ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2001-46
ОУ У–70

С.В. Иванов, О.П. Лебедев

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОМПЛЕКСА ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ВЧ-СИСТЕМЫ СИНХРОТРОНА У–70

Направлено в *ПТЭ*

Протвино 2001

УДК 621.384.634 М–24

Аннотация

Иванов С.В., Лебедев О.П. Анализ устойчивости комплекса обратных связей ВЧ-системы синхротрона У–70: Препринт ИФВЭ 2001-46. – Протвино, 2001. – 21 с., 12 рис., библиогр.: 3.

Излагается последовательный подход к изучению устойчивости ускоряющей системы протонного синхротрона У–70, использующей перестраиваемые резонаторы, нагруженные ферритом. Эта система охвачена несколькими контурами обратной связи (как штатными, так и паразитными), перекрестно взаимодействующими между собой из-за большой нагрузки током, высокого темпа ускорения и перекрытия полос пропускания.

Abstract

Ivanov S.V., Lebedev O.P. Stability Analysis of Feedback Loops in RF System of U70 Synchrotron : IHEP Preprint 2001-46. – Protvino, 2001. – p. 21, figs. 12, refs.: 3.

The paper exposes a systematic approach to study stability of accelerating system of U70 proton synchrotron employing tuned ferrite-loaded cavities. This system is encircled by a number feedback loops (both, dedicated and spurious) that cross-talk due to a heavy beam loading, a high accelerating rate and overlapping loop passbands.

Введение

Ускоряющая система протонного синхротрона У–70 ИФВЭ является сложным динамическим объектом. Она охвачена несколькими цепями обратной связи. Четыре из них относятся к числу штатных. Это радиальный и фазочастотный контуры, цепи автоматического регулирования амплитуды ускоряющего поля и автоподстройки собственной частоты резонатора. Паразитная петля обратной связи замыкается через передаточную функцию пучка (эффект нестационарной нагрузки током). Рассматривается возможность введения в эксплуатацию еще одной, амплитудной, цепи обратной связи по пучку.

Работа всех этих цепей не является независимой. Тому есть, по крайней мере, три причины:

(а) взаимно перекрывающиеся полосы пропускания цепей обратной связи;

(б) значительный темп ускорения пучка с $\cos\varphi_s \lesssim 0.6$, приводящий к перекрестному сложению амплитудной и фазовой коррекций на пучке, и

(в) эффект стационарной нагрузки током пучка, изменяющий передаточную функцию от тока ВЧ-генератора к суммарному ускоряющему напряжению.

Для того чтобы установить запас по самовозбуждению и определить предельный ток частиц, ускоряемый в данной конфигурации ВЧ-системы, разработана методика анализа ее устойчивости при замыкании всех контуров обратной связи. Эта методика представлена в работе. Приведены результаты ее применения. Обсуждаются мероприятия по модернизации ускоряющей системы У–70 в рамках программы повышения интенсивности.

1. Общие положения

Пусть Θ — обобщенный азимут ускорителя; ω_s — угловая скорость равновесной частицы; t — время; q — кратность и $\omega_{\rm RF} = q\omega_s$ — частота ускорения (циклическая). Обозначим азимут в сопровождающей системе $\vartheta = \Theta - \omega_s t$. Совместим начало отсчета $\vartheta = 0$ с центром одного из сгустков. Зависимость от времени принимаем в виде $\propto \exp(-i\omega t)$.

Ток пучка $J(\vartheta, t)$, равно как и другие величины, описываемые в сопровождающей системе, представляем в виде суммы бегущих по азимуту волн

$$\sum\nolimits_k J_k(\Omega)\, \exp(ik\vartheta - i\Omega t), \qquad (1)$$

где k — целое волновое число; Ω — частота преобразования Фурье в системе пучка. В лабораторной системе ей соответствует сигнал на боковых полосах гармоник частоты обращения $\omega = k\omega_s + \Omega$.

В работе изучаются узкополосные системы с центральной частотой вблизи ω_{RF}, поэтому в рядах Фурье (1) надо учитывать только слагаемые с $k = \pm q$.

1.1. Ускоряющее напряжение

Считаем, что ускоряющие резонаторы одинаковы и обеспечивают синфазное сложение напряжений на пучке. Тогда без ограничения общности можно ограничиться рассмотрением ускорителя с одним резонатором. Пусть его зазор бесконечно узкий и расположен на азимуте $\Theta = 0$. Это означает, что центры сгустков пересекают ускоряющий зазор в $t = 0$ и далее в моменты, кратные периоду радиочастоты $2\pi/\omega_{\mathrm{RF}}$.

В номинальном режиме работы на ускоряющем зазоре поддерживается гармоническое напряжение с амплитудой V и фазой φ

$$U(t) = V\cos\left(\omega_{\mathrm{RF}}t - \varphi\right). \tag{2}$$

Это напряжение порождает синхронную с пучком волну электрического поля, стационарную в сопровождающей системе,

$$E(\vartheta) = V\cos\left(q\vartheta + \varphi\right)/L, \tag{3}$$

где L — длина ускорителя. Волна (3) обеспечивает группировку пучка. Фаза φ совпадает с синхронной фазой φ_s, вблизи которой происходит автофазировка частиц [1],

$$\varphi = \varphi_s, \qquad \eta\varphi_s < 0, \tag{4}$$

где $\eta = \alpha - \gamma^{-2}$; α — коэффициент расширения орбит; γ — релятивистский фактор; $eV\cos\varphi_s$ — равновесный прирост энергии за оборот.

1.2. Эффект стационарной нагрузки током

Для поддержания напряжения $U(t)$ через резонатор проходит ток

$$J(t) = I\cos\left(\omega_{\mathrm{RF}}t - \phi\right), \tag{5}$$

возбуждаемый генератором ускоряющей системы. Одновременно резонатор возбуждается током пучка со стороны ускоряющего зазора, поэтому для обеспечения предписанного режима ускорения с $(V,\ \varphi_s)$ потребуется выполнение условия

$$V\exp(i\varphi_s) = Z\left(\omega_{\mathrm{RF}}\right)\cdot\left(I\exp(i\phi) - 2J_q\right). \tag{6}$$

Отсюда определяются комплексные амплитуды тока генератора

$$I\exp(i\phi) = V\exp(i\varphi_s)/Z\left(\omega_{\mathrm{RF}}\right) + 2J_q \tag{7}$$

и суммарного тока возбуждения резонатора

$$I'\exp(i\phi') = V\exp(i\varphi_s)/Z\left(\omega_{\mathrm{RF}}\right). \tag{8}$$

В этих уравнениях J_q обозначает амплитуду радиогармоники тока пучка. Это, строго говоря, комплексная величина. Однако здесь она оказывается чисто вещественной и положительной в силу принятого соглашения о начале отсчета Θ, ϑ и t. На произвольном азимуте Θ ускорителя основная гармоника тока пучка наблюдается как косинусоидальный ток

$$2J_q \cos(\omega_{\mathrm{RF}} t - q\Theta). \tag{9}$$

Для коротких сгустков $J_q \simeq J_0$, где J_0 есть средний по орбите ток пучка.

В формуле (6) введена передаточная функция (продольный импеданс связи) ускоряющего резонатора

$$Z(\omega) = R \times \left(1 - i\,Q\,\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right)^{-1}, \tag{10}$$

где ω_0 — резонансная частота; R и Q — нагруженные шунтовое сопротивление и добротность. В протонном синхротроне У–70 происходит почти линейное уменьшение R от 6.2 до 5.2 кОм и Q от 150 до 140 при прохождении рабочего диапазона радиочастот $\omega_{\mathrm{RF}}/\,2\pi = 5.5$–$6.1$ МГц.

В случае

$$\phi = \varphi_s \tag{11}$$

ток $J(t)$ синфазен с суммарным напряжением $U(t)$, и генератор работает на чисто активную нагрузку. Такому условию соответствует обобщенная расстройка частоты резонатора, равная

$$Q\,\left(\frac{\omega_{\mathrm{RF}}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{\mathrm{RF}}}\right) = -\frac{2J_q\,R}{V}\sin\varphi_s. \tag{12}$$

Нужное значение ω_0 устанавливается путем управления током подмагничивания феррита.

Из-за эффекта стационарной нагрузки током при росте интенсивности пучка происходит взаимный уход фаз ϕ, ϕ' и φ опорных колебаний (относительно них измеряются ошибки и вырабатываются корректирующие воздействия, амплитудные и/или фазовые). Это одна из причин, по которой работа контуров обратной связи ВЧ-системы ускорителя оказывается взаимосвязанной.

1.3. Номинальная рабочая точка

Ускоряющая система выводится в номинальный (стационарный) режим с помощью четырех регулируемых величин:

$$\omega_{\mathrm{RF}}, \quad \phi, \quad I, \quad \omega_0. \tag{13}$$

Их связь с предписанными параметрами режима ускорения (V, φ_s) и интенсивностью пучка (J_q) установлена в предыдущем разделе. Радиочастота определяет радиус равновесной орбиты.

Рабочая точка (13) поддерживается с помощью систем автоматического регулирования. Для этих целей в ускоряющей системе У–70 используется четыре штатные цепи обратной связи:

— радиальная (далее отмечена индексом R — radial),
— фазочастотная (P — phase-frequency),
— амплитудная (A — amplitude),
— и автоподстройки собственной частоты резонатора (T — tuning).

Для увеличения запаса по устойчивости рассматривается возможность подключения еще одной, амплитудной, обратной связи по пучку (AB — amplitude beam). При $J_q \neq 0$ всегда возникает паразитная обратная связь из-за эффекта нестационарной нагрузки резонатора током пучка (BL — beam loading). Рис. 1 показывает структурную схему ВЧ-резонатора У–70, охваченного указанными цепями обратной связи.

