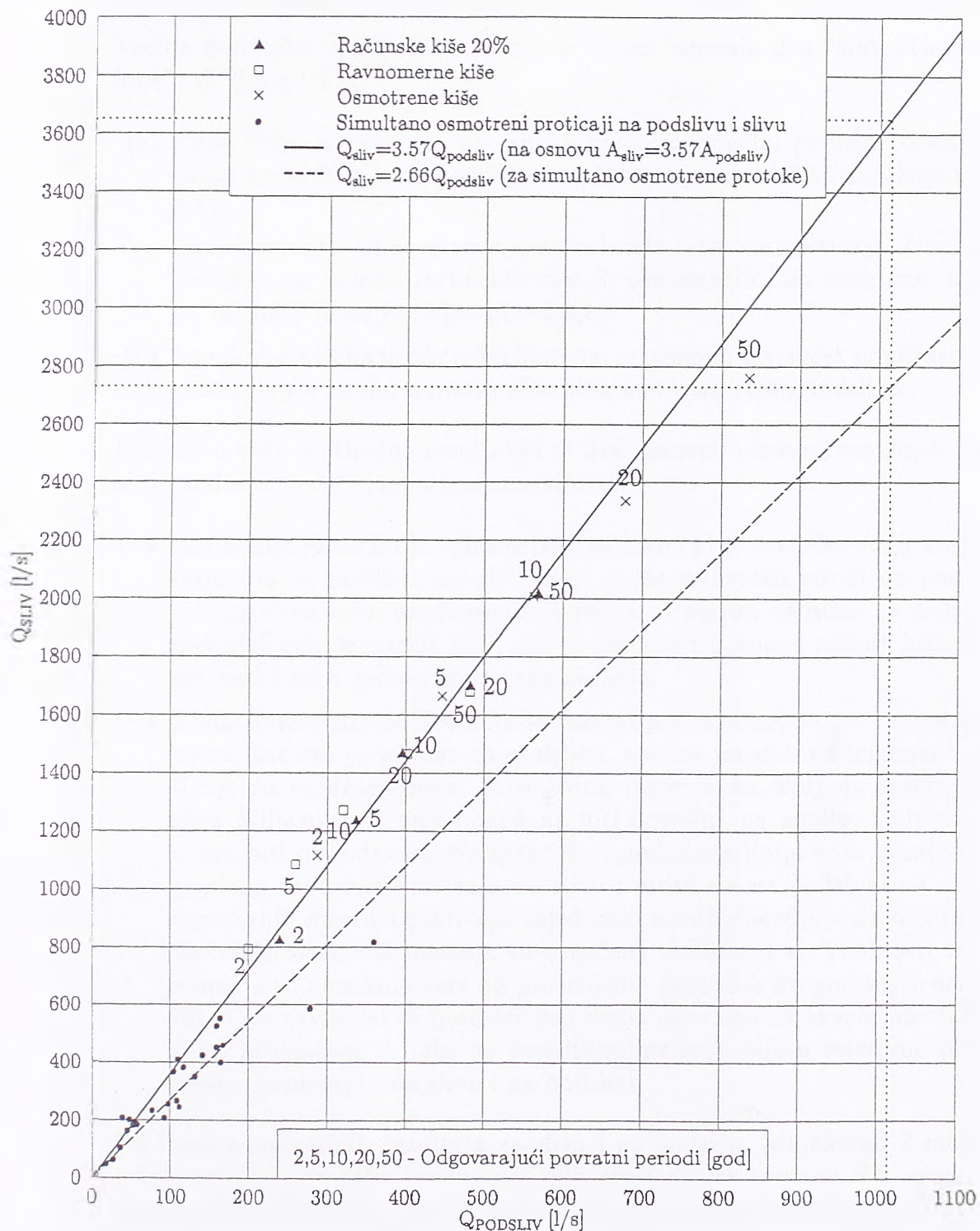
Za rezultate merenja na podslivu ostalo je značajno pitanje: zbog čega postoji razlika između karakterističnih proticaja na osnovu izmerenih proticaja i odgovarajućih proticaja na bazi osmotrenih kiša?

Mogući odgovor se verovatno krije u analizi infiltracije prvog dela padavina, odnosno zasićenosti tla prethodnim padavinama i manjoj poroznosti. Ovo pitanje je još izraženije kada se radi o retkim pojavama, tj. o kišama i oticajima male verovatnoće javljanja, što se delimično može objasniti opisom koji je dat u delu 5.1 a odnosi se na veoma strme propusne terene na podslivu.

Posebno se naglašava postojanje značajnih razlika karakterističnih proticaja na osnovu sledeće dve metode: osmotrenih kiša i računskih kiša. Najvećim delom te razlike potiču od efekata načina i proračuna zadržavanja vode na površini terena; Packman and Kidd, 1980.

Takodje je vrlo značajno zapaziti razlike između osmotrenih proticaja i simuliranih proticaja na bazi osmotrenih kiša na podslivu. Može se primetiti da se u suštini ova dva postupka razlikuju kao kontinualno modeliranje i metoda izolovanih kišnih događaja, gde kod ovog drugog prethodni uslovi ostaju neadekvatno opisani.

Ekperimentalni sliv Miljakovac 2, Beograd



Slika 5.8 Poredjenje karakterističnih proticaja odgovarajućih povratnih perioda na podslivu i na slivu, na osnovu tri metodologije opisane u poglavljima 2. i 5.

5.5 O korišćenju informacija o ekstremnim proticajima sa susednih ili bliskih slivova

Na slici 5.8 je dato poredjenje karakterističnih proticaja na slivu i na podslivu. Većina podataka opaženih proticaja se nalazi izmedju dve "sintetičke anvelope", tj. linije 1 i 2:

- (a) Puna linija je nacrtana na osnovu razmere izmedju površine celog sliva (koja iznosi 25.5 ha) i površine podsliva (koja iznosi 7.14 ha), koja iznosi 3.57;
Može se videti da se gotovo sve vrednosti računskih proticaja, bilo da su dobijene na osnovu računskih kiša ili osmotrenih kiša praktično nalaze na toj liniji ili neposredno pored nje.
- (b) Isprekidana linija predstavlja linearnu regresionu zavisnost simultano izmerenih proticaja na mernom mestu sliva i na mernom mestu podsliva.

Imajući u vidu prethodne rezultate i te dve, uslovno nazvane anvelope, mogu se formulisati sledeći preliminarni zaključci:

- Korišćenje samo linije opisane pod tačkom (a) za transfer odgovarajućih proticaja sa podsliva na sliv se ne može prihvatiti jer ni na podslivu niti na slivu osim za dvogodišnji povratni period ne može se prihvatiti metodologija računskih kiša, dok se procene na osnovu realnih kiša mogu prihvatiti do 5 godina povratnog perioda;
- Kada su merenja pojave koja se razmatra pouzdana, tačna i reprezentativna, kao što je primer na podslivu, analize na osnovu izmerenih proticaja su najdragocenije. Medjutim, merenja na mernom mestu celog sliva Miljakovac 2 nisu pouzdana niti dovoljna pa analize i procene ne mogu biti merodavne. Na slici 5.8. isprekidana linija koja označava regresionu zavisnost proticaja na slivu i proticaja na podslivu na osnovu simultanih merenja proticaja usled istih kišnih događaja na oba mesta. Takva istovremena merenja su označena simbolom •. Vrednosti takvih merenja su neznatno veće od procenjenih proticaja dvogodišnjeg perioda (2). Ova zavisnost se predlaže kao donja anvelope na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2, iako su simultana merenja bila u relativno malom opsegu proticaja i na slivu i na podslivu.

Na osnovu uporednih rezultata sa sliva i sa podsliva Miljakovac 2 može se zaključiti da je transfer karakterističnih proticaja sa sliva na sliv moguć ali uvek uz izvestan rizik. Takav transfer zahteva detaljnu analizu tla i drugih karakteristika na oba sliva radi ocene propusnosti površina na oba sliva zatim

analizu nagiba i kao najvažnije, analizu povezanosti nepropusnih površina na sistem kanalisanja kišnih voda.

Kada, na primer, treba odrediti odgovarajući proticaj na slivu na osnovu podataka sa podsliva, onda se korišćenjem linija koje su opisane i date na slici 5.8. mogu dobiti sledeće dve vrednosti proticaja:

- (a) očitavanjem sa isprekidane linije na osnovu proticaja na podslivu od 1017 l/s dobija se 2730 l/s;
- (b) na osnovu pune linije očitavanjem se dobija 3650 l/s.

Treba obratiti pažnju na vrednosti komentarisanih karakterističnih proticaja na slivu koji su dati na istoj slici, kako za računске tako i za osmotrene kiše.

5.6 Mogućnost korišćenja razvijene metodologije za adekvatnije procene prethodnih uslova

Uopšte uzevši nerealne procene merodavnih računskih proticaja, na osnovu osmotrenih kiša i pogotovu računskih hijetograma, rezultat su neadekvatnih procena početnih parametara infiltracije i površinskog retenzioniranja.

Treba se podsetiti da se kalibracija i verifikacija modela urbanog kišnog oticaja po pravilu obavljaju na bazi svih raspoloživih pouzdanih rezultata merenja kiše i proticaja radi dobijanja karakterističnih vrednosti parametara kojima se obavljaju simulacije podprocesa, npr. parametri infiltracije, poroznosti, retenzioni faktor itd. Medjutim, za potrebe projektovanja, u praksi se najčešće koriste samo događaji retkih povratnih perioda, od 2 do 100 godina, i to bez razmatranja početnih uslova vlažnosti na slivu.

Shodno tome modeliranje oticaja na osnovu računskih kiša ne može se bazirati na karakterističnim vrednostima parametara koje su dobijene procedurom za sve kiše: male, srednje i velike. Drugim rečima, kod simulacije događaja male verovatnoće, tj. proračuna proticaja male verovatnoće potrebno je prilagodjavanje vrednosti parametara. Autor ove disertacije smatra da je podešavanje početnih uslova na bazi prethodnih padavina jedan od najvažnijih koraka na tom putu.

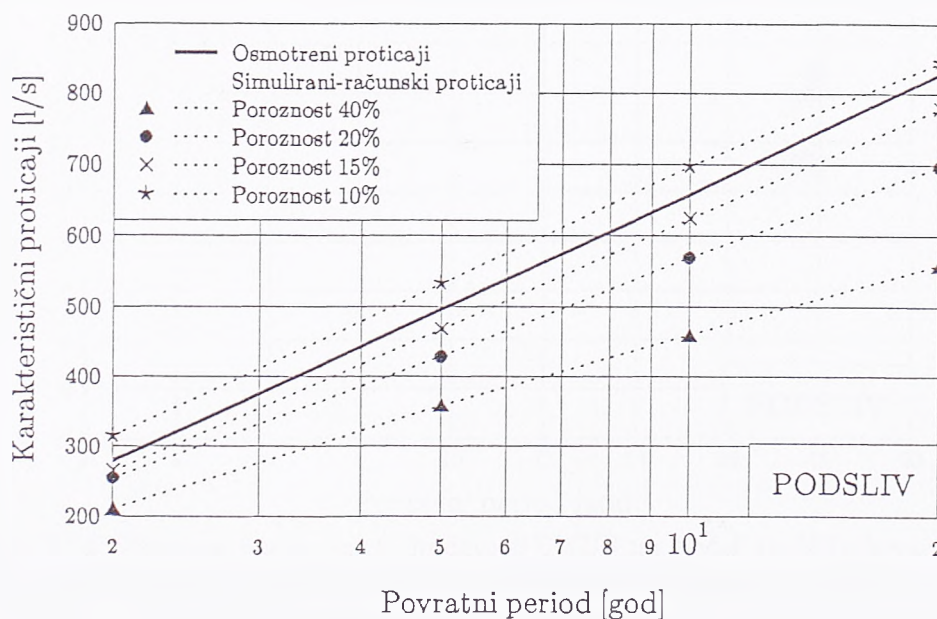
Uz pretpostavku da se oticanje kišnih voda može smatrati slučajnim procesom onda se i karakteristike kiše, npr. intenzitet, ukupna visina, broj kišnih dana itd, takodje mogu smatrati slučajnim promenljivim, a takodje i medjusobno nezavisnim. To praktično znači da se procenjene računске kiše i procene o prethodnim padavinama mogu smatrati medjusobno nezavisnim veličinama.

Na osnovu tih pretpostavki, primena dobijenih zavisnosti parametara i karakteristika procesa oticanja kišnih voda sastoji se od sledećih faza:

- Na bazi zadate verovatnoće odredi se trajanje kišnog perioda koji je prikazan na dijagramu 3.4.1.
- Za vrednost definisanog trajanja kišnog perioda, i za zadatu verovatnoću pojave odredi se ukupna visina padavina na osnovu odgovarajuće zavisnosti koje su na slikama 4.12.3.
- Na osnovu procena iz prva dva koraka odredjuju se parametri simulacionog modela oticaja koji uzima u obzir prethodne uslove vlažnosti zemljišta sliva.
- Uzevši istu verovatnoću kao kriterijum zatim se odrede karakteristične kiše (računske ili realne-osmotrene) za proračune merodavnih proticaja.

Procedura se preporučuje za procene merodavnih proticaja povratnih perioda od 5 ili više godina. Podseća se da je za povratne periode od 2 godine dobijena zadovoljavajuća pouzdanost u procenama merodavnih proticaja na osnovu neuniformnih računskih kiša. Procene merodavnih proticaja povratnog perioda 5 godina se mogu dobiti na osnovu osmotrenih kiša. Proračuni proticaja manje verovatnoće pojave, po mišljenju autora disertacije, ne smatraju se pouzdanim kada se koriste računске ili realne kiše bez analize prethodnih uslova, što je u skladu sa zaključcima do kojih je došao i Marsalek, 1986.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2 - Beograd. Period osmatranja: 1982-1992

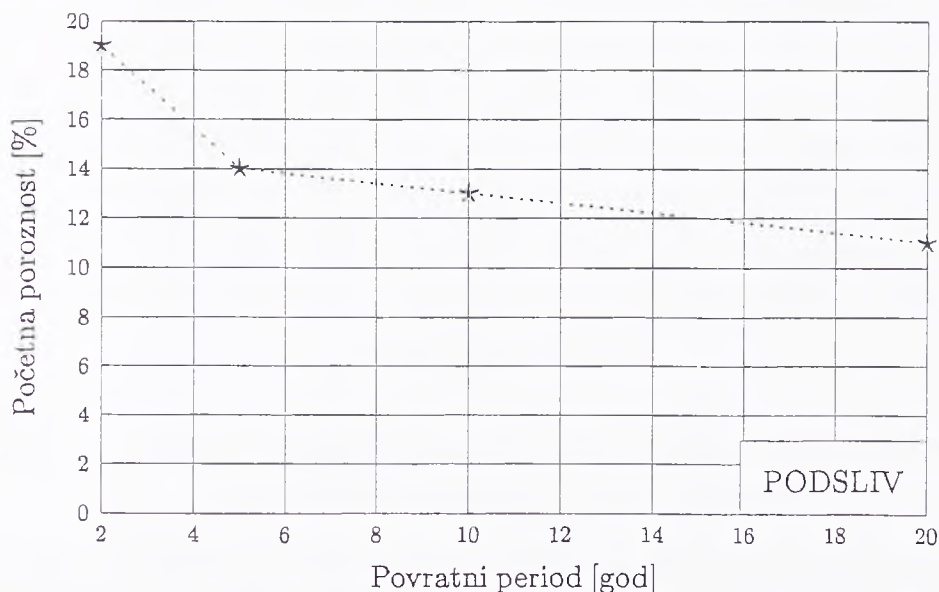


Slika 5.9. Karakteristični izračunati proticaji na podslivu Miljakovac 2 za različite vrednosti početne poroznosti (model BEMUS) i osmotreni proticaji

U modelu BEMUS jedan od parametara je početna poroznost koja najbolje opisuje prethodnu vlažnost. U fazi kalibracije modela karakteristična vrednost poroznosti za celokupni sliv Miljakovac 2 je ocenjena na 40%. Na slici 5.9. su prikazani proticaji koji su dobijeni na osnovu označenih vrednosti početne poroznosti, i to 10%, 15%, 20% i 40%, pored vrednosti karakterističnih proticaja na osnovu izmerenih proticaja. Na osnovu položaja krivih koje definišu različite vrednosti poroznosti može se zaključiti da parametar poroznosti za proticaje od 2 godine do 20 godina povratnog perioda ima vrednost između 19% i 11%, tj. umesto 40% treba uzeti navedene vrednosti za odgovarajuće simulacije. Proširivanje zaključka bi bilo da za još veće povratne periode nadalje treba smanjiti poroznost na 10%, što se može videti na slici 5.10. Međutim, nekoliko istraživača je već zaključilo da se ne može ići na poroznost manju od oko 10%; Marsalek (1986), Wisner et al (1988), odnosno da se daljim smanjenjem početne poroznosti ne mogu postići bolji rezultati.

Na slici 5.10 su dovedene u vezu početna poroznost i odgovarajući povratni periodi sa slike 5.9. Može se videti da između 10 godina i 20 godina vrednosti početne poroznosti sve blaže opadaju. Time se potvrđuje stav Marsaleka (1986) da se prilagodjavanjem samo parametra poroznosti pitanje približavanja računskih proticaja vrednostima koje su izmerene može rešiti do izvesne granice.

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2 - Beograd. Period osmatranja: 1982-1992

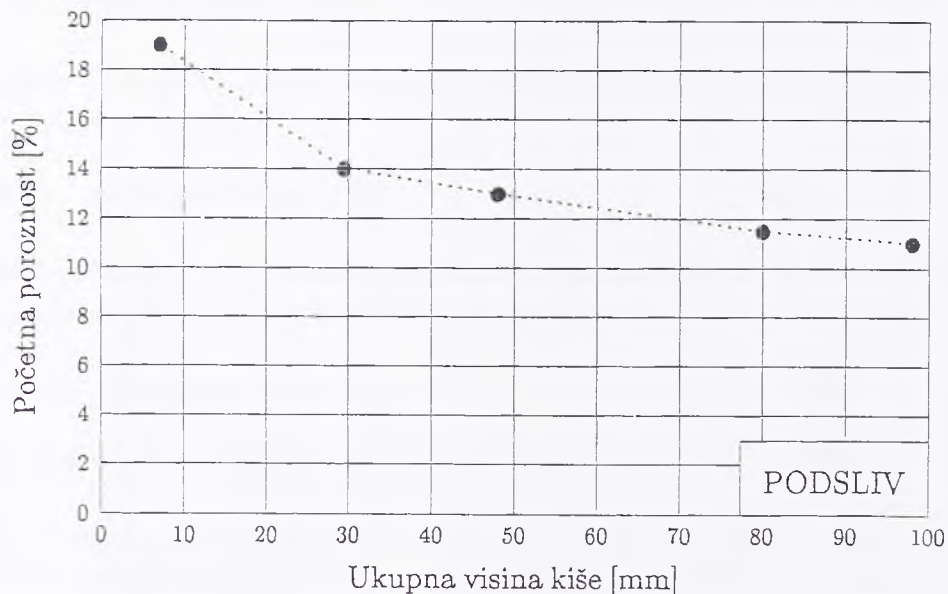


Slika 5.10. Početna poroznost u modelu BEMUS na podslivu Miljakovac 2 na osnovu vrednosti karakterističnih proticaja koji su jednaki osmotrenim proticajima: videti sliku 5.9

Na slici 5.11 se može videti da su dovedene u vezu početna poroznost i prethodne padavine sa odgovarajućim verovatnoćama javljanja. Smatra se da ovakva zavisnost može da posluži kao solidna osnova za procenu početne poroznosti radi modeliranja procesa oticaja i definisanja karakterističnih proticaja određenih poratnih perioda.

