



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2001-10
ОУ У-70

П.Т. Пашков

**ФАЗОВАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СГУСТКОВ ПРОТОНОВ
С УЧЁТОМ АВТОПОДСТРОЙКИ
ЧАСТОТЫ УСКОРЯЮЩЕГО НАПРЯЖЕНИЯ**

Протвино 2001

Аннотация

Пашков П.Т. Фазовая устойчивость сгустков протонов с учётом автоподстройки частоты ускоряющего напряжения: Препринт ИФВЭ 2001-10. – Протвино, 2001. – 11 с., 9 рис.

Анализируется фазовая устойчивость сгустков частиц с учётом работы системы автоматической подстройки частоты ускоряющего напряжения в протонном синхротроне. Рассчитаны декременты затухания дипольных колебаний сгустков частиц в зависимости от коэффициентов усиления в фазовом и радиальном контурах вначале для идеальной системы (при бесконечно широких полосах пропускания контуров), а затем получены декременты с учётом конкретных передаточных функций в системе обратной связи ускорителя ИФВЭ. На основе проведенного анализа делается ряд выводов о возможности улучшения рабочих характеристик данной системы обратной связи.

Abstract

Pashkov P.T. Phase Stability of Bunches in PS with RF Beam Control: IHEP Preprint 2001-10. – Protvino, 2001. – p. 11, figs. 9.

Analysis of RF beam control system performance in a proton synchrotron is given. Decrements of dipole oscillations in a proton beam depending on gain factors in the phase and radial contours of the system have been calculated. At first, analysis of a perfect RF beam control (at infinitely wide passbands of the contours) was made; then the decrements were received in view of specific transfer functions of the elements of the feedback system used in the IHEP PS. On the basis of the analysis, a number of conclusions on an opportunity to improve the given feedback system performance characteristics were made.

Введение

Устойчивое ускорение частиц в протонном синхротроне ИФВЭ (У-70) может быть обеспечено лишь при использовании системы автоматической подстройки частоты ускоряющего напряжения. Данная система содержит два независимых электрических контура — фазовый, подавляющий синфазные дипольные колебания сгустков частиц, и радиальный, отрабатывающий ошибки в программе задающего генератора, обеспечивая таким образом ускорение пучка на заданном радиусе.

В начале настоящей работы анализируется широкополосная система обратной связи в случае, когда полосы пропускания радиального и фазового контуров достаточно широки по сравнению с диапазоном изменения синхротронной частоты в процессе ускорения пучка. Получена общая формула для декремента затухания дипольных колебаний, рассчитаны оптимальные зависимости коэффициентов усиления контуров широкополосной системы обратной связи в зависимости от энергии пучка протонов.

Для вычисления корней характеристического уравнения с учётом реальных передаточных функций контуров системы обратной связи У-70 использовался численный метод. Разработанная для этой цели программа позволяет получать решения данного уравнения в случае произвольных амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик контуров. Приведенные в работе результаты подобных расчётов представлены в виде карт, на которых даются частоты и декременты (инкременты) дипольных колебаний сгустков частиц в зависимости от коэффициента усиления в фазовом контуре системы при номинальной величине коэффициента усиления в радиальном контуре. Рассчитаны допустимые пределы для коэффициента усиления в фазовом контуре системы в зависимости от энергии пучка, а также выяснено, как влияют отдельные элементы схемы на декремент затухания дипольных колебаний сгустков частиц в У-70.

1. Фазовое уравнение

Продольные колебания центра тяжести пучка в протонном синхротроне при наличии системы авторегулирования частоты ускоряющего напряжения описываются фазовым уравнением. Будем использовать пару канонически сопряжённых переменных (x, y) :

$$x = \varphi - \varphi_s; \quad y = \frac{\eta\omega_{RF}}{\Omega_0} \frac{\Delta p}{p_s}, \quad (1)$$

где φ — фаза частицы, отсчитываемая относительно максимума ускоряющего напряжения, φ_s — синхронная фаза; $\Delta p = p - p_s$ — отклонение импульса частицы p от синхронного

значения $p = p_s$; $\eta = 1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2$ (γ — релятивистский фактор; γ_{tr} — критическая энергия ускорителя в единицах энергии покоя протона); ω_{RF} — радиочастота; Ω_0 — частота малых фазовых колебаний. Отметим, что в переменных (x, y) фазовыми траекториями частиц в линейном приближении являются окружности. Так как амплитуда колебаний центра тяжести пучка с учётом работы системы автоматической подстройки частоты ускоряющего напряжения обычно достаточно мала, то его движение можно описать следующей системой уравнений (см., например, [1, 2]):

$$\dot{y} = -\Omega_0 \bar{x}, \quad (2)$$

$$\dot{\bar{x}} = \Omega_0 \bar{y} + \Delta\omega_1(t, \bar{x}, \bar{y}) + \Delta\omega_2(t), \quad (3)$$

где $\Delta\omega_1$ — поправка к частоте ускоряющего напряжения ω_{RF} , вырабатываемая системой автоматической подстройки частоты в зависимости от фазы пучка относительно ускоряющего напряжения и радиуса, на котором происходит ускорение пучка; частотная ошибка $\Delta\omega_2$ обусловлена неполным соответствием программы изменения частоты ускоряющего напряжения магнитному полю ускорителя, а также всевозможными возмущениями частоты ω_{RF} в процессе ускорения пучка; черта означает усреднение соответствующих координат по распределению частиц в сгустках.

