ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2001-41
ОТФ

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

О ЛОКАЛИЗУЕМОСТИ ГРАВИТАЦИОННОЙ ЭНЕРГИИ

Направлено в *ДАН*

Протвино 2001

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Логунов А.А., Мествиришвили М.А. О локализуемости гравитационной энергии: Препринт ИФВЭ 2001-41. – Протвино, 2001. – 4 с., библиогр.: 3.

Установлено, что в отличие от общей теории относительности (ОТО) в релятивистской теории гравитации (РТГ) ковариантный закон для плотности тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве сводится к ковариантному закону сохранения плотности тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля, вместе взятых, что и обеспечивает локализуемость гравитационной энергии.

Abstract

Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. On the Localizability of the Gravitational Energy: IHEP Preprint 2001-41. – Protvino, 2001. – p. 4, refs.: 3.

The article states that in the Relativistic Theory of Gravity (RTG), in contrast to the General Relativity Theory (GRT), the covariant conservation law for the energy-momentum density of matter in Riemannian space can be reduced to the covariant conservation law for the energy-momentum density of matter and gravitational field taken together. Just this fact provides the localizability of the gravitational energy.

В общей теории относительности (ОТО) ковариантный закон для плотности тензора энергии-импульса вещества T_μ^ν в римановом пространстве имеет вид

$$\nabla_\nu T_\mu^\nu \equiv \partial_\nu T_\mu^\nu - \frac{1}{2} T^{\sigma\lambda} \partial_\mu g_{\sigma\lambda}, \;\; T^{\sigma\lambda} = -2 \frac{\delta L_M}{\delta g_{\sigma\lambda}}. \tag{1}$$

Это уравнение непосредственно следует из уравнений Гильберта–Эйнштейна. Закон сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля в ОТО имеет нековариантную форму

$$\partial_\nu (T_\mu^\nu + \tau_\mu^\nu) = 0. \tag{2}$$

Именно таким образом и возникает в ОТО псевдотензор гравитационного поля τ_μ^ν, который не является ковариантной величиной. В ОТО в принципе невозможно записать уравнение сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля в общековариантной форме. Отсюда и возникло на основе ОТО представление о том, что гравитационную энергию нельзя локализовать.

В релятивистской теории гравитации (РТГ) гравитационное поле рассматривается как физическое тензорное поле $\Phi^{\mu\nu}$ со спинами 2 и 0, развивающееся в пространстве Минковского. Источником гравитационного поля в РТГ является сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всех полей материи, включая и гравитационное поле. Такой подход обеспечивает строгое выполнение законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения. При этом из-за действия гравитационного поля возникает эффективное риманово пространство, которое имеет полевое происхождение. Плотность лагранжиана в РТГ имеет вид

$$L = L_g(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tilde{\Phi}^{\sigma\lambda}) + L_M(\tilde{g}^{\sigma\lambda}, \tilde{\Phi}_A). \tag{3}$$

Здесь

$$L_g = \frac{1}{16\pi} \tilde{g}^{\mu\nu} (G_{\mu\nu}^\lambda G_{\lambda\sigma}^\sigma - G_{\mu\sigma}^\lambda G_{\nu\lambda}^\sigma) - \frac{m^2}{2} \left(\frac{1}{2} \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma} \right), \tag{4}$$

$$G_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (D_\mu g_{\nu\sigma} + D_\nu g_{\mu\sigma} - D_\sigma g_{\mu\nu}), \tag{5}$$

$\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\gamma^{\mu\nu}$, $\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda} = \sqrt{-\gamma}\Phi^{\sigma\lambda}$, $\tilde{g}^{\sigma\lambda} = \sqrt{-g}g^{\sigma\lambda}$, Φ_A — поля вещества. Под веществом мы подразумеваем все поля материи, за исключением гравитационного.

