УДК 519.872:656.073.43

Диленко В. А., Тараканов Н. Л.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ МОЩНОСТЕЙ В РЕГИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ТОВАРНЫХ ПОТОКОВ

В статье рассматриваются задачи размещения и инновационного развития логистических мощностей. Суть первой задачи состоит в оптимальном (с позиций критерия минимума затрат) формировании региональной системы логистических мощностей различного вида и назначения в возможных пунктах их дислокации. Данные мощности должны обрабатывать заданные товарные потоки, которые обладают сложной структурой и продуцируются различными центрами. Исходными условиями второй задачи является некоторая уже действующая система логистических мощностей. Необходимо рациональным образом выполнить ее модификацию, используя методы различной степени инновационности: простое наращивание мощностей исходной продуктивности, модернизация имеющихся технологических блоков и ввод в действие новых, более эффективных мощностей. Для решения указанных задач построены оптимизационные модели, которые соответствуют математическим постановкам задач частично целочисленного линейного программирования.
Ключевые слова: логистические мощности, система, размещение, инновационное развитие, математические модели
Формул: 29. *Библ*.: 10.

Диленко Виктор Алексеевич – кандидат экономических наук, доцент, доцент, кафедра прикладной математики и информационных технологий, Одесский национальный политехнический университет (пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина)
Email: v.dilenko@gmail.com

Тараканов Николай Леонидович – кандидат экономических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник, отдел рыночных механизмов и структур, Институт проблем рынка и экономико-экологических исследований НАН Украины (Французский бульвар, 29, Одесса, 65044, Украина)

УДК 519.872:656.073.43

Діленко В. О., Тараканов М. Л.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ЛОГІСТИЧНИХ ПОТУЖНОСТЕЙ У РЕГІОНАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ТОВАРНИХ ПОТОКІВ

У статті розглядаються задачі розміщення й інноваційного розвитку логістичних потужностей. Суть першої задачі полягає в оптимальному (з позицій критерію мінімуму витрат) формуванні регіональної системи логістичних потужностей різного виду й призначення в можливих пунктах їх дислокації. Дані потужності повинні обробляти задані товарні потоки, які мають складну структуру й продукуються різними центрами. Вихідними умовами другої задачі є декотра вже діюча система логістичних потужностей. Необхідно раціональним чином виконати її модифікацію, використовуючи методи різного ступеня інноваційності: просте нарощування потужностей початкової продуктивності, модернізація наявних технологічних блоків і запровадження в дію нових, більш ефективних потужностей. Для вирішення зазначених задач побудовано оптимізаційні моделі, які відповідають математичним постановкам задач частково цілочисельного лінійного програмування.
Ключові слова: логістичні потужності, система, розміщення, інноваційний розвиток, математичні моделі
Формул: 29. *Бібл*.: 10.

Діленко Віктор Олексійович – кандидат економічних наук, доцент, доцент, кафедра прикладної математики та інформаційних технологій, Одеський національний політехнічний університет (пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)
Email: v.dilenko@gmail.com

Тараканов Микола Леонідович – кандидат економічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник, відділ ринкових механізмів та структур, Інститут проблем ринку та економіко-екологічних досліджень НАН України (Французький бульвар, 29, Одеса, 65044, Україна)

UDC 519.872:656.073.43

Dilenko V. A., Tarakanov N. L.

MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMAL ALLOCATION OF LOGISTICAL CAPACITIES IN THE REGIONAL SYSTEM OF COMMODITY FLOWS

The article considers tasks of allocation and innovation development of logistical capacities. The essence of the first task lies in optimal (from the position of the criterion of minimum expenditures) formation of the regional system of logistical capacities of various types and purposes in possible places of their location. These capacities should treat the set commodity flows, which possess a complex structure and are produced by different centres. The original conditions of the second task are a certain, already existing, system of logistical capacities. It is necessary to conduct its modification by a rational method using methods with various degree of innovation: simple accumulation of capacities of original productivity, modernisation of existing technological units and introduction of new more efficient capacities. In order to solve the specified tasks, the article built optimisation models, which correspond with setting mathematical tasks of partially integer-valued linear programming.
Key words: logistical capacities, system, allocation, innovation development, mathematical models
Formulae: 29. *Bibl*.: 10.