Электрические цепи системы автоматической подстройки частоты ускоряющего напряжения не содержат нелинейных элементов, поэтому после применения к уравнениям (2), (3) преобразования Лапласа получим следующую систему уравнений:

$$s\bar{y}(s) = -\Omega_0 \bar{x}(s), \quad (4)$$

$$s\bar{x}(s) = \Omega_0 \bar{y}(s) - k_x(s)\bar{x}(s) + k_y(s)\bar{y}(s) + \Delta\omega_2(s), \quad (5)$$

где для изображений (\bar{x}, \bar{y}) и возмущения радиочастоты $\Delta\omega_2$ оставлены прежние обозначения; передаточная функция фазового контура $k_x(s)$ системы обратной связи определена соотношением: $k_x(s) = -\Delta\omega_1(s)/\bar{x} |_{\bar{y}=0}$; передаточная функция $k_y(s) = \Delta\omega_1(s)/\bar{y} |_{\bar{x}=0}$ связана с передаточной функцией радиального контура $k_R(s) = -\Delta\omega_1(s)/\Delta R(s)$ (здесь ΔR — изменение радиуса пучка) соотношением:

$$\frac{k_y(s)}{k_R(s)} = -\frac{\Omega_0}{\eta\omega_{RF}} D_0, \quad (6)$$

где D_0 — дисперсионная функция в месте расположения датчика радиального положения пучка ($D_0 \simeq 2,66$ м в случае У-70).

В отсутствие системы автоподстройки частоты ($k_x = k_y = 0$) любые возмущения частоты ускоряющего напряжения $\Delta\omega_2(t)$, связанные, например, с неполным соответствием частотной программы задающего генератора магнитному циклу ускорителя, возбуждают в пучке радиально-фазовые колебания частиц. В качестве иллюстрации рассмотрим ступенчатую функцию $\Delta\omega_2(t)$ с амплитудным значением $\Delta\omega_{RF}$, которой соответствует изображение $\Delta\omega_2(s) = \Delta\omega_{RF}/s$. При этом решения системы уравнений (4), (5) имеют вид:

$$\bar{x}(s) = \frac{\Delta\omega_{RF}}{s^2 + \Omega_0^2}, \quad \bar{y}(s) = -\frac{\Omega_0 \Delta\omega_{RF}}{s(s^2 + \Omega_0^2)} \quad (7)$$

или во временном представлении:

$$\bar{x}(t) = \frac{\Delta\omega_{RF}}{\Omega_0} \sin \Omega_0 t, \quad \bar{y}(t) = -\frac{\Delta\omega_{RF}}{\Omega_0} (1 - \cos \Omega_0 t), \quad (8)$$

откуда для изменения равновесного радиуса ΔR (в месте расположения радиального датчика) получается известная формула:

$$\Delta R = \frac{\Omega_0 D_0}{\eta \omega_{RF}} \bar{y} \left(\frac{\pi}{2} \right) = -D_0 \frac{\Delta \omega_{RF}}{\eta \omega_{RF}}. \quad (9)$$

2. Широкополосная система обратной связи

Чтобы свести к минимуму влияние различного рода факторов, возмущающих продольное движение частиц в пучке, используются соответствующие обратные связи, автоматически поддерживающие необходимые значения синхронной фазы и заданный радиус ускорения пучка. Проанализируем вначале простейший случай, когда в качестве цепей обратной связи используются фазовый и радиальный контуры, работающие как простые (широкополосные) усилители, у которых коэффициенты усиления $k_{x,y}$ не зависят явно от s .

Системе уравнений (4), (5) соответствует в рассматриваемом случае следующее характеристическое уравнение:

$$s^2 + k_x s + \kappa \Omega_0^2 = 0, \quad (10)$$

корни которого $s_{1,2}$ соответственно равны

$$s_{1,2} = -\frac{k_x}{2} \pm i \sqrt{\kappa} \Omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (11)$$

где $\kappa = 1 + k_y/\Omega_0 = 1 - D_0 k_R/(\eta \omega_{RF})$, $\xi = k_x/2\sqrt{\kappa}\Omega_0$.

Выражения для $\bar{x}(s)$ и $\bar{y}(s)$ при наличии ступенчатого возмущения частоты ускоряющего напряжения могут быть, согласно уравнениям (4), (5), записаны в виде

$$\bar{x} = \frac{\Delta \omega_{RF}}{(s - s_1)(s - s_2)}, \quad \bar{y} = -\frac{\Omega_0 \Delta \omega_{RF}}{s(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (12)$$

Обозначая $\tau = \sqrt{\kappa} \Omega_0 t$ и переходя в (12) от изображений к оригиналам, имеем в случае $\xi < 1$:

$$\begin{aligned} \bar{x}(\tau) &= \frac{\Delta \omega_{RF}}{\sqrt{\kappa} \Omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi \tau} \sin \left(\sqrt{1 - \xi^2} \tau \right); \\ \bar{y}(\tau) &= -\frac{\Delta \omega_{RF}}{\kappa \Omega_0} \left[1 - \frac{\xi e^{-\xi \tau}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \left(\sqrt{1 - \xi^2} \tau \right) - e^{-\xi \tau} \cos \left(\sqrt{1 - \xi^2} \tau \right) \right]; \end{aligned} \quad (13)$$