Плотность метрического тензора эффективного риманова пространства $\tilde{g}^{\sigma\lambda}$ связана с плотностью тензора гравитационного поля $\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda}$ следующим соотношением:

$$\tilde{g}^{\sigma\lambda} = \tilde{\gamma}^{\sigma\lambda} + \tilde{\Phi}^{\sigma\lambda}. \tag{6}$$

Уравнение гравитационного поля можно записать в форме [1]

$$-J^{\sigma\lambda} + m^2\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda} = 16\pi\sqrt{\frac{g}{\gamma}}(T^{\sigma\lambda} + t_g^{\sigma\lambda}), \tag{7}$$

где $t_g^{\sigma\lambda}$ — плотность тензора энергии-импульса гравитационного поля, а

$$J^{\sigma\lambda} = -D_\mu D_\nu(\gamma^{\mu\nu}\tilde{g}^{\sigma\lambda} + \gamma^{\sigma\lambda}\tilde{g}^{\mu\nu} - \gamma^{\nu\sigma}\tilde{g}^{\lambda\mu} - \gamma^{\mu\lambda}\tilde{g}^{\sigma\nu}). \tag{8}$$

Легко убедиться, что имеет место тождество

$$D_\lambda J^{\sigma\lambda} = 0. \tag{9}$$

Уравнения гравитационного поля (7) можно представить и в форме

$$\sqrt{-g}\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R\right) + \frac{m^2}{2}\left[\tilde{g}^{\mu\nu} + \left(\tilde{g}^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \frac{1}{2}\tilde{g}^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\gamma_{\alpha\beta}\right] = 8\pi T^{\mu\nu}. \tag{10}$$

Здесь m — масса гравитона; $\gamma_{\alpha\beta}$ — метрический тензор пространства Минковского. Из уравнений (10) получим

$$m^2\sqrt{-g}\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\gamma_{\alpha\beta} = 16\pi\nabla_\mu T^{\mu\nu}. \tag{11}$$

Учитывая выражение

$$\nabla_\mu\gamma_{\alpha\beta} = -G^\sigma_{\mu\alpha}\gamma_{\sigma\beta} - G^\sigma_{\mu\beta}\gamma_{\sigma\alpha}, \tag{12}$$

найдем

$$\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\gamma_{\alpha\beta} = -g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}G^\sigma_{\mu\alpha}\gamma_{\sigma\beta} -$$
$$-g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}G^\sigma_{\mu\beta}\gamma_{\sigma\alpha} + g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}G^\sigma_{\mu\alpha}\gamma_{\sigma\beta}. \tag{13}$$

Легко убедиться, что имеет место равенство

$$-g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}G^\sigma_{\mu\beta}\gamma_{\sigma\alpha} + g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}G^\sigma_{\mu\alpha}\gamma_{\sigma\beta} = 0, \tag{14}$$

поэтому

$$\left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\gamma_{\alpha\beta} = -g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}G^\sigma_{\mu\alpha}\gamma_{\sigma\beta}. \tag{15}$$

Подставляя (5) в (15), получим

$$\left(g^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\nabla_\mu\gamma_{\alpha\beta} = \gamma_{\mu\lambda}g^{\mu\nu}(D_\sigma g^{\sigma\lambda} + G^\sigma_{\alpha\sigma}g^{\alpha\lambda}). \tag{16}$$

С учетом (16) равенство (11) принимает форму

$$16\pi\nabla_\mu T^{\mu\nu} = m^2\sqrt{-g}\gamma_{\mu\lambda}g^{\mu\nu}(D_\sigma g^{\sigma\lambda} + G^\sigma_{\alpha\sigma}g^{\alpha\lambda}). \tag{17}$$

Но т.к.

$$\sqrt{-g}(D_\sigma g^{\sigma\lambda} + G^\sigma_{\alpha\sigma}g^{\alpha\lambda}) = D_\sigma\tilde{g}^{\sigma\lambda} = D_\sigma\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda}, \tag{18}$$

соотношение (17) преобразуется к виду

$$m^2\gamma_{\nu\lambda}D_\sigma\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda} = 16\pi\nabla_\mu T^\mu_\nu. \tag{19}$$