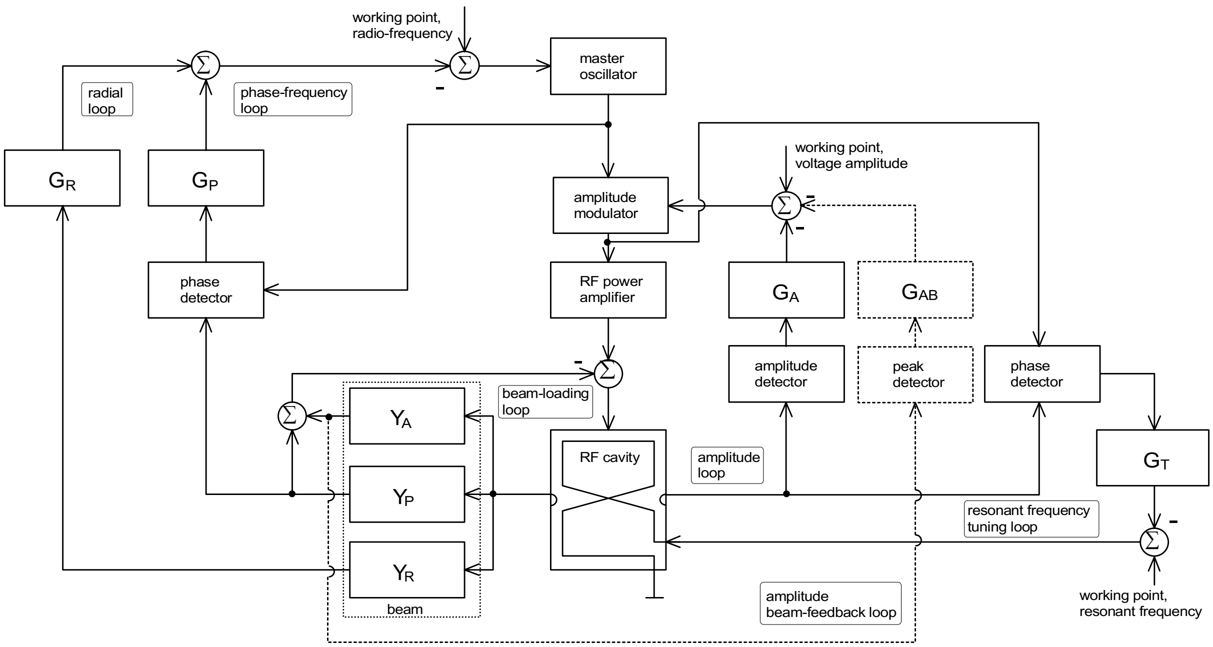

Рис. 1. Структурная схема цепей обратной связи резонатора У–70.

2. Характеристическое уравнение

2.1. Проблема устойчивости и переменные состояния

В работе исследуется устойчивость ускоряющей системы У–70 с замкнутыми контурами обратной связи при малых отклонениях от рабочей точки (13).

Под такими отклонениями понимаем добавки $\Delta\omega_{\rm RF}(t)$ к радиочастоте; $\Delta\phi(t) = \int^t \Delta\omega_{\rm RF}(t')dt'$ — к фазе и $\Delta I(t)$ — к амплитуде тока генератора $J(t)$. Считаем, что отклик резонатора на изменение частоты ω_0 внешне не отличается от его реакции на эквивалентную поправку $\Delta\phi'(t) = -\int^t \Delta\omega_0(t')dt'$ к фазе ϕ' суммарного тока возбуждения (8). В рамках принятых соглашений уходы фаз колебаний записываются в виде $\phi - \Delta\phi$, $\varphi - \Delta\varphi$ и т.д.

Будем использовать малосигнальное линейное приближение и представлять результирующую ошибку $\Delta J(t)$ в виде суммы двух амплитудно-модулированных колебаний — синфазного ($\propto \cos$) и квадратурного ($\propto \sin$),

$$\Delta J(t) \simeq \Delta I(t)\cos\left(\omega_{\rm RF}t - \phi\right) - I\Delta\phi(t)\sin\left(\omega_{\rm RF}t - \phi\right). \qquad (14)$$

В такой модели просто оценить искажение фазомодулированного сигнала при его прохождении через относительно узкополосный ВЧ-тракт.

Ошибки $\Delta V(t)$ амплитуды и $\Delta\varphi(t)$ фазы ускоряющего поля вносят аддитивную поправку

$$\Delta U(t) \simeq \Delta V(t)\cos\left(\omega_{\mathrm{RF}}t-\varphi_s\right) - V\Delta\varphi(t)\sin\left(\omega_{\mathrm{RF}}t-\varphi_s\right) \tag{15}$$

к напряжению $U(t)$ на зазоре. Из-за этой поправки в сопровождающей пучок системе появляются две медленно изменяющиеся волны электрического поля

$$\Delta E(\vartheta,t) \simeq \Delta V(t)\cos\left(q\vartheta+\varphi_s\right)/L + V\Delta\varphi(t)\sin\left(q\vartheta+\varphi_s\right)/L, \tag{16}$$

которые возмущают продольное движение частиц и потому вызывают когерентную добавку $\Delta J(\vartheta,t)$ к распределению тока пучка.

Наиболее удобным набором переменных, описывающих состояние системы в целом, оказываются комплексные ошибки ускоряющего напряжения $u_{\pm q}(\Omega)$. Они имеют смысл амплитуд гармоник $k=\pm q$ разложения Фурье для интегралов $\Delta E(\vartheta,t)L \equiv u(\vartheta,t)$ дополнительного электрического поля на орбите

$$u_{\pm q}(\Omega) \;=\; \frac{\Delta V(\Omega) \mp i\,V\Delta\varphi(\Omega)}{2}\exp(\pm i\varphi_s). \tag{17}$$

Отсюда просто восстановить наблюдаемые ошибки ускоряющего напряжения

$$\Delta V(\Omega) \;=\; u_q(\Omega)\exp(-i\varphi_s) + \;u_{-q}(\Omega)\exp(+i\varphi_s), \tag{18}$$

$$V\Delta\varphi(\Omega) \;=\; i\,u_q(\Omega)\exp(-i\varphi_s) - i\,u_{-q}(\Omega)\exp(+i\varphi_s). \tag{19}$$

Сложнее установить связь между $u_{\pm q}(\Omega)$ и сдвигом фазы тока генератора $\Delta\phi(\Omega)$, который поступает на вход двух каналов обратной связи — фазочастотного и автоподстройки собственной частоты резонатора. Дело в том, что ошибка тока генератора не является единственным источником возмущения напряжения на зазоре, поэтому

$$\begin{aligned} I\Delta\phi(\Omega) \;&=\; i\left(\frac{u_q(\Omega)+u'_q(\Omega)}{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}+\Delta J_q(\Omega)\right)\exp(-i\phi) - \\ &-\; i\left(\frac{u_{-q}(\Omega)+u'_{-q}(\Omega)}{Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}+\Delta J_{-q}(\Omega)\right)\exp(+i\phi). \end{aligned} \tag{20}$$

В этой формуле слагаемые $\Delta J_{\pm q}(\Omega)$ компенсируют вклад когерентной добавки к току пучка, также возбуждающей резонатор. Указанная добавка имеет вид

$$\Delta J_{\pm q}(\Omega) = \frac{J_0}{iV\sin\varphi_s}\Big(Y_A(\Omega)\cdot\left(u_q(\Omega)-u_{-q}(\Omega)\right) \pm Y_P(\Omega)\cdot\left(u_q(\Omega)+u_{-q}(\Omega)\right)\Big), \tag{21}$$

где $Y_A(\Omega)$ и $Y_P(\Omega)$ есть передаточные функции пучка. Они определены ниже в уравнениях (38) и (37).

Слагаемые $u'_{\pm q}(\Omega)$ в формуле (20) компенсируют еще один сигнал ошибки, присутствующий в суммарной амплитуде $u_{\pm q}(\Omega)$. Он появляется из-за работы системы автоподстройки частоты резонатора. В первом приближении эта система вносит (точнее, вычитает) поправку напряжения, эквивалентную реакции резонатора на сдвиг $\Delta\phi'$ фазы его суммарного тока возбуждения, поэтому

$$u'_{\pm q}(\Omega) = \mp\frac{i}{2}\,Z(\pm\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)\left(I'\mathrm{e}^{\pm i\phi'}\right)\Delta\phi'(\Omega). \tag{22}$$

В свою очередь, сдвиг фазы $\Delta\phi'$ пропорционален изменению угла нагрузки генератора $\Delta\varphi - \Delta\phi$. Эта связь задана определением (52) передаточной функции $G_T(\Omega)$ контура автоподстройки частоты резонатора. Следовательно, при расчете зависимости $\Delta\phi(\Omega)$ от комплексных амплитуд $u_{\pm q}(\Omega)$ по формуле (20) надо учитывать еще и слагаемые с $\Delta\phi(\Omega)$ в ее правой части. Они свидетельствуют о наличии местной обратной связи по фазе тока генератора. В результате искомая зависимость приобретает характерный резонансный знаменатель

$$\begin{aligned} I\Delta\phi(\Omega) \;&=\; \frac{1}{1 - C\dfrac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}} \times \left[-C\frac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\, I\Delta\varphi(\Omega) + \right. \\ &\qquad +i\left(\frac{u_q\;(\Omega)}{Z(\;\;\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)} + \Delta J_q\;(\Omega)\right)\exp(-i\phi) - \\ &\qquad \left. -i\left(\frac{u_{-q}(\Omega)}{Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)} + \Delta J_{-q}(\Omega)\right)\exp(+i\phi)\right]. \end{aligned} \tag{23}$$

Здесь C обозначает

$$C = \mathrm{Re}\left(\frac{V\mathrm{e}^{i\varphi_s}}{Z(\omega_{\mathrm{RF}})I\mathrm{e}^{i\phi}}\right) = \mathrm{Re}\left(\frac{I'\mathrm{e}^{i\phi'}}{I\mathrm{e}^{i\phi}}\right). \tag{24}$$

В режиме накопления ($\varphi_s = \pm\pi/2$) и при оптимальной настройке (11), (12) ускоряющего резонатора $C = 1$. Из уравнения (23) видно, что фазовые ошибки $\Delta\phi$ и $\Delta\varphi$ неразличимы для $|G_T(\Omega)| \to \infty$ и/или в случае статических возмущений, когда $\Omega \to 0$.

