

Estudo comparativo de estratégias de controle de robôs manipuladores no espaço de juntas

Nardênio Almeida Martins

Departamento de Informática, Universidade Estadual de Maringá, Av. Colombo, 5790, 87020-900, Maringá, Paraná, Brasil.
e-mail: namartin@din.uem.br

RESUMO. Este artigo compara algoritmos de controle adaptativo direto propostos para robôs manipuladores no espaço de juntas. Considera-se o controle de seguimento de alta precisão de robôs manipuladores cuja carga é desconhecida. Compara-se um controlador adaptativo proposto com duas versões de controladores adaptativos diretos. As duas versões de métodos de controle adaptativo direto são aquelas propostas por *Craig* e por *Slotine e Li* (Spong, 1996). Cada método de controle adaptativo direto tem sido simulado com as mesmas trajetórias, e o desempenho é avaliado baseando-se no comportamento da dinâmica de erro, na precisão do seguimento de trajetória e na estimação de parâmetros.

Palavras-chave: robô manipulador, seguimento de trajetória, controle adaptativo, espaço de juntas.

ABSTRACT. Comparative study of robot manipulators control strategies in joint space. Direct adaptive control algorithms for robot manipulators in joint space coordinates are provided. High precision tracking control of robot manipulators with unknown load is analyzed. A proposed adaptive controller is compared to two versions of direct adaptive controllers. Two versions of direct adaptive control methods are those suggested by Craig and Slotine and Li (Spong, 1996). Each direct adaptive control method has been simulated on the same trajectories and the performance has been evaluated based on error dynamics, trajectory tracking accuracy and parameter estimation.

Key words: robot manipulator, trajectory tracking, adaptive control, joint space.

Em muitas tarefas, nas quais se empregam robôs manipuladores, desenvolvem-se movimentos ponto a ponto, em que só o início e o fim são importantes (regulação da posição), ou seguimento de trajetórias, em que as posições intermediárias também são especificadas.

Como os robôs manipuladores são sistemas dinâmicos passivos (Lewis *et al.*, 1993), os efeitos gravitacionais devem ser precisamente compensados, com o intuito de eliminar erros de regime e reduzir erros de seguimento de trajetórias.

A eliminação dos erros de regime e a minimização dos erros de seguimento podem ser conseguidas utilizando algoritmos adaptativos (Slotine e Li, 1991; Lewis *et al.*, 1993; Sciavicco e Siciliano, 1996).

Atualmente, vários resultados de controle adaptativo globalmente convergente têm sido propostos para robôs manipuladores (Spong, 1996). Estes resultados, os quais são abordados em Lewis *et al.* (Lewis *et al.*, 1993), são divididos em dois grupos distintos. O primeiro grupo é uma versão adaptativa da dinâmica inversa familiar (ou esquema de

controle de torque calculado), no qual tenta linearizar e desacoplar globalmente as equações de movimento do robô manipulador. O segundo grupo confia fundamentalmente na passividade da dinâmica do robô manipulador e não tenta linearizar as equações de movimento. Como em qualquer abordagem de controle, existem vantagens, desvantagens e compromissos nestes esquemas de controle. As abordagens de controle baseadas na passividade são mais atrativas, pois não requerem a “medição” de aceleração nas juntas e nem a inversão da matriz de inércia estimada. O compromisso com esta abordagem é que, ainda no caso ideal em que se tem o conhecimento perfeito dos parâmetros do robô manipulador, o sistema em malha fechada permanece não-linear e acoplado. Portanto, o desempenho do seguimento de trajetórias em malha fechada é mais difícil de quantificar. O esquema de controle de *Craig*, baseado na dinâmica inversa (Spong, 1996) direciona, no caso ideal em que se tem o conhecimento perfeito dos parâmetros do robô manipulador para um sistema linear e desacoplado em malha fechada. Isto significa que o

desempenho do seguimento de trajetórias em malha fechada é mais fácil de quantificar. Entretanto, para realizar este esquema de controle, é requerida a “medição” de aceleração nas juntas e também a modificação da lei de adaptação de parâmetros para garantir a inversão da matriz de inércia estimada. A análise do desempenho de cada um desses controladores fornece mais um elemento para sua comparação.

O objetivo deste trabalho é comparar os controladores adaptativos diretos (de *Craig* e de *Slotine* e *Li*) com o algoritmo de controle proposto para robôs manipuladores no espaço de juntas, em termos do comportamento dos erros de seguimento de trajetórias (fazer com que os erros de seguimento no espaço de juntas tendam a zero, para que com isso os erros de seguimento no espaço da tarefa tendam a zero).

Este artigo é dividido nas seguintes seções. A seção 2 apresenta a dinâmica dos robôs manipuladores no espaço de juntas. Na seção 3, são mostradas a convergência e estabilidade global dos controladores adaptativos diretos: o método de *Craig* (baseado na dinâmica inversa), o método de *Slotine* e *Li* e o método proposto (ambos baseados na passividade). O desenvolvimento de um modelo dinâmico para simulação é descrito na seção 4. Os resultados das simulações dos métodos abordados são apresentados e comparados na seção 5.

Dinâmica dos robôs manipuladores no espaço de juntas

A dinâmica de um robô manipulador (Spong e Vidyasagar, 1989) com n juntas pode ser descrita por:

$$\tau = H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (1)$$

onde q é o vetor dos deslocamentos nas juntas, τ é o vetor dos torques (ou forças) de entrada aplicados nas juntas, $H(q)$ é a matriz de inércia do robô, $C(q, \dot{q})$ é o vetor de torques de Coriolis e Centrífugos e $G(q)$ é o vetor de torques gravitacionais.

Apesar de as equações de movimento, (eq. 2.1), serem equações não-lineares complexas para todos os robôs, o projeto de controladores é, em geral, baseado nas propriedades destas equações. Com o intuito de facilitar a análise dos diferentes métodos de controle adaptativo direto, algumas destas propriedades são apresentadas a seguir (Ortega e Spong, 1989; Spong e Vidyasagar, 1989; Lewis *et al.*, 1993; Canudas de Wit *et al.*, 1996; Spong, 1996):

1: A matriz de inércia $H(q)$ é simétrica, positiva, definida, e $H(q)$ e $H(q)^{-1}$ são uniformemente limitadas (limites superior e inferior) como uma função de q .

2: A matriz $S(q, \dot{q}) = \dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ é anti-simétrica para uma escolha particular de $C(q, \dot{q})$ (que é sempre possível).