если же $\xi > 1$, то

$$\begin{aligned} \bar{x}(\tau) &= \frac{\Delta \omega_{RF}}{\sqrt{\kappa} \Omega_0 \sqrt{\xi^2 - 1}} e^{-\xi \tau} \sinh \left(\sqrt{\xi^2 - 1} \tau \right); \\ \bar{y}(\tau) &= -\frac{\Delta \omega_{RF}}{\kappa \Omega_0} \left[1 - \frac{\xi e^{-\xi \tau}}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \sinh \left(\sqrt{\xi^2 - 1} \tau \right) - e^{-\xi \tau} \cosh \left(\sqrt{\xi^2 - 1} \tau \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Как следует из (13), в случае $\xi < 1$ реакция фазового контура на ступенчатое возмущение частоты ускоряющего напряжения оказывается колебательной, причём декремент затухания дипольных колебаний равен $\lambda = \xi \sqrt{\kappa} \Omega_0$; в случае $\xi > 1$ контур работает в апериодическом режиме, что нетрудно видеть из (14), и декремент λ равен — $\lambda = (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) \sqrt{\kappa} \Omega_0$. Сказанное иллюстрирует рис. 1, на котором представлены корни

$s_{1,2}$ характеристического уравнения (10) в зависимости от параметра ξ . Будет ли при работе системы обратной связи происходить раскачка или затухание дипольных колебаний сгустков частиц — зависит от знака реальных частей данных корней (сплошные линии), являющихся нечётными функциями параметра ξ , причём затухание колебаний имеет место в случае $\xi > 0$ (или при $k_x > 0$). Видно, что на отрезке $\xi \leq 1$ величина декремента λ растёт линейно с увеличением параметра ξ , а при $\xi > 1$ декремент λ определяется меньшим по величине из корней $s_{1,2}$ и, следовательно, монотонно убывает с ростом ξ (в частности, при больших ξ декремент λ изменяется $\sim \xi^{-1}$). Таким образом, наибольшее значение декремента λ при фиксированных параметрах κ и Ω_0 имеет место в случае $\xi = 1$. Мнимые части корней $s_{1,2}$ (пунктир) являются чётными функциями параметра ξ и отличны от нуля лишь при выполнении условия $|\xi| < 1$.

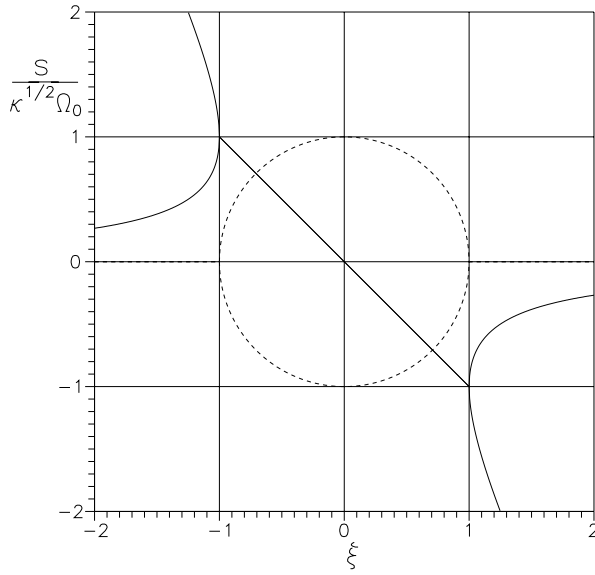


Рис. 1. Решения характеристического уравнения в зависимости от параметра ξ (Re s — сплошная линия, Im s — пунктир).

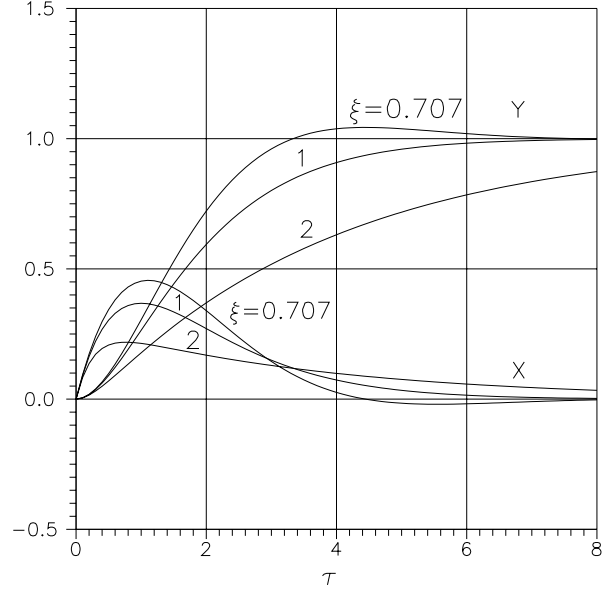


Рис. 2. Реакция фазового контура на ступенчатое возмущение частоты ускоряющего напряжения.

На рис. 2 в качестве иллюстрации представлены зависимости $\bar{x}(\tau)\sqrt{\kappa}\Omega_0/\Delta\omega_{RF}$ (нижние кривые) и $|\bar{y}(\tau)|\kappa\Omega_0/\Delta\omega_{RF}$ (верхние кривые) при ступенчатом отклонении частоты ускоряющего напряжения от идеального закона, рассчитанные с помощью формул (13), (14); в качестве параметра отложена величина ξ . Оптимальные значения параметра ξ , как видно, удовлетворяют следующему условию: $1/\sqrt{2} \leq \xi \leq 1$; для них время установления переходного процесса минимально и примерно равно 2π в единицах τ , что можно видеть из кривых, представленных на рис. 2. Это соответствует времени $\Delta t \simeq 2\pi/\sqrt{\kappa}\Omega_0$, что примерно в $\sqrt{\kappa}$ меньше периода фазовых колебаний.