Подстановка (19) и (21) в уравнение (23) позволяет установить требуемую связь между переменными состояния $u_{\pm q}(\Omega)$ и ошибкой фазы тока генератора $\Delta\phi(\Omega)$.

2.2. Обратная связь по отклонению

Считаем, что используется линейная отрицательная обратная связь по отклонению. Суммарная остаточная ошибка регулируемых величин — комплексных амплитуд $u_{\pm q}(\Omega)$, имеет вид

$$u_{\pm q}(\Omega) = u_{\pm q}^{(ext)}(\Omega) - u_{\pm q}^{(fb)}(\Omega), \tag{25}$$

где $u_{\pm q}^{(ext)}$ — независимое внешнее возмущение; $u_{\pm q}^{(fb)}$ — сигнал обратной связи, суммирующий вклады всех контуров,

$$\begin{aligned} u_{\pm q}^{(fb)}(\Omega) \;&=\; \frac{Z(\pm\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2} \times \\ &\times \;\left\{ \mp i\left[\Delta\phi^{(R)}(\Omega) + \Delta\phi^{(P)}(\Omega)\right] I\mathrm{e}^{\pm i\phi} + \right. \\ &\quad + \left[\Delta I^{(A)}(\Omega) + \Delta I^{(AB)}(\Omega)\right]\mathrm{e}^{\pm i\phi} + \\ &\quad \left. \mp\; i\Delta\phi'^{(T)}(\Omega)\, I'\mathrm{e}^{\pm i\phi'} \;+\; 2\Delta J_{\pm q}^{(BL)}(\Omega)\right\}. \end{aligned} \tag{26}$$

Сигналы ошибок на входе этих цепей различны и обсуждаются позже. Однако в конечном счете сигнал обратной связи (26) линейно зависит от величины остаточной ошибки регулирования $u_{\pm q}(\Omega)$ из левой части (25), поэтому введем вектор-столбец

$$\vec{u}(\Omega) = \left(\begin{array}{c} u_{+q}(\Omega) \\ u_{-q}(\Omega) \end{array} \right) \tag{27}$$

и запишем эту зависимость в общем виде как

$$\vec{u}^{(fb)}(\Omega) = \widehat{\chi}(\Omega)\, \vec{u}(\Omega). \tag{28}$$

Матрица $\widehat{\chi}(\Omega)$ размерности 2×2 имеет смысл "диэлектрической восприимчивости" системы с обратными связями. Ее элементы обладают свойством

$$\chi_{22}(\Omega) \;=\; \chi_{11}(-\Omega^*)^*, \qquad \chi_{21}(\Omega) \;=\; \chi_{12}(-\Omega^*)^* \tag{29}$$

и являются суммами вкладов отдельных контуров обратной связи

$$\chi_{jk}(\Omega) = \sum_{b=R,P,A,AB,T,BL} \chi_{jk}^{(b)}(\Omega), \tag{30}$$

где $j = 1,2$ и $k = 1,2$. Конкретные выражения для матричных элементов $\chi_{jk}^{(b)}(\Omega)$ приведены в разделе 4. Пока же рассмотрим общие соотношения.

Подставим выражение (28) в (25) и установим связь между суммарной ошибкой напряжения на ускоряющем зазоре $\vec{u}(\Omega)$ и ее внешним источником $\vec{u}^{(ext)}(\Omega)$

$$\widehat{\varepsilon}(\Omega)\, \vec{u}(\Omega) = \vec{u}^{(ext)}(\Omega), \tag{31}$$

где $\widehat{\varepsilon}(\Omega)$ обозначает матрицу "диэлектрической проницаемости" системы, охваченной обратной связью,

$$\widehat{\varepsilon}(\Omega) = \widehat{I} + \widehat{\chi}(\Omega), \tag{32}$$

а $\widehat{I}$ есть единичная матрица 2×2.

Нули детерминанта $\widehat{\varepsilon}(\Omega)$

$$\mathrm{Det}\widehat{\varepsilon}(\Omega) = 1 + \mathrm{Tr}\widehat{\chi}(\Omega) + \mathrm{Det}\widehat{\chi}(\Omega) = 0 \tag{33}$$

определяют собственные частоты колебаний системы в замкнутом состоянии. Система устойчива, если все нули характеристического уравнения (33) находятся в нижней полуплоскости комплексной плоскости Ω.

Когда $\mathrm{Det}\widehat{\varepsilon}(\Omega) \neq 0$, у матрицы $\widehat{\varepsilon}(\Omega)$ существует обратная матрица с элементами

$$\widehat{\varepsilon}^{-1}(\Omega) = \frac{1}{\mathrm{Det}\,\widehat{\varepsilon}(\Omega)} \left(\begin{array}{cc} 1+\chi_{22}(\Omega) & -\chi_{12}(\Omega) \\ -\chi_{21}(\Omega) & 1+\chi_{11}(\Omega) \end{array} \right), \tag{34}$$

и система (31) имеет решение

$$\vec{u}(\Omega) = \widehat{\varepsilon}^{-1}(\Omega)\;\vec{u}^{(ext)}(\Omega). \tag{35}$$

Это уравнение количественно характеризует точность работы цепей обратной связи — степень подавления ими независимых внешних возмущений $u_{\pm q}^{(ext)}$. При правильной настройке цепей обратной связи абсолютная величина остаточной ошибки регулирования $|\vec{u}| \ll |\vec{u}^{(ext)}|$. Напротив, вблизи порога самовозбуждения замкнутой системы наблюдаемые ошибки резко увеличиваются и $|\vec{u}| \gg |\vec{u}^{(ext)}|$.

3. Передаточные функции

3.1. Пучок

При определении передаточных функций пучка $Y(\Omega)$ используется обычная теория продольных когерентных неустойчивостей. Для простоты учитываются только дипольные и квадрупольные моды синфазных колебаний сгустков. Разброс частот синхротронных колебаний в сгустке во внимание не принимается. Частота Ω наблюдается как боковая полоса радиочастоты $\omega = \pm\omega_{\mathrm{RF}} + \Omega$.

Для целей работы достаточно использовать три передаточных функции пучка:

$$Y_R(\Omega) \equiv \frac{\Delta\langle q\vartheta\rangle}{\Delta\varphi + (\Delta V/V)\,\mathrm{ctg}\varphi_s} = \frac{\Phi_R}{1-(\Omega/\Omega_0)^2}, \tag{36}$$

$$Y_P(\Omega) \equiv \frac{\Delta\langle \sin q\vartheta\rangle}{\Delta\varphi + (\Delta V/V)\,\mathrm{ctg}\varphi_s} = \frac{\Phi_P}{1-(\Omega/\Omega_0)^2}, \tag{37}$$

$$Y_A(\Omega) \equiv \frac{\Delta\langle \cos q\vartheta\rangle}{(\Delta V/V) - \Delta\varphi\,\mathrm{ctg}\varphi_s} = \frac{\Phi_A}{1-(\Omega/\,2\Omega_0)^2}, \tag{38}$$

где угловые скобки $\langle\ldots\rangle$ обозначают усреднение по сгустку, а Ω_0 есть циклическая частота синхротронных колебаний

$$\Omega_0 = \left(-\frac{\omega_s^2\,\eta\,q\,V\sin\varphi_s}{2\pi\beta^2\,\gamma E_0/e}\right)^{1/2}, \tag{39}$$

β и γ — релятивистские факторы; E_0 — энергия покоя частиц.

Величины $\Phi_{R,P,A} > 0$ обозначают формфакторы сгустков

$$\Phi_b = 2\int_0^{\pi B}\left(-\frac{\partial F(a)}{\partial a}\right) W_b(a)\,da, \tag{40}$$

$$W_R(a) = J_1(a)\,a/2, \qquad W_P(a) = J_1^2(a), \qquad W_A(a) = J_2^2(a), \tag{41}$$

где $B = \Delta(q\vartheta)_0/\pi$ — фактор группировки пучка; $\Delta(q\vartheta)_0$ — продольный полуразмер сгустка по основанию, измеренный в единицах ВЧ-радиан; $J_m(a)$ — функция Бесселя порядка m; $F(a)$ — функция распределения частиц по амплитудам a продольных колебаний, нормированная на единицу,

$$\int_0^{\pi B} F(a)\,a\,da = 1. \tag{42}$$

Формфактор Φ_R имеет простой физический смысл

$$\langle\cos q\vartheta\rangle = J_q/J_0 = \Phi_R. \tag{43}$$

Для коротких сгустков с $B \to 0$ функции $\Phi_{R,P} \to 1$, а

$$\Phi_A \to \langle(q\vartheta)^2\rangle/4 \propto B^2, \tag{44}$$

где $\langle(q\vartheta)^2\rangle^{1/2}$ есть среднеквадратичный полуразмер сгустка.

Графики зависимости $\Phi_{R,P,A}(B)$ для сгустка, имеющего параболическое распределение линейной плотности $\propto (1-(q\vartheta)^2/(\pi B)^2) \neq 0$ для $|q\vartheta| \le \pi B$, показаны на рис. 2.

Передаточная функция $Y_R(\Omega)$ является звеном радиального контура обратной связи по пучку, поскольку скорость колебаний центра тяжести сгустка $d\Delta\langle q\vartheta\rangle/dt$ пропорциональна амплитуде радиально-фазовых колебаний пучка $\Delta\langle R\rangle$, измеряемых датчиком радиального положения.