Ako se još jednom vratimo na ekstremni proticaj koji je izmeren na podslivu 28. avgusta 1985. od 1017 l/s, onda korišćenjem slike 5.7. (a) može da se očitati povratni period koji odgovara tom proticaju: on iznosi oko 45 godina. Imajući kompletnu proceduru koja je razvijena u vidu, sa Priloga D.1. se može očitati za 26, 27 i 28. avgust 1985, za tri dana, ukupno 79.8 mm. Korišćenjem raspodela ukupne visine kiše za period od tri dana na e.s. Miljakovac 2 sa slike 4.12.3. može se očitati verovatnoća pojave od oko 96.5 %, ili oko 40 godina povratnog perioda za navedenih 79.8 mm, što je praktično jednako povratnom periodu osmotrenog proticaja - napred rečeno 45 godina..

Eksperimentalni sliv Miljakovac 2 - Beograd. Period osmatranja: 1982-1992



Slika 5.11. Zavisnost početne poroznosti od ukupnih visina kiše na e.s. Miljakovac 2 za povratne periode 2, 5, 10, 20 i 50 godina

Predloženom procedurom se u stvari različiti parametri složenog modela procesa oticaja kišnih voda ujednačavaju u domenu verovatnoće čime se postiže značajno približavanje izračunatih vrednosti proticaja izmerenim vrednostima.

Na bazi tako korigovanih parametara modela mogu se mnogo realnije, tj. bliže prirodi, proceniti ekstremni proticaji određenih verovatnoća za potrebe proračuna i dimenzionisanja hidrotehničkih i drugih objekata.

Poglavlje 6

Zaključak i preporuke

Posmatraju se padavine kao slučajna pojava za koju se ne može sigurno reći ni kada će da se pojavi, niti koje će vrednosti - visine da bude. Na osnovu ukupnih padavina opisani su i ocenjeni uslovi za formiranje površinskog oticaja, na bazi uspostavljene složene metodologije kojom se pojava padavina praktično izučava pomoću dve analize osnovnih aspekata pojave, i to:

1. Javljanja padavina - kiše i trajanja perioda do pojave događaja, pod kojim se podrazumeva kiša, i
2. Veličine - visine padavina - kiše.

Javljanje padavina u vremenu je izučeno primenom Markovljevog modela obnavljanja, kojim su analizirane su sledeće promenljive:

1. Vreme do događaja - padavina;
2. Broj uzastopnih događaja - padavina.

Analiza vremena do događaja, kao i trajanje kišnih i sušnih perioda vremena bazirani su na Markovljevom modelu obnavljanja sa dva stanja, na bazi informacija o dnevnim padavinama. Model kojim se analizira trajanje perioda do pojave događaja - kiše i smenjivanje kišnih i sušnih perioda vremena ima sledeća četiri parametra:

1. verovatnoća a_1 javljanja kiše posle kiše;
2. verovatnoća a_2 javljanja suše posle suše;
3. parametar geometrijske raspodele za kišne periode p_1 ;
4. parametar geometrijske raspodele za sušne periode p_2 ;

Parametri modela se određuju simultano na osnovu informacija o pojavi kišnog ili sušnog dana kao i o promeni kiša / kiša, kiša / suša, suša / suša ili suša / kiša.

Primenom modela na dva uzorka dnevnih kiša, sa eksperimentalnog urbanog sliva Miljakovac 2 (period merenja 1982 - 92), i sa meteorološke stanice Vračar (period merenja 1972 - 92), u sezonama I: januar - april, II: maj - avgust i III: septembar - decembar, dobijene su verovatnoće trajanja sledećih promenljivih:

1. Perioda vremena do pojave događaja - kišnog dana, u danima.
2. Trajanja kišnog perioda, u danima.
3. Trajanja sušnog perioda, u danima.

Kao posebno interesantni sa aspekta formiranja površinskog oticaja kišnih voda, velikih voda i poplava, od nabrojanih rezultata, naglašavaju se raspodele trajanja kišnih perioda koje su prikazane na slikama 3.4.1. i 3.4.2.

Analiza broja događaja - kiša, koja je analizirana korišćenjem Markovljevog modela sa navedenim parametrima, i prosečnog intenziteta pojave kiše, rezultirala je proračunima uslovne verovatnoće pojave uzastopnih kišnih dana, što je od posebnog uticaja (i interesa) na pojavu površinskog oticaja. Na slikama 3.6.1. i 3.6.2. su dijagrami uslovne verovatnoće javljanja na e.s. Miljakovac 2 i k.s. Vračar i prosečni sezonski intenziteti pojave.

Rezultati analize broja događaja potvrdili su iskustvo da se tokom letnjih meseci kiša češće javlja (pada), ali da brzo i prestane: kišni periodi po pravilu traju dan ili dva. U drugim sezonama tokom godine važi suprotno: prosečni intenzitet pojave kiše je manji nego u letnjoj sezoni, jer se kiša u proseku redje javlja, ali kišni periodi traju više dana.

Veličina pojave padavina - visina kiše detaljno je izučavana u Poglavlju 4. po sledećim aspektima:

1. Broja pojava u vremenu, u zadatim periodima od 3, 5, 7 i 10 dana.
2. Broja promena visine kiše za 3, 4, 5, 7, 10, 15, 20 i 30 mm.
3. Trajanja prvog ciklusa vremena τ_1 .
4. Visine kiše ξ_1 u prvom ciklusu.
5. Ukupnih visina kiše u izolovanom kišnom periodu od 2, 3, 5, 7 dana.
6. Suma mesečnih padavina u letnjoj sezoni, za maj, juni, juli i avgust.
7. Ukupne visine kiše u vremenskom periodu od 2, 3, 5, 7 ili 10 dana.

Analiza broja kiša u periodima vremena od 2, 3, 5, 7 i 10 dana prikazana je na slikama 4.3. i 4.4. Empirijske raspodele sa prihvatljivim odstupanjima su aproksimirane Poisson-ovim zakonom koji ima jedan parametar - prosečni broj javljanja kiša, koji se može koristiti za dalje analize. Ova analiza je prvi korak izučavanja ukupne visine kiše u odgovarajućim periodima.

U okviru analize broja promena visine kiše za 3, 5, 7, 10, 15, 20 i 30 mm - videti slike 4.5. i 4.6 - je pokazano da se Poissonova raspodela (čiji je jedini parametar prosečni broj promena po visini), sasvim dobro prilagođava empirijskim raspodelama. Rezultati ove analize se takodje koriste za razmatranja ukupne visine kiše.

Razmatranje prvih ciklusa pojave koji su označeni τ_1 , i koji su opisani korišćenjem slice na na slici 4.2, završava se dijagramima na slikama 4.7.1. sa podacima sa e.s. Miljakovac 2, i 4.7.2. sa uzorcima sa k.s. Vračar. Može se konstatovati da je trajanje prvog ciklusa najkraće u letnjoj sezoni, na obe lokacije.

Sledeća analiza visine kiše tokom prvog ciklusa koja je označena kao ξ_1 , i prikazana shematski na slici 4.2, kao zaključne rezultate daje raspodele koje su prikazane na slikama 4.8.1. i 4.8.2. Na osnovu njih se može zaključiti da je tokom letnje sezone znatno veća visina kiše nego u drugim sezonama.

Ako se povežu rezultati analize trajanja ciklusa - τ_1 i odgovarajućih visina - ξ_1 , može se zaključiti da u letnjoj sezoni za kraće vreme trajanja ciklusa pada više kiše, i to na obe lokacije.

Kada su analizirani uzorci visine kiše u periodima od 2, 3, 5 i 7 kišnih dana, utvrdilo se da su uzorci od 5 i 7 kišnih dana kratki i da se zaključci i procene mogu uspostaviti samo na osnovu uzoraka perioda trajanja 2 i 3 dana.

Na osnovu rezultata analize raspodele mesečnih suma za maj, juli i avgust, te sume se mogu okarakterisati kao slične, osim za mesec juni jer se raspodela razlikuje od ostalih, kako na k.s. Vračar tako i na e.s. Miljakovac 2. Statistike mesečnih suma su poslužili za korekciju parametara složene raspodele ukupnih visina kiše.

Analiza ukupnih visina kiše u toku definisanih perioda od 2, 3, 5, 7 i 10 dana se zasniva na složenim analizama i funkcijama raspodele koje su definisane u delovima 4.1.6, 7 i 8.

Na slikama 4.11.5 i 4.11.6 data je serija svih parametara koji su korišćeni u modelu raspodele koje je izabrana.

Serija empirijskih raspodela uzoraka visine kiše sa e.s. Miljakovac 2 (period merenja od 1982. do 1992) je data na slici 4.12.1, dok su uzorci sa k.s. Vračar (na osnovu merenja iz perioda 1972 - 1992) dati na slici 4.13.1.

Na osnovu prve dve analize koje su ovde navedene, odnosno prosečnog broja javljanja kiša u vremenu i prosečnog broja promena visine kiša, izučavane su ukupne

visine kiše.

Na slikama 4.12.2 za uzorke sa Miljakovca 2 i na slikama 4.13.2. za uzorke sa k.s. Vračar date su aproksimacije empirijskih raspodela funkcijom raspodele $F_2(x_t)$, prema izrazu(4.86), uz vezu koja je data izrazom(4.92).

Prva korekcija vrednosti parametara koji su dobijeni kao rezultat dveju analiza, dakle korigovanog broja javljanja u vremenu i korigovanog broja promena visine kiše, izvršena je na osnovu veze teorijskih momenata ukupnih visina kiše i statistika odgovarajućih uzoraka visina kiše koji su dati izrazima (4.100) i (4.106) , tako su dobijeni rezultati 4.12.3. za uzorke sa e.s. Miljakovac 2, i 4.13.3. za uzorke sa k.s. Vračar.

Druga korekcija parametara na bazi statistika (srednje vrednosti i varijanse) uzoraka mesečnih suma, takodje su poslužile za proračune ukupnih visina kiše prema raspodeli $F_2(x_t)$. Rezultati su prikazani na slikama 4.12.4. za e.s. Miljakovac 2 i na slikama 4.13.4 za k.s. Vračar.

Kada se uporede odgovarajuće vrednosti, veće visine kiše na e.s. Miljakovac 2 nego na k.s. Vračar za manje verovatnoće pojave (5% i 10%), mogu da potiču zbog kratkog niza sa e.s. Miljakovac 2. Za veće verovatnoće pojave od 20% i 50% u dužim periodima vremena od 5, 7 i 10 dana na k.s. Vračar su procenjene veće ukupne visine kiše. Zbog dvostruko dužeg niza merenja na k.s. Vračar (21 godina) u odnosu na e.s. Miljakovac 2 (11 godina) rezultati sa Vračara se smatraju pouzdanijim.

Merenja padavina i oticaja na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 nedvosmisleno ukazuju na važnost i uticaj prethodnih uslova na slivu, koji su u disertaciji predstavljeni analizom ukupnih padavina, pri formiranju oticaja, pogotovu ekstremnih vrednosti; videti rezultate merenja u Prilogu D.1.

Sa druge strane, ako uporedimo karakteristične proticaje koji su dobijeni različitim postupcima na bazi računskih kiša, osmotrenih kiša a na podslivu i izmerenih proticaja, uočavamo sve suštinske razlike tri procedure, koje su opisane u Uvodu doktorata, kao i osnovne nedostatke metoda kojima se modeliraju proticaji.

Uzevši u obzir rezultate koji su postignuti u disertaciji, smatra se da je potrebno još jednom naglasiti da se ilustracija koja je data u poglavlju 5, prema proceduri koja sledi, izvesna preporuka za dalja istraživanja u ovoj oblasti radi očuvanja koncepta računске kiše sa analizom prethodnih uslova i karakteristika sliva koje utiču na pojavu oticaja:

1. Procena trajanja kišnog perioda određene verovatnoće modelom Markovljevog obnavljanja kiša, prema slikama 3.4.1. i 3.4.2.
2. Odredjivanja ukupne visine kiše za dati kišni period iste verovatnoće pojave, na osnovu rezultata koji su na slikama 4.12.3 ili 4.13.3,

3. Detaljno upoznavanje i proračun relevantnih karakteristika zemljišta na slivu, pre svega infiltracije, poroznosti i površinskog zadržavanja,
4. Karakterističnih računskih ili odgovarajućih osmotrenih kisa, omogućava realnije procene početnih uslova za formiranje površinskog oticanja kišnih voda, za pojavu velikih voda i poplava.

Na kraju, smatra se da se uspostavljanjem složenih modela slučajne pojave kiše i shodno tome slučajne pojave oticaja i poplava, koji će biti konsistentni u domenu verovatnoće, jer se u stvari radi o dogradjivanju modela računskih proticaja, može povećati i mogućnost da se velike vode i poplave bolje kontrolišu, a velike količine vode pri poplavama bolje iskorišćavaju za razne namene.

Poglavlje 7

Reference i literatura

7.1 Reference

7.1.1 Knjige i monografije

1. Arnel, V., (1982) Rainfall data for the design of sewer pipe systems, Chalmers University of Technology, Gotheborg
2. Bernier, J. (1970) Primjena teorije stohastičkih procesa u hidrologiji, Seminar "Primjena matematsko- statističkih metoda u hidrologiji" , broj 2, str. 45, Zagreb.
3. Cinclair, E. (1975) Introduction to Stochastic Processes, Prentice Hall, Eaglewood Cliffs, N.J.
4. Cox, D. R. (1967) Renewal Theory, Science Paperbacks and Methuen Co., Ltd., Gt. Britain, London
5. Cox, D. R., and P. A. Lewis (1978) The Statistical Analysis of Series of Events, Methuen, New York, N.Y.
6. Cox, D. R., and H. D. Miller (1977) The Theory of Stochastic Processes, Chapman and Hall Ltd., London
7. Despotović, J. (1984) Analiza kratkotrajnih jakih kiša za potrebe hidrotehnike, Magistarski rad, Gradjevinski fakultet, Beograd.
8. Despotović, J. (1986/7) Comparison of design storms with multy-event simulation, INTERHYMO/OTTHYMO 89, An International Model for Storm Water Management and Flood Control, P.W.A Inc., Ottawa, Ontario.
9. Despotović, J. (1988) Testiranje SCS metodologije i OTTHYMO modela za proračun oticaja usled kiše u gradskim uslovima korišćenjem podataka UDM

- baze, NIP "Razvoj hidrotehnike za potrebe komunalnih usluga, melioracija i energije", Građevinski fakultet, 1987-1988.
10. Despotović, J. (1989) Elementi odvodnjavanja puteva, Poglavlje u knjizi A. Cvetanovića: Projektovanje puteva, Naučna knjiga, Beograd.
 11. Eagleson, P. S. (1970) Dynamic Hydrology, McGraw-Hill, New York, N.Y.
 12. Feller, W. (1968) An Introduction to Probability Theory and Its Application, Vol.1: 3rd Ed., John Wiley
 13. Foufoula - Georgiou, E. (1985) Discrete - Time Point Process Models for Daily Rainfall, W.R. Series, Tech. Rep. No.93
 14. Grupa autora (1981-90) "Unapredjenje metoda analize i projektovanja sistema kanaliziranja kišnih voda na području grada Beograda", NI projekat, Građevinski fakultet, Beograd.
 15. Gumbel E. J. (1958) Statistics of Extremes, Columbia Univ. Press, New York, N.Y.
 16. Jovanović, S. (1965) Optimalni režim eksploatacije hidroelektrane sa akumulacionim basenom, doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd.
 17. Jovanović, S. (1977) Primena metoda matematičke statistike u hidrologiji, Građevinski fakultet, Beograd
 18. Mališić, J. (1990) Slučajni procesi, Naučna knjiga, Beograd
 19. Maksimović, J. Despotović, Z. Radić (1982) Eksperimentalni slivovi kišne kanalizacije u Beogradu - Miljakovac 2 i Blok 64: analiza, objekti, merenja, NIP "Unapredjenje metoda analize i projektovanja mreže i kolektora sistema za odvođenje površinskih voda na području grada Beograda", Građevinski fakultet, 1981-1985.
 20. Maksimović, Č. i J. Despotović (1988) Merenje padavina i točaja na eksperimentalnom slivu kišne kanalizacije Miljakovac 2 u Beogradu, u okviru NIP - a "Unapredjenje metoda analize i projektovanja objekata za odvodnjavanje površinskih voda", Građevinski fakultet, 1996-1998.
 21. Pokrajac, D. (1987) Model neustaljenog ravanskog strujanja vode u nezasićenoj i zasićenoj zoni zemljišta sa osvrtom na primenu u hidrotehničkim melioracijama, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd.
 22. RHMZ Srbije (1994) Pluviografske trake sa k.s. Miljakovac 1981-1991, Beograd.

23. RHMZ Srbije (1993), Zapisi na disketama o padavinama na Miljakovcu (1992-1993), Beograd.
24. SCS (Soil Conservation Service) (1986), Urban hydrology for small watersheds, Eng. Div., Tech. Release No 55, Washington, D.C.
25. Stamenković, N. (1897) O količini kiše i vode koju treba odvesti varoškim kanalima, Srpski tehnički glasnik, Beograd.
26. Stanić, M. (1994) Razvoj matematičkog modela kretanja vode u nezasićenoj sredini i njegova primena u odvodnjavanju i navodnjavanju, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd.
27. Todorović, P., and V. Yevdjević (1969) Stochastic Process of Precipitation, Hydrol. Paper, No. 35, Colo. State Univ., Ft. Collins
28. Todorović, P. i V. Vukmirović (1966) Matematičke teorije kretanja vučenog nanosa. Izveštaj za međunarodnu agenciju, Beč.
29. Vukmirović, V. (1966) Istražni radovi na Velikoj Moravi, III sveska, Proučavanje kretanja vučenog nanosa pomoću radioaktivnih obeleživača na Velikoj Moravi, Institut za vodoprivredu "Jaroslav Černi", Beograd.
30. Vukmirović, V. (1975) Analiza kretanja vučenog nanosa pomoću prekidnih slučajnih procesa, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd
31. Vukmirović, V. sa sar. (1978) Izučavanje procesa oticanja sa prirodnih slivnih površina, Naučno-istraživački projekat, Građevinski fakultet, Beograd
32. Vukmirović, V. i J. Despotović (1981) Analiza kratkotrajnih jakih kiša u Beogradu, NIP "Unapredjenje metoda analize i proračuna oticaja površinskih voda (kišnice) na području grada Beograda", Građevinski fakultet, 1980-1982.
33. Vukmirović, V. i J. Despotović (1983) Sezonska analiza kiša kratkog trajanja u Beogradu, GF Beograd.
34. Wilson, M. G. Dr (1987) Etude du Transport et de la dispersion des sediments en tant que Processus Aleatoires, These de doctorat d'etat es Sciences Physiques, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris.
35. Yen, D.C. (ed) (1989) Channel Flow and Catchment Runoff, Proc. of the Int. Conf. for Centennial of Manning's Formula and Kuichling's Rational Formula, Depth. of Civ. Eng., Univ. of Virginia,
36. Zelenhasić, E. (1970) Theoretical Probability Distributions for Flood Peaks, Hydrology Paps., No. 42, Colo. State Univ., Ft. Collins,.