Из рис. 2 можно также видеть, что стабилизацию фазовых колебаний возможно осуществить и в отсутствие в системе обратной связи радиального контура (случай $\kappa = 1$). Однако при этом максимальное отклонение сгустков частиц по фазе от её синхронного значения, имеющее место при переходном процессе, увеличивается в $\sqrt{\kappa}$ раз, а отклонение радиуса, на котором происходит ускорение пучка, от номинального значения возрастает соответственно в κ раз. Кроме этого, при использовании в системе обратной связи

радиального контура, работающего совместно с фазовым контуром, время подавления радиально-фазовых колебаний уменьшается в $\sqrt{\kappa}$ раз по сравнению со случаем, когда используется только один фазовый контур. Следовательно, для обеспечения возможности ускорения пучка на постоянном радиусе необходимо иметь в системе обратной связи оба контура — фазовый и радиальный. При этом очевидно, что при наличии в системе обратной связи радиального контура должно обеспечиваться выполнение условия $\kappa > 1$ на протяжении всего ускорительного цикла. Это достигается изменением знака коэффициента k_R с положительного на отрицательный в момент перехода пучка через критическую энергию.

Здесь следует отметить, что наибольшее значение отношения $\lambda/\sqrt{\kappa}\Omega_0$ соответствует случаю $\xi = 1$. Однако выбор данной точки в качестве рабочей нецелесообразен. Данный вопрос рассматривался в работе [3], где в качестве рабочего значения параметра ξ бралось $\xi = 1/\sqrt{2}$. При этом время срабатывания системы обратной связи после скачкообразного ухода радиочастоты относительно идеальной частотной программы примерно совпадает со случаем $\xi = 1$. Это нетрудно видеть из соответствующих кривых рис. 2. Таким образом, аналогичный результат получается при фактически меньшей величине коэффициента усиления в фазовом контуре системы, что эквивалентно расширению динамического диапазона данной цепи в $\sqrt{2}$ раз.

Проиллюстрируем оптимальный выбор коэффициентов усиления в фазовом и радиальном контурах на примере системы автоподстройки частоты ускоряющего напряжения У-70. Полагая $\xi = 1/\sqrt{2}$ и считая $|k_R| = \text{const}$ (при этом точность поддержания радиуса постоянна на протяжении цикла ускорения пучка), получим с учётом формулы (6):

$$k_x = \sqrt{2\Omega_0^2 \left(1 - \frac{D_0}{\eta\omega_{RF}} k_R\right)}. \quad (15)$$

Коэффициент усиления в фазовом контуре системы в зависимости от энергии пучка в У-70 представлен на рис. 3 для случая $\xi = 1/\sqrt{2}$ (при расчёте использовались следующие параметры У-70: $V|\sin\varphi_s| = 350$ кВ, $R_0 = 236$ м, $\gamma_{tr} = 9,45$). Расчёт выполнен с помощью формулы (15) для двух значений коэффициента усиления в радиальном контуре системы — $|k_R|/2\pi = 0,1$ кГц/мм (кривая 1) и $|k_R|/2\pi = 0,01$ кГц/мм (кривая 2). Кривые нормированы на $k_{x0} = k_x(E_i)$ — значения коэффициентов k_x в момент инжекции пучка в ускоритель, равные $2\pi \cdot 0,057$ кГц/град и $2\pi \cdot 0,05$ кГц/град для кривых 1 и 2 соответственно. Так как декремент затухания дипольных колебаний $\lambda = k_x/2$, то кривые рис. 3 дают также декременты λ в зависимости от энергии пучка, нормированные на их начальные значения при энергии инжекции. Максимальные значения декре-

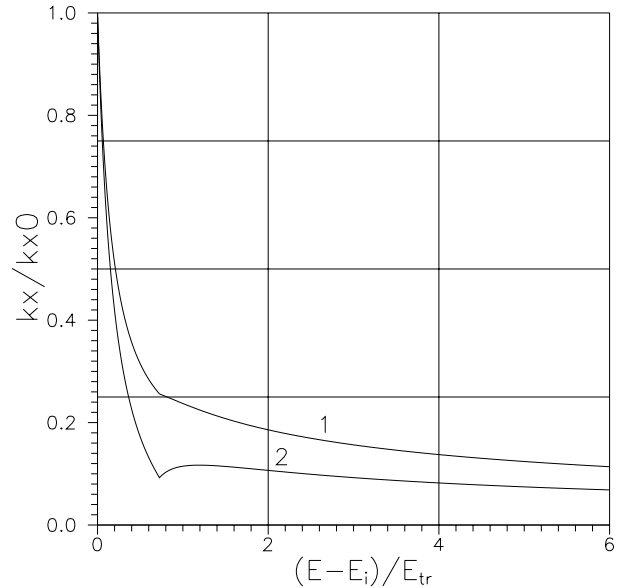


Рис. 3. Оптимальные зависимости коэффициента усиления k_x от энергии пучка в У-70 в случае широкополосной системы обратной связи.

ментов соответствуют начальной энергии пучка в У-70, причём постоянные затухания дипольных колебаний сгустков частиц при $E = E_i$ для приведенных значений коэффициентов усиления в контурах системы составляют ~ 100 мкс. Из дальнейшего будет видно, что подобный результат в случае реальной системы обратной связи, используемой в У-70, не может быть получен даже при величинах коэффициентов усиления в контурах, превышающих на порядок приведенные выше значения. Дело в том, что, с учётом реальных передаточных функций системы обратной связи, характеристическое уравнение усложняется. Результаты его решения, полученные с помощью численного метода, отличаются в принципе от данных, обсуждавшихся в настоящем разделе. В частности, это касается мод колебаний, возникающих в замкнутой системе обратной связи, а также ограничений на величину коэффициента усиления в фазовом контуре системы.