Передаточная функция $Y_P(\Omega)$ является звеном фазочастотного контура обратной связи по пучку. Отношение $\Delta\langle\sin q\vartheta\rangle/\langle\cos q\vartheta\rangle$ в линейном приближении совпадает с фазой возмущенной радиогармоники тока пучка относительно опорного колебания (9) на азимуте $\Theta = 0$ ускоряющего зазора. С хорошей точностью выполняется равенство $\Phi_P \simeq \Phi_R^2$ (см. пунктирную кривую на рис. 2), поэтому с учетом (43) имеем

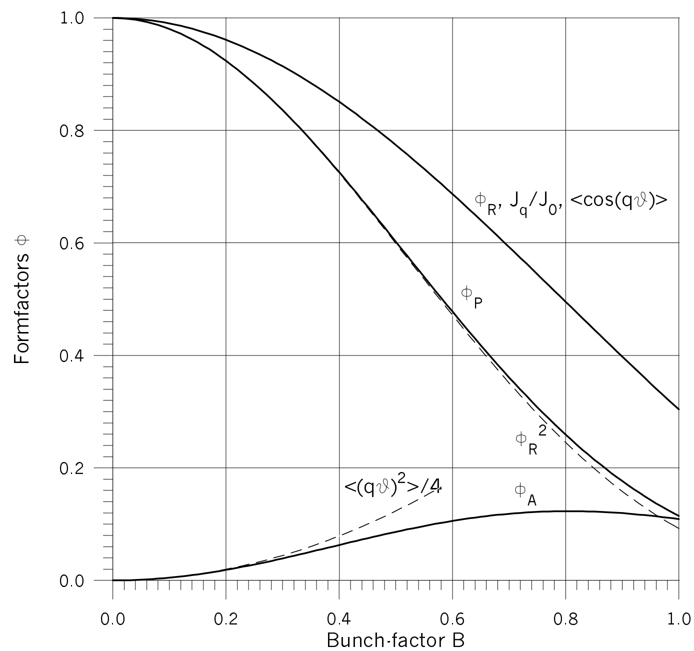

Рис. 2. Формфакторы сгустков.

$$Y_P(\Omega)/\langle\cos q\vartheta\rangle \simeq Y_R(\Omega). \tag{45}$$

Передаточная функция $Y_A(\Omega)$ является звеном амплитудного контура обратной связи по пучку. Она учитывает возможность модуляции пикового тока и длины сгустков. В первом приближении $\Delta\langle\cos q\vartheta\rangle \simeq -\langle(q\vartheta)^2\rangle\cdot\Delta B/B$.

Дополнительные амплитудная и фазовая модуляции ускоряющего напряжения вызываются эффектом нестационарной нагрузки ускоряющих резонаторов током пучка. Эффект зависит от комплексной когерентной добавки к амплитуде основной радиогармоники тока пучка

$$\Delta J_{\pm q}(\Omega) = J_0\cdot\Big(\Delta\langle\cos q\vartheta\rangle(\Omega) \mp i\,\Delta\langle\sin q\vartheta\rangle(\Omega)\Big). \tag{46}$$

Знаменатели в средней части формул (36)–(38) раскрывают физический смысл передаточных функций пучка. Однако для расчетов гораздо удобнее их запись в терминах переменных состояния — комплексных амплитуд (17),

$$\Delta\varphi(\Omega) + \frac{\Delta V(\Omega)}{V}\,\mathrm{ctg}\varphi_s \;=\; \frac{u_q(\Omega) + u_{-q}(\Omega)}{V\sin\varphi_s}, \tag{47}$$

$$\frac{\Delta V(\Omega)}{V} - \Delta\varphi(\Omega)\,\mathrm{ctg}\varphi_s \;=\; \frac{u_q(\Omega) - u_{-q}(\Omega)}{i\,V\sin\varphi_s}. \tag{48}$$

В этих обозначениях формула (46) приобретает вид (21), приведенный выше.

Из (36)–(38) видно, что при ускорении пучка, когда $\mathrm{ctg}\varphi_s \neq 0$, происходит перекрестное сложение амплитудной и фазовой коррекций на пучке. Это является одной из причин взаимного влияния контуров обратной связи ВЧ-системы ускорителя.

3.2. Электроника

Используем передаточные функции $G(\Omega)$ разомкнутых цепей обратной связи, имеющие единичную размерность. Считаем, что их выходные сигналы **вычитаются** из сигналов на входе соответствующих прямых каналов управления.

Радиальный контур *R*. Передаточная функция разомкнутого канала обратной связи по радиальному положению пучка определена как

$$G_R \equiv \frac{\Delta\phi}{\Delta\langle q\vartheta\rangle} = \frac{\Delta\omega_{\mathrm{RF}}}{-i\Omega\Delta\langle q\vartheta\rangle} = \frac{D_x}{-\eta\,\omega_{\mathrm{RF}}} \cdot \frac{\Delta\omega_{\mathrm{RF}}}{\Delta\langle R\rangle}, \tag{49}$$

где D_x — величина горизонтальной дисперсионной функции на азимуте радиального пикап-электрода; $\Delta\langle R\rangle$ — амплитуда радиального смещения центра тяжести пучка в этом пикапе.

Фазочастотной контур *P*. Передаточная функция разомкнутого канала фазочастотной цепи обратной связи определена как

$$G_P \equiv \frac{\Delta\omega_{\mathrm{RF}}/\Omega_0}{\Delta\langle\sin q\vartheta\rangle/\langle\cos q\vartheta\rangle - \Delta\phi} \simeq \frac{\Delta\omega_{\mathrm{RF}}/\Omega_0}{\Delta\langle q\vartheta\rangle - \Delta\phi}. \tag{50}$$

Входным сигналом цепи является изменение фазы основной радиогармоники тока пучка по отношению к текущей фазе тока генератора.

Амплитудный контур *A*. Передаточная функция разомкнутого канала цепи обратной связи по амплитуде ускоряющего напряжения определена как

$$G_A \equiv R \cdot \frac{\Delta I}{\Delta V}, \tag{51}$$

где R — нагруженное шунтовое сопротивление резонатора.

Цепь автоподстройки частоты резонатора *T*. Передаточная функция цепи управления током подмагничивания феррита определена как

$$G_T \equiv \frac{\Delta\omega_0/\Omega_0}{\Delta\varphi - \Delta\phi}. \tag{52}$$

Входным сигналом этой цепи является изменение $\Delta(\varphi - \phi)$ угла нагрузки генератора.

Амплитудный контур обратной связи по пучку *AB*. Передаточная функция амплитудной цепи обратной связи по пучку определена как

$$G_{AB} \equiv \frac{\Delta I}{J_0 \cdot \Delta\langle\cos q\vartheta\rangle}. \tag{53}$$

В знаменатель (53) входит изменение амплитуды основной радиогармоники тока пучка. Эта величина измеряется пиковым детектором. Нормировка его отсчетов на средний ток пучка J_0 не проводится. Цепь работает в импедансном режиме, когда корректирующее воздействие пропорционально интенсивности пучка.

4. Матрица восприимчивости

В силу свойства (29) для анализа характеристического уравнения (33) достаточно установить элементы одной строки (или столбца) матрицы $\widehat{\chi}(\Omega)$.

В исходном приближении для выбора параметров индивидуальных контуров обратной связи используем частные характеристические уравнения, получающиеся при учете лишь отдельных слагаемых суммы (30).

Устойчивость системы в полной конфигурации исследуется в разделе 5.2 графоаналитическим методом Найквиста.

Цепи $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{T}$

Эти три цепи обратной связи подлежат совместному анализу. Вклад радиального контура в элементы матрицы восприимчивости имеет вид

$$\chi_{11}^{(R)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(I\mathrm{e}^{i\phi}\right)G_R(\Omega)\,Y_R(\Omega), \tag{54}$$

$$\chi_{12}^{(R)}(\Omega) = \chi_{11}^{(R)}(\Omega). \tag{55}$$

В свою очередь, фазочастотный контур описывается

$$\chi_{11}^{(P)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(I\mathrm{e}^{i\phi}\right)\frac{iG_P(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\left(\frac{Y_P(\Omega)}{J_q/J_0}-\xi_{11}(\Omega)\right), \tag{56}$$

$$\chi_{12}^{(P)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(I\mathrm{e}^{i\phi}\right)\frac{iG_P(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\left(\frac{Y_P(\Omega)}{J_q/J_0}-\xi_{12}(\Omega)\right). \tag{57}$$

Вклад цепи автоподстройки частоты резонатора есть

$$\chi_{11}^{(T)}(\Omega) = -\frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(I'\mathrm{e}^{i\phi'}\right)\frac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\left(\ \ i\sin\varphi_s\mathrm{e}^{-i\varphi_s}-\xi_{11}(\Omega)\right), \tag{58}$$

$$\chi_{12}^{(T)}(\Omega) = -\frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(I'\mathrm{e}^{i\phi'}\right)\frac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\left(-i\sin\varphi_s\mathrm{e}^{i\varphi_s}\ \ -\xi_{12}(\Omega)\right). \tag{59}$$

Здесь для упрощения записи введена матрица $\widehat{\xi}(\Omega)$. Она получается из уравнения (23) и имеет элементы

$$\begin{aligned}
\xi_{11}(\Omega) \equiv V\sin\varphi_s\frac{\partial\Delta\phi}{\partial u_q}(\Omega) &= \frac{1}{1-C\dfrac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}}\left(-C\frac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\,i\sin\varphi_s\,\mathrm{e}^{-i\varphi_s}+\right.\\
&+\frac{iV\sin\varphi_s}{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)\ \ \left(I\mathrm{e}^{i\phi}\right)}+\\
&\left.+\frac{2J_0}{I}\left(Y_P(\Omega)\cos\phi-iY_A(\Omega)\sin\phi\right)\right),
\end{aligned} \tag{60}$$

$$\xi_{12}(\Omega) \equiv V\sin\varphi_s\frac{\partial\Delta\phi}{\partial u_{-q}}(\Omega) = \frac{1}{1-C\dfrac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}}\left(\ \ C\frac{iG_T(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\,i\sin\varphi_s\,\mathrm{e}^{i\varphi_s}+\right.$$

$$
\begin{aligned}
&\quad + \frac{-iV\sin\varphi_s}{Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)\left(I\mathrm{e}^{-i\phi}\right)} + \qquad (61)\\
&\quad + \frac{2J_0}{I}\left(Y_P(\Omega)\cos\phi + iY_A(\Omega)\sin\phi\right)\Bigg),\\
\xi_{22}(\Omega) &= \xi_{11}(-\Omega^*)^*, \qquad \xi_{21}(\Omega) = \xi_{12}(-\Omega^*)^*.
\end{aligned}
$$