3: Existe uma entrada de controle τ , independente para cada grau de liberdade.

4: A equação de *Euler-Lagrange* para o robô é linear nos parâmetros desconhecidos. Todos os parâmetros são constantes (por exemplo, as massas dos elos, comprimentos dos elos, os momentos de inércia, etc.) e aparecem como coeficientes de funções conhecidas das coordenadas generalizadas. Definindo cada coeficiente ou uma combinação linear destes coeficientes como um parâmetro separado, a equação dinâmica, (eq. 2.1), pode ser expressa como uma relação linear (Lewis *et al.*, 1993) da forma:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta \quad (2)$$

onde $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ é a matriz de funções conhecidas do robô manipulador (denominada regressor), cujos elementos são algumas funções não-lineares em q , \dot{q} e \ddot{q} ; e θ é um vetor de parâmetros dinâmicos (constantes), que depende das características físicas do robô manipulador e da carga. Deve ser ressaltado que a escolha dos parâmetros na representação acima não é única e que esta escolha, particular, determina a dimensão de θ no espaço R^m , onde m é o número de parâmetros escolhidos. Também deve ser levado em consideração que nem todos parâmetros no sistema podem ser desconhecidos e/ou podem ser desejados, de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros. Neste caso, pode-se escrever a eq. 2.2 como:

$$\tau = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})(\theta + \hat{\theta}) \quad (3)$$

onde θ contém somente parâmetros conhecidos e/ou desejados e $\hat{\theta}$ contém aqueles parâmetros a serem estimados.

Métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas

Nesta seção, analisam-se os métodos de controle adaptativo direto no espaço de juntas, os quais são baseados no cancelamento das não-linearidades da dinâmica do robô manipulador (Método de *Craig*) ou na estrutura passiva do robô manipulador

(Método de Slotine e Li e o Método de controle proposto).

Controlador adaptativo de Craig

A lei de controle proposta é definida por:

$$\tau = \hat{H}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) \tag{1}$$

onde $\hat{H}(q)$, $\hat{C}(q, \dot{q})$ e $\hat{G}(q)$ são estimativas dos valores nominais de $H(q)$, $C(q, \dot{q})$ e $G(q)$. O termo u é definido por:

$$u = \ddot{q}_d - K_v \dot{\tilde{q}} - K_p \tilde{q} \tag{2}$$

onde $\tilde{q} = q - q_d$ é o vetor de erro de seguimento de posição nas juntas e as matrizes de ganho K_v e K_p são simétricas, diagonais e positivas definidas.

Substituindo o termo u , (eq. 3.2), na lei de controle, (eq. 3.1), e, em seguida, substituindo na dinâmica do robô manipulador, (eq. 2.1), obtém-se a dinâmica de erro:

$$\ddot{\tilde{q}} + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} = \hat{H}(q)^{-1} Y(\cdot) \tilde{\theta} \tag{3}$$

onde $Y(\cdot) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$, $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ corresponde ao vetor de erro nos parâmetros, com $\hat{\theta}$ sendo o vetor de parâmetros estimados e θ o vetor de parâmetros nominais.

Pode-se escrever a dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 3.3), em espaço de estados como:

$$\dot{\xi} = A\xi + B\phi\tilde{\theta} \tag{4}$$

$$z = C\xi$$

onde z é o vetor de erro filtrado de seguimento e ξ é o vetor de erros de seguimento definido como:

$$\xi = \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix}$$

e

$$A = \begin{bmatrix} 0_n & I_n \\ -K_p & -K_v \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_n \end{bmatrix}; \tag{5}$$

$$\phi = \hat{H}(q)^{-1} Y(\cdot); \quad C = [\alpha I_n \quad I_n]$$

com K_v e K_p sendo escolhidas de modo que A seja uma matriz de Hurwitz (matriz em que todos os autovalores têm partes reais negativas), 0_n sendo a matriz zero, I_n sendo a matriz de identidade e αI_n sendo uma matriz diagonal e positiva, isto é, $\alpha > 0$.

A matriz αI_n é escolhida de modo que a função de transferência $H(s) = C(sI_n - A)^{-1}B = (sI_n + \alpha I_n)(s^2 I_n + K_v s + K_p)^{-1}$ seja real e estritamente positiva. Isto pode ser mostrado usando o teorema da passividade (Lewis et al., 1993) que, para $Q > 0$, existe uma matriz P simétrica, positiva definida satisfazendo:

$$\begin{aligned} A^T P + P A &= -Q \\ B^T P &= C \end{aligned} \tag{6}$$

A análise de estabilidade é realizada pela escolha da seguinte função de Lyapunov:

$$V(t) = \xi^T P \xi + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \tag{7}$$

onde Γ é uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida ($\Gamma = \Gamma^T > 0$).

Diferenciando a função $V(t)$ ao longo de trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 3.4), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -\xi^T Q \xi + 2\tilde{\theta}^T [Y(\cdot)^T \hat{H}(q)^{-1} z + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}] \tag{8}$$

Como $\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}}$, então define-se a lei de adaptação de parâmetros:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma Y(\cdot)^T \hat{H}(q)^{-1} z \tag{9}$$

Substituindo a lei de adaptação de parâmetros, (eq. 3.9), na eq. 3.8 resulta-se:

$$\dot{V}(t) = -\xi^T Q \xi \leq 0 \tag{10}$$

Como $\dot{V}(t)$ é negativa semi-definida com Q sendo uma matriz positiva definida, implica que V é uma função positiva definida, decrescente e inferiormente limitada por zero. Por conseqüência, os vetores ξ e $\hat{\theta}$ são limitados e $\xi \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Como ξ é um vetor formado por \tilde{q} e $\dot{\tilde{q}}$, permite-nos dizer que $\tilde{q} \rightarrow 0$ e $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$.

Controlador adaptativo de Slotine e Li

No desenvolvimento do controlador, são utilizados o vetor de erro de seguimento de posição \tilde{q} (definido na eq. 3.2) e as variáveis de seguimento (Slotine e Li, 1991):

$$\begin{aligned} r &= \dot{\tilde{q}}_r = \dot{q} - \dot{q}_r = \dot{\tilde{q}} + \Lambda \tilde{q} \\ \dot{r} &= \ddot{\tilde{q}}_r = \ddot{q} - \ddot{q}_r = \ddot{\tilde{q}} + \Lambda \dot{\tilde{q}} \end{aligned} \tag{11}$$

onde

$$\begin{aligned}\dot{q}_r &= \dot{q}_d - A\tilde{q} \\ \ddot{q}_r &= \ddot{q}_d - A\dot{\tilde{q}}\end{aligned}\quad (12)$$

sendo A uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida ($A = A^T > 0$).