Согласно (7) имеем

$$m^2\tilde{\Phi}^{\sigma\lambda} = J^{\sigma\lambda} + 16\pi\sqrt{\frac{g}{\gamma}}(T^{\sigma\lambda} + t_g^{\sigma\lambda}). \tag{20}$$

Подставляя (20) в (19), получим

$$D_\sigma\left[\sqrt{\frac{g}{\gamma}}(T^{\sigma\lambda} + t_g^{\sigma\lambda})\right] = \gamma^{\nu\lambda}\nabla_\mu T^\mu_\nu. \tag{21}$$

В инерциальной системе в галилеевых координатах соотношение (21) принимает вид

$$\partial_\sigma\left[\sqrt{\frac{g}{\gamma}}(T^{\sigma\lambda} + t_g^{\sigma\lambda})\right] = \gamma^{\nu\lambda}\nabla_\mu T^\mu_\nu. \tag{22}$$

В выражении (22) метрический тензор $\gamma^{\nu\lambda}$ принимает значения

$$\gamma^{\nu\lambda} = (1, -1, -1, -1). \tag{23}$$

На основании общей структуры плотности лагранжиана вещества L_M можно установить следующее сильное тождество [2]:

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = -D_\sigma\left(\frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}F^{B;\sigma}_{A;\nu}\Phi_B\right) - \frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}D_\nu\Phi_A, \tag{24}$$

которое выполняется независимо от уравнений движения. При выполнении уравнений движения вещества

$$\frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A} = 0 \tag{25}$$

имеет место равенство

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0, \tag{26}$$

а, следовательно, на основании (21) и ковариантный закон сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля, вместе взятых,

$$D_\sigma[\sqrt{-g}(T^{\sigma\lambda} + t_g^{\sigma\lambda})] = 0. \quad (27)$$

Таким образом, если в ОТО ковариантный закон (1) приводит к нековариантному закону сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля (2), а также к введению нековариантной величины — псевдотензора τ_μ^ν гравитационного поля, то согласно РТГ ковариантный закон (1) в соединении с гравитационными уравнениями в форме (10) или (7) точно приводит к ковариантному закону сохранения энергии-импульса вещества и гравитационного поля, вместе взятых, в форме (27). В выражение (27) под знаком ковариантной производной в пространстве Минковского аддитивно входит гравитационная составляющая $\sqrt{-g}t_g^{\sigma\lambda}$, тогда как в (26) гравитационная составляющая исчезает — она идет на формирование эффективного риманова пространства, а поэтому под ковариантной производной риманова пространства остается только плотность тензора энергии-импульса вещества в римановом пространстве. Полевой подход к гравитации, который осуществлен в РТГ, приводит к другой, по сравнению с ОТО, системе гравитационных уравнений, а также сохраняет фундаментальные принципы — законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Именно поэтому согласно РТГ гравитационная энергия, так же как и все другие виды энергии, локализуема. В ОТО до сих пор обсуждается вопрос [3]: несут ли гравитационные волны энергию. Согласно РТГ гравитационное излучение должно существовать, а гравитационные волны переносят энергию.

В заключение отметим, что эффективное риманово пространство, которое возникает из-за действия гравитационного поля, имеет только простую топологию, поскольку гравитационное поле развивается в пространстве Минковского.

Список литературы

[1] *Логунов А.А.* Теория гравитационного поля. М.: Наука. 2001 г. С.81.

[2] *Денисов В.И., Логунов А.А.* Современные проблемы математики. — В сб.: “Итоги науки и техники”. М.: ВИНИТИ. 1982 г. Т.21. С.89;
Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука. 1989 г. С.52.

[3] *F.I.Cooperstock.*// Ann. of Phys. 2000. V.282. P.115-137.

Рукопись поступила 16 октября 2001 года

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили
О локализуемости гравитационной энергии.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Орлова

Подписано к печати 19.10.2001. Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 0.5. Уч.-изд.л. 0.4. Тираж 100. Заказ 166.
Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 2001–41, И Ф В Э, 2001