3. Решение уравнений с учётом передаточных функций контуров системы обратной связи У-70

Система обратной связи, используемая в настоящее время для стабилизации синфазных дипольных колебаний сгустков частиц в У-70, не является широкополосной, и её работа поэтому не описывается характеристическим уравнением (10), решения которого анализировались в предыдущем разделе. Особенно узкая полоса пропускания у радиального контура рассматриваемой здесь системы обратной связи — она в несколько раз уже в сравнении с полосой пропускания фазового контура. Кроме этого, фактором, влияющим на работу системы, является запаздывание сигнала в её контурах из-за значительной протяжённости кабельных коммуникаций, в результате чего характеристическое уравнение исходной системы (4), (5) становится трансцендентным. Ниже описывается методика и представлены основные результаты численного решения данного характеристического уравнения в случае реальных передаточных функций $k_x(s)$ и $k_R(s)$ контуров системы обратной связи У-70.

Параметры цепей радиального и фазового контуров системы автоматической подстройки частоты ускоряющего напряжения в У-70 содержатся в работе [4]. Передаточные функции контуров $k_x(s)$ и $k_R(s)$ могут быть записаны соответственно в виде:

$$k_x(s) = A_x G_x(s) = \frac{A_x}{1 + s/\omega_1} \frac{s/\omega_2}{1 + s/\omega_2} \frac{1 + s/\omega_3}{1 + s/\omega_4} e^{-sT}; \quad (16)$$

$$k_R(s) = A_R G_R(s) = \frac{A_R}{1 + s/\omega_5} \frac{1 + s/\omega_3}{1 + s/\omega_4} e^{-sT}, \quad (17)$$

где частоты среза $\omega_1 = 2\pi \cdot 7,2$ кГц и $\omega_5 = 2\pi \cdot 1,6$ кГц относятся к интегрирующим цепочкам, содержащимся в качестве элементов соответственно в цепях фазового и радиального контуров; частота среза $\omega_2 = 2\pi \cdot 36$ Гц — к дифференцирующей цепочке, устраняющей воздействие на работу фазового контура медленных изменений синхронной фазы φ_s в процессе ускорения пучка, которые особенно ярко выражены на начальном участке ускорительного цикла (при переходе от режима накопления пучка к его ускорению), а также в конце ускорения (при выходе на верхнее плато магнитного поля); частоты $\omega_3 = 2\pi \cdot 480$ Гц и $\omega_4 = 2\pi \cdot 63$ Гц относятся к общему для обоих контуров звену фазовой коррекции; задержка сигнала T примерно одинакова для цепей радиального и фазового

контуров и составляет $\sim 5,2$ мкс. Номинальная крутизна характеристики фазового контура в максимуме $|G_x(s)|$ на частоте $\omega = 2\pi \cdot 50$ Гц составляет — $A_x = 2\pi \cdot 0,5$ кГц/град, а для радиального контура — $A_R = -\text{sign}(\eta)2\pi \cdot 5$ кГц/мм по постоянному сигналу.

Полагая в системе уравнений (4), (5) $\Delta\omega_2(s) = 0$, преобразуем её в характеристическое уравнение, которое, с учётом реальных передаточных функций контуров (16), (17), имеет вид:

$$\frac{A_x}{\Omega_0} = \Phi(z) = -\frac{1}{G_x(z)} \left[1 + z^2 - G_R(z) \frac{A_R D_0}{\eta \omega_{RF}} \right], \quad (18)$$

где $z = s/\Omega_0 = r + i\epsilon$. Так как левая часть данного уравнения действительная величина, то должно быть $\text{Im} \Phi(z) = 0$. Следовательно, задача вычисления корней системы уравнений (4), (5) в случае произвольных зависимостей $k_x(s)$ и $k_R(s)$ сводится к нахождению нулей функции $\text{Im} \Phi(z)$. С этой целью делалась переборка реальных и мнимых значений переменной z в некоторых пределах: $|r| \leq r_0$ и $|\epsilon| \leq \epsilon_0$, причём переборка параметра ϵ осуществлялась каждый раз при фиксированном значении r . В результате определялись значения переменной $z_k = r_k + i\epsilon_k$, при которых удовлетворяется уравнение $\text{Im} \Phi(z_k) = 0$. Затем для каждого значения z_k рассчитывались значения $\text{Re} \Phi(z_k) = A_x/\Omega_0$. Далее значение r изменялось на величину шага переборки данного параметра и процесс повторялся. Подобная методика численного решения характеристического уравнения использовалась ранее в [3] при анализе работы фазочастотного контура УНК.