7.1.2 Članci, referati

1. Adams, B.J., H.G. Fraser, C.D.D. Howard, and M.S. Hanafy (1986) Meteorological data analysis for drainage system design, *J. Envir. Eng.*, Vol.112(EE5), Oct., pp.827-848.
2. Adams, B.J. and C.D.D. Howard (1986) Design storm pathology, *Canadian Water Resour. Journal*, (?)
3. Alley, M W. and Veenhuis, E. J. (1982) Effective impervious area in runoff modeling, *J. Hydraul. Div.*, ASCE, Vol. 109, No. 2, Feb., pp. 313-319. PP. 17669.
4. Bernier, J. (1967) Portee et des methodes de prevision statistique, *Div. Hydrologie - C.R.E.C.*
5. Borgman, L. E. (1963) Risk criteria, *J. Water Ways and Harb. Div.*, ASCE, Vol.89(WW3), pp. 1-35.
6. Buishand, T. A. (1978) Some remarks on the use of daily rainfall models, *J. Hydrol.*, 36, 295-308.
7. Caskey, J.E., Jr. (1963) A Markov chain model for the probability of precipitation occurrence in intervals of various length, *Mon. Weath. Rev.*, Vol. 91, 289-301.
8. Chin, E. H. (1977) Modeling daily precipitation occurrence process with Markov chain, *Water Resour. Res.*, 13(6), 949-956.
9. Cunnane, C. (1979) A note on the Poisson assumption in partial duration series method, *Water Resour. Res.*, 15(2), 489-494.
10. Desbordes, M. (1978) Urban runoff and design storm modelling, *Int. Conf. "Urban Storm Drainage"*, Southampton,
11. Despotović, J. i V. Vukmirović (1982) Programi za računare primene metode analize ekstrema pomoću prekidnih slučajnih procesa, GF Beograd.
12. Despotović, J. and P. Wisner (1987) Comparison of peak flows simulated with real rainfalls and with design storms, *IV International Conference on Urban Storm Drainage*, Lausanne
13. Despotović, J., and P. Wisner (1988) Statistical analysis of real storms, and implications for the assessment of a past flooding event, *Int. Conf. on Urb. Hydrology and Mun. Eng.*, Markham, Ontario, Canada.

14. Despotović, J. i Č. Maksimović (1987) Merenje padavina i oticaja na e.s. kišne kanalizacije Miljakovac 2 u Beogradu, Specijalistički kurs "Savremene metode analize i projektovanja sistema kišne kanalizacije", Energoprojekt, Beograd.
15. Despotović, J. (1993) Compound design storm concept for rainfall runoff analysis, VI Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Niagara Falls, Canada.
16. Despotović, J. i J. Petrović, V. Vukmirović. (1994) Some considerations of urban drainage design practice using experimental data, Int. Conf. "Closing the Gap between theory and practice", St. Moritz, Swiss.
17. Despotović, J. (1994) Experimental urban drainage catchment Miljakovac 2 in Belgrade, Invited lecture, Environment Canada, Toronto, Ont.
18. Despotović, J., J. Petrović, V. Vukmirović (1994) Razmatranje merodavnih kiša za projektovanje sistema kišne kanalizacije sa eksperimentalnim podacima, 11. Savetovanje hidrauličara i hidrologa, Beograd.
19. Eagleson, P. S. (1972) Dynamics of flood frequency, *Water Resour. Res.*, 3(4), 878-898.
20. Foufoula - Georgiou, E., and P. Guttorp (1986) Compatibility of continuous rainfall occurrence models with discrete rainfall observations, *Water Resour. Res.*, 22(8), 1316-1322.
21. Foufoula - Georgiou, E., and D. P. Lettenmaier (1986) Continuous-time versus discrete-time point process models for daily rainfalls, *Water Resour. Res.*, 22(4), 531-542.
22. Foufoula - Georgiou, E., and D. P. Lettenmaier (1987) A Markov Renewal model for rainfall occurrences, *Water Resour. Res.*, 23(5), 875-884.
23. Foufoula - Georgiou, E., and T. T. Georgiou (1987) Interpolation of binary series based on discrete-time Markov chain models, *Water Resour. Res.*, 23(3), 515-518.
24. Gabriel, K.R. (1959) The distribution of the number of successes in a sequence of dependent trials, *Biometrika*, Vol.96.
25. Gabriel, K.R., and J. Neumann (1957) On a distribution of weather cycles by lengths, *Quat. J. R. Met. Soc.*, 83, 375-380.
26. Gabriel, K.R., and J. Neumann (1963) A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv, *Month. Weath. Rev.*,
27. Green, J.R. (1964) A model for rainfall occurrence, *J. R. Stat. Soc., B*, Vol.26, 345-353.

28. Gupta, V. K., and L. Duckstein (1975) A stochastic analysis of extreme droughts, *Water Resour. Res.*, 11(2), 221-228.
29. Guttorp, P. (1986) On binary time series obtained from continuous point processes describing rainfall, *Water Resour. Res.*, 22(6), 897-904.
30. Huff, F. A. (1967) Time distribution of rainfall in heavy storms, *Water Res. Research*, 3, No.4, 1007-1019.
31. IRTCUD (1993) BEMUS 1.11, Priručnik za korišćenje programa, Gradjevinski fakultet, Beograd.
32. Kavvas, M. L., and Delleur, J. W. (1981) A stochastic cluster model of daily rainfall sequences, *Water Resour. Res.*, 17(4), 1151-1160.
33. Kavvas, M. L., and Herd, K. R. (1985) A radar-based stochastic model for short-time-increment rainfall, *Water Resour. Res.*, 21(9), 1437-1455.
34. Keifer, J. and CHU, H. H. (1957) Synthetic storm pattern for drainage design, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 83, No. HY4, Aug. pp. 1-25.
35. LeCam, L. (1961) A Stochastic description of precipitation, at the Fourth Berkeley Symposium on Math., Stat., and Probability Proceed., Ed. By. J. Neyman, Univ. of Calif., Berkeley.
36. Maksimović, Č. i Despotović, J., P. Trišić, M. Simić (1986) Accuracy and reliability of rainfall and runoff measurements, UDM 86, Dubrovnik, Yugoslavia.
37. Marsalek, J. (1984) Urban runoff peak frequency curves, *Nordic Hydrology* 15, 85-102.
38. Neyman, J. E., and E. L. Scott (1958) A statistical approach to problems of cosmology, *J. R. Stat. Soc., Ser. B*, 20, 1-43.
39. Nguyen, V.T. (1984) A stochastic description of temporal daily rainfall patterns, *Can. J. Civ. Eng.*, 11(2), 234- 238.
40. Packman, J. and C.H.R. Kidd (1980) A logical approach to the design storm concept, *Water Resour. Res.*, 16(6):994-1000.
41. Petrović, J. (1994) Izveštaj o inventaru podataka merenja padavina i oticaja na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u periodu 1984-1991, Gradjevinski fakultet, Interni izveštaj.
42. Petrović. J. i J. Despotović (1995) Povratni periodi merodavnih proticaja i projektovanje sistema kišne kanalizacije, Savetovanje "Otpadne vode i ostali otpadi", Vrnjačka Banja.

43. Pilgrim, D. H. and Cordery, I. (1975) Rainfall temporal patterns for design floods, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vpl. 101, No. HY1, Jan. pp. 81-95.
44. Radojković, M. and Č. Maksimović (1984) Development, testing and application of Belgrade Urban Drainage Model, 3 ICSUDm Goteborg, Vol. 4, pp. 1431-1443.
45. Rosbjerg, D. (1985) Estimation in partial duration series with independent and dependent peak values, *J. Hydrol.*, 76: 183-195.
46. Shane, R. M., and Lynn, W. R. (1964) Mathematical model for flood risk evaluation, *J. Hydraul. Div., ASCE*, Vol.90 (HY6), PP. 4119, November, pp. 1-120.
47. Smith, J. (1987) Statistical modeling of daily rainfall occurrences, *Water Resour. Res.*, 23(5), 885-893.
48. Smith, J., and A. Karr (1983) A point process model of summer season rainfall occurrences, *Water Resour. Res.*, 19(1) 95-103.
49. Smith, R. H., and H. A. Schreiber (1973) Point process of seasonal thunderstorm rainfall: Distribution of rainfall events, *Water Resour. Res.*, 9(4), 871-884.
50. Stern, R. D., and R. Coe (1984) A model fitting analysis of rainfall data (with discussion), *J. R. Stat. Soc., A*, 147, Part 1: 1-34.
51. Todorović, P. (1970) A stochastic model of longitudinal diffusion in porous media, *Water Resour. Res.*, 8-1, Vol., No.1, pp. 211-222.
52. Todorović, P. (1970) On some problems involving random number of random variables, *Ann. Math. Stat.*, 41(3), pp. 1059-1063.
53. Todorović, P. (1978) Stochastic models of floods, *Water Resour. Res.*, 14(3), 345-356.
54. Todorović, P., and D. A. Woolhiser (1972) On the time when the extreme flood occurs, *Water Resour. Res.*, 8(6), pp. 1433-1438.
55. Todorović, P., and D. A. Woolhiser (1974) Stochastic model of daily rainfalls, *USDA Misc. Publ., U.S. Dept. Agric.* 1275, 232-246
56. Todorović, P., and D. A. Woolhiser (1975) A stochastic model of n-day precipitation, *J. Appl. Meteor.*, 14(), 17-24.

57. Todorović, P., and D. A. Woolhiser (1976) Stochastic structure of the local pattern of precipitation, in *Stoch. Approaches to Water Resour.*, Vol.2, Ed. H. W. Shen, Colo. St. Univ., Ft. Collins, COLO.
58. Vere-Jones, D. (1968) Stochastic models for earthquake occurrence, *J. R. Stat. Soc., B*, 32, 1-62.
59. Vukmirović, V. sa sar. (1978) Izučavanje procesa oticaja sa prirodnih slivnih površina, NIProjekt, Izveštaj za 1977. godinu, Gradjevinski fakultet, Beograd.
60. Vukmirović, V. (1988) Modelisanje kiše pomoću slučajnih prekidnih procesa, *Vodoprivreda* 20, 116 (1988/6), str. 307-315.
61. Vukmirović, V. and J. Despotović (1984) Statistical methods of storm analysis, *Water Sci. Tech. Publ.*, Vol. 16, pp. 85-92, Copenhagen.
62. Vukmirović, V. i J. Despotović (1986) Osnovne faze obrade jakih kiša kratkog trajanja, *Vodoprivreda* 18, 100-101 (1986/2-3), str. 89-93.
63. Watt, W.E. et al. (1985) A 1-hour design storm in Canada, 7th Hydrotechnical Conference, Saskatoon.
64. Waymire, E. (1985) Scaling limits and self-similarity in precipitation fields, *Water Resour. Res.*, 21(8), 1271- 1281.
65. Waymire, E. C., and V. K. Gupta (1981) The mathematical structure of rainfall representations, *Water Resour. Res.*, 17(5): 1: A review of the stochastic rainfall models, 1261-1272
66. Ibidem, 2: A review of the theory of point processes, 1273-1285
67. Ibidem, 3: Some applications of the point process theory to rainfall processes, 1287-1294
68. Wisner, E. H. (1965) Modified Markov probability models of sequences of precipitation events, *Mon. Weath. Rev.*, 93, 511-516.
69. Wisner, P. i J. Despotović (1991) Testiranje SCS metodologije i NASHYD - OTTHYMO modela za proračun oticaja kišnih voda sa gradskih slivova korišćenjem podataka o padavinama i oticaju iz medjunarodne baza podataka - UDM Data Base, *Vodoprivreda* 23, 129-130 (1991/12), str. 47-53.
70. Woolhiser, D. A., and J. Roldan (1982) Stochastic daily precipitation models, *Water Resour. Res.*, 18(5): 1: A comparison of occurrence processes, 1451-1459.

71. Yen, B. C. and Chow, V. T. (1980) Design hyetographs for small drainage structures, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol. 106, No. HY6, June, pp. 1055-1075.
72. Yevjević, V. (1987) Stochastic models in hydrology, *Stoch. Hydraul. Hydrol.*, 1, 17-36.
73. Yevjevic, V. and T.G.J Dyer (1983) Basic structure of daily precipitation series, *J. of Hydrol.*, 64, 49-67.

7.2 Literatura

7.2.1 Knjige i monografije

1. AGU (1986) Trends and Directions in Hydrology, *Water Resources Research*, Vol.22, No. 9.
2. AGU (1987) Rainfall Fields: Estimation, Analysis, and Prediction, *J. of Geoph. Res.*, Vol.92, No.D8
3. Arnold, V.I. (1986) *Catastrophe Theory*, Springer - Verlag, Berlin
4. Bonacci, O. (1975) Analiza procesa, Seminar o obradi hidroloških podataka, Izola
5. Box, G. E. P., and G. Jenkins (1976) *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*, Rev. ed., Holden-Day, San Francisco, CA.
6. Brillinger, D. R. (1981) *Time Series: Data Analysis and Theory*, exp.ed., Holden-Day, San Francisco, CA
7. Burges, S. J. (Ed.) (1986) Trends and Directions in Hydrology, AGU, Vol.22, No.9.
8. Burlando, P. (1990) Rainfall Extremes: Analysis, Modelling and Prediction, Lecture notes, Istituto di idraulica, Politecnico di Milano, Milan
9. Chow, W. T. (1964) *Handbook of Applied Hydrology*, Mc. Graw Hill, New York, N.Y.
10. Chung, K. L. (1974) *A Course in Probability Theory*, 2nd Ed., Academic Press, New York, N.Y.
11. Cramer, H. (1965) *Stationary and Related Processes*, John Wiley Sons, Inc., New York, N.Y.

12. Despotović, J. (1990) Urban Stormwater Drainage, Inter. Cours on Water Res. Eng., Inst. J. Černi, Beograd.
13. Despotović, J. (1994) O problemima i principima kanaliziranja kišnih voda, Gradjevinski kalendar 1994/95, SITJ, Beograd.
14. Feller, W. (1971) An Introduction to Probability Theory and Its Application, Vol.2: 2nd Ed., John Wiley
15. Gnedenko, B. (1988) The Theory of Probability, MIR Publishers, Moscow
16. Hann, G. J., and Shapiro, S. S. (1967) Statistical Models in Engineering, John Wiley & Sons, Inc., New York
17. Hann, G. J. (1982) Statistical Methods in Hydrology, Iowa State Univ. Press.,
18. Hilderband, F. B. (1976) Advanced Calculus for Applications, 2nd ed., Prentice-Hall, Inc., pp. 53-92.
19. Jovanović, S. (1970) Primena lanaca Markova kod izučavanja verovatnoće stanja akumulacionog basena, skripta, Gradjevinski fakultet, Beograd.
20. Karlin, S. (1966) A First Course in Stochastic Processes, Academic Press, New York, N.Y.
21. Kite, G. H. (1977) Frequency and Risk Analysis, Water Resour. Public., Fort Collins, Colo.
22. Lindsley, R. K., A. M. Kohler and J. L. H. Paulhus (1982) Hydrology for Engineers, Mac Graw - Hill, Inc. New York, N.Y.
23. Mališić, J. i V. Jevremović (1991) Statistička analiza i slučajni procesi, Naučna knjiga, Beograd
24. Matalas, N. C. (1970) Stohastički procesi, ibidem, broj 2, str. 130.
25. Medhi, J. (1982) Stochastic Processes, Wiley Eastern Ltd., New Delhi
26. Milosavljević, K. (1952) Intenziteti pljuskova u Beogradu, Vrnjačkoj banji i Prilepu, SANU, Posebna izdanja, knjiga CXCIV, Hidrotehnički institut, knjiga 1, Beograd.
27. Papulis, A.(1983) Probability, Random Variables and Stochastic Processes, 2nd ed., McGraw-Hill, New York
28. Rodda, J. C., Downing ,R. A.and Law, F. M. (1976) Systematic Hydrology, Butterworth

29. Shen, H. W.(Ed.) (1976) Stochastic Approach to Water Resources, Colo. State Univ., Ft. Collins, Colorado
30. Teasombut, V. and Yevjević, V. (1978) Use of partial Flood Series for Estimating Distribution of maximum Annual Flood Peak, Hydrology Paper, No. 97, Colo. State Univ., Ft. Collins, Colo.
31. Tomanović, A. (1990) Urban Storm Water Quality, Report of Dept. of Water Res. Eng., Lund Institute of Tech., Lund Institute, Sweden
32. Tomanović, A. (1994) Modeliranje kvaliteta kišnog oticaja sa asfaltnih površina na bazi terenskih merenja. Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd.
33. Vukmirović, V. (1972) Difuzione metode proučavanja kretanja vučenog nanosa, Univerzitet u Beogradu, Beograd.
34. Vukmirović, V. (1990) Verovatnoća pojave hidrometeorološke veličine, Građevinski fakultet i Naučna knjiga, Beograd
35. Vukmirović, V, J. Despotović, Z. Radić (1985) Analiza intenziteta pljuskova i sezonska analiza kiša kratkog trajanja, NIP "Unapredjenje metoda korišćenja i zaštite voda u SR Srbiji", GF Beograd.
36. White, J.B. (1970) Primjena teorije vjerovatnosti i stohastičkih metoda na regulaciju vodotoka pomoću akumulacija, Seminar "Primjena matematsko-statističkih metoda u hidrologiji", broj 3
37. WMO (1969) Manual for Depth - Area - Duration Analysis of Storm Precipitation, No. 237, TP. 129, Geneve.
38. WMO (1981) Selection of Distribution Types for Extremes of Precipitation, No. 560, Geneve.
39. WMO (1973) Manual for Estimation of Probable Maximum Precipitation, No. 332, Geneve.

7.2.2 Članci, referati

1. Adamowski, K., and A. F. Smith (1972) Stochastic generation of rainfall, J. Hydraul. Div., ASCE, 98(11), 1935-1945.
2. AGU - Committee on precipitation (1984) A New Interdisciplinary Focus on Precipitation Research, EOS Trans. AGU, 65(23), 377-380.
3. Alexander, K. (1981) Determination of rainfall duration statistics for rain-out models from daily records, Water Resour. Res., 17(2), 521-528.

4. Bartlett, M. S. (1963) The spectral analysis of point process, *J. R. Stat. Soc., Ser. B*, 25, 264-296.
5. Borgman, L. E. (1963) Risk criteria, *J. Water Ways and Harb. Div., ASCE*, Vol.89(WW3), pp. 1-35.
6. Bradsley, W. E. (1979) Note on the distribution function of flood maxima for random sample size, *J. Hydrol.*, 42, 187-193.
7. Bradsley, W. E. (1979) Note on the application of classical extreme value theory to flood data, *J. Hydrol.*, 42, 195-198.
8. Butler, S. S. (1977) Overland - flow travel time versus Raynolds number, *J. of Hydrology*, Vol 32, pp. 175- 182.
9. Carey, D. I., and C. T. Haan (1978) Markov process for simulating daily point rainfall, *J. Hydr. Div., ASCE*, 104(IR1), 111-125.
10. Cervantes, J. E., M. L. Kavvas, and J. W. Delleur (1983) A cluster model for flood analysis, *Water Resour. Res.*, 19(1), 209-224.
11. Cordova, R. J., i R. L. Bras (1981) Physically based probabilistic models of infiltration, soil moisture, and actual evapotranspiration, *Water Res. Resour.*, 17(1), 93-106.
12. Cordova, R. J., and I. Rodriques - Iturbe (1985) On the probabilistic structure of storm surface runoff, *Water Res. Resour.*, 21(5), 755-763
13. Chien, J. - S., and Sarikelle, S. (1976) Synthetic design hyetograph and rational runoff coefficients, *Jour. of Irr. and Drain. Div.*, Vol. 102, No.IR3, Sept., pp. 307-315.
14. Cho, H. R. (1985) Stochastic dynamics of precipitation; An example, *Water Resour. Res.*, 21(8), 1225-1233.
15. Coe, R., and R. D. Stern (1982) Fitting models to daily rainfall, *J. Appl. Met.*, 12(7), 1024-1031.
16. Corotis, R.B. (1976) Stochastic considerations in thunderstorm modelling, *J. Hydraul. Div., ASCE*, 102(HY7), 856-878.
17. Creutin, J. D., and C. Obled (1982) Objective analysis and mapping techniques for rainfall fields: An objective comparison, *Water Resour. Res.*, 18(2), 413-431.