Dilenko Viktor A. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odessa National Polytechnic University (pr. Shevchenka, 1, Odessa, 65044, Ukraine)
Email: v.dilenko@gmail.com

Tarakanov Nikolay L. – Candidate of Sciences (Economics), Senior Research Fellow, Senior Research Fellow, Department of market mechanisms and structures, Institute of Market Problems and Economic-Ecological Research of NAS of Ukraine (Frantsuzskyy bulvar, 29, Odessa, 65044, Ukraine)

Введение. Одним из необходимых условий эффективного функционирования логистических цепей товарных поставок является поиск оптимальных вариантов распределения логистических мощностей по логистическому полигону. В настоящее время потребность в решении подобного рода задач существенно возросла в связи с рядом новых обстоятельств, которые повлияли на принятие управленческих решений в области локализации объектов логистического бизнеса. К наиболее значимым из них следует отнести, во-первых, осознание логистическим менеджментом важности системного подхода к решению данной проблемы в противовес ситуационным решениям, обусловленным возможностью «выбить» тот или иной земельный участок под строительство. Во-вторых, по мере диверсификации и концентрации логистической деятельности происходит количественный рост «размещенческих» факторов. В частности, возрастает значение факторов близости к комбинированным формам транспортного обслуживания логистических объектов, доступности к глобальным рынкам сбыта продукции и др. В-третьих, по мере усиления конкуренции на рынке логистических услуг наблюдается процесс интеграции родственных видов логистической деятельности по региональному признаку, что предполагает расширенное представление об инструментах и методах распределения мощностей в границах логистических полигонов с выходом на межрегиональный и международный уровни обслуживания товарно-материальных потоков. Рассматриваемая проблема в первую очередь требует повышенного внимания в отношении крупных промышленных и транспортных центров, вокруг которых наблюдается наиболее заметный рост логистической активности. В качестве одного из подходов к анализу и решению данной проблемы может рассматриваться применение экономико-математических методов и моделей.

Анализ исследований и публикаций. Применению математических методов в логистике специально посвящен целый ряд достаточно обширных работ, в которых рассматриваются различные вопросы рациональной организации логистических процессов [3; 5; 10 и др.]. Не осталась без внимания и задача размещения объектов по логистическому полигону, которую относят к одной из фундаментальных логистических задач [6]. Для исследования различных вариантов ее постановок предлагается использовать разнообразные математические методы и модели: так называемый метод анализа иерархий [1; 2], простейшие модели линейного программирования [6; 7; 8, с. 67–70], модели систем массового обслуживания [5, с. 82–87], методы теории графов и потоков в сетях [5, с. 92–11; 9; 10, с. 230–252] и др.

Однако в математических моделях указанных и других подобных работ не нашли необходимого комплексного отражения ряд факторов, существенным образом влияющих на решение задач размещения логистических мощностей: сложная структура товаропотоков и дифференцированные требования к обработке его составляющих, наличие различных видов логистических мощностей и их относительная взаимозаменяемость, возможность многовариантного формирования комплекса мощностей различного вида в соответствующих пунктах их дислокации и ряд других. Кроме того, актуальной является не только задача формирования новой, но и рациональной организации процессов модификации действующей системы логистических мощностей. Вместе с тем, постановки такой задачи в известных экономико-математических моделях логистики не рассматриваются.

Цель статьи. Учитывая сказанное выше, целью настоящей работы является разработка математических моделей формирования и инновационного развития системы логистических мощностей, учитывающих важнейшие технологические и экономические факторы оптимальной реализации данных процессов.

Основные результаты исследования. Рассмотрим задачу оптимального размещения логистических мощностей. Содержательная постановка данной задачи состоит в следующем. Имеется n ($j=\overline{1,n}$) точек, в которых могут дислоцироваться логистические мощности определенного вида, и m ($k=\overline{1,m}$) центров (например, портов), индуцирующих товаропотоки, которые должны быть обработаны данными логистическими мощностями. Требуется таким образом выбрать величину, вид и точки размещения мощностей, чтобы удовлетворить имеющийся спрос на соответствующие логистические услуги (обработку товаропотоков), формируемый в указанных m центрах, и минимизировать затраты на организацию данной системы мощностей.