Lembrando que a dinâmica pode ser representada por uma relação linear, (eq. 2.2), define-se também o vetor de erros nos parâmetros como na eq. 3.3.

A estabilidade é mostrada a partir da função de Lyapunov:

$$V(t) = \frac{1}{2}r^T H(q)r + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1}\tilde{\theta} \quad (13)$$

onde Γ é uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida ($\Gamma = \Gamma^T > 0$), sendo as leis de controle e de adaptação de parâmetros dadas, respectivamente, por:

$$\tau = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) - K_v r \quad (14)$$

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma Y(\cdot)^T r \quad (15)$$

onde $Y(\cdot) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r)$, K_v é uma matriz simétrica, diagonal e positiva definida ($K_v = K_v^T > 0$), e a matriz regressora $Y(\cdot)$ é definida por:

$$Y(\cdot) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r) = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) \quad (16)$$

Calculando $\dot{V}(t)$ ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 2.1 e 3.14):

$$H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r + K_v r = Y(\cdot)\tilde{\theta} \quad (17)$$

e, levando em conta que $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\tilde{\theta}}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros, (eq. (3.15)), de modo que:

$$\dot{V}(t) = -r^T K_v r \leq 0 \quad (18)$$

Assim, $\dot{V}(t)$ é negativa semi-definida, o que garante a estabilidade global do sistema em malha fechada. Usando o lema de *Barbalat* pode-se mostrar que $r \rightarrow 0$ assintoticamente com $A = \tilde{A} > 0$ e que $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ e $\tilde{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Em relação a $\tilde{\theta}$, pode-se dizer apenas que este é limitado (Lewis *et al.*, 1993).

Algoritmo de controle adaptativo proposto

Considere a dinâmica do robô manipulador no espaço de juntas, (eq. 2.1) e seja a seguinte lei de controle:

$$\tau = \tau_0 + \hat{\tau} \quad (19)$$

com

$$\tau_0 = H_0(q)\ddot{q}_r + C_0(q, \dot{q})\dot{q}_r + G_0(q) - (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2)r - K_p \tilde{q} \quad (20)$$

$$\hat{\tau} = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) \quad (21)$$

sendo as matrizes K_v , K_a e K_p simétricas, diagonais, positivas definidas ($K_v = K_v^T > 0$, $K_a = K_a^T > 0$ e $K_p = K_p^T > 0$) e o termo $\|\tilde{q}\|^2$ definido como:

$$\|\tilde{q}\|^2 = \sum_{i=1}^n \tilde{q}_i^2 \quad (22)$$

onde n corresponde ao grau de liberdade ou número de juntas de um robô manipulador.

Os sinais \ddot{q}_r , \dot{q}_r , r e \tilde{q} são definidos como nas eq. 3.12, 3.11 e 3.2, respectivamente.

Fazendo a parametrização linear das eq. 3.20 e 3.21, o controlador proposto, (eq. 3.19), fica:

$$\tau = Y(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2)r - K_p \tilde{q} \quad (23)$$

com $Y(\cdot) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r)$, θ_0 é o vetor de parâmetros em que nem todos os parâmetros no sistema são desconhecidos ou são desejados, de modo a ter que estimar somente um subconjunto destes parâmetros e, $\Delta\hat{\theta}$ é o vetor de parâmetros estimados *on-line* ou variantes no tempo.

A dinâmica de erro do sistema em malha fechada é obtida da substituição da lei de controle, (eq. 3.19, 3.20 e 3.21), na dinâmica do robô manipulador, (eq. 2.1). Da eq. 3.11, pode-se definir que $\dot{q} = r + \dot{q}_r$ e $\ddot{q} = \dot{r} + \ddot{q}_r$, de modo que a dinâmica de erro fica:

$$H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r = \tilde{H}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q) + \hat{\tau} - (K_v + K_a \|\tilde{q}\|^2)r - K_p \tilde{q} \quad (24)$$

onde $\tilde{H}(q) = H_0(q) - H(q)$, $\tilde{C}(q, \dot{q}) = C_0(q, \dot{q}) - C(q, \dot{q})$ e $\tilde{G}(q) = G_0(q) - G(q)$.

Realizando as seguintes parametrizações lineares:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_r, \ddot{q}_r)\Delta\theta = \tilde{H}(q)\ddot{q}_r + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \tilde{G}(q)$$

com $\Delta\theta = \theta_0 - \theta$ e

$$(25)$$

$$\hat{\tau} = \hat{H}(q)\ddot{q}_r + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_r + \hat{G}(q) = Y(\cdot)\Delta\hat{\theta},$$

a dinâmica de erro resulta em:

$$H(q)\dot{r} + C(q, \dot{q})r = Y(\cdot)[\Delta\theta + \Delta\hat{\theta}] - (K_v + K_a\|\ddot{q}\|^2)r - K_p\ddot{q} \quad (26)$$

Fazendo $\Delta\theta = \theta - \theta_0$, a equação final para representar a dinâmica de erro é como segue:

$$H(q)\dot{r} + [C(q, \dot{q}) + K_v + K_a\|\ddot{q}\|^2]r + K_p\ddot{q} = Y(\cdot)\Delta\tilde{\theta} \quad (27)$$

onde $\Delta\tilde{\theta} = \Delta\hat{\theta} - \Delta\theta$ é o vetor de erro nos parâmetros.

A estabilidade é mostrada a partir da seguinte função candidata de *Lyapunov*:

$$V(t) = \frac{1}{2}r^T H(q)r + \frac{1}{2}\ddot{q}^T K_p\ddot{q} + \frac{1}{2}\Delta\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1}\Delta\tilde{\theta} \quad (28)$$

onde a matriz Γ é simétrica, diagonal e positiva definida ($\Gamma = \Gamma^T > 0$).

Diferenciando esta função $V(t)$ ao longo das trajetórias da dinâmica de erro do sistema em malha fechada, (eq. 3.27), tem-se:

$$\dot{V}(t) = -r^T [K_v + K_a\|\ddot{q}\|^2]r - \ddot{q}^T K_p\ddot{q} + r^T Y(\cdot)\Delta\tilde{\theta} + \Delta\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1}\Delta\dot{\tilde{\theta}} \quad (29)$$

onde Λ é definido como na eq. 3.12.