Если бы на вход детектора фазы пучка подавался опорный сигнал непосредственно с зазора ускоряющего резонатора, то в уравнениях (56) и (57) следовало бы использовать слагаемые (60) и (61), в которых надо формально положить $CG_T \to \infty$. Это соответствует замене

$$
\xi_{11}(\Omega) \to V\sin\varphi_s \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial u_q}(\Omega) = i\sin\varphi_s\,\mathrm{e}^{-i\varphi_s}, \qquad (62)
$$

$$
\xi_{12}(\Omega) \to V\sin\varphi_s \frac{\partial\Delta\varphi}{\partial u_{-q}}(\Omega) = -i\sin\varphi_s\,\mathrm{e}^{i\varphi_s}. \qquad (63)
$$

Далее для упрощения допустим, что $CG_T \to \infty$, и рассмотрим

$$
\chi_{jk}(\Omega) = \sum_{b=R,P} \chi_{jk}^{(b)}(\Omega). \qquad (64)
$$

Тогда $\mathrm{Det}\,\widehat{\chi}(\Omega) = 0$, и характеристическое уравнение (33) принимает вид

$$
1 + \chi_{11}(\Omega) + \chi_{22}(\Omega) = 0. \qquad (65)
$$

Теперь предположим, что $\varphi_s = \pm\pi/2$ и $J_0 = 0$. Не будем учитывать частоту Ω в аргументе $\pm\omega_{\mathrm{RF}} + \Omega$ функции $Z(\omega)$. Тогда из уравнения (65) получим

$$
1 + \frac{iG_P(\Omega)}{\Omega/\Omega_0}\left(\frac{Y_P(\Omega)}{\Phi_R} - 1\right) + G_R(\Omega)\,Y_R(\Omega) = 0. \qquad (66)
$$

Рассмотрим короткие сгустки с $B \to 0$ и $\Phi_{R,P} \to 1$. При идеальных (плоских) частотных характеристиках каналов обратной связи, когда $G_{R,P}(\Omega) = K_{R,P}$, уравнение (66) переходит в характеристическое уравнение простого осциллятора с затуханием

$$
(\Omega/\Omega_0)^2 - i\,K_P\,(\Omega/\Omega_0) - (1 + K_R) = 0. \qquad (67)
$$

Его корни

$$
(\Omega/\Omega_0)_{1,2} = i\,K_P/2 \pm \sqrt{1 + K_R - K_P^2/4}. \qquad (68)
$$

В качестве рабочей точки целесообразно выбрать $|\mathrm{Re}\Omega_{1,2}| = -\mathrm{Im}\Omega_{1,2}$. Дальнейшее приближение к апериодическому режиму с $\mathrm{Re}\Omega_{1,2} = 0$ почти не приводит к уменьшению длительности переходных процессов и сужает линейный динамический диапазон, поэтому выбор коэффициента усиления $K_R > 0$ радиального контура влечет за собой вполне определенную оптимальную величину

$$
K_P = -\sqrt{2\,(1 + K_R)} < 0 \qquad \text{и} \qquad \Omega_{1,2}/\Omega_0 = (i \mp 1)\cdot K_P/2. \qquad (69)
$$

Цепь A

Вклад амплитудного контура в элементы матрицы восприимчивости имеет вид

$$\chi_{11}^{(A)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2R}\left(\mathrm{e}^{i\phi}\right) G_A(\Omega)\,\mathrm{e}^{-i\varphi_s}, \tag{70}$$

$$\chi_{12}^{(A)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2R}\left(\mathrm{e}^{i\phi}\right) G_A(\Omega)\,\mathrm{e}^{+i\varphi_s}. \tag{71}$$

В случае $\chi_{jk}(\Omega) = \chi_{jk}^{(A)}(\Omega)$ справедливо приближение (65), и характеристическое уравнение при замыкании изолированной цепи имеет простой вид

$$1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega) + Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2R}\, G_A(\Omega) = 0, \tag{72}$$

где учтено, что $\phi = \varphi_s$ (11).

Цепь AB

Вклад этой системы в элементы матрицы восприимчивости имеет вид

$$\chi_{11}^{(AB)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{2iV\sin\varphi_s}\left(J_0\mathrm{e}^{i\phi}\right) G_{AB}(\Omega)\, Y_A(\Omega), \tag{73}$$

$$\chi_{12}^{(AB)}(\Omega) = -\chi_{11}^{(AB)}(\Omega). \tag{74}$$

Для изолированного контура с $\chi_{jk}(\Omega) = \chi_{jk}^{(AB)}(\Omega)$ справедливо приближенное характеристическое уравнение (65), принимающее вид

$$1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)\mathrm{e}^{i\phi} - Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)\mathrm{e}^{-i\phi}}{2iV\sin\varphi_s}\, J_0\, G_{AB}(\Omega)\, Y_A(\Omega) = 0. \tag{75}$$

В первом приближении (для $J_0 \to 0$) основные корни (75) суть

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_1}{2\Omega_0} &\simeq 1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+2\Omega_0)\mathrm{e}^{i\varphi_s} - Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+2\Omega_0)\mathrm{e}^{-i\varphi_s}}{4iV\sin\varphi_s}\, J_0\, G_{AB}(2\Omega_0)\,\Phi_A, \\ \Omega_2 &= -\Omega_1^*, \end{aligned} \tag{76}$$

где учтено, что $\phi = \varphi_s$ (11). Эти корни соответствуют наблюдаемой моде колебаний системы в замкнутом состоянии.

Нестационарная нагрузка током пучка BL

Вклад этого эффекта в матрицу восприимчивости системы суть

$$\chi_{11}^{(BL)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{iV\sin\varphi_s}\, J_0\left(\ \ Y_A(\Omega) + Y_P(\Omega)\right), \tag{77}$$

$$\chi_{12}^{(BL)}(\Omega) = \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{iV\sin\varphi_s}\, J_0\left(-Y_A(\Omega) + Y_P(\Omega)\right). \tag{78}$$

Считаем, что $\chi_{jk}(\Omega) = \chi_{jk}^{(BL)}(\Omega)$. Учитываем только дипольные ($Y_P(\Omega) \neq 0$, $Y_A(\Omega) = 0$) либо квадрупольные ($Y_P(\Omega) = 0$, $Y_A(\Omega) \neq 0$) колебания сгустка. При условии $Y_P \cdot Y_A = 0$ справедливо приближение (65), и характеристическое уравнение принимает вид

$$1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega) - Z(-\omega_{\mathrm{RF}}+\Omega)}{iV\sin\varphi_s}\, J_0\, Y_{P,A}(\Omega) = 0. \tag{79}$$

Его решение сводится к поиску нулей полинома 6-го порядка относительно Ω. Это уравнение описывает хорошо известную "робинсоновскую" [2] когерентную неустойчивость сгруппированного пучка, взаимодействующего с рабочим видом колебаний ускоряющей системы, не оснащенной цепями обратной связи. В первом приближении (для $J_0 \to 0$) основные корни (79) суть

$$\frac{\Omega_1}{\Omega_0} \simeq 1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}} + \ \Omega_0) - Z(-\omega_{\mathrm{RF}} + \ \Omega_0)}{2iV \sin\varphi_s} J_0\, \Phi_P, \qquad \Omega_2 = -\Omega_1^*, \tag{80}$$

$$\frac{\Omega_1}{2\Omega_0} \simeq 1 + \frac{Z(\omega_{\mathrm{RF}} + 2\Omega_0) - Z(-\omega_{\mathrm{RF}} + 2\Omega_0)}{2iV \sin\varphi_s} J_0\, \Phi_A, \qquad \Omega_2 = -\Omega_1^*. \tag{81}$$

Они соответствуют главной моде колебаний системы, переходящей при $J_0 \to 0$ в свободные колебания сгустка (дипольные, квадрупольные). При расстройке (12), когда $(\omega_{\mathrm{RF}} - \omega_0) \cdot \varphi_s < 0$, и частотной характеристике резонатора (10), не искаженной системой местной ВЧ-обратной связи, пучок устойчив.

5. Цепи обратной связи в ВЧ-системе У–70

5.1. Электрические схемы

Электрические схемы и вид передаточных функций соответствует нынешнему состоянию рассматриваемых цепей в протонном синхротроне У–70. В учет принимаются только звенья, определяющие поведение системы.

Радиальная и фазочастотная цепи *R* и *P*

Их электрическая схема показана на рис. 3. Время задержки сигнала обратной связи составляет $\tau_{R,P} = 5.2$ μсек (около 1 км кабельных коммуникаций).

Между узлами 5–6 подключено звено C фазовой коррекции, общее для радиальной и фазочастотной цепей. Оно имеет частотную характеристику вида

$$G_C(\Omega) = k_{56} \cdot \frac{1 - i\Omega/\Omega_{C2}}{1 - i\Omega/\Omega_{C1}}, \tag{82}$$

где $k_{56} = 2.1$ — местный коэффициент усиления; $\Omega_{C1}/\,2\pi = 63$ Гц и $\Omega_{C2}/\,2\pi = 480$ Гц — соответственно нижняя и верхняя частоты перегиба.

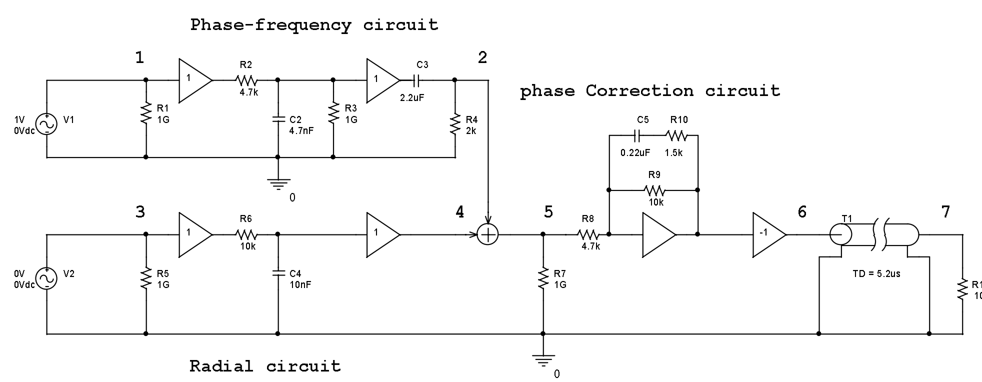

Рис. 3. Электрическая схема цепей R и P.