Для математической записи сформулированной задачи уточним некоторые аспекты формирования и размещения логистических мощностей и введем необходимые обозначения.

Будем полагать, что в каждом центре k имеется спрос на логистические услуги (соответствующие логистические мощности) величиной Y_k. Данный спрос может быть дифференцирован по товарным номенклатурным группам, видам поведения (складирование, распределение, доработка товаров и пр.) и типам логистических мощностей – универсальным (сочетание двух и более видов поведения товарных потоков) и специализированным (обслуживание одного вида поведения), на которых он должен обрабатываться.

Тогда Y^1_{kil}, Y^2_{kil} – объемы товаропотока в центре k номенклатурной группы i ($i=\overline{1,I}$) поведения вида l ($l=\overline{1,L}$), требующие обработки на универсальных и специализированных мощностях соответственно.

Для данных величин, естественно, должны выполняться следующие равенства

$$Y_{kil} = Y^1_{kil} + Y^2_{kil}, \tag{1}$$

$$Y_k = \sum_{i=1}^{I} Y_{ki} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{l=1}^{L} Y_{kil}. \tag{2}$$

Далее, будем считать, что товаропоток, индуцируемый центром k, может обрабатываться не во всех, а только в определенных точках возможного размещения логистических мощностей. Обозначим соответствующее множество точек j через U_k. В общем случае пересечение U_k при различных k может быть как пустым, так и непустым множеством.

Аналогично, каждая точка размещения логистических мощностей j ориентирована на обработку товаропотоков только некоторых центров, множество индексов k которых обозначим U_j. Пересечение данных множеств также может быть пустым или непустым множеством.

Пусть z^1_{jkil}, z^2_{jkil} – объемы товаропотока в точке j из центра k номенклатурной группы i поведения вида l, требующие обработки на универсальных и специализированных мощностях соответственно.

Тогда, полагая, что на универсальных и специализированных мощностях могут обрабатываться любые номенклатурные группы товаров, можно определить величины логистических мощностей, которые должны размещаться в точке j

$$W^1_{jl} = \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^1_{jkil}, \qquad (3)$$

$$W^2_{jl} = \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^2_{jkil}. \qquad (4)$$

Таким образом, в каждой точке может размещаться до $2L$ различных видов логистических мощностей, которые подразделяются на универсальные и специализированные и предназначены для обработки товаропотоков различных видов поведения.

Процесс формирования логистических мощностей в каждой возможной точке их размещения будем описывать рядом параметров:

p^1_{jsl}, p^2_{jsl} – потребности в ресурсе вида s ($s=\overline{1,S}$) при организации единичной логистической мощности (соответственно универсальной и специализированной) для обработки товаропотока вида l в точке j;

f^1_{jl}, f^2_{jl} – потребности в финансовых ресурсах при организации единичной логистической мощности (соответственно универсальной и специализированной) для обработки товаропотока вида l в точке j;

r_{js} – имеющийся объем ресурсов вида s в точке j.

Сформулированные положения и введенные обозначения позволяют записать следующую математическую постановку задачи оптимального размещения логистических мощностей.

$$F_1 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L} f^1_{jl} \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^1_{jkil} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L} f^2_{jl} \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^2_{jkil} \to \min, \qquad (5)$$

$$\sum_{j\in U_k} z^1_{jkil} \ge Y^1_{kil},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \qquad (6)$$

$$\sum_{j\in U_k} z^2_{jkil} \ge Y^2_{kil},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \qquad (7)$$

$$\sum_{l=1}^{L} p^1_{jsl} \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^1_{jkil} + \sum_{l=1}^{L} p^2_{jsl} \sum_{k\in U_j} \sum_{i=1}^{I} z^2_{jkil} \le r_{js},$$

$$j=\overline{1,n},\ s=\overline{1,S}, \qquad (8)$$

$$z^1_{jkil} \ge 0,\ z^2_{jkil} \ge 0,\ j=\overline{1,n},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}. \qquad (9)$$

Соотношение (5) оптимизационной модели (5) – (9) отвечает критерию минимума затрат на организацию логистических мощностей в точках их возможного размещения.