Escolhendo a lei de adaptação de parâmetros como:

$$\Delta\dot{\tilde{\theta}} = -[\Gamma Y(\cdot)^T r + \beta \Gamma Y(\cdot)^T \varepsilon] \quad (30)$$

com a matriz β sendo simétrica, diagonal, positiva definida ($\beta = \beta^T > 0$) e ε sendo o erro de predição dos torques de controle definido da seguinte forma:

$$\varepsilon = \hat{\tau} - \tau = Y(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta}] - Y(\cdot)\theta = Y(\cdot)[\theta_0 + \Delta\hat{\theta} - \theta] = Y(\cdot)\Delta\tilde{\theta} \quad (31)$$

Como $\Delta\dot{\tilde{\theta}} = \Delta\dot{\hat{\theta}}$, pode-se usar a lei de adaptação de parâmetros, (eq. 3.30), de modo que:

$$\dot{V}(t) = -r^T [K_v + K_a\|\ddot{q}\|^2]r - \ddot{q}^T K_p\ddot{q} - \beta\varepsilon^T \varepsilon \leq 0 \quad (32)$$

Como \dot{V} , (eq. 3.29), é negativa semi-definida ($\dot{V} \leq 0$), a estabilidade global do sistema em malha fechada é garantida. Aplicando o *lema de Barbalat*, $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{V} = 0$, pode-se mostrar que $r \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$,

implicando que ambos $\ddot{q} \rightarrow 0$ e $\dot{q} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Nada se pode concluir em relação a convergência do vetor de erro nos parâmetros $\Delta\tilde{\theta}$ e do erro de predição ε a zero, respectivamente, mas sim que estes permanecem limitados.

Modelo dinâmico para simulação

Um modelo dinâmico para simulação é apresentado para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560 (Figura 1).

Tendo em vista a utilização deste modelo na simulação de controladores adaptativos, é realizada a sua parametrização linear em termos da matriz regressora $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ e de um vetor de parâmetros θ .

Considera-se o punho (elos 4, 5 e 6) do robô manipulador como uma massa concentrada no final do elo 3, cujo valor acrescido da massa da carga acoplada no efetuador final (m_c) é m_3 .

O vetor de parâmetros é escolhido com nove componentes:

$$\theta = [a_{01} \ a_{02} \ a_{03} \ a_{04} \ a_{05} \ a_{06} \ a_{07} \ a_{08} \ a_{09}]^T, \quad (1)$$

tal que, para $i = 1, \dots, 8$, os termos a_{0i} são independentes de m_3 , e $a_{09} = m_3$.

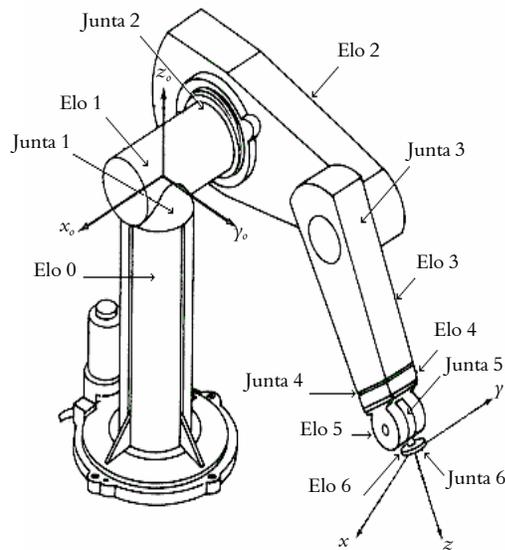


Figura 1. Elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560

Considerando esta escolha, o modelo dinâmico do robô manipulador, (eq. 2.1), é especificado pelas seguintes matrizes:

Matriz de Inércia:

$$H(q) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

onde:

$$H_{11} = a_{01} + 2a_{02}c_2 + (p_{01} + 2p_{02}c_2)a_{09}$$

$$H_{12} = H_{21} = a_{03} + a_{02}c_2 + (p_{03} + p_{02}c_2)a_{09}$$

$$H_{22} = a_{07} + p_{03}a_{09}$$

Matriz de Torques de Coriolis e Centrífugos:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

onde:

$$C_{11} = -s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})\dot{q}_2$$

$$C_{12} = -s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$$

$$C_{21} = s_2(a_{02} + p_{02}a_{09})\dot{q}_1$$

$$C_{22} = 0$$

Vetor de Torques Gravitacionais:

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \end{bmatrix}$$

onde:

$$G_{11} = a_{05}c_1 + a_{06}c_{12} + (p_{04}c_1 + p_{05}c_{12})a_{09}$$

$$G_{21} = a_{06}c_{12} + (p_{05}c_{12})a_{09}$$

onde o vetor dos deslocamentos nas juntas dos elos é $q = [q_1 \ q_2]^T$ e $\dot{q} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T$ é o vetor das velocidades nas juntas. Ainda utilizou a seguinte nomenclatura simplificada: $s_1 = \sin(q_1)$, $s_2 = \sin(q_2)$, $s_{12} = \sin(q_1 + q_2)$, $c_1 = \cos(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $c_{12} = \cos(q_1 + q_2)$; e os termos $p_{01} = 0.37$, $p_{02} = 0.18$, $p_{03} = 0.18$, $p_{04} = 4.23$, $p_{05} = 4.15$ são determinados por Erlic e Lu (Erlic e Lu, 1993), a partir dos dados de Armstrong *et al.* (Armstrong *et al.*, 1986).

Com as grandezas geométricas e de inércia medidas por Armstrong *et al.* (Armstrong *et al.*, 1986), são calculadas também as componentes do vetor de parâmetros nominais, (eq. 4.1), da mesma forma que é feito em Erlic e Lu (Erlic e Lu, 1993), obtendo-se os termos: $a_{01} = 6.33$, $a_{02} = 0.14$, $a_{03} = 0.11$, $a_{04} = 27.6$, $a_{05} = 31.9$, $a_{06} = 3.30$, $a_{07} = 0.94$, $a_{08} = 4.54$, $a_{09} = 1.25$. Como o atrito nas juntas não foi considerado, para efeito de simulação os valores dos termos, a_{04} e a_{08} foram tomados como nulos.