Радиальной цепи соответствуют узлы 3–7 электрической схемы рис. 3. Передаточная функция $G_R(\Omega)$ имеет вид интегратора с запаздыванием, каскадно соединенного со звеном (82),

$$G_R(\Omega) = G_C(\Omega) \cdot \frac{1}{1 - i\Omega/\Omega_R} \cdot k_{34} \cdot \exp(i\Omega\tau_R), \qquad K_R = k_{34} \cdot k_{56}, \tag{83}$$

где K_R — общий коэффициент усиления; k_{34} — местный коэффициент усиления между узлами 3–4; $\Omega_R/\,2\pi = 1.6$ кГц — частота среза интегратора R6C4.

Графики амплитудно- и фазочастотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) приведены на рис. 4. (Здесь и далее частотные характеристики всех электрических цепей получены с помощью программы схемотехнического моделирования [3]. Они в точности совпадают с АЧХ и ФЧХ, получаемыми на основе аналитических представлений для передаточных функций.)

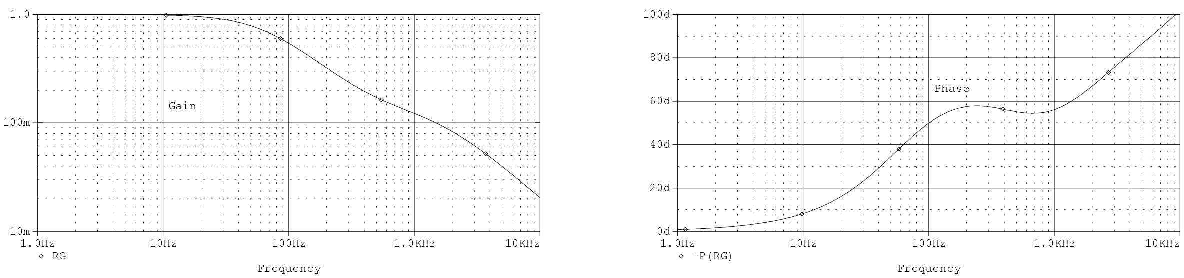

Рис. 4. АЧХ и ФЧХ радиальной цепи.

Радиальные пикапы расположены в 114- и 120-м прямолинейных промежутках. В местах их размещения горизонтальная дисперсионная функция D_x равна 2.59 и 2.73 м. Среднее (по пикапам) значение $D_x \simeq 2.66$ м. Номинальная крутизна характеристики радиальной цепи составляет

$$\frac{\Delta\omega_{\mathrm{RF}}/\,2\pi}{\Delta\langle R\rangle} \simeq -\mathrm{sign}(\eta) \cdot 5.0 \text{ кГц/мм} \tag{84}$$

по постоянному сигналу ($\Omega = 0$).

На плато инжекции $\eta \simeq -0.160$ и $\omega_{\mathrm{RF}}/\,2\pi \simeq 5.52$ МГц, поэтому согласно определению (49) требуется $K_R \simeq 15$. Управление крутизной (84) в цикле У–70 не проводится (кроме смены ее знака на критической энергии). Из-за этого при ускорении наблюдается значительное изменение безразмерного коэффициента обратной связи, "видимого" пучком,

$$K_R \propto 1/|\eta\omega_{\mathrm{RF}}|. \tag{85}$$

Благодаря такому изменению происходит подавление амплитуды радиального отклика пучка на внешние возмущения радиочастоты $|\Delta\langle R\rangle/\Delta\omega_{\mathrm{RF}}^{(ext)}|$. Он также пропорционален $1/|\eta|$ и потому мог бы резко увеличиться вблизи критической энергии при отключенном радиальном контуре.

Фазочастотной цепи соответствуют узлы 1–7 электрической схемы рис. 3. Передаточная функция $G_P(\Omega)$ включает в себя интегратор с запаздыванием, низкочастотную дифференцирующую цепочку и звено (82)

$$G_P(\Omega) = G_C(\Omega) \cdot \frac{-i\Omega/\Omega_{P1}}{1 - i\Omega/\Omega_{P1}} \cdot \frac{1}{1 - i\Omega/\Omega_{P2}} \cdot k_{12} \cdot \exp(i\Omega\tau_P), \qquad K_P = k_{12} \cdot k_{56}, \tag{86}$$

где $\Omega_{P1}/\,2\pi = 36$ Гц — частота среза дифференцирующей цепочки C3R4; $\Omega_{P2}/\,2\pi = 7.2$ кГц — частота среза интегратора R2C2. Остальные обозначения следуют схеме, принятой в уравнении (83). Графики АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 5.

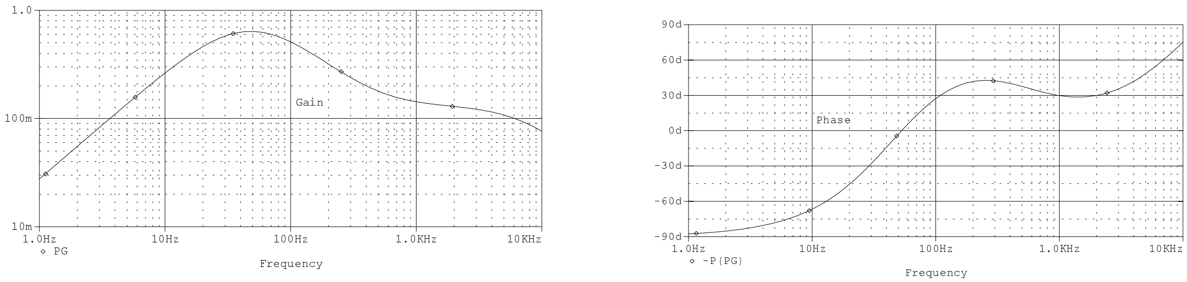

Рис. 5. АЧХ и ФЧХ фазочастотной цепи.

Номинальная крутизна характеристики фазочастотной цепи составляет

$$\frac{\Delta\omega_{\rm RF}/\,2\pi}{\Delta(\varphi(J_q)-\phi)} \simeq -0.5 \text{ кГц/град} \tag{87}$$

в максимуме $|G_P(\Omega)|$, приходящемся на частоту $\Omega/\,2\pi \simeq 50$ Гц.

На плато инжекции частота синхротронных колебаний $\Omega_0/\,2\pi \simeq 1.6$ кГц, и согласно (50) требуется $K_P \simeq -28$. Управление крутизной (87) в цикле не предусмотрено, поэтому при ускорении происходит изменение

$$K_P \propto 1/\Omega_0. \tag{88}$$

Амплитудная цепь A

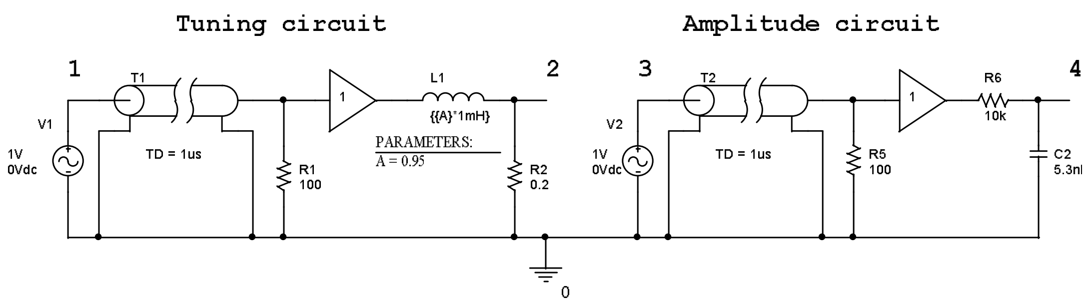

Рис. 6. Электрическая схема цепей T и A.

Электрическая схема амплитудной цепи обратной связи показана в правой части рис. 6. Передаточная функция $G_A(\Omega)$ имеет вид интегратора с запаздыванием

$$G_A(\Omega) = \frac{1}{1 - i\Omega/\Omega_A} \cdot K_A \cdot \exp(i\Omega\tau_A), \tag{89}$$

где задержка $\tau_A = 1.0$ μсек (около 200 м кабельных коммуникаций) и $\Omega_A/\,2\pi = 3$ кГц — частота среза интегратора R6C2. Коэффициент усиления $K_A \simeq 1000$ соответствует номинальной крутизне регулирования

$$R \cdot \frac{\Delta I}{\Delta V} \simeq 1 \text{ кВ/В} \tag{90}$$

на частоте $\Omega = 0$. Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 7.

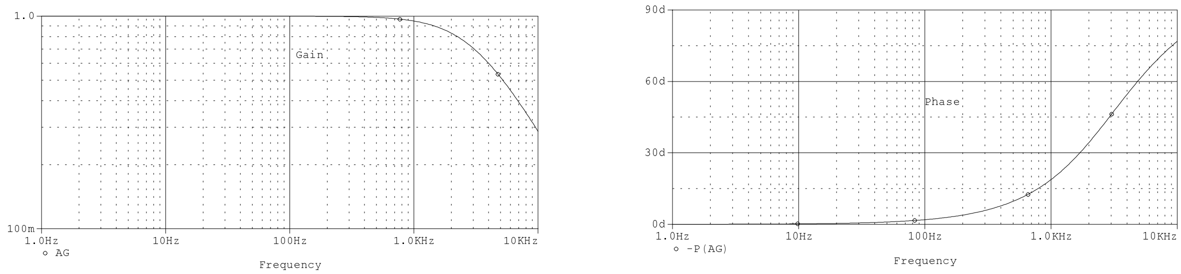

Рис. 7. АЧХ и ФЧХ амплитудной цепи.

Цепь автоподстройки частоты резонатора T

Электрическая схема этой цепи показана в левой части рис. 6. Передаточная функция $G_T(\Omega)$ имеет вид интегратора с запаздыванием

$$G_T(\Omega) = \frac{1}{1 - i\Omega/\Omega_T} \cdot K_T \cdot \exp(i\Omega\tau_T), \tag{91}$$

где $\tau_T = 1.0$ μсек. Частота среза интегратора L1R2 $\Omega_T/\,2\pi$ изменяется почти линейно от 34 до 66 Гц при прохождении рабочего диапазона радиочастот $\omega_{\rm RF}/\,2\pi = 5.5$–$6.1$ МГц. Это происходит из-за изменения индуктивности L1 обмотки подмагничивания при росте тока подмагничивания феррита. Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 8.