Неравенства (6), (7) определяют требования обязательной переработки всего объема товаропотоков различных видов в каждом из рассматриваемых центров их возникновения.

Соотношения (8) задают ограничения на возможные объемы использования ресурсов каждого вида в точках размещения логистических мощностей.

Условия (9) определяют естественные ограничения на неотрицательность искомых переменных.

Найденные оптимальные значения переменных данной задачи z^{1*}_{jkil}, z^{2*}_{jkil} позволяют по формулам (3), (4) рассчитать объемы логистических мощностей каждого вида, отвечающие их оптимальному (согласно критерию (5)) размещению в рассматриваемых точках.

Естественно, не все найденные значения логистических мощностей W^{1*}_{jl}, W^{2*}_{jl} должны в обязательном порядке удовлетворять соотношениям $W^{1*}_{jl}>0, W^{2*}_{jl}>0$. В силу того, что согласно ограничениям (9) некоторые оптимальные значения переменных z^{1*}_{jkil}, z^{2*}_{jkil} могут иметь и нулевые значения, рассчитанные на их основе логистические мощности, также будут иметь нулевую величину. Это означает, что мощности определенного вида нецелесообразно размещать в соответствующих точках. Таким образом, решение задачи (5) – (9) позволит определить оптимальную специализацию возможных точек размещения логистических мощностей на переработке товаропотоков определенного вида.

Математическая постановка (5) – (9) представляет собой задачу линейного программирования, методы решения которой хорошо известны и реализованы в стандартных пакетах программ, что, в принципе, позволяет ее использовать в прикладных расчетах. Однако при этом необходимо учитывать некоторые особенности ее оптимального решения.

Согласно ограничениям (9) оптимальные значения переменных z^{1*}_{jkil}, z^{2*}_{jkil} рассматриваемой модели могут принимать значения бесконечно близкие к нулевым. Соответственно близкими к нулю могут быть и рассчитанные по формулам (3), (4) оптимальные величины логистических мощностей W^{1*}_{jl}, W^{2*}_{jl}. Очевидно, что в реальных условиях практически всегда организация любых мощностей меньших по объему некоторой величины (по крайней мере, по технологическим причинам) невозможна.

Поэтому с целью повышения уровня реалистичности математической модели оптимального размещения логистических мощностей будем полагать, что они формируются некоторыми технологическим модулями, которые для мощностей определенного вида имеют фиксированную величину w_l^1, w_l^2.

С учетом сказанного математическая постановка задачи оптимального размещения логистических мощностей может быть записана в таком виде.

$$F_2 = \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\hat{f}_{jl}^1\gamma_{jl}^1 + \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\hat{f}_{jl}^2\gamma_{jl}^2 \to \min, \tag{10}$$

$$\sum_{j\in U_k} z_{jkil}^1 \ge Y_{kil}^1,\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{11}$$

$$\sum_{j\in U_k} z_{jkil}^2 \ge Y_{kil}^2,\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{12}$$

$$\sum_{k\in U_j}\sum_{i=1}^{I} z_{jkil}^1 \le \gamma_{jl}^1 w_l^1,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}, \tag{13}$$

$$\sum_{k\in U_j}\sum_{i=1}^{I} z_{jkil}^2 \le \gamma_{jl}^2 w_l^2,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}, \tag{14}$$

$$\sum_{l=1}^{L} p_{jsl}^1\gamma_{jl}^1 w_l^1 + \sum_{l=1}^{L} p_{jsl}^2\gamma_{jl}^2 w_l^2 \le r_{js},\ \ j=\overline{1,n},\ s=\overline{1,S}, \tag{15}$$

$$z_{jkil}^1 \ge 0,\ z_{jkil}^2 \ge 0,\ j=\overline{1,n},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{16}$$

$$\gamma_{jl}^1,\ \gamma_{jl}^2 \ge 0 \ \text{– целочисленные},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L},$$

где $\gamma_{jl}^1, \gamma_{jl}^2$ – целочисленные переменные, которые определяют, из скольких технологических модулей формируются логистические мощности для обработки товаропотока вида l в точке j универсального и специализированного типа соответственно;

$\hat{f}_{jl}^1, \hat{f}_{jl}^2$ – финансовые затраты, необходимые для ввода в действие одного технологического модуля логистической мощности (соответственно универсального и специализированного типа) для обработки товаропотока вида l в точке j.