18. Desbordes, M. and Servat, E. (1984) Solids in urban runoff statistical analysis of French experimental data, Proc. of the Third Inter. Conf. on Urban Storm Drainage, Chalmers Univ. of Technology, Gotheborg.
19. Despotović, J. i V. Vukmirović (1991) Statistička analiza kratkotrajnih jakih kiša na Aerodromu Beograd, Saopštenja "Vodovod i kanalizacija 91", Beograd.
20. Downland, H., and E. Mohn (1978) An analysis of precipitation data from Birkenes (in Norway), Tech. Rep. TN 17/75, SNSF Project, Norway.
21. Duckstein, L., M.M. Fogel, and C.C. Kisiel (1972) A Stochastic model of rainfall producing runoff for summer type storms, Water Resour. Res., 8(2), 410-421.
22. Djordjević, N. (1977) Intenziteti kiša u Beogradu, Vodoprivreda, broj 47
23. Djordjević, N. (1979) Intenziteti kiša u Beogradu, Vodoprivreda, broj 57
24. Eagleson, P. S. (1978) Climate, Soil, and Vegetation, 2, The distribution of annual precipitation derived from observed storm sequences, Water Resour. Res., 14(5), 713-721.
25. Eagleson, P. S. (1984) The distribution of catchment coverage by stationary rainstorms, Water Resour. Res., 20(5), 581-590.
26. Eagleson, P. S., and Qinliang, W. (1985) Moments of catchment storm area, Water Resour. Res., 21(8), 1185- 1194.
27. Enteknabi, D., I. Rodrigez-Iturbe, and P.S. Eagleson (1984) Probabilistic representation of the temporal rainfall process by a modified Neyman-Scott rectangular pulses model: Parameter estimation and validation, Water Resour. Res., 25(2), 295-302.
28. Feyerham A. M., and L.D. Bark (1967) Goodness of fit of a Markov chain model for sequences of wet and dry days, J. Appl. Meteor., Vol.6, 770-773.
29. Galloy, E., A. Le Breton, and S. Martin (1989) A model for weather cycles based on daily rainfall occurrence, Springer-Verlag, Berlin
30. Gupta, V. K., L. Duckstein, and R. W. Peebles (1976) On the joint distribution of the largest flood and its time of occurrence, Water Resour. Res., 12(2), 295-304.
31. Guttorp, P. (1988) Analysis of event-based precipitation data with a view toward modeling, Water Resour. Res., 24(1), 35-43.
32. Guttorp, P., and M. L. Thompson (1989) Nonparametric estimation of intensities for sampled counting processes, J. R. Stat. Soc.,B.

33. Hann, C. T., D. M. Allen, and J. O. Street (1976) A Markov chain model of daily rainfall, *Water Resour. Res.*, 12(3), 443-449.
34. Harremoes, P. (1986) Interaction between quantity and quality models for urban storm drainage, *Proc. of the Inter. Symp. on Comparison of Urban Drainage Models with Real Catchment Data - UDM '86, Dubrovnik, Yugoslavia.*
35. Hershenhorn, J., and D. A. Woolhiser (1987) Disaggregation of daily rainfall, *J. Hydrol.*, 895, 299-322.
36. Hershfield, D. M. (1961) Estimating the probable maximum precipitation, *J. Hydr. Div., ASCE*, Vol 87, No. HY5, Sept.
37. Hershfield, D. M. (1981) The magnitude of the hydrological frequency factor in maximum rainfall estimation, *Hydrol. Sci. Bull.*, 26, 2.
38. Hemaïn, J.C. (1981) Statistical analysis of Runoff quality data from French and US.Catchments, *Proc. of the second Inter. Conference on Urban Storm Drainage, Univ. of Illinois, Urbana, U.S.A.* 48. Hashino, M. (1985) Formulation of the joint return period of two hydrologic variables associated with a Poisson process, *J. Hydrosoci. Hydr. Eng.*, Vol.3(2), 73-84.
39. Hershfield, D.M. (1970) A comparison of conditional and unconditional probabilities for wet-wet and dry-dry sequence, *Mon. Weath. Rev.*
40. Hjelmfelt, T. A. (1981) Overland flow from time - distributed rainfall, *J. Hydraul. Div., ASCE*, Vol 107, No. HY2, Feb., pp. 227-238, PP 16060
41. Hoel, P.G. (1974) A test for Markov chains
42. Howard, C.D.D. (1976) Theory of storage and treatment - plant overflows, *J. Environ. Eng.*, Vol.102(EE4), 709-722.
43. Hromadka T. V. II and R. H. McCuen (1988) Uncertainty estimates for surface runoff models, *Adv. Water Resources*, Volume 11, March, pp. 2-14.
44. Hughes, J. P., and D. P. Lettenmaier (1981) Data requirements for kriging: Estimation and network design, *Water Resour. Res.*, 17(6), 1641-1650.
45. Istok, J.D., and I. Boersma (1989) A stochastic cluster model for hourly precipitation data, *J. Hydrol.*, 106: 257-285.
46. Jakubowski, W. (1988) A daily rainfall occurrence process, *Stoch. Hydrol. Hydraul.*, 2, 1-16.

47. Kadem, B., and L. S. Chin (1987) Are rain rate self similar?, *Water Resour. Res.*, 23(10), 1816-1818.
48. Kavvas, M. L., and J. W. Delleur (1975) The Stochastic and Chronologic Structure of Rainfall Sequences - Application to Indiana, Purdue Univ., *Wat. Res. Research Cen., Tech. Rep. No.57*
49. Katz, R. W. (1977) Precipitation as a chain dependent process, *J. Appl. Met.*, 16, 671-676.
50. Klemeš, V. (1970) A two - step probabilistic model of storage reservoir with correlated inputs, *Water Resour. Res.*, 6(3), 756-767.
51. Klemeš, V. (1986) Dilenttantism in hydrology: transition or destiny, *Water Resour. Res.*, 22(9), 1775- 1785.
52. Krajevski, W.F., and J. A Smith (1989) Sampling properties of parameter estimators for a storm field rainfall model, *Water Resour. Res.*, Vol.25(9), 2067-2075.
53. Lettenmaier, D.P., and S.J. Burges (1977) Operational assessment of hydrologic models of long-term persistence, *Water Resour. Res.*, 13(1), 113-124.
54. Levejoy, S., and D. Schertzer (1985) Generalized scale invariance in the atmosphere and fractal models of rain, *Water Resour. Res.*, 21, 1232-1250.
55. Leytham, K. M. (1984) Maximum likelihood estimates for the parameters of mixture distributions, *Water Resour. Res.*, 20(7), 896-902.
56. Lewis, P. A. (1979) Remarks on the theory computation and application of the spectral analysis of series of events, *J. Sound. Vibr.*, 12(3), 353-375.
57. Lloyd, E.H. (1974) What is, and what is not a Markov chain, *J. Hydrol.*, 22: 1-28.
58. Mielke, P.W. (1973) Another family of distributions for describing and analyzing precipitation data, *J. Appl. Meteor.*, Vol.1, 275-280,
59. Muzik, I, and A. K. Beersing (1989) Stochastic - deterministic nature of an elemental rainfall runoff process, *Water Resour. Res.*, 25(8), 1805-1814.
60. Najem, W. (1988) A continuous point process model for daily rainfall, *Stoch. Hydrol. Hydraul.*, 2, 189-200.
61. Nguyen, V., and J. Rouselle (1981) A stochastic model for the time distribution of hourly rainfall depth, *Water Resour. Res.*, 17(2), 399-409.

62. Nguyen, V., and N.P. Huynh (1986) On the probability distribution of storm volume.
63. North, M. (1980) Time - dependent stochastic model of floods, J. Hydraul. Div., ASCE, Vol.106(HY5), 649- 665.
64. Prohaska, S.J., Ž. Matović, D. Spasova (1987) Hidrološka analiza poplavnog talasa u slivu Topčiderske reke iz perioda 28-30.8.1985. godine, Vodoprivreda, 19, 105-106, str. 29-42.
65. Pyke, R. (1960) Markov renewal processes: Definitions and preliminary properties, J. Roy. Soc, Ser. B
66. Pyke, R. (1961) Markov renewal processes with finitely many states, J. Roy. Soc. Ser. B
67. Obesysekera, J.T.B., G.Q. Tabios III, and J. D. Salas (1987) On parameter estimation of temporal rainfall models, Water Resour. Res., 23(10), 1837-1850.
68. Radić, Z. i Jovanović, M. (1979) Analiza podataka o kišama pri dimenzionisanju sistema za prihvatanje kišnih voda, Vodoprivreda 57, str. 57-61.
69. Rawls, W.J., D.L. Brakensiek, and N. Miller (1983) Predicting Green and Ampt infiltration parameters from soils data, J. Irrig. Drain., ASCE, Vol.109(IR1), 62-70.
70. Restepo-Posada, P.J., and P. S. Eagleson (1982) Identification of independent rainstorms, J. Hydrol., 55: 303- 319.
71. Rodrigez-Iturbe, I. (1986) Scale of fluctuation of rainfall models, Water Resour. Res., 22(9), 155-175.
72. Rodrigez-Iturbe, I. (1991) Exploring complexity in the structure of rainfall Adv. Water Resources, Vol 14, No.4, 162-167.
73. Rodrigez-Iturbe, I., Gupta, V. K., and Waymire, E. (1984) Scale considerations in modeling of temporal rainfall, Water Resour. Res., 20(11) 1611-1619.
74. Rodrigez-Iturbe, I., and Eagleson, P. S. (1987) Mathematical models of rain-storm events in space and time, Water Resour. Res., 23(1), 181-190.
75. Rodrigez-Iturbe, I., and B.F.de Power (1989) Chaos in rainfall, Water Resour. Res., 25(7), 1667-1675.
76. Salas, J.D., and R. A. Smith (1981) Physical basis of stochastic models of annual flows, Water Resour. Res., 17(2), 428-430.

77. Schaidegger, A.E. (1970) Stochastic models in hydrology, *Water Resour. Res.*, 6(3), 750-755.
78. Shane, R. M., and Lynn, W. R. (1969) Peak flood discharge confidence limits, *J. Hydraul. Div., ASCE*, Vol.95 (HY6), PP. 6329, January, pp. 161-173.
79. Small, M. J., and D.J. Morgan (1986) The relationship between a continuous-time renewal model and a discrete Markov chain model of precipitation occurrence, *Wat. Res. Research*, Vol.22, NO.10, pp.1422-1430.
80. Smith, J. (1987) Estimating the upper tail of flood frequency distribution, *Water Resour. Res.*, 23(8), 1657- 1666.
81. Smith, R. H., and H. A. Schreiber (1974) Point process of seasonal thunderstorm rainfall: Rainfall depth probabilities, *Water Resour. Res.*, 10(3), 418-423.
82. Smith, J., and A. Karr (1985) Statistical inference for point process models of rainfall, *Water Resour. Res.*, 21(1), 73-79.
83. Smith, J., and A. Karr (1985) Parameter estimation for a model of space-time rainfall, *Water Resour. Res.*, 21(8), 1251-1257.
84. Smith, J., and A. Karr (1986) Flood frequency analysis using the Cox regression model, *Water Resour. Res.*, 22(6), 890-896.
85. Smith, J., and A. F. Karr (1990) A statistical model of extreme storm rainfall, *J. Geoph. Res.*
86. Smith, J., and W. F. Krayewski (1987) Statistical modeling of space-time rainfall using radar and raingage observations, *Water Resour. Res.*, 23(19), 1893-1900.
87. Thom, H. C. S. (1959) A time interval distribution for excessive rainfall, *J. Hydraul. Div., ASCE*, Vol.85, No.HY7, PP. 2083, July, pp. 83-91.
88. Todorović, P. and J. Rouselle (1971) Some problems of flood analysis, *Water Resour. Res.*, 5, pp.1144-1150.
89. Todorović, P., and E. Zelenhasić (1970) A stochastic model for flood analysis, *Water Resour. Res.*, 6(6), pp. 1641-1648.
90. Tomanović, A. (1991) Modeliranje kvaliteta kišnice u urbanim sistemima kišne kanalizacije, *Vodoprivreda* 23, 119-130, str. 95-104.
91. Unny, T.E. (1968) Transient and non-stationary random processes, Unpublished notes

92. Valdes, J. B., I. Rodriguez-Iturbe, and V. K. Gupta (1985) Approximations of temporal rainfall from a multidimensional model, *Water Resour. Res.*, 21(8), 1259-1270.
93. Vukmirović, V. (1970) Jedan stohastički proces monotonih realizacija i njegova primena na problem kretanja vučenog nanosa, privatna komunikacija.
94. Vukmirović, V. (1983) O metodi pikova i povratnom periodu, Simpozij o inženjerskoj hidrologiji, Split, novembar.
95. Wang, B. H. and Revell, R. W. (1982) Conservatism of probable maximum flood estimates, *J. Hydr. Div.*, Vol. 109, No. 3, Feb., pp. 400-408.
96. Waymire, E. C., V. K. Gupta, and I. Rodriguez-Iturbe (1984) A spectral theory of rainfall intensity at the meso-beta scale, *Water Resour. Res.*, 20(10), 1453-1465.
97. Weiss, L.L. (1964) Sequences of wet and dry days described by a Markov chain model, *Moth. Weath. Rev.*, 92, 169-176.
98. Woolhiser, D. A., and G. G. S. Pegram (1979) Maximum likelihood estimation of Fourier coefficients to describe variations of parameters in stochastic daily precipitation models, *J. Appl. Meteor.*, 18, 34-42.
99. Woolhiser, D. A., and H. B. Osborn (1985) A stochastic model of dimensionless thunderstorm rainfall, *Water Resour. Res.*, 21(4), 511-522.
100. Ibidem, 2: A comparison of distribution of amounts, 1461-1468.
101. Woolhiser, D. A., and J. Roldan (1986) Seasonal and regional variability of parameters for stochastic daily precipitation models: South Dakota-U.S.A., *Water Resour. Res.*, 22(6), 965-978.
102. Yakowitz, S.J. (1979) A nonparametric Markov model for daily river flow, *Water Resour. Res.*, 15(5), 1035- 1043.
103. Yen B. C. (1988) Stochastic methods and reliability analysis in water resources, *Adv. Water Resources*, Volume 11, September, pp.115- 122.
104. Yen, B.C., and W.H. Tang (1975) Risk safety factor relation for storm sewer design, *JEE, ASCE*, vol. 102, No. EE2, Tech. notes, April, pp. 509-516.
105. Zelenhasić, E. i N. Janc (1979) Režim 24-o časovnih pljuskova u Beogradu, *Vodoprivreda*, broj 57, str. 40-48.
106. Zelenhasić, E, N. Janc i Z. Živančević (1979) Neki aspekti kiša i poplava u SR Srbiji, *Vodoprivreda*, broj 56.

Prilozi

A. Tabele dnevnih padavina na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 i kišomernoj stanici Vračar u Beogradu

A1. Tabela dnevnih padavina na e.s. Miljakovac 2 (1982-92)

A2. Tabela dnevnih padavina na k.s. Vračar (1972-92)

B. Izvodjenje izraza za uslovnu verovatnoću javljanja

C. Izračunavanje parametara Markovljevog modela obnavljanja sa dva stanja

D. Proticaji na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu

D1. Izmereni ekstremni proticaji u (l/s) na e.s. Miljakovac 2 u Beogradu u periodu 1984 - 93.

D2. Izračunati proticaji u (l/s) na e.s. Miljakovac 2 u Beogradu na osnovu registrovanih kiša približnog trajanja do 30 minuta u periodu 1981 - 92.



Prilozi A

Prilog A1: Podaci o dnevnim visinama padavina koje su registrovane na kišomernoj stanici u okviru eksperimentalnog sliva Miljakovac 2 u Beogradu u periodu 1982-92.

Prilog A2: Podaci o dnevnim visinama padavina koje su registrovane na kišomernoj stanici Vračar u Beogradu u periodu 1972-92.

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1982	Jan	0	3.8	0	0	0	0	4.8	0	0	0.2	3	0	0	0	0	0
1982	Feb	0.7	0.6	0	0	0	0	0	0	1.6	0	0	0	0	0	0	0
1982	Mar	0	0	0	0	0	1.2	0.3	0	0	0	0	16	0	0.7	2.5	0
1982	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.4	4.9	1.6	9.1	2	13.8	2.4
1982	Maj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0
1982	Jun	0	0	5.8	4.5	0	0	0	5.2	0	0	0	0	2.1	13.6	19.5	0
1982	Jul	3.7	3.1	0	0	0	0	0	1.6	0	0	4.6	12.1	37	21.3	0	0
1982	Avg	0	0	0	0	4.9	6.7	8.2	5.2	12	0	0	0	0	0	0	0
1982	Sep	0	0	9.2	0	0	0	0	0	1.2	4.5	0.4	0.4	0	0	0	0
1982	Okt	0	0.2	14.3	6.4	1.1	0	3.1	3	2.1	22.1	1	0	0.2	0	7.7	7.3
1982	Nov	0.2	0.1	0	0	0.4	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	6.8	0
1982	Dec	0.1	0.4	0	0	0	0	0	0	0.1	1.6	0	6.1	0.2	8.1	1.3	0
1983	Jan	0	0.6	0.3	0	0.6	4.3	0.3	0	2.7	0	0	0.5	0	0	1.4	0.7
1983	Feb	2.6	0	0.7	0	1.3	0	0.3	5.2	0.3	0	0	0.4	0	0	0	0.6
1983	Mar	1.3	4.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1983	Apr	2	0.5	0.6	4.3	0.2	8.5	0	0	0	0	0	0	8.7	15.8	0.9	0
1983	Maj	0	8.2	1.9	0	0	0	0	0	1.7	8.4	1	0	0	0	0	0
1983	Jun	0	0	0	0	0	0	1.1	0	0	0	0.3	13.1	6.2	5	56.7	4.2
1983	Jul	0	0	0.8	0	0	0	0	2.5	8.6	0	0	10.4	0	0.5	0	0
1983	Avg	0	0	0	3.9	6.4	0	0	0	0.4	0	0	0	0	7.8	0	0
1983	Sep	0	0	0	0	9.3	0	0	1.7	0	0	0	0	13.4	0	0	0
1983	Okt	8	0	0	0	0	0	0	0	0	15.9	0	5.8	3.7	0	0	0
1983	Nov	7	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0.8	0	0	1.2	0
1983	Dec	0.1	7	8.3	0	0	0	2	3	0	0	0.4	5.7	0	0	1	0
1984	Jan	0	0	0	0	4.4	1.8	2.4	0	0	17.4	0.1	0	0	0	0	6.6
1984	Feb	0	0.6	0.1	0.2	0	0	0	1	0	31.3	31.1	4.8	2.8	1.6	0	0
1984	Mar	0	3.2	5.5	1.2	0.3	3.3	3.2	0	0	0.7	1.9	0.7	3.6	0.1	0	0
1984	Apr	0	0	0	3.8	14.6	0	0	0	1.7	8.1	0	0.2	0.9	0	0	0
1984	Maj	8.9	5.2	0	0	0	2.4	0	8.5	0.5	13.9	5.3	17.6	5.2	5	0	0
1984	Jun	0	2.3	0	0	1	0	3.4	4.3	0.8	0	0.6	0	0	0	0	0.6
1984	Jul	0	0	0	3.8	0	6.6	0	13.1	0	0	0	0	0	0	0	0
1984	Avg	0	0	2.1	0	0	0	0	8.9	2.7	0	0	19.5	1.4	6	0.4	0
1984	Sep	0	0	0	0	0	0	0.3	0.3	0	0	1.6	0.6	0	0	0	0.4
1984	Okt	0.1	0	0	0	0	0	0.7	2.7	0.8	0	0	0	4.3	0	0	0
1984	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	0	2.7
1984	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0
1985	Jan	1	0	6	0.9	0	13	14	0.8	4	7	0.9	0	0	0	0	0
1985	Feb	0	0	0	0	0	0	0	5.4	5.8	4.6	2	19	4	0	0	5
1985	Mar	0	0.4	0.6	0.2	0	0	0	0	0	3	4.1	0	0	0	2	3
1985	Apr	0	0	0.1	0	0	0	0.2	8.6	0	0	4.5	0	8.8	0.2	0	4.6
1985	Maj	0	0.3	0	16.7	0	0	0	0.2	0.4	2.7	3.4	0	0	0	0.1	25.3
1985	Jun	6.5	16.2	2.6	0	0.3	0	0	0	19	0	2.5	0.5	0	1.2	0.2	2.4
1985	Jul	0	4.8	0.5	0	0	0	0	0	2.8	1.4	1	0	0	0	0	0
1985	Avg	0	0	0	0	0	0	2.6	5	7	1.8	0	0	0	0	0	0
1985	Sep	0	0	0	0	3.8	0	0.5	0	1.6	2.7	0	0	0	0	0	0
1985	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0.2	0.6	0	0	7
1985	Nov	2.2	0	11.2	0	0.2	0.8	23	0	0	0	0	0.1	0	0.8	0	0
1985	Dec	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0.2	0	0	0.4