A matriz regressora correspondente a esta parametrização é:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} & Y_{17} & Y_{18} & Y_{19} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} & Y_{27} & Y_{28} & Y_{29} \end{bmatrix} \quad (2)$$

com

$$Y_{11} = \ddot{q}_1$$

$$Y_{12} = c_2(2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2]$$

$$Y_{13} = \ddot{q}_2$$

$$Y_{14} = \dot{q}_1$$

$$Y_{15} = c_1$$

$$Y_{16} = c_{12}$$

$$Y_{17} = 0$$

$$Y_{18} = 0$$

$$Y_{19} = (p_{01} + 2p_{02}c_2)\ddot{q}_1 + p_{02}(1 + c_2)\ddot{q}_2 - p_{02}s_2[\dot{q}_2\dot{q}_1 + (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2] + p_{04}c_1 + p_{05}c_{12}$$

$$Y_{21} = 0$$

$$Y_{22} = c_2\ddot{q}_1 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1$$

$$Y_{23} = \ddot{q}_1$$

$$Y_{24} = 0$$

$$Y_{25} = 0$$

$$Y_{26} = c_{12}$$

$$Y_{27} = \ddot{q}_2$$

$$Y_{28} = \dot{q}_2$$

$$Y_{29} = p_{02}[(1 + c_2)\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 + s_2\dot{q}_1\dot{q}_1] + p_{05}c_{12}$$

Resultados de simulações

Nesta seção, são apresentados resultados das simulações obtidos, utilizando as estratégias de controle descritas na seção 3.

Para a realização das simulações, é utilizado o modelo dinâmico desenvolvido na seção 4, para os elos 2 e 3 do robô manipulador PUMA 560. Este robô manipulador desloca-se no plano vertical e sofre influência dos efeitos gravitacionais.

O objetivo é comparar as estratégias de controle quanto ao desempenho do sistema em malha fechada que resulta de cada uma. Assim, as simulações, para cada estratégia de controle abordada, foram realizadas para os casos:

- não-adaptativo ou em que todos ou alguns dos parâmetros nominais do robô manipulador são desconhecidos;
- adaptativo em que todos ou alguns dos parâmetros nominais desconhecidos do robô manipulador são utilizados como condições iniciais.

Nas simulações de cada caso, a comparação de desempenho do robô manipulador obtido com as diferentes estratégias de controle foi realizada através da verificação do comportamento dos erros de seguimento (de posição e de velocidade), dos

torques de controle e das trajetórias desejadas em relação às trajetórias realizadas pelo robô manipulador. No caso adaptativo, também foi realizada a verificação do comportamento dos parâmetros estimados.

Em todos os testes de simulação, considerou-se que o robô manipulador deve rastrear as seguintes trajetórias:

- A trajetória 01: descrita em termos das posições no espaço da tarefa. Esta trajetória é realizada por dois polinômios de 3ª. ordem para a velocidade, sendo a posição e a aceleração especificadas pela integração e diferenciação destes polinômios, respectivamente. A trajetória 01 é uma trajetória retilínea, onde os valores iniciais e finais das posições desejadas no espaço da tarefa são, respectivamente:

$$x_d(0) = y_d(0) = 0.2 \text{ m.}$$

$$x_d(3) = y_d(3) = 0.5 \text{ m.}$$

sendo que as velocidades e acelerações desejadas no espaço da tarefa, iniciais e finais, são iguais a zero. A posição final é atingida em 3 segundos, a partir do que o robô manipulador deve permanecer em regulação.

- A trajetória 02: descrita em termos das posições no espaço da tarefa. Esta trajetória é uma trajetória circular, onde os valores de raio e de centro do círculo são, respectivamente:

$$\text{raio} = 0.15 \text{ m.}$$

$$\text{centro} = 0.35 \text{ m.}$$

Nas simulações, considerou-se que a incerteza na inércia foi ocasionada apenas pela massa do punho e pela massa da carga acopladas ao final do elo 3 do robô manipulador PUMA 560. Da parametrização linear, (eq. 4.1 e 4.2), pode-se verificar que esta incerteza na inércia considera os termos $a_{0i}, i = 1, \dots, 8$ conhecidos e o termo a_{09} desconhecido.

O valor atribuído ao termo a_{09} foi tomado como um valor nulo. Com isto, o vetor de parâmetros nominais foi definido como na eq. 4.1, onde os termos $a_{0i}, i = 1, \dots, 8$ são fornecidos como anteriormente no modelo dinâmico para simulação da seção 3 e o termo $a_{09} = 0$ (0% de 1.25).

As matrizes de ganhos foram obtidas mediante simulações, nas quais se buscou encontrar um

compromisso com o comportamento suave dos torques de controle e valores de erros de seguimento (de posição e de velocidade) aceitáveis. Assim, os valores de ganhos são:

Método de *Craig*:

$$K_v = 8.88, \quad K_p = 19.75, \quad \alpha = 3.00, \quad \Gamma_{99} = 1400 \quad (\text{para a trajetória 01}) \text{ e } \Gamma_{99} = 75 \quad (\text{para a trajetória 02}).$$

Método de *Slotine e Li*:

$$K_v = 17, \quad \Lambda = 4.25, \quad \Gamma_{99} = 300 \quad (\text{para a trajetória 01}) \text{ e } \Gamma_{99} = 30 \quad (\text{para a trajetória 02}).$$

Método proposto:

$$K_v = 17, \quad \Lambda = 4.25, \quad K_p = 50, \quad K_a = 20, \quad \beta = 0.7, \quad \Gamma_{99} = 300 \quad (\text{para a trajetória 01}) \text{ e } \Gamma_{99} = 30 \quad (\text{para a trajetória 02}).$$

Para o caso adaptativo do método de controle de *Craig*, do método de *Slotine e Li*, e do método proposto, pode-se verificar que os comportamentos dos erros de seguimento (de posição e de velocidade) tendem a convergir para zero ou convergem assintoticamente a zero, tanto para o seguimento da trajetória 01 como para o seguimento da trajetória 02 (ver Figuras 3.a, 3.b, 3.c, 3.d, 5.a, 5.b, 5.c e 5.d). Para o caso não-adaptativo, estes erros de seguimento (de posição e de velocidade) permanecem limitados (ver Figuras 2.a, 2.b, 2.c, 2.d, 4.a, 4.b, 4.c e 4.d), não havendo convergência a zero devido ao fato dos efeitos dos torques gravitacionais e da incerteza na inércia não terem sido compensados (ou na carga). Algumas das razões para a existência da diferença entre os comportamentos dos erros de seguimento (de posição e de velocidade) estão no uso de estratégias de controle distintas, ou seja, as dinâmicas de erro do sistema em malha fechada resultantes são diferentes (não há um mapeamento linear entre elas) e no uso do jacobiano analítico na cinemática inversa para a realização do controle cinemático, o qual é definido em função das posições desejadas nas juntas, $J_a(q_d)$. Por outro lado, na cinemática direta, faz-se uso do jacobiano analítico em função das posições nas juntas, $J_a(q)$. Isto resulta em erros, pois os jacobianos analíticos são diferentes, ou seja, $J_a(q_d) \neq J_a(q)$. Deve-se ainda salientar que $J_a(q_d) \rightarrow J_a(q)$ quando $q_d \rightarrow q$, provocando redução na diferença.