Ограничения (13) – (14) задают требования к величине логистических мощностей в точках их возможного размещения, которой должно быть достаточно для обработки соответсвующих товаропотоков.

Условия (17) определяют искомые переменные $\gamma_{jl}^1, \gamma_{jl}^2$ как неотрицательные целочисленные.

Остальные ограничения и целевая функция в математической постановке (10) – (17) имеют тот же смысл, что и в модели (5) – (9).

Оптимальные значения переменных $\gamma_{jl}^{1*}, \gamma_{jl}^{2*}$ позволяют рассчитать оптимальные величины логистических мощностей каждого вида в соответствующих точках их возможного размещения по формулам, аналогичным (3), (4)

$$W_{jl}^{1*} = \gamma_{jl}^{1*} w_l^1,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}, \tag{18}$$

$$W_{jl}^{2*} = \gamma_{jl}^{2*} w_l^2,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}. \tag{19}$$

Некоторые оптимальные переменные $\gamma_{jl}^{1*}, \gamma_{jl}^{2*}$ могут иметь нулевые значения. Это означает, что в соответствующих точках логистичекие мощности определенного вида размещать нецелесообразно.

Решение оптимизационной задачи (10) – (17) определяет систему логистических мощностей, характеризуемую значениями переменных $\gamma_{jl}^{1*}, \gamma_{jl}^{2*}$, параметрами w_l^1, w_l^2 и ориентированную на товаропотоки объемом Y_{kil}^1, Y_{kil}^2. С течением времени может возникнуть необходимость модификации данной системы, вызванная изменением величины и структуры указанных товаропотоков и появлением новых, более современных и экономически эффективных логистических технологий обработки соответствующих грузов. В связи с этим целесообразно рассмотреть задачу инновационного развития некоторой существующей системы логистических мощностей, определяемой величинами $\gamma_{jl}^{1*}, \gamma_{jl}^{2*}$ и w_l^1, w_l^2. При этом новая система должна обладать возможностями обработки товаропотоков величиной $\overline{Y}_{kil}^1, \overline{Y}_{kil}^2$.

Будем полагать, что развитие существующей системы логистических мощностей может осуществляться по трем направлениям, которые обладают различной степенью инновационности [4]: (a) увеличение числа технологических блоков исходной мощности w_l^1, w_l^2; (b) модернизация имеющихся блоков, которая приводит к росту их единичной мощности до величины $w_l^{1\grave{}}, w_l^{2\grave{}}$; (c) ввод в действие новых более эффективных технологических блоков с мощностью $w_l^{1\acute{}}, w_l^{2\acute{}}$ (здесь и далее, как и прежде, верхние индексы 1 и 2 отвечают описанию универсальных и специализированных мощностей соответственно). При этом, естественно, $w_l^1 < w_l^{1\grave{}} < w_l^{1\acute{}}$ и $w_l^2 < w_l^{2\grave{}} < w_l^{2\acute{}}$.

Для записи математической постановки задачи развития существующей системы логистических мощностей введем дополнительные обозначения:

d_{ijl}^1, d_{ijl}^2 – величины дохода при обработки единицы товаропотока номенклатуры i вида l в пункте j;

$\pi_{ijl}^1, \pi_{ijl}^{1\grave{}}, \pi_{ijl}^{1\acute{}}$ ($\pi_{ijl}^2, \pi_{ijl}^{2\grave{}}, \pi_{ijl}^{2\acute{}}$) – затраты на обработку единицы товаропотока номенклатуры i вида l в пункте j на существующих, модернизированных и новых логистических мощностях соответственно;

$\gamma_{jl}^{10}, \gamma_{jl}^{1\grave{}}, \gamma_{jl}^{1\acute{}}$ ($\gamma_{jl}^{20}, \gamma_{jl}^{2\grave{}}, \gamma_{jl}^{2\acute{}}$) – количество технологических моделей старого образца, модернизированных и нового вида соответственно, которые вводятся в действие для обработки товаропотока вида l в пункте j;