Материал предыдущего раздела использовался для проверки методики численного расчёта характеристического уравнения (18) в предельном случае — при полосах пропускания контуров системы, значительно превышающих частоту синхротронных колебаний, и пренебрежимо малом запаздывании сигнала в системе в сравнении с периодом обращения пучка в ускорителе. Сначала были получены решения уравнения (18) с помощью описанного выше численного метода в случае $\omega_3 = \omega_4$, $\omega_{1,5} \rightarrow k\omega_{1,5}$, $\omega_2 \rightarrow \omega_2/k$, $T \rightarrow T/k$, где коэффициент $k \gg 1$. Результат подобного расчёта для случая $k = 25$ представлен на рис. 4 (для облегчения сравнения используется та же система координат, что и на рис. 1). Видно, что эти данные практически полностью повторяют рис. 1, за исключением незначительных искажений, таких как небольшое отличие кривой $\epsilon(\xi)/\sqrt{k}$ от окружности, а также смещение кривой $r(\xi)/\sqrt{k}$ относительно начала координат, обусловленных небольшим запаздыванием в системе обратной связи — если в данном варианте положить $T = 0$, то данные искажения полностью исчезнут.

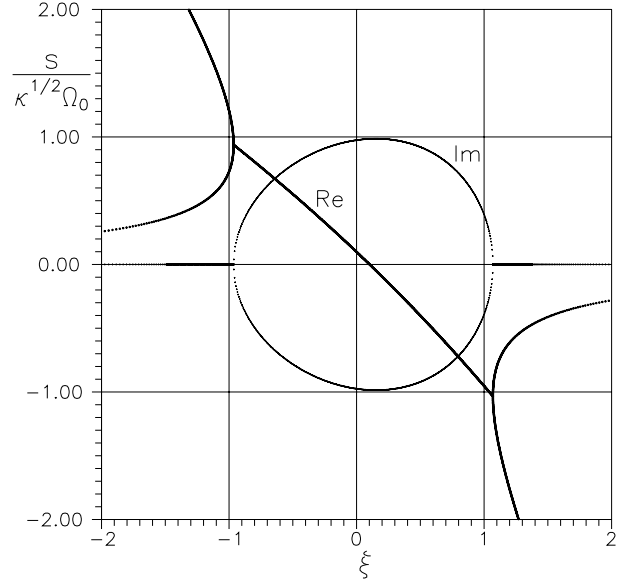


Рис. 4. Решения характеристического уравнения (18) в предельном случае широкополосной системы обратной связи.

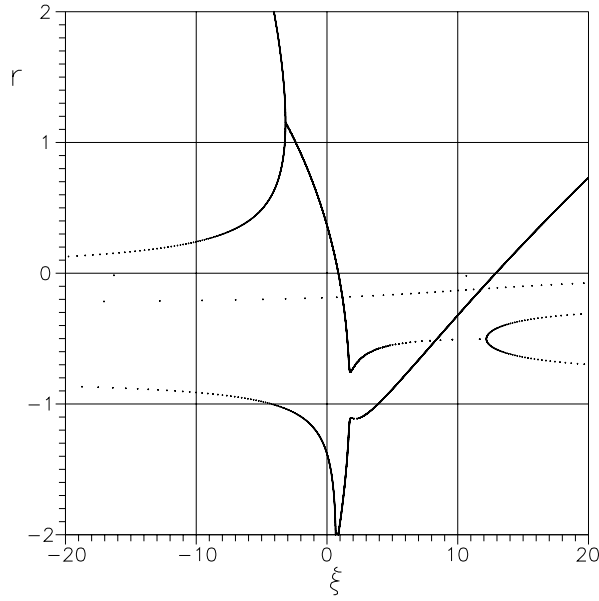


Рис. 5. Зависимость $r = \text{Re}s/\Omega_0$ от параметра ξ при энергии инжекции пучка в ускоритель и $|A_R|/2\pi = 5$ кГц/мм.

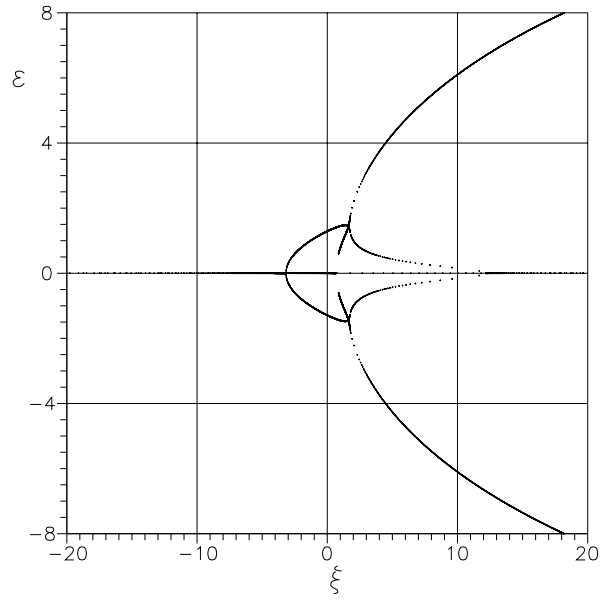


Рис. 6. Зависимость $\epsilon = \text{Im}s/\Omega_0$ от параметра ξ (параметры У-70 те же, что на рис. 5).

Пример использования подобной методики для нахождения корней характеристического уравнения (18) для случая передаточных функций (16), (17) представлен на рис. 5, 6, где даны зависимости $r(\xi)$ и $\epsilon(\xi)$ при номинальном значении коэффициента усиления в радиальном контуре системы $|A_R|/2\pi = 5$ кГц/мм и кинетической энергии пучка 1,5 ГэВ, равной энергии инжекции частиц в ускоритель (при наименьшей величине декремента затухания дипольных колебаний сгустков частиц). Отметим основные качественные отличия представленных на рис. 5, 6 данных от аналогичных решений характеристического уравнения (10) (см. рис. 1):

1. Так как для устойчивой работы системы обратной связи необходимо отсутствие решений характеристического уравнения с $r > 0$, то коэффициент усиления в фазовом контуре системы должен быть, согласно рис. 5, ограничен как снизу, так и сверху. В системе обратной связи без запаздывания данные ограничения отсутствовали; единственным ограничением на данный коэффициент усиления, вытекающим из требования устойчивой работы системы, там было условие $A_x > 0$.