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1982	Jan	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0	0.6	0	0	0	0	18
1982	Feb	0	0	0	0	0	1.8	0	0.8	1.4	4	0	0			
1982	Mar	0	0	0.4	3	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	27.8
1982	Apr	3.8	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1	0.2	4.6	12.1	
1982	Maj	0	0	0	0	13.1	0	0	0	2.6	0	0	0	0	0	8.3
1982	Jun	0	0	32.9	2.7	0	4	0	0	0	0	0	6.3	0	0	
1982	Jul	0	0	0	0	0	0	0	3.6	0	12	0.5	11.4	0	0.4	0
1982	Avg	0	9.6	0.4	0	0	5.9	8.5	0	0	0	0	0	0	1.4	0
1982	Sep	0	0	0	0	0	3.5	1	0	0	0	0	0	0.4	0.4	
1982	Okt	2.7	0	0	1	9.3	0	0	2.1	0.3	0	0.6	0	0	0	0
1982	Nov	7.6	4.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1982	Dec	0	0	0	2.2	0	0	0	0.1	17	34.3	3	0	6.3	0.3	1.8
1983	Jan	8	7.9	0	3.2	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.2
1983	Feb	0	0.1	2.4	0	0	2.4	0	0	0	0	0	0			
1983	Mar	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	4.8	5	0	0	0
1983	Apr	0	0	0	0	0	0.3	5.8	0	0	0.5	0	0	0	0	
1983	Maj	0	0	0	0	0	0	0	5.9	23	3.6	0	0.8	0.2	0	0
1983	Jun	23.6	3.4	3.4	0	0	0	2.8	4.2	0	0	0	4.1	4.2	11.4	
1983	Jul	0.4	0	0	0	2.8	7	0	0	17.9	0	0	0	0	0.2	0
1983	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	8	0
1983	Sep	0	22.2	24.7	1.6	0	0	0	0	0	4.9	0	0	0	0	
1983	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.5	0	0	0	0	0
1983	Nov	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	18.2	8.4	0.2	
1983	Dec	0	0.3	0	0.2	2	0	0	0	0	0	9.3	1.3	0	0	0
1984	Jan	0	0.4	3.1	1	7.4	0.8	2.6	3	5	2.6	3.2	0	0.2	2.8	0
1984	Feb	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0			
1984	Mar	0	0	0	0	0	0	0.4	5	0	0.2	4.2	0	0	0	0.4
1984	Apr	0	0	4.1	0	0	0	0	1.7	5.6	6	2.2	0	0	0	
1984	Maj	0.7	4	0	0	6.4	0	0	4	0	0.7	0	1.2	0	9.4	4.3
1984	Jun	0	3.1	0	0	0	0	6.6	0.5	15	0.5	0.2	0	0	1.6	
1984	Jul	0.3	9.3	0	0	0.5	0	0	0	7.7	0	56.4	0.1	0.3	0	0
1984	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0.3	4.4	0	0	0	0
1984	Sep	1	4.8	0	0	0.8	0.3	1.1	0	38.2	8.7	0	0.4	0	0	
1984	Okt	0	0	0	0	0	1.2	0	0	0	0	0	0	2	0	0
1984	Nov	0	16.7	0.3	4.2	18.3	0	0	0	5.7	0	0	0	0	0	
1984	Dec	0.1	0.3	0	0	0	1.6	0.2	1.4	3.4	4	0	0	0	5	0.8
1985	Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	6.7	0	0	3	0	0	1.7
1985	Feb	0	0	0	0.8	0	0	0	0	3.2	0	0	0			
1985	Mar	1.8	1.9	0.1	18.4	0.2	0	0	0	2	0	0	0	1.4	0	0
1985	Apr	12.2	11.5	0	0	0	0	0	0.9	3.8	0	4.8	0.4	3.3	1.1	
1985	Maj	4.5	0	1.2	0	0.2	0.9	0.7	0	0	0	0	0	0	0.9	0.3
1985	Jun	0	30.3	0.4	0	3.5	9.2	0.2	1.9	3.8	0	0	6.9	5.8	0	
1985	Jul	0	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1985	Avg	0	0	0.6	0	0	0	0	0	0	4.6	10.6	64.6	40.1	31.4	0.4
1985	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1985	Okt	0.4	0	0	0	0	0	2.1	6.1	0	0	0	0	0	0	0
1985	Nov	2	3	14	0.8	0.3	0	0.2	1.8	3.4	0.4	4	0.2	0	2	
1985	Dec	0.1	0.2	0	2.3	2.1	0	0	0	0	0	10.6	0	0.4	0	0

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1986	Jan	7	1	1	4.8	12.3	0	2.4	6.3	0	0	0	7.2	3.6	0	4.2	11.3
1986	Feb	0.3	0.3	2.1	0	0	0	0	2.6	0.1	0.2	0	0	4	3.6	0	5.6
1986	Mar	0	6.3	11.4	2.1	11.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2	0.4	2	17.4	12.6	1.6	0
1986	Maj	2.8	13.8	0	0	0	0	0	0	0	3.1	0	0	0.9	0	0	0
1986	Jun	6.6	5.3	0	0	0	7.4	18.6	0	0	0.1	12.1	13.8	14.2	0	0	0
1986	Jul	3.6	10.3	3.1	0.1	1.4	0	0	16	0	0	0	0	0	5.6	2.4	0
1986	Avg	0	10.6	0	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0
1986	Nov	0	0	1	0.1	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Dec	0.2	0.1	0	0	0	0	0.1	0.1	0	0	0	0	0.6	0	0	0
1987	Jan	5	1.3	11	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Feb	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Mar	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Apr	3.8	38.1	0	0	0	0	0.4	0	0	0	1.2	2.5	0	0.2	0	0
1987	Maj	0	0	0.3	0	0	12.3	20.4	3.7	0	0	0	0	0.1	0.1	2.6	20
1987	Jun	2.7	0	0	1.4	3.9	6.2	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0
1987	Jul	0	0	0	53.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Avg	17.5	0	0	0	0	1.3	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0	11.8
1987	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0	0	0	6.5	2.1	0.1	0
1987	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.8	0	0	0.8	11.4
1987	Dec	0	0	2.4	0	0	0.3	3.7	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9	1	9.6	5.7	0	0	0	0
1988	Feb	2.3	0	1.9	0	0	3.5	0	0	7.6	2.2	0.8	0	0	0	0	0
1988	Mar	0	0.1	0	0	0	7	1.1	2	16	15	0	10.1	11.2	0	0	0
1988	Apr	6	1.8	0	0	0	0	0.1	0.2	0.4	0	1.7	0	0	15	1.2	0
1988	Maj	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	1	1.4	0	0	0	0.8
1988	Jun	0	24.4	2.8	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	14.4	0.5	0
1988	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	Sep	0	0	6.3	0	0	0	0.2	2	0	0	0	0	0	0	8.8	37.2
1988	Okt	0	0	1.6	1.7	0	0	1.2	0.7	10.6	0	0	0	0	0	0	0
1988	Nov	0	0	0.2	8.4	0	6.4	0.3	0	0	0	0	0	0	6.8	0.6	2.4
1988	Dec	0.3	1.6	0	1	0	6.5	12	0	0	0	2.7	1	0	0.2	0	0
1989	Jan	0	0	0	0	0.2	0	2.6	0.2	1	0.3	0	0	0	0	0	0
1989	Feb	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0.4	0
1989	Mar	1.8	12.4	4.2	8.7	7.8	1.3	0	0	1.1	0	0	0	0.3	0	4.2	0
1989	Apr	0	0.3	3.1	0.7	0	0	2.7	0	0	0	0	0	0.4	1.4	23.8	29.4
1989	Maj	1.8	0	0	1.5	10.2	0	16	0.4	14.4	0	0	0	0	0	4.1	12.4
1989	Jun	0	15.6	14.2	0.6	5.1	0	28.9	0	0	0	0	1.2	1.3	1.3	0.6	0
1989	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.1	1	2.6	1
1989	Avg	0.9	31.1	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Sep	6.4	0	5.5	0.3	0	1.9	0	0	0	0.8	0	0	0	0	15.5	0.1
1989	Okt	0	0	0	2.4	0	0	0	0	18.2	11.7	5.9	0	0	0	0	12.5
1989	Nov	0	0	0	0	0	0	8.9	36	1	0	8.9	9.4	0.9	0.1	0	0
1989	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0.4	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1986	Jan	0.4	0.6	0	0.2	6.4	0	0.1	0	8.1	0	0	0.1	0	0	0
1986	Feb	0	2.2	15.8	0	4.6	0	4.7	2	22	0	0.3	0			
1986	Mar	0	0	0	0.5	0.2	0	0.4	5.8	0	0.7	9	0	0	0	0
1986	Apr	0.2	0	1.9	17.9	2.2	0	0	0	0	0	0	0	1.2	9.4	
1986	Maj	3.9	65.2	0	0	1.1	0	0	0	39.8	10	0	0	0	0	12.7
1986	Jun	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6	13.3	
1986	Jul	0	9.7	10.4	0	1.5	3	15.1	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0.5
1986	Sep	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1.5	0	0	0	
1986	Okt	0	0	0	0.8	2.1	21.5	0	0.5	7	0	5.2	6.9	0	0	
1986	Nov	0	0	0	0	0	0	1.4	0	0.6	0.2	0	1.8	1	0.2	
1986	Dec	11.6	0	7	0.6	0	0	0	0.1	0	0	0	0.6	0	0	0
1987	Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Feb	0.1	0.3	0	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0			
1987	Mar	0	0	0	0.1	15.1	0	12	8	0	0	0.1	0	0	3.4	10.3
1987	Apr	0	0	0	0	0	6.3	0.4	0	0	0	2.3	0	0	0	
1987	Maj	4	0	1.3	15	9.8	55.2	2	0.7	0.1	2.9	0.4	0	0.5	9	4
1987	Jun	0	0	0	0	1.5	4	72.6	49.2	0	5.5	0	26.3	0	0	
1987	Jul	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.9	0	0	0	0
1987	Avg	0	0	2.5	13.6	0	0	0	0	0	0	0.1	0	1	0	0
1987	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	9.3	0	0	
1987	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.7	1.3	0	0	0	0
1987	Nov	0.4	4.1	0	2	6.9	26.7	5.6	0.5	0	10.9	11.7	0	0	2.3	
1987	Dec	0	0	0	0	3.7	1.6	0	2.6	0.5	0	0	0	2.2	0	0
1988	Jan	0	0	0	0	0	0	0	2	5.7	7.3	0.4	0	0	0	18.3
1988	Feb	0	0	1	1.8	0	0.3	0	0	2.9	3.5	28.6	0			
1988	Mar	0	4.6	0	0	0	3.8	9.5	1	0	5	12.9	11.8	1.2	6.2	0
1988	Apr	5	0	0	0.2	0	0	0	2	6.4	0.6	0	0	0.3	0	
1988	Maj	0	0	0	0	0.9	0	4.5	0.3	0	0.1	0	0	0.6	0.3	0
1988	Jun	0.3	0	0	0	8	0	0	12	0	0	31.4	0	0	0	
1988	Jul	15.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6
1988	Avg	0	0	0	0	0	4	5.1	9	0	4.4	0	0	0	0	0
1988	Sep	0	12.7	0.9	0	0	2.4	2	0	0	0	0	0	0	0	
1988	Okt	0	0	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0	0	0	6.5	0.4
1988	Nov	0	0	0	2.3	0	2.2	0	0	0	0	0.4	0	0.3	0	
1988	Dec	0	0	0	12.1	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0
1989	Jan	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0.2	0	0
1989	Feb	0	0	0	0	0	1	0.1	0	0	0	7.2	0.4			
1989	Mar	0	0	0	1.9	0	1.4	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0
1989	Apr	0	0.2	0.6	0	0	0.3	0	9.8	2.4	0	0	0	18.4	17.8	
1989	Maj	0.5	3.9	4.5	1.8	0.3	5.3	0.8	0.4	0	0	0	0	0.8	1.3	
1989	Jun	6.5	5.6	2.1	19.4	3.1	11.5	0	13.4	0	0.9	0	0.8	13.8	1.1	
1989	Jul	0	0.8	2.4	0	0	0	3.9	1.2	0	0	0	5.3	17.6	5.7	2.3
1989	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	31.8	
1989	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Nov	0	0	0	0	0	0.1	7.8	0	0	0	0	0	0	0	
1989	Dec	0	0	0	1.7	0	0	0.6	0	0	0	4.6	2.8	10.7	0	0