$\hat{f}_{jl}^{1\grave{}}, \hat{f}_{jl}^{1\acute{}}$ ($\hat{f}_{jl}^{2\grave{}}, \hat{f}_{jl}^{2\acute{}}$) – финансовые затраты, необходимые для модернизации одного действующего и ввод в действие нового технологического модуля логистической мощности соответственно для обработки товаропотока вида l в точке j;

Ф – общий объем инвестиций, направляемых на развития действующей системы логистических мощностей;

$p_{jsl}^{1\grave{}}, p_{jsl}^{1\acute{}}$ ($p_{jsl}^{2\grave{}}, p_{jsl}^{2\acute{}}$) – затраты ресурсов вида s в пункте j при обработке товаропотока вида l для модернизированных и новых технологических блоков соответственно.

Пусть основной целью развития системы логистических мощностей является повышение эффективности ее функционирования с позиций критерия максимума получаемой прибыли (F_3). Тогда соответствующая модель оптимального развития системы логистических мощностей может быть записана следующим образом.

$$
\begin{aligned}
F_3 = &\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I} d^1_{jil}\,[(\gamma^{1*}_{jl}+\gamma^{10}_{jl}-\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl})w^1_l+\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl}w^{1\grave{\imath}}_l+\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl}w^{1\acute{\imath}}_l]+\\
+&\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I} d^2_{jil}\,[(\gamma^{2*}_{jl}+\gamma^{20}_{jl}-\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl})w^2_l+\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl}w^{2\grave{\imath}}_l+\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}w^{2\acute{\imath}}_l]-\\
-&\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I} [\pi^1_{jil}(\gamma^{1*}_{jl}+\gamma^{10}_{jl}-\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl})w^1_l+\pi^{1\grave{\imath}}_{jil}\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl}w^{1\grave{\imath}}_l+\pi^{1\acute{\imath}}_{jil}\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl}w^{1\acute{\imath}}_l]-\\
-&\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}\sum_{i=1}^{I} [\pi^2_{jil}(\gamma^{2*}_{jl}+\gamma^{20}_{jl}-\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl})w^2_l+\pi^{2\grave{\imath}}_{jil}\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl}w^{2\grave{\imath}}_l+\pi^{2\acute{\imath}}_{jil}\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}w^{2\acute{\imath}}_l]\to\max
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$\sum_{j\in U_k} z^1_{jkil} \ge \overline{Y}^1_{kil},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{21}$$

$$\sum_{j\in U_k} z^2_{jkil} \ge \overline{Y}^2_{kil},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{22}$$

$$\sum_{k\in U_j}\sum_{i=1}^{I} z^1_{jkil} \le (\gamma^{1*}_{jl}+\gamma^{10}_{jl}-\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl})w^1_l+\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl}w^{1\grave{\imath}}_l+\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl}w^{1\acute{\imath}}_l,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}, \tag{23}$$

$$\sum_{k\in U_j}\sum_{i=1}^{I} z^2_{jkil} \le (\gamma^{2*}_{jl}+\gamma^{20}_{jl}-\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl})w^2_l+\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl}w^{2\grave{\imath}}_l+\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}w^{2\acute{\imath}}_l,\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}, \tag{24}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\sum_{l=1}^{L} p^1_{jsl}(\gamma^{1*}_{jl}+\gamma^{10}_{jl}-\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl})w^1_l+\sum_{l=1}^{L} p^{1\grave{\imath}}_{jsl}\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl}w^{1\grave{\imath}}_l+\sum_{l=1}^{L} p^{1\acute{\imath}}_{jsl}\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl}w^{1\acute{\imath}}_l+\\
+&\sum_{l=1}^{L} p^2_{jsl}(\gamma^{2*}_{jl}+\gamma^{20}_{jl}-\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl})w^2_l+\sum_{l=1}^{L} p^{2\grave{\imath}}_{jsl}\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl}w^{2\grave{\imath}}_l+\sum_{l=1}^{L} p^{2\acute{\imath}}_{jsl}\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}w^{2\acute{\imath}}_l\le r_{js}
\end{aligned}
\right.\quad j=\overline{1,n},\ s=\overline{1,S},
\tag{25}
$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}(\hat f^1_{jl}\gamma^{10}_{jl}+\hat f^{1\grave{\imath}}_{jl}\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl}+\hat f^{1\grave{\imath}}_{jl}\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl})+\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{L}(\hat f^2_{jl}\gamma^{20}_{jl}+\hat f^{2\grave{\imath}}_{jl}\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl}+\hat f^{2\grave{\imath}}_{jl}\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl})\le\Phi, \tag{26}$$