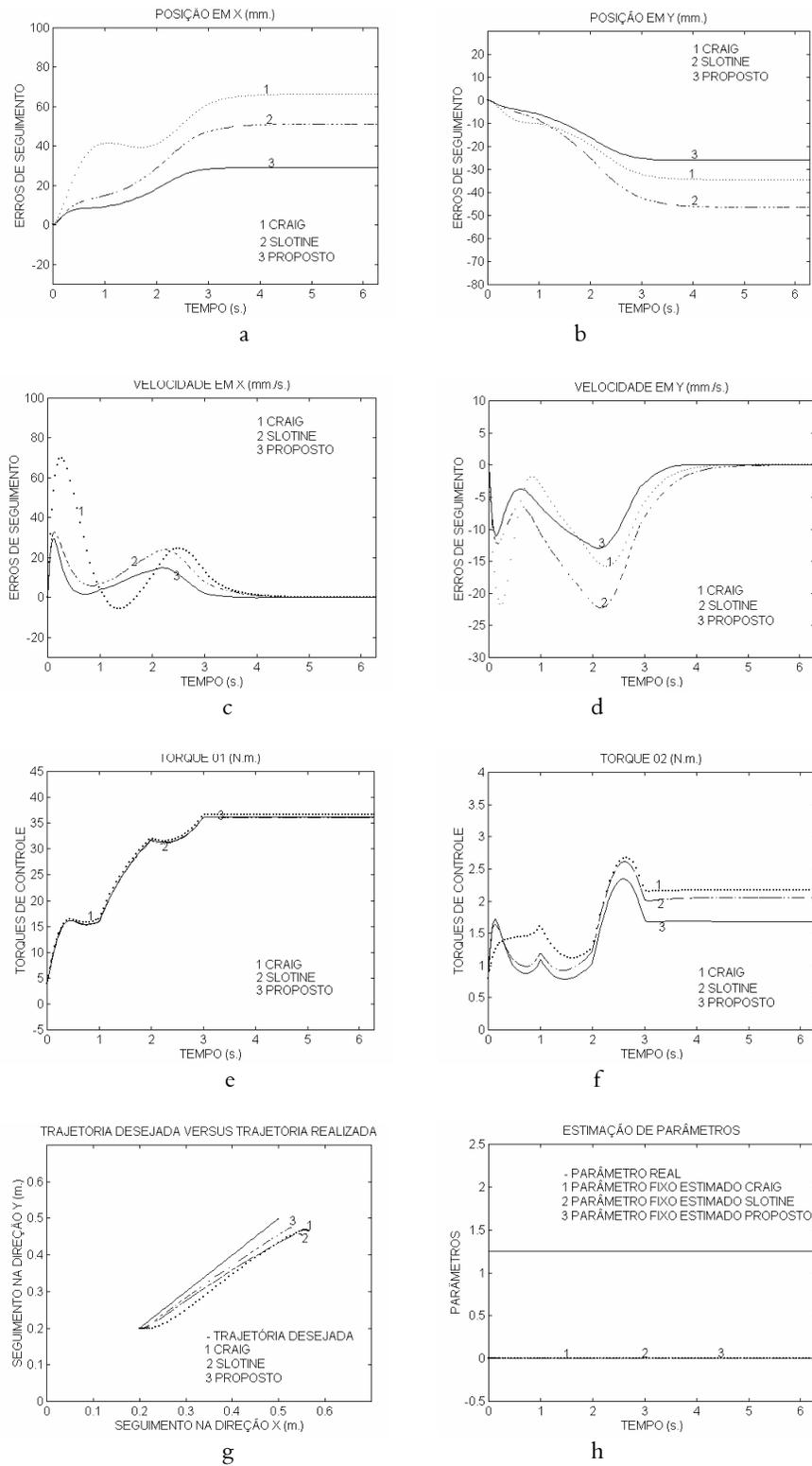


Figura 2. Caso dos parâmetros desconhecidos - trajetória 01

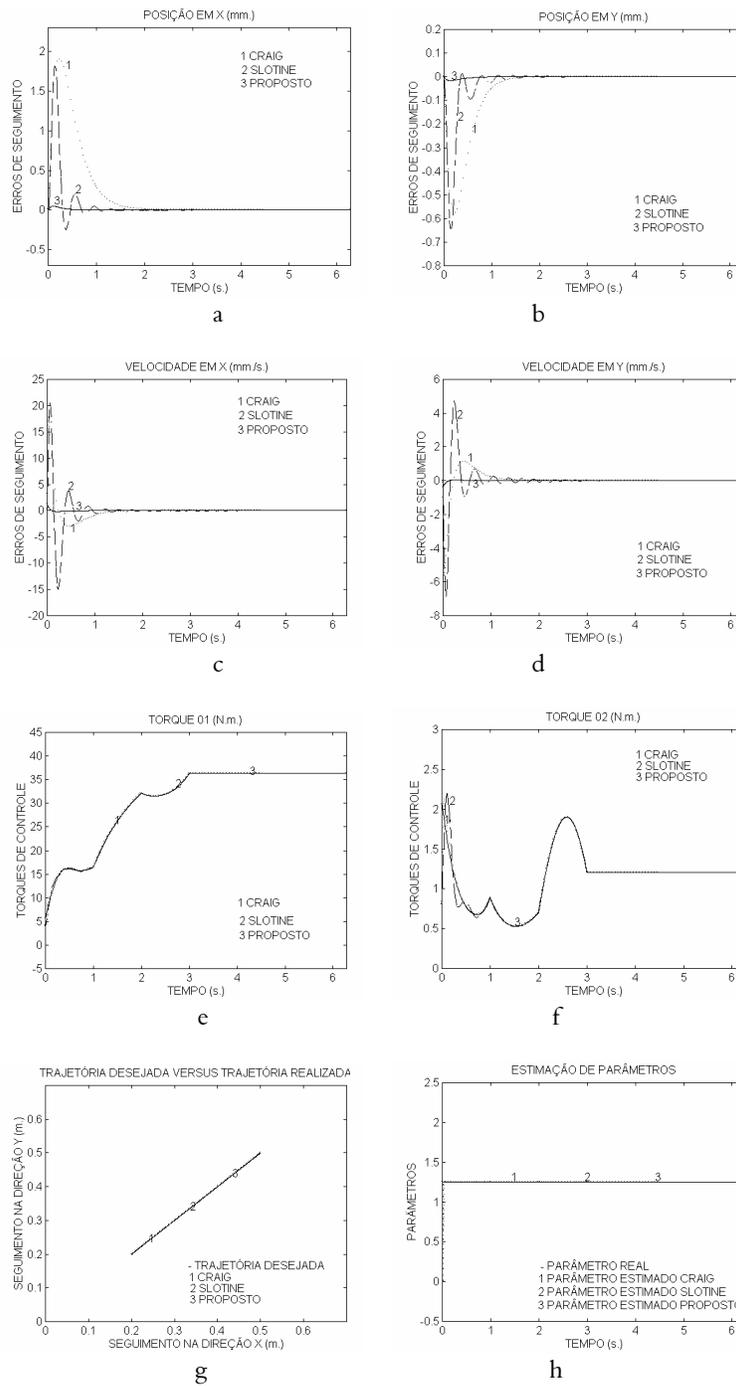


Figura 3. Caso dos parâmetros adaptativos - trajetória 01

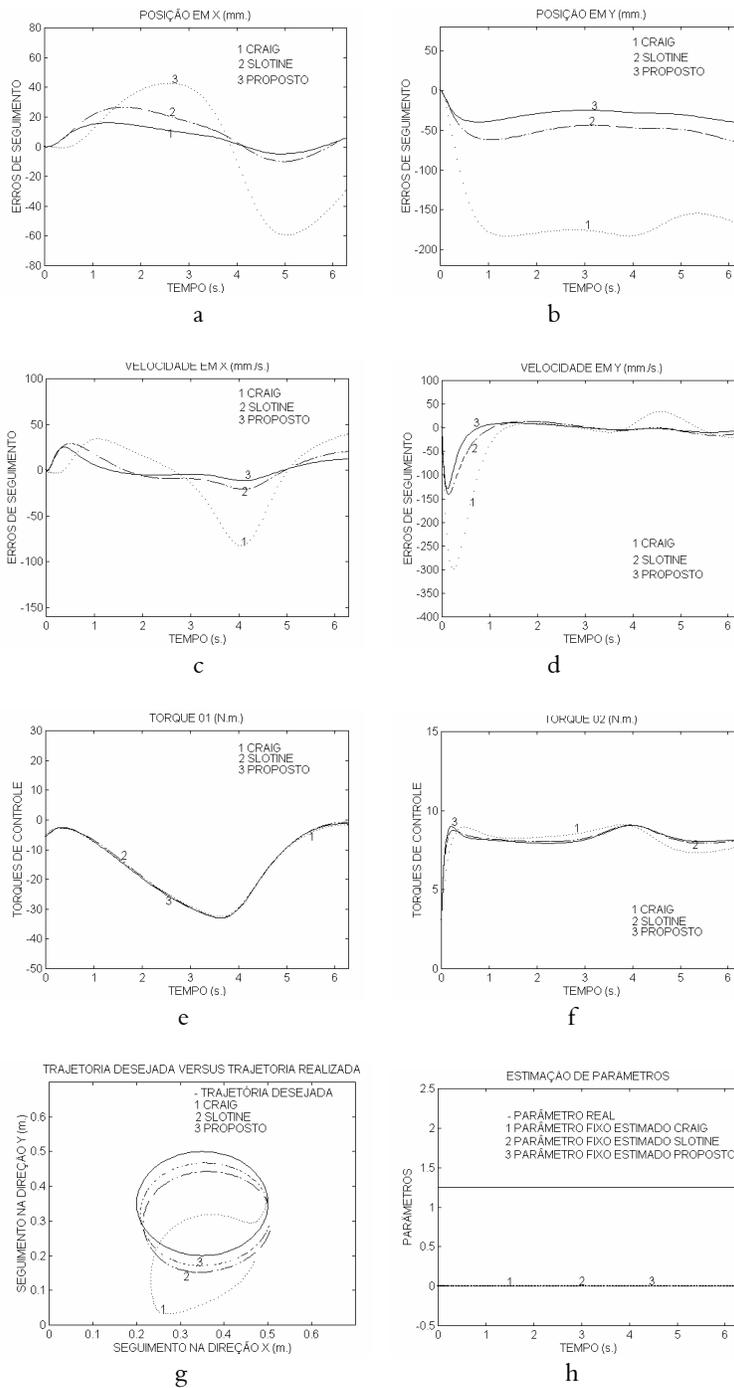


Figura 4. Caso dos parâmetros desconhecidos - trajetória 02

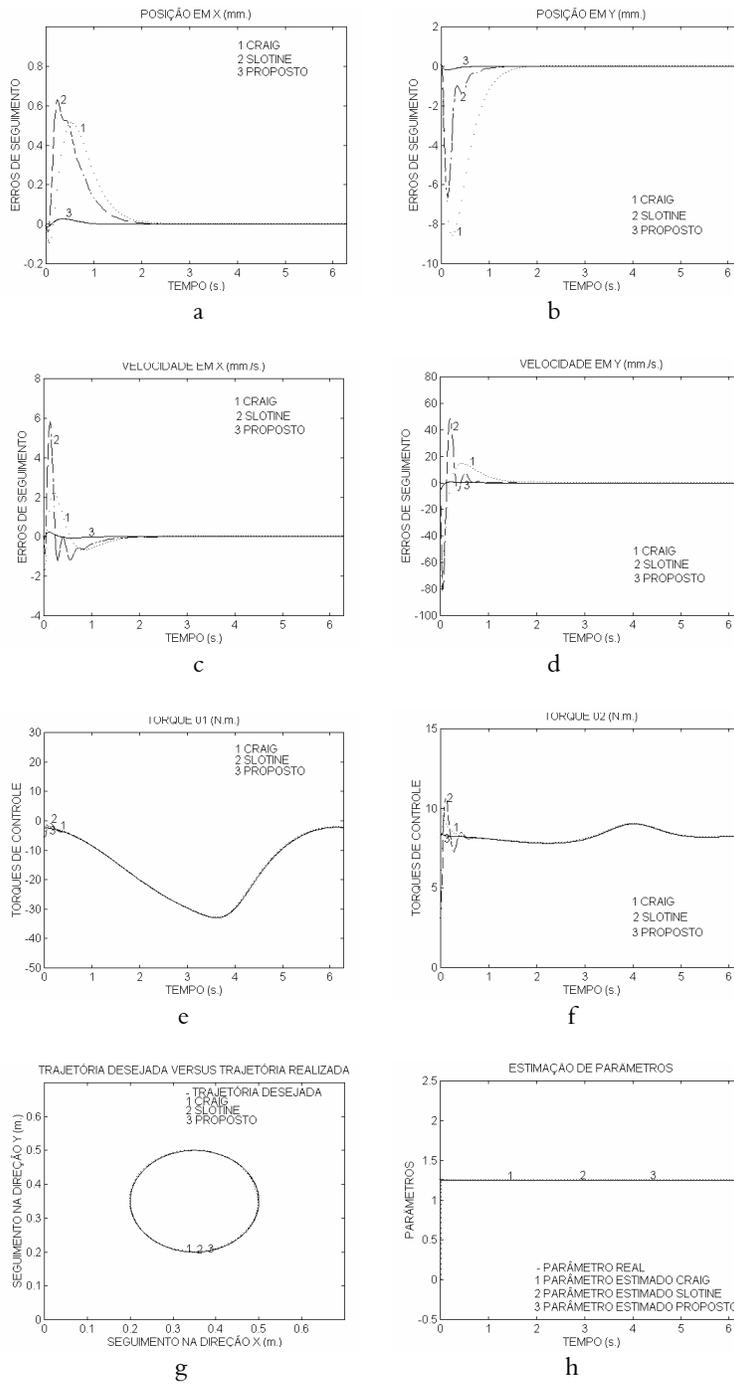


Figura 5. Caso dos parâmetros adaptativos - trajetória 02

Com relação aos torques de entrada gerados pelo seguimento das trajetórias 01 e 02, pode-se observar que os torques gerados na junta 1 (elo 2) apresentam comportamentos suaves e de magnitudes parecidas, tanto para o caso adaptativo como para o caso não-adaptativo (ver Figuras 2.e, 3.e, 4.e e 5.e). Para os torques gerados na junta 2 (elo 3), no caso não-adaptativo, estes torques apresentam comportamentos diferentes com magnitudes significativas (ver Figuras 2.f e 4.f). Isto se deve às mesmas razões citadas anteriormente. No caso adaptativo, estes torques tiveram uma diferença inicial e, na seqüência, mantiveram-se numa mesma ordem de grandeza (ver Figuras 3.f e 5.f).

Quanto ao seguimento das trajetórias desejadas, para o caso adaptativo, pode-se verificar que os erros de seguimento (de posição e de velocidade) convergem a zero, então, através das Figuras 3.g e 5.g, observa-se que as trajetórias 01 e 02 são seguidas pelo efetuador final do robô manipulador, o que não ocorre para o caso não-adaptativo (ver Figuras 2.g e 4.g).

Em relação à estimação de parâmetros, via lei de adaptação, para a realização do seguimento das trajetórias 01 e 02 (ver Figuras 3.h e 5.h), estes parâmetros estimados convergiram para os seus valores verdadeiros (ou nominais), mesmo sabendo que as trajetórias não são persistentemente excitadas.