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1990	Jan	0	0	0	0.8	1	0	0	0	0.2	0	0	0	0.4	0	0.3	0
1990	Feb	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.2	7.5	22.5	5
1990	Mar	0.4	8.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0
1990	Apr	0	0	0	0	0	0	0	2.6	7	6	10.6	0.2	0.7	0	0	0
1990	Maj	1	0	1	0	0	0	1.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	Jun	0	0	0.2	2.1	0.1	1.6	0.9	2	6.6	0	22.4	0.2	6.5	16.2	5.3	14.8
1990	Jul	0.1	1.7	9.4	0.2	11.7	0	15.6	0	0	0	1.1	0	0	0	0	0
1990	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	5	10	0	0	0	0	0	0
1990	Sep	0	0.7	0	0.1	0.2	2.9	1.1	0	2	0	1.6	0.4	2.1	0.5	0	0
1990	Okt	0	0	1.2	0	0	0	0	0.3	8.9	0	0	0	0	0	0	0
1990	Nov	0	7.5	1.3	0.6	6.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	Dec	0.4	7.8	6.9	0	0.4	1.2	26.6	0.2	0	0.6	2.4	0	6.6	11.2	8.7	0.3
1991	Jan	0	14.5	0	0	0	0	0.3	1.9	0.8	0	0	0	0	0	0	0
1991	Feb	0	0	0	0	0	3.5	0	0.4	0.5	0	0	3.4	4.7	0.2	0	0
1991	Mar	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1991	Apr	0.4	0	0	0	0	0	0	12.3	0	0	0	0	0	0	0	0
1991	Maj	0	0	0.3	0.6	0.5	2.9	0.7	6	6.1	0	0	6.2	7.7	10.9	0	0.4
1991	Jun	0	0	0	3	0.9	0	8.4	6	6.3	0	0	1	0	0	0	0
1991	Jul	3.3	6.9	4.8	0	0.5	0.5	5.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1
1991	Avg	0.6	2.3	2.8	0.5	0.2	2.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1991	Sep	17.6	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0.2
1991	Okt	0	19.4	14.7	0	0	0	0	0	0.4	1	0	0	3	0.8	0	0.9
1991	Nov	0	0	0	0	8.2	8	0	0	0	0	6.7	0	0	0	11.6	0
1991	Dec	0.2	0	0	0	0	3.1	0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	Jan	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0.1	1.2	0	0.8	0.8
1992	Feb	0.1	0	0	0.2	8.8	0.7	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1.6	0
1992	Apr	0	0.2	0	0	0	1	9.2	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0
1992	Maj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	Jun	0	0	0.2	0	1.6	18.4	0	2.8	10	1.6	0	0.8	7.2	0	34.4	0
1992	Jul	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3.4	0	13.8	1	0	0	0
1992	Avg	0	0.6	1.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.2	0
1992	Sep	0	0	0	0	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0
1992	Okt	0	0	0	1.4	0	4.2	0.2	1.2	0	3.4	16	1	0	0	0	0
1992	Nov	0.4	0	0	6.4	0	0	0	0	0	0	3.6	16.8	0	0	0	0
1992	Dec	0	0	0	0.6	0	1.8	4	0	12.2	6.4	1.4	4	0.2	0	0	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1990	Jan	0	0	1.2	0	0	0	0	0	0	0	2.3	0	0	1.5	0
1990	Feb	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.4	8.4			
1990	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	3.8	0.1	3.6
1990	Apr	3.9	0.6	9.2	0	3	2	3.3	4.1	3.8	0	0	1	6.8	0	
1990	Maj	0	0	4.3	5.5	0	0	2	0	0	0	0	6.4	0	0	0
1990	Jun	1.2	0	0	0	0	50.8	0	0	0	0	0	0	0	0	
1990	Jul	0	0.3	0.4	0.3	0	0	0	0	4.2	0	0	0.3	0	0	0
1990	Avg	0	2.9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	Sep	0.2	0	6.4	0	1	1.2	0	0	2.5	0	4.3	0	0	0	
1990	Okt	0	0	0	0	1.3	17.4	0	0	0	0	0	4.4	0.7	2.5	11.3
1990	Nov	0	0	0.7	2.7	0	0	0	1	3.3	0	0	1.8	1.3	0	
1990	Dec	0.4	4.6	0.2	0.3	1.6	0	0	0	0	0	0	3.4	2.8	0	0
1991	Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1	4.3	0.8
1991	Feb	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0.2	0	0			
1991	Mar	0	0.7	0	0	0.9	0	0	0	0	0	16.4	9.8	21.4	15.5	13.8
1991	Apr	0	0	3.5	2.5	6.3	0	0	13.6	8.2	0	0.3	5.4	0	0	
1991	Maj	4.1	10.8	0	13.4	0.2	0	0	0.6	2	0	0	9.5	15.7	1	0
1991	Jun	0	0	0.4	1.5	0	0	0	0	16.6	0	0	3.2	1.6	0	
1991	Jul	0	0	2.6	0	0	25.1	0	0	0	0	12.4	12.6	45.2	0.5	2.6
1991	Avg	0	0	0	2.3	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	12.6	0
1991	Sep	0	0	0.8	0	0	0	0	9.4	0	0	0	0.1	0	0	
1991	Okt	0.8	0	0	20.6	2.2	18	0.6	0	5.6	6.2	0	0	0	0	0
1991	Nov	4.2	19	1	0	0.5	4.5	1	0.1	0	1.5	0.2	0	0	0	
1991	Dec	0	0	7.2	0	5.4	4.3	0.8	0	0	0.6	0	6.4	3.3	0	0
1992	Jan	0	0	0.2	0.7	3	0.4	0	0	0	0	0.1	0.1	0.4	1	0
1992	Feb	12.4	0.2	1.8	0.2	1.2	5	0	2	0	0	6.8	0	0		
1992	Mar	0	0	0	0	0	1.4	2.6	0	0	0.4	0	0	1.6	0.2	0
1992	Apr	6.4	13.8	1.6	0	0	0	23.2	0	0	0	0	0	0	0	
1992	Maj	0	5	3.8	1.4	0.2	0	5.2	0	0	0	0	0	2.2	2.8	0
1992	Jun	0	0	0	0.8	0	0	6.2	9.6	22.8	5.2	21.4	0	0	0	
1992	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	Avg	0	0	0	0	0	0	0.8	2.8	0	0	0	0	0	0	0
1992	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	8.4	
1992	Okt	0.2	1.4	0	1.2	7	7.6	0	1.2	0.8	16.8	0	0	0.6	1.2	7.2
1992	Nov	11.4	1.4	0	1.8	0	9.2	0	0	0	0	3.2	0	3.2	0	
1992	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1972	Jan	0	3.6	0.2	0	0.5	0.8	0	0	0.1	0	2	1.2	0	0	0	0
1972	Feb	2.8	3.5	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0.1	0	4.2	0.2	6	0.6
1972	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1972	Apr	0	13.9	0	0	0	0	2.3	0	0	0.9	0	0.8	0	2.6	12.2	0
1972	Maj	0	0	1.7	6	1.2	1.7	3.1	0	0	7.8	1.2	6.3	0.1	0	0	0
1972	Jun	0	2.4	3.9	0.2	0.2	0	0	0	0	0	0	0	2.4	0	0	0
1972	Jul	26.5	0	0	0	0	0	6	13.8	0	0	0	0.1	25.7	7	6.2	6.2
1972	Avg	0.5	0	0	22	3.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1972	Sep	9.7	0	0	0	0	0.4	0	0	0	5.6	1.4	1.7	1.1	0	0	2.4
1972	Okt	0	0	0.1	0.5	15.6	18.8	25.9	0.8	0.3	1.2	24.1	0	0.3	4.1	0.2	0
1972	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20.8	1.4	0	0	5.7
1972	Dec	0	0.2	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1973	Jan	0	0	0	0	2.7	0.2	0	0	0	0.7	0.2	0	0	0	0	0
1973	Feb	0	0.9	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0.9	3.6	0	0	0	5.4
1973	Mar	0	0	0	0.3	1.2	0	0	0	8.7	1.7	0.1	3.3	0	0.9	8	0
1973	Apr	0	0	0	6.5	21.4	12.6	0	0	0	0	3	1.2	3.7	5.8	0.3	1.4
1973	Maj	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	11.6	25.9	3.8	0	0	0	0
1973	Jun	0	0	0	0.2	4.9	0	0.5	16.1	35.7	13.7	2.4	0	0	0	0.4	2.5
1973	Jul	0	0	0	0.1	0	2.5	0	0.4	2	0	0	0	0	1.4	0	1
1973	Avg	0	0	0	0	5.9	0	0	0	0	0	0	0	0	1.7	0	0
1973	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.5	0	0	0	0	0
1973	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0.4
1973	Nov	0	0	0	0	0	0	0.1	0.9	0.5	0	0	0	0	0	17.6	9.8
1973	Dec	1.2	0	0	0.3	0.4	0.2	0	0.4	0	7	0	0	0	0	0.2	3.6
1974	Jan	2.6	5.9	0.2	0.1	0	0	2.2	1.3	0	0	0	0	0	0	0	0
1974	Feb	0	0	0	0	0.4	1.6	9.8	3.8	1	0	0	0	0	0	0	0.1
1974	Mar	0	0	0	0	0	10.2	6	2.9	0	0.2	1.3	0.8	0	0	0	0
1974	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0.3	2.1	8.7	1.1
1974	Maj	6.4	0.7	3.4	0	1.8	4.4	4.6	4.1	0	0	0	0	1.6	0	3.3	12.4
1974	Jun	0.1	6.3	14.1	0	0	0	10.9	8	0	0	4.6	18.9	1.2	0.2	1.1	5.8
1974	Jul	7.4	0	2.2	0.5	0	0	0	0.3	0	1.2	0	0	0	0	0	0
1974	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	12.5	3.8	0	8.7	17.4	0	0	0
1974	Sep	0	0	8.6	0	29	0	0	0	0	0	11.6	0	0	0	0	0
1974	Okt	13.5	4.5	8.4	0	0	2.8	2.7	2.9	2.3	4.7	0	0	2.5	37.4	10	20.2
1974	Nov	8.8	7.6	0	0	0	0	0	11.8	9.4	0	0.6	0	0	0	0	0
1974	Dec	0	0	0.8	0.1	0	5.1	0.8	8.4	13.4	0	0	0	1.9	0	21	22.5
1975	Jan	0	2.5	0	0	0	0	0	2.7	11.5	0	0	0	0	0	0	0
1975	Feb	0	0	2	3.6	0	0	0	0	1.4	0	0	0	0	0.1	1.6	0
1975	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	10.7	0
1975	Apr	0	9.3	4.5	3.7	0	0	0	0	5.6	3.6	6.5	4	2.5	0	0	0
1975	Maj	0	4.5	4.5	0	3.4	0	0	0	24.1	0	0	0	0	5.4	0.6	1.4
1975	Jun	4.7	0	15.5	5.3	4	12.9	0	7.8	6	0.2	0.3	6.6	0	21	0	0
1975	Jul	32.7	22.5	5.3	0.3	0	47.3	0	3.3	0	0	0	0	4.4	0	0	0
1975	Avg	0	0	11.2	0	1.4	1.7	0.3	5.4	0	0	0	0	1.8	11.5	0	0
1975	Sep	0	1.7	0	0.7	0	6.9	0	3.3	2.5	0	0	0	6.6	0.1	0	0
1975	Okt	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	3.8	2.9	4.2	3.2	12.6	0.1
1975	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8.3	0.6	0	0	0	0
1975	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0.4	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1972	Jan	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0	0.5	1.3
1972	Feb	0	0	0	0	0.9	0.6	1.2	1	0	0.2	0	0	0		
1972	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.6	0.2	0
1972	Apr	13.6	2.2	14.5	1.2	10.4	1.4	0	0	0.4	7.3	1.7	0	0	0	
1972	Maj	0	0	0	6.1	0	1.7	0.2	0	0	0	0	2	18.1	0	0
1972	Jun	0	0	6.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1972	Jul	0	18.7	0	0	29.7	0	17.1	1.8	0	4.8	13	3.4	0.1	0.2	0.1
1972	Avg	1.4	0.8	4.3	7.4	31.2	24.8	3.1	0	0	0	0	0	0	1.1	8
1972	Sep	5.8	0	0.3	0	0	7.6	0	6	0.4	0	9.1	6.2	0.5	0	
1972	Okt	0	0	0	0.5	0	26.7	1.9	0.5	0	0	0	0	0	0	0
1972	Nov	0	0	11.8	0	4.7	0.2	0.4	5.3	15	0.3	0.6	0	0	0	
1972	Dec	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1973	Jan	4.8	0	4.5	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.7
1973	Feb	6.4	0.1	0.6	0	0	3.1	0.2	4.2	0	4.9	0.6	0.1			
1973	Mar	1.3	0	0.3	4.8	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0	0
1973	Apr	1.4	0	0	0	18.3	3.1	0	6.4	5.1	1.8	0.2	0	0.1	0	
1973	Maj	0.1	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	49	0.3	1.1	0	0
1973	Jun	0	0	5.1	0	0	0.8	0	0	0.8	0.8	0	0	0	3.3	
1973	Jul	0	0	0	0.4	0	0	14.2	0	8	0	0	0.1	0.2	0.2	0
1973	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	3.9	0.7	0	18.6	5.8	10.4	3.4
1973	Sep	0	4.6	0.1	5.5	0.4	0	25.8	0	0	0	0	4.9	0.1	0	
1973	Okt	0	0	14.3	0	0	15.7	1.4	0	0.3	0	0	0	0	0	0
1973	Nov	2.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.4	0	0	6.5	
1973	Dec	0	12.6	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0.1	0	0	0
1974	Jan	0	3.1	0	10	0	0	0	1.1	0	0	0	0	0	0	0
1974	Feb	0	0	0	0	4.4	1.8	0	0.1	0	0	0	0			
1974	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0
1974	Apr	9.5	5.6	5	0	0	1.5	0	1.1	0	6.1	4.4	0	0.5	0	
1974	Maj	2.2	3.8	1.1	0	0	7.1	9.6	1.2	4.8	1.2	0	0	0.4	0.2	0
1974	Jun	4.3	1.9	0	38.3	0	0	0	1.8	12.6	1.1	0	0	0	43.8	
1974	Jul	0	0	0.1	0.1	0	2.9	7.5	19.2	0	0	0	0	0	0	0
1974	Avg	0	0	0	0	0	0	0	13.2	0	0	0.4	0	0	0	3.1
1974	Sep	0	0	0	0	0	0	5.4	0	1.4	3.4	39.4	0	0	0	
1974	Okt	3.5	0	0	0	2.2	3.5	8.8	20.5	0	0	4.7	0	0.7	16.8	7.3
1974	Nov	0	0	0	1.8	0	0	0	0	0	5.7	2.9	2	16	0	
1974	Dec	0.4	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0.1	2.2	0	2.5	4
1975	Jan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.4	0	4.9	3.3	0
1975	Feb	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0			
1975	Mar	0	11.2	0	0	0	1.1	3.6	0.4	1.4	0.2	0	0	9.8	0	0
1975	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0.2	0.7	0	0	0	
1975	Maj	3.3	0	2.7	0	0	0	2.7	10.2	5	0	45.2	7.5	8.1	0	3
1975	Jun	0	3.2	7	3.6	5	0	0	0	0	1.7	0	0	0.4	0	
1975	Jul	14.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1975	Avg	1	2.5	14.3	0.1	1.2	0	0	0	12.5	4.6	18.9	4.5	37.2	1.9	4.4
1975	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	0	
1975	Okt	0.2	1.8	3.8	1.5	5.2	5.8	0.6	5.2	0	0	0	0	0	0	0
1975	Nov	5.9	0.4	4.4	0.1	11.1	3.4	0.5	5.2	8.7	0	0	0	0	0	
1975	Dec	1.2	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9	1	0	0.1	0

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1976	Jan	0	0	0	9	0.1	0	1.8	0	0	0	0	5.1	1	0.4	0	0.1
1976	Feb	5.5	0	0	0	0.1	0.8	0	0	0	0	1.7	0	3.7	0	0	0
1976	Mar	0	0	0	0	0.8	0.8	0.4	8	0	0.7	2.9	11.2	0	0	0	0
1976	Apr	0	0	0	0	0	0	0	16.6	1.6	11.6	2.2	0.4	0.2	4.7	0	0
1976	Maj	0	0	6.6	4.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0
1976	Jun	6.5	0.1	8.9	2.3	0	6.2	21	19.2	0	0.3	0	0	0	0	1.6	0
1976	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0.6	0.3	0
1976	Avg	0	13	0	0	0	9.4	0	0	7.6	0	0.1	5.3	11.2	0	2.1	0
1976	Sep	22	23.4	0	7.9	1.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1
1976	Okt	1.3	0	0	0	0	1.6	0.2	0	0	0	0	0	0	0	1.1	0
1976	Nov	0	0	5.8	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0.9	0.8	1.8
1976	Dec	0	0	0.8	0	1.2	0.9	0.3	7	0.2	0.9	8.3	0	0	0.2	0	0
1977	Jan	0	0	0	0.4	0	0	0	0.6	0	0	0	0	1.2	4	0	10.6
1977	Feb	0	3.7	3.8	0.6	0	0	14.6	0	4.6	6.3	1	9.7	0	4.3	26.8	0.1
1977	Mar	0	0.1	0	16.7	8.5	0	0	0	0	0	0	0	1.1	11.4	2.7	0.3
1977	Apr	0	2.6	1.9	2.1	0	6	0	0	0	5.5	4.4	0	0	0.3	1.6	39.4
1977	Maj	0	0	0	0	0	4.1	5.2	0.8	5	6.4	3.1	0	0	0	0.4	3.7
1977	Jun	10.1	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2
1977	Jul	0.2	1.3	0	0	0.5	7.4	0.3	0	0	3.4	0.1	0	0	0	0	9.4
1977	Avg	20.4	2.6	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0	17.4	0	1.4	1	0
1977	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.4	0	0	0	13	0	0
1977	Okt	0	0	11.2	0	0	0	0	0	0	0.4	0.5	1.2	0	0	0	0
1977	Nov	0.2	1.8	5.5	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	2.6	2.6	0
1977	Dec	9	11.2	19.4	2.2	0	0	5.8	2.7	0	2.9	0.5	0	0	0	0	1
1978	Jan	0	0	0	1	3.4	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0
1978	Feb	0.2	0	0	0.3	0	4.3	16.6	10.4	0.4	1	0	0	5.7	27.5	15.4	1.7
1978	Mar	3	0	0	0	0	0	0	2.7	0	1.9	3.4	0	1.4	0	0	6.2
1978	Apr	0	0	0	0	0.6	5.5	0	1.4	4.3	0	0.5	0	0	0.1	0	6.1
1978	Maj	0	0.1	23.3	1.8	0	0	3.4	6	5.6	0	0.9	0	0	5.5	0.3	0
1978	Jun	0	0	0	0	0	0	0	0	2.8	0	0.9	7.2	3.5	11.4	2.1	18.8
1978	Jul	0	0	3.9	0	0	13.5	3.8	14.1	0	0.1	1.1	0	9.7	0	0	0
1978	Avg	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0.5	0.1	2.5	0.8	0.9	0	0	0
1978	Sep	33.9	0	0	0	0	0	5.5	6.1	0	0	0	0	19.2	0	0	0
1978	Okt	0	0.6	0.6	0	1.7	0.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1978	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0
1978	Dec	0	2.6	3.9	0	0	0	0	0	0	7.7	3.3	0	0.3	7	6.5	0.3
1979	Jan	12.6	8.4	3.2	0	4.3	0	0	0	0	3.3	1.5	13.2	0.4	0	10.2	6.2
1979	Feb	9.9	0	0.1	2.4	5.5	0	0	0	0	0	11.7	1.4	3.9	2.5	0.5	1.7
1979	Mar	0	0	0	0	0	0.1	0	0	5.1	0	1.8	0	4.6	0	0	0
1979	Apr	0.1	0	0	0	4.4	5.1	7.8	20	0	0	0	0	0	0	0	0
1979	Maj	0.8	0	0	0	0	0	1.5	11.3	7.8	1.1	0.4	17	21.2	0	0	0
1979	Jun	0.1	8	0	0	0	0	0	0	1.5	0	3.8	0	0	0	9.8	2.3
1979	Jul	0	0	9.1	0.6	3.1	0.2	0	8.3	16.4	0	0.1	0	0	3.6	7.8	0.3
1979	Avg	0	0	0	0	30.5	0	0	0	0	3.1	20.7	7.8	0	1	0	0.5
1979	Sep	0	0	0	0	4.2	0.1	0	0	0	0.8	0	0	0	0	0	6.1
1979	Okt	0	2.4	0	0	0	0	19.4	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0
1979	Nov	1.9	0	0.4	0	0	8.3	3.6	0.5	0	0	0	3.2	2	0	1.1	1.2
1979	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.2	2.5	0	3.2	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1976	Jan	0	1.2	2	0	0.7	1	0.2	0.6	8.6	9	18.8	20.5	22	1.6	0
1976	Feb	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1976	Mar	0	0.1	0	0.7	0	0	0	6.8	1.3	0	0	0.4	0	0	0
1976	Apr	0.1	0	0	0	0	0	0.7	7.8	1.3	5.7	2.9	0.3	1.1	10	
1976	Maj	0	0	0	0	0	0.6	4.6	0.7	1.1	0	0.6	22.8	2.2	0	0
1976	Jun	9.9	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0.3	14.1	0	0	0.2	
1976	Jul	0	0	0	0	0	6.1	0.3	4.6	8.6	0	0	2	4.7	0	0
1976	Avg	4	0	0	0	0	2	1.4	0	0	0	0	0	0	0	0.8
1976	Sep	4.6	1.6	19	2.2	0.3	0.6	0.1	0	0	0	0	0	0	0	
1976	Okt	2.4	6.4	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0.8
1976	Nov	0	0	1.8	20.4	9.7	3.9	7.1	0	2.6	1	0	0	0	0	
1976	Dec	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1	0.5
1977	Jan	5.7	10	0	0	1.2	4.9	0	0	0.2	0	3.9	0.8	0	0.6	0
1977	Feb	0.4	0.8	0	0	0	0	5.4	0	0	5.5	17.7	0.7			
1977	Mar	0	0	0	0.1	3.1	0.1	0	0	0	0	0	0	1.3	8.5	7.6
1977	Apr	10.9	0	0	0	0.7	0	0	0	11	0.1	0	0	0	0	
1977	Maj	4.1	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0.4	0	0
1977	Jun	5.4	0.6	0	0	0	0.3	12.5	2	0.4	0.1	1	16.9	0	0	
1977	Jul	0.5	0.9	0	8.6	0	10.5	21.8	6.6	0	0	4.3	6.8	0	0	0
1977	Avg	0	0	0.3	35.3	0	2.2	0.8	2	0.1	0	0	0	0	0	0
1977	Sep	0.2	18.7	7.3	4	19.8	1	0.2	0	6.8	0.1	0	0	0	0	
1977	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3
1977	Nov	24.7	2	1	0	0	0	5.1	14	0	9.7	1	3.5	0.3	0	
1977	Dec	0	0	0	0	0	0.1	0	0	2.4	7.9	0	0	0	15.4	0
1978	Jan	0	0.5	0	0	0	0	0	0	2.6	8.2	0	0	0	5.1	4.2
1978	Feb	3.1	6	12.4	20.3	1.5	0	0	0	0	0.2	0.7	0			
1978	Mar	0	10.6	1.9	0	6.6	4.3	0	0	10.2	0.9	0	0	0	0	0
1978	Apr	0	3.2	0.8	0.3	0	0	0.3	0.3	0.5	3.6	1.2	1.9	1.2	0	
1978	Maj	2.4	1	0	0.2	25.7	0	17.4	2.7	0	11.3	0.2	0.2	10	7.2	0.2
1978	Jun	0.4	0	0	0	0	25	0	0	0	4	2.4	64.6	24.6	0.6	
1978	Jul	0	0	0	0.4	0	6.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1978	Avg	0	0	0	0	2.6	0	0	0	0	0	0.4	1.5	2	0	1.5
1978	Sep	0	11	1	0.2	0	0	0	0	0	0	0	3.7	29	0	
1978	Okt	0	0	0	0	5	7.6	0	0	0	0.2	1.5	0	0	0	0
1978	Nov	0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0.8	4.8	8.7	
1978	Dec	5.8	0.4	7.9	1.2	0.3	0	0	0	0	0.2	0	0	7.7	0.1	2
1979	Jan	1.3	0.6	3.5	0	0	0	0.4	0.4	0.3	14.6	0	0	0	2.5	5.7
1979	Feb	0.2	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
1979	Mar	0.4	0	0	9.5	1	0	0.9	0.4	0	0.1	0.4	9.4	0	4	1
1979	Apr	0	0	0.3	0	0	0	0	0	0	3.5	13	4.8	4.3	0	
1979	Maj	0.1	0	0	0	0	1.2	0	0	0	0	0	0	2.7	0	0
1979	Jun	2.4	8.7	0.7	0.8	6.2	12.2	30.4	3.1	0.2	0	0	0	0.9	0.3	
1979	Jul	0	1.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	3.2
1979	Avg	0.3	0	2.5	2.7	2.6	0	0	0	4.5	3.7	0	0.1	0	0	0
1979	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0	0	0.1	3	
1979	Okt	0	9.4	2.5	0.5	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	5.5	7.6
1979	Nov	2.1	5.1	1.9	0	1.3	0.3	0.4	0.2	2.3	2.9	0	2	0.5	0.7	
1979	Dec	23.3	0	0	0	1.9	0	0	2.9	0.2	0	0	0	0	3.4	5