$$z^1_{jkil}\ge 0,\ \ z^2_{jkil}\ge 0,\ j=\overline{1,n},\ k=\overline{1,m},\ i=\overline{1,I},\ l=\overline{1,L}, \tag{27}$$

$$\gamma^{10}_{jl},\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl},\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl},\gamma^{20}_{jl},\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl},\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}\ge 0\ \text{– целочисленные},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L},, \tag{28}$$

$$\gamma^{1*}_{jl}\ge\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl},\ \gamma^{2*}_{jl}\ge\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl},\ j=\overline{1,n},\ l=\overline{1,L}. \tag{29}$$

Ограничения данной модели (21) – (25) и (27), (28) имеют тот же смысл, что и соответствующие ограничения (11) – (17) оптимизационной задачи (10) – (17). Отличие состоит лишь в том, что в ограничениях модели (20) – (29) отражена возможность развития логистических мощностей в каждом пункте по указанным выше направлениям (a) – (c).

Неравенство (26) отвечает ограничению на общий объем инвестиционных ресурсов, выделенных на развитие рассматриваемой системы.

Ограничения (29) отражают естественное условие, согласно которому количество модернизируемых технологических блоков определенного вида в каждом пункте не должно превосходить их имеющегося количества.

По результатам решения задачи (20) – (29) исходная система логистических мощностей преобразуется к виду, согласно которому в каждом пункте *j* будет размещаться мощностей вида *l* старого образца – $(\gamma^{1*}_{jl}+\gamma^{10*}_{jl}-\gamma^{1\grave{\imath}*}_{jl})w^1_l$, $(\gamma^{2*}_{jl}+\gamma^{20*}_{jl}-\gamma^{2\grave{\imath}*}_{jl})w^2_l$, модернизированных мощностей – $\gamma^{1\grave{\imath}*}_{jl}w^{1\grave{\imath}}_l$, $\gamma^{2\grave{\imath}*}_{jl}w^{2\grave{\imath}}_l$ и новых мощностей – $\gamma^{1\acute{\imath}*}_{jl}w^{1\acute{\imath}}_l$, $\gamma^{2\acute{\imath}*}_{jl}w^{2\acute{\imath}}_l$, где $\gamma^{10*}_{jl},\gamma^{1\grave{\imath}*}_{jl},\gamma^{1\acute{\imath}*}_{jl}$, $\gamma^{20*}_{jl},\gamma^{2\grave{\imath}*}_{jl},\gamma^{2\acute{\imath}*}_{jl}$ – оптимальные значения переменных $\gamma^{10}_{jl},\gamma^{1\grave{\imath}}_{jl},\gamma^{1\acute{\imath}}_{jl}$, $\gamma^{20}_{jl},\gamma^{2\grave{\imath}}_{jl},\gamma^{2\acute{\imath}}_{jl}$.