2. Рис. 5 показывает также, что в замкнутой системе обратной связи одновременно существуют несколько мод колебаний; их количество зависит от порядка характеристического уравнения, который, в свою очередь, зависит от числа элементов, формирующих данную систему. Удаляя из схемы тот или другой элемент, можно в результате решения характеристического уравнения (18) идентифицировать соответствующую моду колебаний, за которую ответствен данный элемент схемы.

3. Относительно редкие точки на рис. 5, расположенные в непосредственной близости от оси абсцисс, на самом деле дают ещё одну ветвь (моду) колебаний, отражающую наличие в цепи фазового контура дифференцирующей цепочки. Данная кривая, дающая минимальную величину отрицательных значений r и определяющая наблюдаемый декремент затухания дипольных колебаний сгустков частиц, представлена на рис. 7, где дана та же зависимость $r(\xi)$, что и на рис. 5, но в более детальном масштабе.

Полагая частоту синхротронных колебаний равной $\Omega_0 = 2\pi \cdot 2$ кГц, имеем из рис. 7 для декремента затухания фазовых колебаний следующую цифру: $\lambda \simeq 250$ с⁻¹. Если, к примеру, исключить из цепи фазового контура дифференцирующую цепочку (разумеется, при этом придётся синтезировать значения $\varphi_s(t)$ на основе измерений амплитуды ВЧ-напряжения и скорости изменения магнитного поля в процессе ускорения пучка и вычесть φ_s из сигнала фазового датчика системы), то величина декремента затухания дипольных колебаний сгустков частиц будет в таком случае определяться, как выяснено, звеном фазовой коррекции, с наличием которого связано решение $r(\xi)$, даваемое следующей ближайшей снизу к оси абсцисс линией на рис. 5, 7. При этом величина декремента λ при начальной энергии пучка в У-70 $E = E_i$ может быть увеличена примерно на порядок. Если же дополнительно к дифференцирующей цепочке удалить также и звено фазовой коррекции, то величина декремента увеличится ещё в несколько раз; при этом, однако, ужесточается требование к точности поддержания величины A_x в процессе ускорения пучка — примерно на порядок уменьшается диапазон допустимых значений коэффициента усиления A_x .

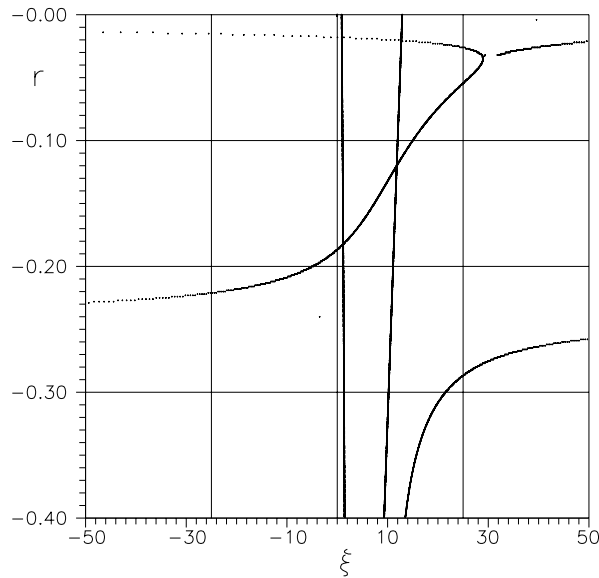


Рис. 7. То же самое, что на рис. 5, при более подробном масштабе параметра r .

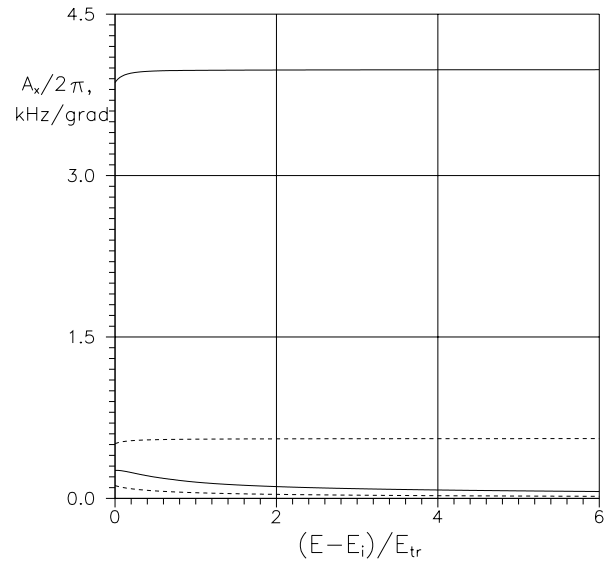


Рис. 8. Предельные величины коэффициента усиления A_x в У-70 в зависимости от энергии пучка.