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1980	Jan	22.8	0.3	5.4	2.3	0	0.3	0.7	10.9	4.4	0	0	0.2	0.3	0	0	1.8
1980	Feb	0	8	0	0.8	5.4	16.2	0.1	0	0	0	0	8.5	0.3	2.4	0	0
1980	Mar	1.8	0.9	0	12.7	0	0	0.1	0.3	6.1	0	0.2	0	4.8	0	0	0
1980	Apr	0	0	1.3	4.4	3	0	0.2	6.8	2.4	0.1	0	0	0.1	0	0	0
1980	Maj	0	0.1	0	0	0	1.4	0	0	0	3.1	6.3	17.6	0	0	0.1	13.6
1980	Jun	7	0.4	0	0	0.3	7.6	4.7	9.4	0	0	0.5	3.8	0	0	0	0
1980	Jul	1	0	10.5	2.7	0.1	0	2.2	0	0	0	0	25.9	0.4	0	0	0
1980	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0	6.9	8.7	7.3	1.7
1980	Sep	7.5	4	0.6	0	0	0	0	0	1.9	0	17.8	0.3	0	0.1	0	0
1980	Okt	2.8	0	0	0	0	14.5	0	0	0	0	20.8	18	0.9	0.2	0.7	1.6
1980	Nov	0	0.7	2.9	1.7	1.9	5.7	3.9	0.4	0	13.8	17.5	0	0.1	13.7	3.4	0
1980	Dec	12.4	16.3	1	1	5.3	0	5.6	13.3	7.6	0	0	0	0	0	0	0
1981	Jan	0	2	0	0.3	33.2	0.6	0	2.9	0	0	0	0	0	1.1	0.9	4.3
1981	Feb	0	0	0	0	4.4	7.9	0	0.2	0	0	0	5.9	0.1	0	0.4	0
1981	Mar	0	0	4.2	24.6	8.5	0.1	0	0	0	0	0	0	5.8	34.4	2.6	0
1981	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2	3	0	0	0	0
1981	Maj	0	0	0.8	10.6	5.3	1.1	0	0	0.1	0	0	11.6	12	0	2	0
1981	Jun	0	0	0	0	0	16.1	8.3	0.3	0	0	0	3.1	0	0	0	0.1
1981	Jul	0	0	0	0	3.4	0	0	0	0	0	4.7	0	0.5	0	0.2	0
1981	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23.3	0	0	14.3	0	0
1981	Sep	0.1	0	0	0	18.6	0	0	0	0	0	0	3.7	0	0	8.1	3.2
1981	Okt	1.2	2.4	1.5	0	0	0	0	0	0	0	0	10.7	26	5.9	0	0
1981	Nov	0.1	0	0	0	0	0.5	3.2	0.8	0	0	3	0.1	1.9	0.4	22.7	33.6
1981	Dec	0	3.6	4.9	0.4	2.9	1.2	0	8.6	0	4.5	1.5	2.4	5.7	9.4	0	0
1982	Jan	0	3	3.8	0	0	0	6.9	0	0	0.1	5.5	0.4	0.5	0	0	0.1
1982	Feb	2.3	0.4	0	0	0	0	0	0	0.2	1.4	0.4	0	0	0	0	0
1982	Mar	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0	0	0	16.5	0	0	3	0
1982	Apr	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0.6	6.3	1.5	9.1	2.8	12.6	3.6
1982	Maj	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1982	Jun	0	0	3.7	1.5	0.2	0	0	0.3	0	0	0	0	3.1	18.8	16.2	0
1982	Jul	1.6	0	0	0	0	0	0	1.8	0	0	6.2	11.1	51.3	19.1	0	0
1982	Avg	0.1	0	0	0.1	36	2.1	4.5	1.4	9.8	0	0.3	0	0	0	0	0
1982	Sep	0	0	13.6	0	0	0	0	0	0.8	5.7	1.9	0.2	0	0	0	0
1982	Okt	0	0	11.1	11.9	1.7	0	2.6	3.2	1.1	19.1	0	0	0.3	0	6.5	11
1982	Nov	0	0.1	0	0	0.1	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	7.3	0
1982	Dec	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	1.3	0	5.6	0.1	7.7	1.2	0
1983	Jan	0	0.1	1	0	0.2	3.9	0.2	0	3.2	0	0	0.2	0	0	1.8	0.4
1983	Feb	2.2	0	0.5	0	1	0	0.2	4.9	0.1	4.6	0	0.2	0	0	0	0.3
1983	Mar	1.1	4.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1983	Apr	1.5	0.6	0.9	2.8	0.9	3.1	0	0	0	0	0	0	9.8	9.6	0.6	2.7
1983	Maj	0	7.8	1	0.2	0	0.3	1.1	0	1.4	8.9	2.1	0	0	0	0	0
1983	Jun	0	0	0	0.6	0	0	0.7	0	0	0	0.2	24.5	16.9	5.9	21.8	8.2
1983	Jul	0	0	0.8	0	0	0	0	0.5	2.6	0	0	1.6	0.8	0	0	0
1983	Avg	0	0	0	3.3	4	0	0	0	0.5	0	0	0	0	2.8	0	0
1983	Sep	0	0	0	0	11.2	0	0	2.3	0	0	0	0	9.6	0	0	0
1983	Okt	5.2	0	0	0	0	0	0	0	0	17.5	0	3.1	5	0	0	0
1983	Nov	4.4	0.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.5	0	0	0.4	0
1983	Dec	0	7.1	3.6	1	0	0	1.2	2.5	0	0	0.4	11.2	0	0	0.4	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1980	Jan	0	0	0	0	0	0	0	1.3	2.1	7.3	0	0	0	3.2	0
1980	Feb	0	1.7	2.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1980	Mar	1.3	0	0	0.1	1.4	3	16.7	9.8	5.2	0.3	0	0	0	0	2.5
1980	Apr	0	0	0	1.4	2.1	13.5	0.2	0.8	1.5	0.5	0.1	29.1	0	20.6	
1980	Maj	5.1	0.7	7.1	0.1	10.3	0	17.2	30	9.5	1.2	0	0.4	0.2	2.4	0
1980	Jun	0	0	3	0.9	0	0	0	0	0	1.4	24.2	10	0	0	
1980	Jul	0	0	0.4	0	0	12.4	0.4	0	0	8.1	0	14.8	0	9.5	2.6
1980	Avg	1.7	1.7	0	0	0	0	36	0.4	2.5	0	0	0	0	0	0
1980	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	
1980	Okt	0	0	6.7	4	0	0	0	0	0	1.9	10.3	0	0	0	0
1980	Nov	0	0	1.6	5.6	0	0	0	0	0	0	0	4.5	4.3	7.1	
1980	Dec	0.1	0	0	1.9	2.8	1	2.1	0.8	0.7	0	0.1	8.9	1.2	0	0
1981	Jan	1.5	0	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.3	0.3	0	0.2	0.8	0
1981	Feb	0	0.5	0	0.2	2.4	0	0.2	0	0	0	0	0			
1981	Mar	0	0.1	27.1	36.8	0	0	0	0	0.2	0	0.3	0	0	0	0
1981	Apr	0	18.1	19	4.1	0	0	0	1.2	6.1	1.6	3.2	1.3	1.4	0	
1981	Maj	0.8	0	0.1	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	1.9	0	0
1981	Jun	25.4	24.6	29.6	0.8	0	0	0.5	0	4.8	0	0.8	0	0	0	
1981	Jul	0	0	0	6.9	1.2	0	0	0	0	0.9	1	0	2.1	0	0.1
1981	Avg	0	0.8	0.5	0	0	4.2	0.4	4.5	0.4	0.1	0.6	16	7.7	0	0
1981	Sep	0	2.5	0	4.4	0	0	0	0	1.4	6.6	0	0	4.8	25.6	
1981	Okt	1.9	0	0	0.1	0	1.5	0	11.5	8.3	0	0	1.2	0.1	0	0
1981	Nov	13.7	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	5.4	3.2	
1981	Dec	3.3	0	0.2	6.2	6	0	0.1	0.4	9.7	0.2	0.1	0	0	1.5	3
1982	Jan	0	0	0	0	0	0	0.3	1.6	0	0.3	0	0	0	0	21.2
1982	Feb	0	0	0	0	0	0.5	0.2	0.5	1.5	7.2	0.1	0			
1982	Mar	0	0	2	15	9.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	29.8
1982	Apr	2.9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	1.3	5	11	
1982	Maj	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0.6	1	0.3	3.6
1982	Jun	0	0	20.7	4	0	6.1	0	0	0	0	0	11.2	0	0	
1982	Jul	0	0	0	0	0	0	0	8.7	0	15.9	0	3.1	0	5.9	0
1982	Avg	0	7.3	0	0	0	5	6.7	0	0	0	0	0	0	0.1	0
1982	Sep	0	0	0	0	0	0.8	1.4	0	0	0	0	0	3.5	1.9	
1982	Okt	0.8	0	0	0.6	9.9	0	0	1.4	0.3	0	0.4	0	0	0	0
1982	Nov	7.3	3.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1982	Dec	0	0	0	3.3	0	0	0	0	16.4	33.3	2.8	0	5.6	0.6	1.3
1983	Jan	8.3	7.4	0	3.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.9
1983	Feb	0	0.1	1.3	0	0	1	0	0	0	0	0	0			
1983	Mar	0	0	0	0	0	0	2.5	0	0.6	0	5.6	4.7	0	0	0
1983	Apr	0	0	0	0	0	1.9	3.1	0	0	0.1	0	0	0	0	
1983	Maj	0	0	0	0	0	0	0	6.4	16.1	1.8	0.2	15.6	0.1	0	0
1983	Jun	20.6	2.1	2.5	0	0	0	0	3.1	0	0	0	0	1.9	12.8	
1983	Jul	0	0	0	0	4.5	9.6	0	0	14.6	0	0	0	0	0.1	0
1983	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	2.6	0
1983	Sep	0	25.2	19.6	0.2	0	0	0	0	0	3.3	0	0	0	0	
1983	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0.2	0	0	0	0	0
1983	Nov	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	14.1	10.3	0	
1983	Dec	0	0.2	0	0	1.4	0	0	0	0	0	9.5	1	0	0	0

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1984	Jan	0	0	0	0	3.1	1.5	2.1	0	0	12.7	0.1	0	0	0	0	5.9
1984	Feb	0	0.4	0	0.3	1.2	0	0	0.8	0	29.5	30.9	4.3	1.9	1.7	0	0.4
1984	Mar	0	4	5	0.7	0.5	3	1.8	0	0	1.2	1.4	0.6	3.4	0.3	0.1	0
1984	Apr	0	0	0	3	16.6	0	0	0	0.6	5.3	0	0	0.9	0.1	0	0
1984	Maj	6.5	7.1	0	0	0	2	0	0.5	0.8	15.2	4.8	13.4	4.3	4	0	0
1984	Jun	2.7	1.6	0	0	0.3	0	1.9	3.5	0.4	0.1	0.6	0	0	0	0	0.7
1984	Jul	0	0	0	4.7	0	5.1	0	3.2	0	0	0	0	0	0	0	0
1984	Avg	0	0	2.6	0	0	0	0	6.2	3.5	0	0	15.9	0	1.8	0.1	0
1984	Sep	0	0	0	0	0	0	0.3	0.1	0	0	2.4	0.1	0	0	0	0.5
1984	Okt	0	0	0	0	0	0	1.1	3.1	0.3	0	0	0	5.2	0	0	0
1984	Nov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6
1984	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0
1985	Jan	0.5	0.6	4.1	0.9	0	14.7	11.3	1.2	2.3	7.7	0.2	0.4	0	0	0	0
1985	Feb	0.2	0.7	0	0	0	0	0	4.8	6.9	6.7	3.9	10.4	4.6	0.2	0	4.3
1985	Mar	0	0.2	0.3	0.2	0	0	0	0	0	2.3	3.8	0	0	0	2.3	2.6
1985	Apr	0	0	0.3	0	0	0	0	8.8	0	0	5.3	0	7.5	0.1	0	4.1
1985	Maj	0	0	0	16.4	0	0	0.2	0.1	0.5	2.3	4	0	0	0.9	0	10.7
1985	Jun	12	13.9	2.2	0.3	0.5	0	0	0	23.3	0	1	0.6	0	0.8	1.8	1.9
1985	Jul	0	4.7	0.8	0	0	0	0	0	3.8	0.7	1	0	0	0	0	0
1985	Avg	0	0	0	0	0	0	1.6	5.3	5.1	1.1	0	0	0	0	0	0
1985	Sep	0	0	0	0	3.7	0	1.6	0	2.1	5.3	0	0	0	0	0	0
1985	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0	0.4	0	0	5.8
1985	Nov	2.5	0	13.9	0.1	0.4	0.3	16.7	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0
1985	Dec	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0.4	0	0	0.3
1986	Jan	6.9	0.7	0.6	4.4	13.5	0	2.3	6	0	0	0	5	3.1	0	3.4	10.8
1986	Feb	0.1	0.2	1.5	0	0	0	0.1	1.9	0.1	0.2	0	0	2.5	2.8	0	1.8
1986	Mar	0	5.6	6.1	4.2	11.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Apr	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6	2.8	0.4	18.4	13.1	0.4	0
1986	Maj	1	8.8	0	0	0	0	0	0	0.1	3.2	0	0	5	0	0	0
1986	Jun	5.9	3.8	0	0	0	10	18.5	0	0	0.7	0	7.7	29.4	0	0	0.2
1986	Jul	1.9	7.8	1.4	0	2.7	0	0	9.9	0	0	0	0	0.6	5.1	2.7	0
1986	Avg	0	6	0	0	0	0	1	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0
1986	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0	0	0
1986	Nov	0	0	1.6	0.1	0.1	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1986	Dec	0.4	0	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Jan	4.8	1.2	11.6	2.7	0	0	4	0.8	0.7	0	0.5	1.6	2.1	17.2	1.5	0
1987	Feb	0	0	0.3	0	0	0	0	0.5	0	0.5	0	0	0	0	0	0
1987	Mar	1.6	1.5	14.9	0	0	0	0.9	2.4	0	2.3	0	0	0	0	0	0
1987	Apr	4.7	37.7	1.6	0	0	0	0.4	0	0	0	3.6	0.8	1.5	0	0	0
1987	Maj	0	0	0.4	0	0	15.2	23.7	2.2	0.1	0	0	0	0	0.2	3.5	19.8
1987	Jun	1.7	0	0.5	1.3	3.2	5.5	0	0	0	0.3	0	0	0	0	0	0
1987	Jul	0	0	0	63	0	0	0	0	0	0.1	0.2	0	0	0	0	0
1987	Avg	20.4	0	0	0	0	3.5	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	8
1987	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1987	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6	0	0	0	6.7	1.6	0	0
1987	Nov	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	2.6	0	2.4	0	0	0.4	9.9
1987	Dec	0	0	1	0	0	0.9	5.6	0	16.1	8.7	3.7	0	0	0	0.8	0.7

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1984	Jan	0	0.2	2.2	0.7	7	1.3	0.6	3.7	6.5	7.2	2.4	0	0	2.1	0
1984	Feb	0	0	1	0	0.2	0	0	0	0	0	0	5.8	0		
1984	Mar	0	0	0	0	0	0	0.4	5	0	0.5	3.5	0	0	0	0
1984	Apr	0	0	3	0	0	0	0	2.5	3.5	3.2	0.5	0	0	0	
1984	Maj	0.1	2	0	0	5.8	0	0	4.3	0.3	0.3	0	0.9	0.4	10.4	4.9
1984	Jun	0	0	1	0	0	0	10.6	1.3	15.7	0.2	0.4	0	0	3.3	
1984	Jul	0	9.5	0.2	0	0.5	0	0	0	3.5	0	57.8	0.8	0.2	0	0
1984	Avg	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0.4	5.7	0	0	0	0
1984	Sep	1.1	3.8	0	0	1.1	0.2	1.6	0	34.3	9.2	0.5	0.2	0	0	
1984	Okt	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0	0	1.6	0.2	0.1
1984	Nov	0	16.6	0.2	3.3	15.5	1.2	0	0	8	0	0	11.5	0	0	
1984	Dec	0	0.1	0	0	0	2	0.1	1.1	3	3.7	0	0	0	2.5	0.1
1985	Jan	0	0	0	0	0	0.2	0	0	5.9	0	0	2.4	0	0	1.5
1985	Feb	0	0	0	0.5	0.3	0	0.2	0	2.8	0.2	0	0			
1985	Mar	2.2	2.2	0	21	0.4	0	0	0	1.8	0	0	0	2.2	0	0
1985	Apr	14	10.1	0.2	0	0	0	0	1.1	3.6	0	6.6	0.7	1.8	1.5	
1985	Maj	1	0	1	0	0.4	1	0.6	0	0	0	0	0	0	1.7	0
1985	Jun	0	29.9	0.1	0	4.4	8.4	0	1.9	11.7	0	0	7.8	3.5	0	
1985	Jul	0	0.4	0	0	0	1.4	0	0	0	0	0	2.6	0	0	0
1985	Avg	0	0	2.6	0	0	0	0	0	0	0	16.4	75.6	32.3	28.1	0
1985	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1985	Okt	0	0	0	0	0	0	1.5	5.4	0	0	0	0	0	0	0
1985	Nov	4	2.7	18	1	3.1	0.2	0	3.8	4.6	1.2	5.3	0	0	2.9	
1985	Dec	0	0.1	0	2.3	2.1	0	0	0	0	0	9.5	0	0.4	0.1	6.3
1986	Jan	0.2	0.4	0	0.1	7.8	0	0.2	0	7.6	0	0	0.1	0	0	0
1986	Feb	2.8	0	2.5	16	4.3	0	4.2	1.6	19.8	0	0.2	0			
1986	Mar	0	0	0	0.6	0.2	0	0.4	6.2	0	0.9	13.1	0.4	0	0	0
1986	Apr	0.1	0	2	17.8	3.5	0	0	0	0	0	0	0	0.4	9.5	
1986	Maj	16.5	23.6	0	0	1.8	0	0	0	52.7	1.4	0	0	0	0	12.5
1986	Jun	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0.2	3.5	10.4	
1986	Jul	0	6.6	8.3	2	0.7	22.7	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0
1986	Avg	0	0	0	0	1.2	0	0	0.6	0.4	0	0	0	0	0	0.8
1986	Sep	0	0	1.2	0.4	0	0	0	0	0	0	1.5	0.1	0	0	
1986	Okt	0	0	0	1	2	20.2	0	0.5	4.2	0	4.6	7	0	0	0
1986	Nov	0	0	0	0	0	0	1	0	0.5	0	0	2.6	0.9	0	
1986	Dec	12.1	0	0	6.8	0.2	0	0	0.1	0	0	0	0.5	0	0.5	0
1987	Jan	0	7.9	0	10.9	0	0	0.7	6.5	2.2	0	9.4	0	18.7	1.8	0
1987	Feb	0.1	0.2	0	0.4	0	0	1.1	0	0	0	0	0			
1987	Mar	0	0	0	0.1	14.8	0	12.2	7.6	0	0	0.2	0	0	3.1	10.4
1987	Apr	0	0	0	0	0.1	7.5	0.1	0	0	0	1.2	0	0	0	
1987	Maj	1.9	0	1.7	16	7.9	56.4	2.2	1	0	1.8	2.8	0	1.1	8.2	2.9
1987	Jun	0	0	0	0.2	0.7	4	40.5	23.7	0	0.2	0	31.3	0.3	0	
1987	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.1	0	0	0	0
1987	Avg	0	0	2.1	6.2	1.6	0	0	0	0	0	0	0	0.8	0	0
1987	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	0	10.1	0	0	
1987	Okt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.7	1.4	0	0	0	0
1987	Nov	0.5	9.4	0	2.2	11.2	28	5.4	0	0	12.9	11.3	1.6	0.1	2.4	
1987	Dec	0	0.3	0	14.3	1.9	1.4	0	2.4	0.7	0	0	0	1.5	0	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1988	Jan	0	0	0	0	0	0	0	4.2	1.8	6.2	1	0	0	0.2	15.4
1988	Feb	0	0	1.7	0.6	0.3	0	0.2	0	1.8	4	26.1	0	0		
1988	Mar	0	6.7	0	0	0.4	4.5	5	1.2	0	3.8	3.8	6.9	0.6	4.4	0
1988	Apr	3.1	0	0	0	0	0	0	5.5	7.5	1.4	0	0	1	0	
1988	Maj	0	0.1	0	0	0.6	8	5.9	0.1	0	0.3	0	0	1	0.2	0
1988	Jun	0	0	0	0	3.5	0	0	9.5	0	0	24	0.3	1	0	
1988	Jul	15.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1988	Avg	0.1	0	0	0	0	5	6.4	8.7	0	2.2	0.1	0	0	0	0
1988	Sep	0	10.8	0.8	0	0	3.5	2.5	0	0	0	0	0	0	0	
1988	Okt	0	0	0	0	1.3	1.3	0	0	0	0.1	0	0	0	3.6	5.5
1988	Nov	0	0	0	1.7	0.3	4.8	1.3	0.5	1.3	0	0	0	0	0	
1988	Dec	3.9	0	0	4.6	0	0	0	0.2	0	0	0	0	0	0	0
1989	Jan	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0.2	0	0
1989	Feb	0	0	0	0	0	1.2	0.2	0	0	0	6.1	0.2			
1989	Mar	0	0	0	1.3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Apr	0	0.4	0.7	0	0	1.1	0	9.9	2.2	0	0	0.4	11.3	14.2	
1989	Maj	2	3.5	2.7	1.5	0	5.1	0	1	0	0	0	0	0.5	3.3	0
1989	Jun	4.5	4.8	1.2	18.6	2.8	7.5	0	12.1	1.2	0.8	0	0	9.6	1.1	
1989	Jul	0	0.8	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Avg	0	0	0	0	0	0	2.4	0.2	0	0	0	0.7	24.3	6.8	2.3
1989	Sep	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.8	31.9	
1989	Okt	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1989	Nov	0.8	0	0	0	0	0	6.7	1.2	0	0	0	0	0	0	
1989	Dec	0	0	0	2.3	0	0	0	1	0	0	0	4.5	4.5	9.2	0
1990	Jan	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	0	1.3	0	0	0.7	0
1990	Feb	0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.3	6			
1990	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	4.3	0.3	3.8
1990	Apr	3	0.2	7.9	0.1	1.8	2.4	3.6	2.8	4.4	0	0	0	6	0.3	
1990	Maj	0	0.8	3.1	5.6	0	0	1.9	2.8	0	0	0	3.8	0	0	0
1990	Jun	13.7	0	0	0	0	12.8	0	0.3	0	0	0	0	0	0	
1990	Jul	0	0.1	0.7	0.2	0	0	0	0	3.8	0	0	1.1	0	0	0
1990	Avg	0	0.2	0	0	0	1.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1990	Sep	0.2	0	7	0	0.9	1.5	0	0	4.7	0	4.7	0	0	0	
1990	Okt	0	0	0	0	2	21.6	0	0	0	0	0	3.8	0.6	2.7	11.9
1990	Nov	0	0	1.2	3.9	0	0	0	1.4	2.9	0	0	1.5	1.6	0	
1990	Dec	0.3	4.7	0.2	0.1	1.9	0	0	0	0	0	0	3	3.2	0	0
1991	Jan	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0	1.1	4.3	0.8
1991	Feb	0.7	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0			
1991	Mar	0	0.5	0	0	0.6	0	0	0	0	20.8	12.4	20.8	15	13.4	
1991	Apr	0	0	4	3.1	6.4	0	0	11.3	9.5	0	0	4.2	0	0	
1991	Maj	2.6	18	0	10.9	0.2	0	0	0.6	0.3	1.9	0	9	13.5	1.2	0
1991	Jun	0	0	0	0.5	0	0	0	0	21.3	0	0	4.5	2.4	0	
1991	Jul	0	0	3.3	0	0.4	29.3	0	0	0	0	15.6	19.1	50.8	0.5	0
1991	Avg	0	0	0.2	5.9	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0	5.6	0
1991	Sep	0.5	0	0.9	0	0	0	0	10.6	0	0	0	0.3	0	0	
1991	Okt	1.7	0	0	20.1	5.3	19.4	0.3	0	5.5	4.5	0	0	0	0	0
1991	Nov	4.4	18.7	0.9	0	0.2	5.2	0.3	0	0	0.2	0.1	0.1	0	0	
1991	Dec	0	0	5.5	0	5.8	7.6	1.7	0	0.1	0.5	0	5.3	3.1	0.1	0.3