Выводы. Построенные модели демонстрируют возможности экономико-математического подхода к решению задач рационального формирования и развития системы пространственно распределенных логистических мощностей. Сформулированные модели, с одной стороны, являются достаточно детальными и учитывают важнейшие факторы построения и развития системы мощностей по переработке сложных товаропотоков, что повышает уровень их адекватности. С другой стороны, представляют собой задачи частично целочисленного линейного программирования, методы решения которых реализованы во многих программных продуктах. Поэтому данные модели имеют не только определенный теоретический интерес, но и могут использоваться (при наличии необходимой информации) для решения соответствующих прикладных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алькема В. Г. Применение метода анализа иерархии при выборе города размещения регионального распределительного центра / В. Г. Алькема, Е. С. Демиденко // Логистика: проблемы и решения. – 2011. - № 1 – С. 52–57.
2. Бродецкий Г. Л. Применение метода аналитической иерархии для оптимизации места расположения регионального распределительного центра / Г. Л. Бродецкий // Логистические технологии. – 2005. – № 1. – С. 26–34.
3. Бродецкий Г. Л. Экономико-математические методы и модели в логистике: процедуры оптимизации / Г. Л. Бродецкий, Д. А. Гусев. – М. : Издательский центр «Академия», 2012. – 288 с.
4. Диленко В. А. Экономико-математический анализ влияния НТП на оптимальный выбор направлений развития производственных фондов предприятия / В. А. Диленко // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 2. – С. 201–209.
5. Лубенцова В. С. Математические модели и методы в логистике / В. С. Лубенцова. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2008, –157 с.
6. Осипенко С. Н. Обоснование формирования сети складов на логистическом полигоне как элемент логистической инфраструктуры / С. Н. Осипенко // Логистика: проблемы и решения. – 2011. – № 5. – С. 62–65.
7. Осипенко С. Н. Оптимизационная модель выбора объектов поставок на логистическом полигоне / С. Н. Осипенко // Логистика: проблемы и решения. – 2011. – № 5. – С. 62–65.
8. Плоткин Б. К. Экономико-математические методы и модели в логистике / Б. К. Плоткин, Л. А. Делюкин. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 96 с.
9. Сумец А. М. Методика определения рациональной структуры системы региональных логистических центров / А. М. Сумец, Ю. И. Кушнерук // Логистика: проблемы и решения. – 2012. – № 3. – С. 28–32.
10. Тихомирова А. Н. Математические модели и методы в логистике / А. Н. Тихомирова, Е. М. Сидоренко. – М. : НИЯУ МИФИ, 2010. – 320 с.

REFERENCES

Alkema, V. G., and Demidenko, E. S. «Primenenie metoda analiza ierarkhii pri vybore goroda razmeshcheniia regionalnogo raspredelitelnogo tsentra» [Application of the method of analysis of the hierarchy when selecting placement of a regional distribution center]. Logistika: problemy i resheniia, no. 1-C (2011): 52–57.

Brodetskiy, G. L. «Primenenie metoda analiticheskoy ierarkhii dlia optimizatsii mesta raspolozheniia regionalnogo raspredelitelnogo tsentra» [Application of analytic hierarchy to optimize the location of a regional distribution center]. Logisticheskie tekhnologii, no. 1 (2005): 26–34.

Brodetskiy, G. L., and Gusev, D. A. Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli v logistike: protsedury optimizatsii [Economic-mathematical methods and models in logistics: the optimization procedure]. Moscow: Akademiia, 2012.

Dylenko, V. A. «Ekonomyko-matematycheskyi analyz vlyianyia NTP na optymalnyi vybor napravlenyi razvytyia proyzvodstvennykh fondov predpryiatyia» [Economic-mathematical analysis of the effect of NTP on the optimal choice of directions of development of productive assets of the enterprise]. Aktualni problemy ekonomiky, no. 2 (2011): 201–209.

Lubentsova, V. S. Matematicheskie modeli i metody v logistike [Mathematical models and methods in logistics]. Samara: Samar. gos. tekhn. un-t, 2008.

Osipenko, S. N. «Obosnovanie formirovaniia seti skladov na logisticheskom poligone kak element logisticheskoy infrastruktury» [Rationale for the formation of a network of warehouses in the logistics training ground as part of the logistics infrastructure]. Logistika: problemy i resheniia, no. 5 (2011): 62–65.

Osipenko, S. N. «Optimizatsionnaia model vybora obektov postavok na logisticheskom poligone» [Optimization model of object selection in the logistics supply range]. Logistika: problemy i resheniia, no. 5 (2011): 62–65.

Plotkin, B. K., and Deliukin, L. A.Ekonomiko-matematicheskie metody i modeli v logistike [Economic-mathematical methods and models in logistics.]. St. Petersburg: Izd-vo SPbGUEF, 2010.

Sumets, A. M., and Kushneruk, Yu. I. «Metodika opredeleniia ratsionalnoy struktury sistemy regionalnykh logisticheskikh tsentrov» [Methods of determining the rational structure of the system of regional logistics centers.]. Logistika: problemy i resheniia, no. 3 (2012): 28–32.

Tikhomirova, A. N., and Sidorenko, E. M. Matematicheskie modeli i metody v logistike [Mathematical models and methods in logistics.]. Moscow: NIYaU MIFI, 2010.