Из-за запаздывания сигнала в цепи обратной связи величина коэффициента усиления в фазовом контуре A_x оказывается ограниченной, что нетрудно видеть из рис. 5, 7, если учесть, что необходимым условием устойчивой работы системы обратной связи является отсутствие решений с $r > 0$. На рис. 8 представлены предельные величины коэффициентов усиления $A_x(E)$, рассчитанные в результате решения уравнения (18) при условии $r = 0$; данные получены при номинальной величине коэффициента $|A_R| = 2\pi \cdot 5$ кГц/мм. Сплошные линии соответствуют полному набору элементов в системе обратной связи, перечисленному в начале настоящего раздела, а пунктирные — случаю, когда из системы обратной связи удалена цепь фазовой коррекции (формально при расчёте полагалось $\omega_3 = \omega_4$). Видно, что удаление цепи фазовой коррекции приводит к существенному сужению диапазона допустимых значений A_x в У-70.

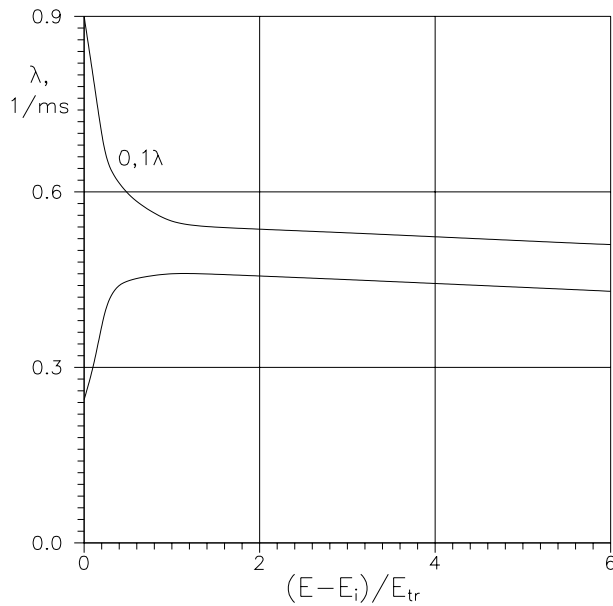


Рис. 9. Декремент затухания дипольных колебаний в зависимости от энергии пучка (нижняя кривая — схема обратной связи, используемая в У-70; верхняя — из существующей схемы удалены дифференцирующая цепочка и звено фазовой коррекции).

тому, как это было в случае широкополосной системы обратной связи (см. кривую 1 на рис. 3). Наибольший выигрыш в повышении быстродействия системы (примерно в 35 раз, как следует из сравнения кривых, представленных на рис. 9) имеет место в начале ускорительного цикла в У-70.

Таким образом, при разработке программы модернизации системы автоподстройки частоты ускоряющего напряжения в У-70 возможно придётся исходить из компромисса между двумя крайними вариантами, рассмотренными в настоящем разделе работы. На одном краю — это система, используемая в настоящее время в У-70, которая характеризуется малой скоростью подавления дипольных колебаний сгустков частиц и, в то же время, некритичная к точности её настройки. Другой крайний случай — система обратной связи, подавляющая синфазные дипольные колебания по крайней мере на порядок более быстро по сравнению с существующей в У-70 системой, но характеризующаяся значительно более узким допустимым диапазоном изменения коэффициента усиления в фазовом контуре системы. Впрочем, не стоит исключать также возможности непосредственной реализации второго крайнего варианта (удаления из существующей электрической схемы системы дифференцирующей цепочки и звена фазовой коррекции), если учесть всё возрастающие с течением времени масштабы использования для управления параметрами ускорителей цифровой техники. Во всяком случае, методика решения характеристического уравнения в случае произвольных передаточных функций контуров системы автоподстройки частоты ускоряющего напряжения, изложенная в настоящей работе, может быть определяющей при выборе оптимального варианта модернизации системы автоподстройки частоты ускоряющего напряжения в У-70.

Однако, с другой стороны, удаление дифференцирующей цепочки и звена фазовой коррекции сопровождается значительным увеличением быстродействия системы обратной связи. Это можно видеть из рис. 9, где представлены декременты дипольных колебаний сгустков частиц в зависимости от энергии пучка. Как показывает нижняя кривая, соответствующая случаю системы обратной связи, используемой в У-70 в настоящее время, наименьшее значение декремента λ имеет место при начальной энергии пучка $E = E_i$. Противоположный характер зависимости $\lambda(E)$ имеет место при удалении из системы обратной связи дифференцирующей цепочки и звена фазовой коррекции (верхняя кривая, на которой отложены уменьшенные в десять раз значения декремента λ). В данном случае наибольшее значение декремента затухания дипольных колебаний приходится на начальную энергию пучка $E = E_i$, а с ростом энергии пучка происходит монотонный спад величины декремента подобно

Автор благодарен Иванову С.В. за многократное обсуждение вопросов, затронутых в настоящей работе, и замечания.

Список литературы

1. Hereward H.G. — In: *Proc. 1961 Intern. Conf. on High Energy Accel.* Upton, BNL, 1962, p. 236.
2. Пашков П.Т. Препринт ИФВЭ 99-11, Протвино, 1999.
3. Иванов С.В. Препринт ИФВЭ 98-31, Протвино, 1998.
4. Иванов С.В., Лебедев О.П. *Цепи обратной связи в ускоряющей системе протонного синхротрона У-70.* Труды XVII Совещания по ускорителям. Протвино, октябрь 2000 г. (в печати).

Рукопись поступила 20 февраля 2001 г.

П.Т. Пашков

Фазовая устойчивость сгустков протонов с учетом автоподстройки частоты ускоряющего напряжения.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L^AT_EX.

Редактор Л.Ф.Васильева.

Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 21.02.2001 г. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать.

Печ.л. 1.37. Уч.-изд.л. 1.1. Тираж 130. Заказ 43. Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