Conclusão

Os resultados obtidos permitem concluir que o desenvolvimento efetivo de controladores adaptativos representa um passo importante para aplicações robóticas com alta velocidade e precisão (por exemplo, em montadoras de automóveis), visto que o tempo de execução da tarefa está diretamente relacionado com a produtividade. Logo, controlar robôs manipuladores significa fazê-los executar a tarefa desejada com desempenho pré-estabelecido.

Nas simulações, para o caso adaptativo do método de Craig, do método de Slotine e Li, e do método proposto, verificou-se que a diferença entre os comportamentos dos erros de seguimento (de posição e de velocidade) é devida ao uso de estratégias de controle distintas e de jacobianos analíticos diferentes (cinemáticas inversa e direta). Para o seguimento das trajetórias desejadas,

verificou-se que, como os erros de seguimentos (de posição e de velocidade) convergiram a zero, as trajetórias 01 e 02 são seguidas pelo efetuador final do robô manipulador. Em relação aos torques de controle, estes se mantiveram na mesma ordem de grandeza. Quanto aos parâmetros estimados, estes convergiram para os seus valores verdadeiros (valores nominais).

A partir dos resultados das simulações, foi justificado o uso dessas estratégias de controle adaptativo direto aplicadas a robôs manipuladores no espaço de juntas. Essas estratégias resultaram em um desempenho satisfatório, em termos dos comportamentos dos erros