Godina	Mesec	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1992	Jan	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0	0.1	0	0.8	0.2
1992	Feb	0	0	0	0.2	2.9	0.3	2.7	3.9	0	0	0	0	0	0	0	0
1992	Mar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.1	0.2
1992	Apr	0	0	1.8	0	0	0	10.9	0	0	0	0	0.1	0	0	0	0
1992	Maj	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0	0.1	0	0	0	0
1992	Jun	0	0	0	0	0	19.2	22.8	0	9.9	7.5	0.4	1.3	1.7	3.2	0.7	43.5
1992	Jul	0	0	0	0	0	0	1.8	0.9	0	2	1	1.5	21.6	14.7	0.2	0.1
1992	Avg	0	0	11.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4
1992	Sep	0	0.2	0	0	16.9	3.7	0	0	0	0	0	0.1	0	0	1	0
1992	Okt	0.6	0	0	0	1.5	0.9	6.5	9.5	0	0.1	7	21.3	0.3	0	0	0.2
1992	Nov	7	0	0	0.6	4.6	0	0	0	0	0	0	5.2	15.6	0	0	0
1992	Dec	0	0	0	0	0.5	0	6	0.5	1.6	15.3	2.8	1.8	3.8	0.2	0.2	0

Godina	Mesec	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1992	Jan	0	0	0.2	0.6	4.7	0.2	0	0	0	0	0	0	0.1	0.6	0
1992	Feb	12.1	0.3	1.6	0.4	1.2	6.2	0	2	0	0	0	0	0		
1992	Mar	0	0	0	0	0	0	1.2	1	0	0	0.4	0	0	1	0
1992	Apr	1.7	13.7	11.8	0.5	0	0	0	19.4	0	0	0	0	0	0	
1992	Maj	0	1	4.4	3.2	2.6	0	2.4	0.3	0	0	0	0	0	5.2	0
1992	Jun	0	1.4	0	0	8.9	0	0	26.1	13.7	0	15.2	4.5	0	0	
1992	Jul	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1	0	0
1992	Avg	0	0	0	0	0	0	5.7	6.4	0	0	0	0	0	0	0
1992	Sep	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0.2	6.1	
1992	Okt	1.8	0	2.3	0	4.7	8.3	0	0	3.1	0	18.6	0	0	2.9	0.9
1992	Nov	0	10.7	0.8	1.3	0	2.8	6.3	0.2	0	0	3.4	0	0.6	2.6	
1992	Dec	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0

Prilog B

Izvodjenje izraza za uslovnu verovatnoću javljanja

Izvodjenje izraza za uslovnu funkciju intenziteta Markovljevog procesa obnavljanja bazira se na Laplasovoj transformaciji funkcije uslovnog intenziteta opšteg Markovljevog procesa obnavljanja sa dva stanja prema radu Cox-a i Lewis-a (1978), u sledećem obliku:

$$u^*(s) = \frac{(1 - a_2)f_1^*(s) + (1 - a_1)f_2^*(s) + (1 - a_1 - a_2)(2 - a_1 - a_2)f_1^*(s)f_2^*(s)}{(2 - a_1 - a_2) - a_1f_1^*(s) - a_2f_2^*(s) - (1 - a_1 - a_2)f_1^*(s)f_2^*(s)} \quad (1)$$

gde su: $f_i^*(s), i = 1, 2$ - Laplasove transformacije dve gustine za intervale vremena do događaja. Geometrijska funkcija, kojom se analiziraju intervale vremena, sa parametrom p , data je jednačinom (3.11). Korišćenjem izraza (3.12) i (3.13), ima Laplasovu transformaciju datu izrazom (3.14). Posle uvrštavanja izraza (3.14) za promenljive $f_1^*(s)$ i $f_2^*(s)$ u jednačinu (B.1), dobija se sledeći izraz:

$$(2 - a_1 - a_2)u^*e^{-s} = \frac{p_1(1 - a_2) + p_2(1 - a_1) + [p_1p_2(2 - a_1 - a_2)^2 - p_1(1 - a_2) - p_2(1 - a_1)]e^{-s}}{1 + [p_1(1 - a_1) + p_2(1 - a_2) - 2]e^{-s} + [1 - p_1(1 - a_1) - p_2(1 - a_2)]e^{-2s}} \quad (2)$$
$$= \frac{\gamma + [p_1p_2(2 - a_1 - a_2)^2 - \gamma]e^{-2s}}{1 + (\beta - 2)e^{-s} + (1 - \beta)e^{-2s}}$$

gde su:

$$\gamma = p_1(1 - a_2) + p_2(1 - a_1) \quad (3)$$

$$\beta = p_1(1 - a_1) + p_2(1 - a_2) \quad (4)$$

Treba naći inverznu transformaciju izraza (B.2) da bi se izrazila funkcija $u(t)$. Tako se dobija sledeći izraz:

$$u^*(s)e^s = \frac{G}{1 - e^{-s}} + \frac{A}{1 - (1 - \beta)e^{-s}} \quad (5)$$

gde su:

$$G = \frac{p_1 p_2 (2 - a_1 - a_2)}{\beta} \quad (6)$$

$$A = \frac{\gamma}{1 - a_1 - a_2} - G \quad (7)$$

Na osnovu inverzne Laplasove transformacije izraza (B.5) može se napisati sledeće:

$$\mathcal{L}^{-1}[u^*(s)e^s] = \sum_{k=0}^{+\infty} [G + A(1 - \beta)^k] \delta(t - k) \quad (8)$$

tako da se dobija izraz za $u(t)$:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} [G + A(1 - \beta)^k] \delta(t - k) \quad (9)$$

Ako uporedimo izraze (3.31) i (B.9) dobija se:

$$u_k = G + A(1 - \beta)^k \quad (10)$$

Kako je izraz za G identičan izrazu za prosečni intenzitet javljanja m , (videti izraz (3.33) konačno se dobija izraz:

$$u_k = m + AW^k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (11)$$

koji je identičan izrazu (3.32).

Prilog C

Izračunavanje parametara Markovljevog modela obnavljanja sa dva stanja

Markovljev model obnavljanja kiša, koji je detaljno opisan u Poglavlju 3 ima 4 parametra, prema sledećem:

a_1 – prelazna verovatnoća kišnog dana u kišni dan;

a_2 – prelazna verovatnoća sušnog dana u sušni dan;

p_1 – parametar geometrijske raspodele kišnih perioda vremena;

p_2 – parametar geometrijske raspodele sušnih perioda vremena;

Kako se intervali kiše – oznake "1", i suše – oznake "2" ne mogu direktno definisati na osnovu samog podatka o danu: kišni ili sušni, bez uočavanja vrste prelaza, koji u opštem slučaju može biti jedan od sledećih: kiša/kiša, kiša/suša, suša/kiša ili suša/kiša, sve četiri verovatnoće se analiziraju simultano; Foufoula-Georgiou (1985).

Za primenu metode momenata daju se prva tri momenta i kovarijansa prvog reda intervala vremena do događaja:

$$E(x) = \frac{1}{2 - a_1 - a_2} \left[\frac{1 - a_2}{p_1} + \frac{1 - a_1}{p_2} \right] \quad (1)$$

$$E(x^2) = \frac{1}{2 - a_1 - a_2} \left[\frac{(1 - a_2)(2 - p_1)}{p_1^2} + \frac{(1 - a_1)(2 - p_2)}{p_2^2} \right] \quad (2)$$

$$E(x^3) = \frac{1}{2 - a_1 - a_2} \left[\frac{(1 - a_2)(p_1^2 - 6p_1 + 6)}{p_1^3} + \frac{(1 - a_1)(p_2^2 - 6p_2 + 6)}{p_2^3} \right] \quad (3)$$

$$c_1 = \frac{1}{(2 - a_1 - a_2)^2} (1 - a_1)(1 - a_2) \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right)^2 (a_1 + a_2 - 1) \quad (4)$$

Korišćenjem Newton-Raphson metode može se rešiti sistem jednačina i mogu se izračunati sve četiri verovatnoće: a_1 , a_2 , p_1 i p_2 .

Kako su sva četiri parametra verovatnoće onda moraju biti u granicama $[0,1]$, ali su za proračun transformisane prema sledećem izrazu:

$$x = D + (G - D) \sin^2(x')$$

gde su: $D = 0.0001$, $G = 0.9999$, x - realna vrednost parametra - verovatnoće, ograničena u intervalu $[D, G]$, x' - neograničena vrednost parametra x , prema datom izrazu $(-\infty, +\infty)$.

Preporuka Foufoula-Georgiou (1985) je da se umesto trećeg momenta, koji je kod analize uzoraka hidrometeoroloških veličina u izvesnom smislu nepouzdana ocena, kao zamena uzme mediana gustine raspodele za intervale vremena do dogadjaja, prema sledećem izrazu:

$$0.5 = \frac{1}{(2 - a_1 - a_2)} [(1 - a_2)(1 - p_1)^{x_m} + (1 - a_1)(1 - p_2)^{x_m}] \quad (5)$$

gde je: x_m - vrednost promenljive x za vrednost 0.5 gustine raspodele.

Potom se supstitucijom jednačine (C.5) i jednačine (C.4) dobija sistem jednačina koji se može rešiti.

Prilozi D

Prilog D1: Izmereni ekstremni proticaji u (l/s) na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu u periodu 1984-93.

Prilog D2: Izračunati proticaji u (l/s) na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu na osnovu registrovanih kiša približnog trajanja do 30 minuta u periodu 1981-92.

Prilog D1. Izmereni ekstremni proticaji u (l/s) na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu u periodu 1984-93. Period merenja 1984-1993. Ukupno 10 godina merenja.

Dan	Mesec	Maksimalni proticaji [l/s]				Prethodni uslovi	
		Sliv	Pdsl	K_{Os}	K_{Ops}	Kišni dani	Visina
1984							
24	7	—	173	—	0.16	—	—
26	7	—	256	—	—	1	7.7
7	8	119	67	0.14	0.23	—	—
8	8	67	—	0.19	—	1	8.9
11	8	1066	—	0.23	—	—	—
13	8	216	—	0.23	—	1	19.5
1985							
1	6	425	142	—	—	3	7.7
28	8	—	1014	—	—	3	92.5
2	11	117	—	0.19	—	—	—
1986							
1	5	—	220	—	0.37	3	13.4
25	5	—	218	—	0.25	—	—
30	5	—	180	—	0.23	—	—
1	6	247	112	0.17	0.14	2	19.3
10	6	—	256	—	0.16	—	—
11	6	—	198	—	0.27	1	12.1
12	6	196	55	—	—	2	25.9
1	7	401	165	0.24	0.31	2	16.9
7	7	453	160	0.20	0.24	—	—
18	7	411	110	0.24	0.18	1	9.7
21	10	165	45	0.20	0.19	2	2.9
1987							
6	5	—	62	—	0.33	1	12.3
15	5	—	202	—	0.33	3	2.8
16	5	—	80	—	0.31	4	22.5
18	5	819	360	0.28	0.40	4	28.4
3	7	—	952	—	0.44	—	—
1988							
15	7	—	115	—	—	—	—
16	7	—	100	—	0.34	1	5.4
23	8	—	75	—	—	2	9.1
2	9	—	57	—	0.19	—	—
15	9	—	63	—	0.22	1	8.8
18	9	—	12	—	0.15	1	12.7
1989							
14	7	—	47	—	0.15	2	3.2
1	8	—	106	—	0.24	5	31.8
23	8	257.5	97.6	0.22	0.25	—	—
27	8	185	58.3	0.21	0.19	—	—
2	9	107.5	36.1	—	0.28	—	—
14	9	235	76.8	—	0.17	—	—
1990							
10	6	269	109	0.24	0.21	—	—
13	6	587	278	0.21	0.26	2	22.6
2	7	—	163	—	—	2	2.4
4	7	—	460	—	—	3	11.3
6	7	—	254	—	—	—	—
1991							
12	5	249	—	0.19	—	1	6.2
6	7	211	—	0.15	—	—	—
22	7	732	—	—	—	—	—
26	7	65	27	0.13	0.14	—	—
28	7	553	164	0.25	0.28	2	25.0
3	8	460	168	0.27	0.32	8	79.0
5	8	—	54	—	0.26	10	79.7
31	8	804	—	0.17	—	1	12.6
23	9	98	—	0.12	—	—	—
2	10	82	—	0.12	—	1	19.4
20	10	184	52	0.18	0.17	—	—
21	10	67	—	0.14	—	1	20.6
1992							
23	4	232	—	—	—	—	—
1993							
3	6	50	18	—	—	—	—
12	6	209	93	—	—	—	—
24	6	352	132	—	—	—	—
6	7	—	160	—	—	—	—
13	7	384	117	—	—	—	—
26	8	369	105	—	—	—	—
27	8	209	39	—	—	—	—
5	9	203	48	—	—	—	—
6	9	527	160	—	—	—	—
11	9	—	80	—	—	—	—

 K_{Os} - koeficijent oticaja na slivu K_{Ops} - koeficijent oticaja na podslivu

Napomene: Gde nisu dati podaci za K_O znači da je izmerena samo maksimalna vrednost hidrograma oticaja a ne ceo hidrogram ili nedostaju tačni podaci o baznom proticaju.

Prilog D2. Izračunati proticaji u (l/s) na eksperimentalnom slivu Miljakovac 2 u Beogradu na osnovu registrovanih kiša približnog trajanja do 30 minuta u periodu 1981-92.

Dan	Mesec	Maksimalni proticaji [l/s]	
		Sliv	Podsliv
1981-5			
3	5	196.5	49.6
12	5	502.5	130.9
16	6	428.4	113.3
17	6	176.2	46.7
18	6	805.1	210.7
1982-8			
12	4	51.8	13.5
21	5	426.5	111.6
13	6	209.8	54.8
14	6	573.2	152.4
18	6	495.4	131.3
12	7	82.5	21.2
13	7	788.4	207.0
9	10	671.6	174.7
1983-10			
4	4	106.2	27.9
24	5	1344.1	355.3
11	6	255.8	67.4
14	6	716.5	187.3
29	6	484.9	130.2
24	7	193.1	51.3
12	9	517.5	137.8
17	9	131.6	34.2
19	9	86.1	22.3
9	10	208.4	54.3
1984-11			
4	4	113.4	29.6
24	4	133.2	36.2
9	5	67.9	17.8
17	5	302.3	81.7
18	6	175.3	47.6
24	6	95.1	24.2
7	7	240.3	64.4
24	7	626.2	165.9
26	7	667.7	179.0
11	8	328.9	85.6
24	9	233.5	61.2
1985-10			
8	4	103.1	27.3
3	5	79.0	20.4
15	5	391.1	102.8
1	6	312.9	82.6
8	6	552.6	147.2
17	6	210.9	55.2
26	8	378.4	99.9
27	8	168.1	44.2
28	8	629.4	164.5
29	8	1159.8	302.

Dan	Mesec	Maksimalni proticaji [l/s]	
		Sliv	Podsliv
1986-12			
29	4	308.1	80.4
17	5	1027.0	273.9
24	5	613.8	166.0
10	6	1051.4	276.7
11	6	924.9	247.1
12	6	311.3	82.2
29	6	584.5	154.2
1	7	389.1	102.5
7	7	699.0	183.1
18	7	495.7	130.9
21	7	298.2	78.4
1	8	734.	193.3
1987-7			
6	5	119.3	31.4
16	5	232.9	61.9
19	5	501.3	131.1
5	6	423.7	111.1
22	6	5435.5	1411.5
3	7	2979.0	681.0
28	7	738.8	192.6
1988-4			
12	6	538.7	141.2
23	6	180.7	47.1
21	8	173.8	47.1
2	9	225.0	59.0
1989-8			
28	4	1305.4	343.7
29	4	189.0	49.3
4	5	351.5	92.0
19	6	560.9	146.5
23	6	346.6	91.8
28	6	585.8	156.3
1	8	190.0	49.7
27	8	483.1	133.3
1990-4			
24	4	124.1	33.5
21	6	984.7	249.1
2	7	289.8	75.7
4	7	321.9	84.0
1991-7			
7	4	400.4	105.6
12	5	206.1	58.0
21	7	558.4	145.6
28	7	352.2	91.5
2	8	310.6	82.0
29	8	352.7	93.7
1	10	648.7	169.5
1992-8			
7	4	175.6	45.9
23	4	300.0	77.5
6	6	423.1	110.8
9	6	272.9	72.2
15	6	887.6	233.7
24	6	574.2	153.1
25	6	963.1	253.7
27	6	568.4	148.5