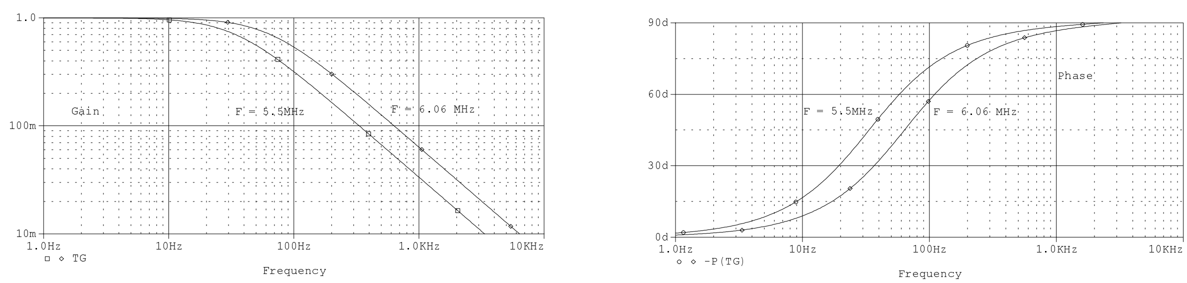

Рис. 8. АЧХ и ФЧХ цепи автоподстройки частоты резонатора.

Номинальная крутизна характеристики цепи автоподстройки частоты резонатора составляет

$$\frac{\Delta\omega_0/\,2\pi}{\Delta(\varphi - \phi)} \simeq 1.75 \text{ кГц/град} \tag{92}$$

по постоянному сигналу.

На плато инжекции $\Omega_0/\,2\pi \simeq 1.6$ кГц. Отсюда согласно (51) $K_T \simeq 63$. Крутизна (92) постоянна по циклу У–70, поэтому при ускорении происходит изменение

$$K_T \propto 1/\Omega_0. \tag{93}$$

Амплитудная цепь обратной связи по пучку AB

Предлагаемая электрическая схема этой цепи показана на рис. 9. Передаточная функция $G_{AB}(\Omega)$ включает в себя дифференцирующую цепочку C1R2, каскадно соединенную с фазоопережающим звеном D (узлы 2–3) и интегратором R6C2 амплитудного модулятора (89),

$$G_{AB}(\Omega) = \frac{1}{1 - i\Omega/\Omega_A} \cdot \frac{1 - i\Omega/\Omega_{D1}}{1 - i\Omega/\Omega_{D2}} \cdot \frac{-i\Omega/\Omega_{AB}}{1 - i\Omega/\Omega_{AB}} \cdot K_{AB} \cdot \exp(i\Omega\tau_{AB}), \tag{94}$$

где $\tau_{AB} = 5.2$ μсек; $\Omega_{AB}/2\pi = 12$ кГц — частота среза дифференцирующей цепочки C1R2; $\Omega_{D1}/2\pi = 3$ кГц и $\Omega_{D2}/2\pi = 12$ кГц — соответственно нижняя и верхняя частоты перегиба фазоопережающего звена D. Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рис. 10. В рабочем диапазоне частот квадрупольных колебаний 0.2–4.0 кГц отклонение фазы сигнала обратной связи от оптимального значения -90° не превышает 45°.

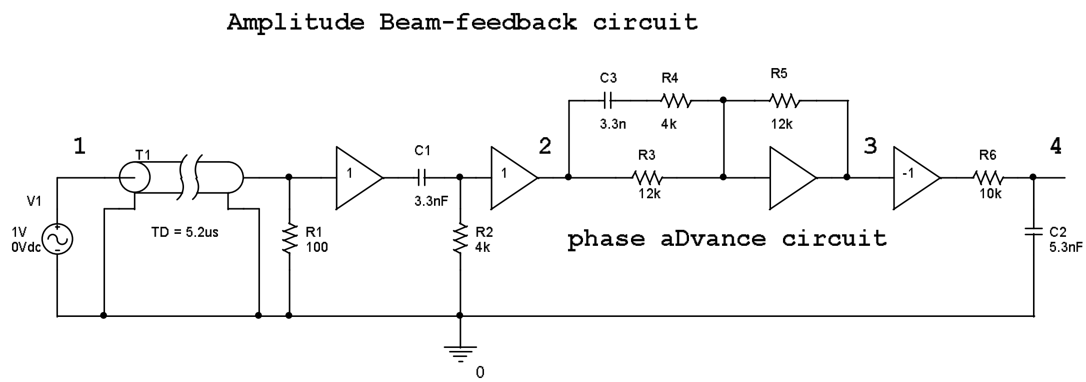

Рис. 9. Электрическая схема цепи AB.

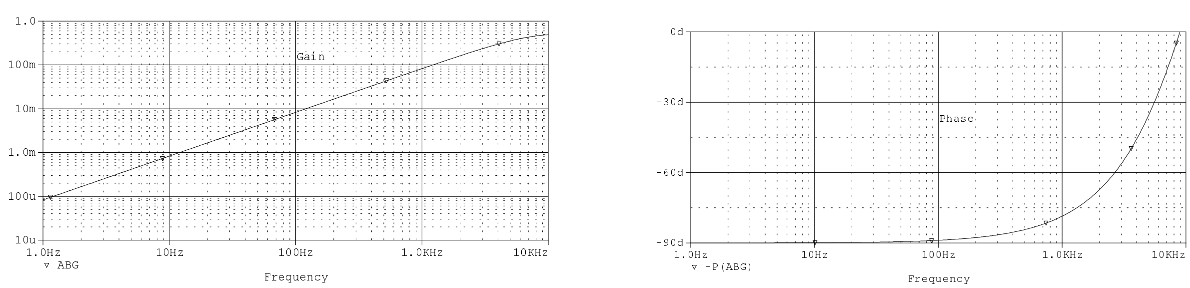

Рис. 10. АЧХ и ФЧХ цепи амплитудной обратной связи по пучку.

Крутизна характеристики цепи обратной связи по пучку должна быть достаточной для осуществления апериодического демпфирования квадрупольных колебаний на частоте $\Omega/2\pi \simeq 4.0$ кГц. Потребовав $\mathrm{Im}\Omega \simeq -2\Omega_0$, из уравнения (76) для $J_0 \simeq 0.9$ А (интенсивность примерно $3 \cdot 10^{13}$ протонов в импульсе), $B \simeq 0.5$, $V \simeq 5$ кВ/зазор, $\varphi_s = \pm\pi/2$ и $R \simeq 6.2$ кОм получим нужный коэффициент усиления $K_{AB} \simeq 230$. Цепь должна работать в импедансном режиме, и при меньших интенсивностях пучка будет вноситься меньшее демпфирование. При совместном использовании контуров AB и A (это всегда имеет место на практике) требования на выбор коэффициента усиления K_{AB} изменяются.

5.2. Анализ устойчивости

Устойчивость ВЧ-системы У–70 в полной конфигурации исследуется графоаналитическим методом Найквиста. Метод основан на анализе поведения комплексного годографа $\mathrm{Det}\widehat{\varepsilon}(\mathrm{Re}\Omega + i0)$ (33) относительно точки $0 + i0$. Система устойчива, если эта точка не охвачена годографом.

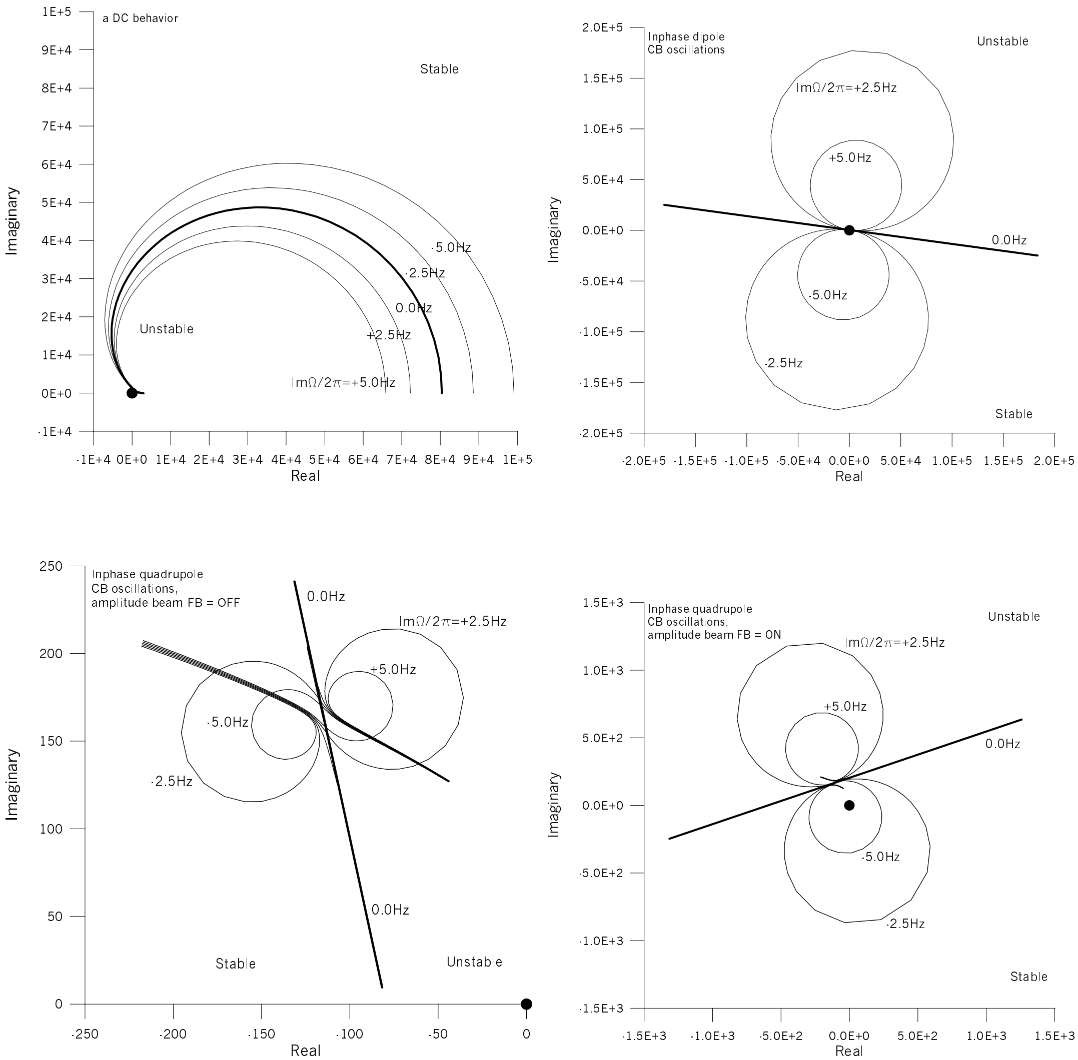

Рис. 11. Годограф Найквиста.