de seguimento (de posição e de velocidade), dos torques de controle, das trajetórias desejadas em relação às trajetórias realizadas pelo robô manipulador e dos parâmetros estimados. Além disso, os resultados destas simulações realizadas comprovam o estudo de análise de convergência e estabilidade de cada uma das estratégias de controle abordadas.

Referências

- ARMSTRONG, B. *et al.* The explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560 Arm. *Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, New York, v. 2, p. 510-518, 1986.
- CANUDAS DE WIT, C. *et al.* *Theory of robot control*. New York: Springer-Verlag, 1996.
- ERLICH, M.; LU, W.-S. A Reduced-order adaptive velocity observer for manipulator control. *Proc. IEEE Conf. Robot. Autom.*, New York, n. 2, p. 328-332, 1993.
- LEWIS, F. L. *et al.* *Control of robot manipulators*. New York: Macmillan, 1993.
- ORTEGA, R.; SPONG, M. W. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial. *Automatica*, Kidlington, v. 25, n. 6, p. 877-888, 1989.
- SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. *Modeling and control of robot manipulators*. Chicago: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.
- SLOTINE, J. J.; LI, W. *Applied nonlinear control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall International, Inc., 1991.
- SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M. *Robot dynamics and control*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1989.
- SPONG, M. W. *The control handbook*. New York: CRC Press, Inc., 1996.

Received on August 20, 2001.

Accepted on November 20, 2001.