На рис. 11 приводятся фрагменты годографа Найквиста для ВЧ-системы синхротрона У–70. Замкнуты все контуры обратной связи, за исключением AB (этот контур подключен только на правом нижнем рисунке). В расчетах используется аналитическое представление передаточных функций цепей обратной связи. В каждом контуре установлена номинальная крутизна регулирования. Рассмотрено плато инжекции, когда $\omega_{\mathrm{RF}}/\,2\pi\; =\; 5.52$ МГц; $\eta = -0.160$; $V = 5$ кВ или 200 кВ на 40 станциях; $\varphi_s = \pi/2$; $\Omega_0/\,2\pi\; = 1.60$ кГц; $B = 0.5$; $J_0 = 0.9$ А или $3 \cdot 10^{13}$ протонов в импульсе. Для идентификации областей устойчивых/неустойчивых параметров построены образы прямых из правой полуплоскости $\mathrm{Re}\Omega \geq 0$ с ординатами $\mathrm{Im}\Omega/2\pi = \pm 2.5$ Гц, ± 5.0 Гц (тонкие линии) и образ положительной полуоси $\mathrm{Im}\Omega = 0$ (жирная линия — это собственно годограф Найквиста). Образы этих же прямых из полуплоскости $\mathrm{Re}\Omega \leq 0$ получаются зеркальным отражением рис. 11 относительно оси абсцисс. Они не несут новой информации о поведении системы и потому не показаны. Неустойчивости отвечают $\mathrm{Im}\Omega > 0$.

Верхний левый рис. 11 соответствует $\mathrm{Re}\Omega/\Omega_0 = 0.0$–$0.9$. Этот фрагмент годографа описывает (устойчивое) квазистационарное поведение замкнутой системы и ее способность удерживать предписанную рабочую точку (ω_{RF}, ϕ, I, ω_0). Верхний правый рис. 11 соответствует $\mathrm{Re}\Omega/\Omega_0 = 0.9$–$1.5$ — резонансу синфазных дипольных колебаний сгустков. Эта мода колебаний системы сильно демпфирована. Нижний левый рис. 11 соответствует $\mathrm{Re}\Omega/\Omega_0 = 1.7$–$2.5$ — резонансу синфазных квадрупольных колебаний сгустков. Эта мода колебаний системы оказывается (слабо) неустойчивой. Переход к ускорению ($\mathrm{ctg}\varphi_s \neq 0$) лишь усугубляет ситуацию с ее устойчивостью. Подключение же цепи AB стабилизирует и эту моду колебаний (см. нижний правый рис. 11).

5.3. Предложения по модернизации

Результаты изучения устойчивости ускоряющей системы У–70 с замкнутыми контурами обратной связи позволяют сформулировать следующие предложения по ее модернизации (в приоритетном порядке):

1. Включить цепь амплитудной обратной связи по пучку (рис. 9) в режим штатной эксплуатации. Она позволит обеспечить стабилизацию синфазных квадрупольных колебаний пучка по всему циклу ускорения.
2. Создать схему синтеза низкочастотного сигнала $\varphi_s(t)$. Предусмотреть вычитание полученного сигнала из отсчетов фазового датчика фазочастотной цепи (вход 7 на рис. 12). Это позволит устранить источник переходных процессов (начало/конец ускорения, переход через критическую энергию) и, возможно, вовсе отказаться от дифференцирующей цепочки C3R4 (рис. 12).
3. Предусмотреть нормировку сигнала фазового датчика на ток пучка с целью обеспечения одинаковой жесткости подавления ошибок в циклах ускорения с разной интенсивностью.
4. Изъять звено фазовой коррекции из радиальной и фазочастотной цепей. Уменьшить (невостребованную) верхнюю частоту среза фазочастотной цепи с 7.2 до 4.0 кГц. Увеличить частоту среза интегратора радиальной цепи с 1.6 до 4.0 кГц, сравняв ее с верхней частотой среза фазочастотной цепи. В результате электрическая схема цепей R и P и их частотные характеристики должны принять вид, показанный на рис. 12. В рабочем диапазоне частот синхротронных колебаний 0.1–2.0 кГц отклонение фазы сигналов радиальной и фазовой ошибок от их оптимального значения в 0° не превышает всего лишь $\pm 30^\circ$.
5. Предусмотреть программное изменение крутизны (87) характеристики фазочастотной цепи по циклу ускорения. Цель — скорректировать изменение (88) коэффициента усиления K_P и согласовать его с текущей величиной коэффициента K_R радиальной цепи. Закон перестройки K_P должен следовать общей рекомендации (69) и учитывать изменение K_R по закону (85) при постоянной крутизне (84) характеристики радиальной цепи.

Выполнение пп. 2–5 позволит уменьшить радиальные и фазовые ошибки при ускорении и накоплении пучка в У–70.

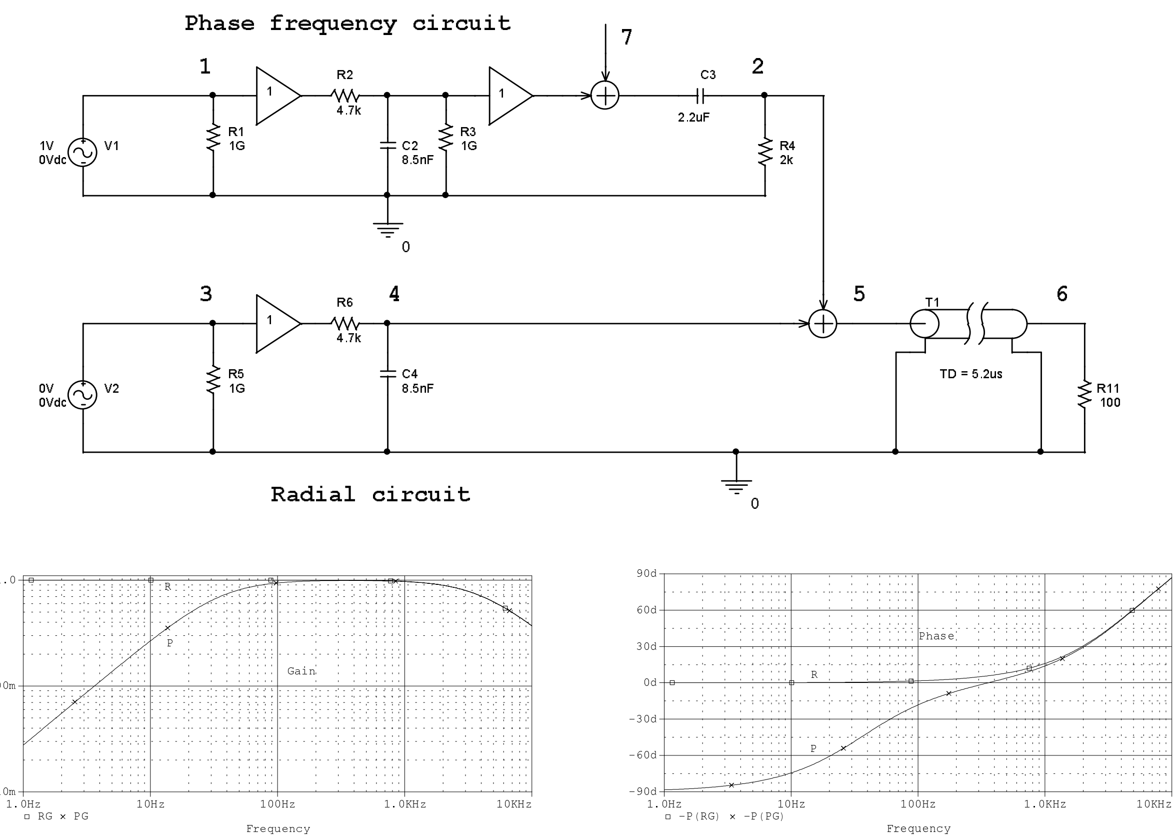

Рис. 12. Электрическая схема цепей R и P после модернизации. Их АЧХ и ФЧХ.

Благодарности. Авторы благодарят Е.Ф. Троянова за поддержку работы и обсуждение планов модернизации, И.И. Сулыгина и Н.А. Игнашина за предоставление данных о текущем техническом состоянии ВЧ-системы и А.Д. Ермолаева за информацию об особенностях эксплуатации ускоряющей системы в сеансах протонного синхротрона У–70.

Список литературы

[1] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. *Теория циклических ускорителей.* — М.: Физматгиз, 1962.

[2] K.W. Robinson. *Stability of Beam in Radio-Frequency System*, Preprint CEAL–1010, Cambridge, USA, 1964.

[3] OrCAD Corporation, Beaverton, Oregon, USA.

Рукопись поступила 1 ноября 2001 года

С.В. Иванов, О.П. Лебедев
Анализ устойчивости комплекса обратных связей ВЧ-системы синхротрона У–70.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Орлова

Подписано к печати 01.11.2001. Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 2,62. Уч.-изд.л. 2,1. Тираж 130. Заказ 183.
Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

ПРЕПРИНТ 2001–46, ИФВЭ, 2001