



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000 - 45  
ОПЛ ТИСПР

О.М. Мамаев, И.А. Звонарев, Л.М. Севрюкова

**УСТОЙЧИВОСТЬ РАБОТЫ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ  
УСКОРЯЮЩЕЙ СВЧ-СТРУКТУРЫ  
НА ВЫСОКОМ УРОВНЕ МОЩНОСТИ  
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА**

**Протвино 2000**

**Аннотация**

Мамаев О.М., Звонарев И.А., Севрюкова Л.М. Устойчивость работы сверхпроводящей ускоряющей СВЧ-структуры на высоком уровне мощности с точки зрения теплового баланса. Препринт ИФВЭ 2000-45. – Протвино, 2000. – 9 с., 7 рис., табл.: 2, библиогр. 17.

Представлены результаты теоретических расчетов критических магнитных полей и фазовой диаграммы для сверхпроводящего ниобия марки НБР, разработанного фирмой ГИРЕДМЕТ специально для изготовления ускоряющих резонаторов. Приведена зависимость перепада температур на внутренней и внешней границах резонатора от рассеиваемой СВЧ-мощности. Расчет температурного напора и графическое решение уравнение теплового баланса дают возможность рассмотреть поведение ускоряющего резонатора SVAAP из чистого ниобия на высоком уровне СВЧ-мощности.

**Abstract**

Mamaev O.M., Sevryukova L.M., Zvonarev I.A. Superconducting Accelerating RF-Structure Stability at a High Energy Level from the Point of View of Thermal Balance. IHEP Preprint 2000-45. – Protvino, 2000. – 9 p., 7 fig., tables 2, refs.: 17.

Theoretical calculational results for critical magnetic fields and phase diagram for superconducting Niobium (NBR), type specially developed by GIREDMET company to manufacture accelerating cavities, are submitted. The dependence of temperature overfall at the internal and external boundaries of the cavity on dissipated RF-power is given. The calculation of a temperature pressure and graphical representation of the thermal balance equation enables one to consider the behaviour of the accelerating SVAAP cavity (from pure Niobium) at RF-power.

## Введение

Основная цель данного цикла работ – изучение увеличения ускоряющего поля в сверхпроводящих СВЧ-структурах для ускорителей заряженных частиц [1-4]. Известно, что эта проблема связана с уменьшением эмиссионных эффектов [5-7] и уничтожением условий возникновения термомагнитного пробоя [8]. В связи с последним необходимо рассмотреть условия работы ускоряющей СВЧ-структуры, способной подавлять возникающие тепловые возмущения.

Температурная зависимость БКШ–потерь приводит к возникновению обратной связи в системе ВЧ-генератор – сверхпроводящий резонатор – гелиевый криостат. Эта обратная связь может являться основным фактором, определяющим поведение системы при больших градиентах поля (30 МВ/м и выше) [9], когда выделяемая в резонаторе мощность становится достаточной, чтобы вызвать лавинообразное разогревание всей поверхности с последующим переходом ее в нормальное состояние.

В настоящее время развивается проект ускорителя SVAAP (сверхпроводящий вертикальный ускоритель для прикладных целей) [10-12], поэтому проведен расчет геометрических размеров и основных электродинамических параметров [13] и анализ тепловых полей [14], а здесь рассмотрена устойчивость работы ускоряющей СВЧ-структуры на высоком уровне СВЧ- мощности именно для ускорителя SVAAP.

## 1. Постановка задачи

Для задания геометрических параметров в ходе работы использовалась геометрия ускоряющей структуры изображенной на рис. 1. Чтобы упростить рассмотрение задачи, были произведены расчеты распределения магнитной напряженности по длине ячейки (рис. 2) по программе PRUD0.

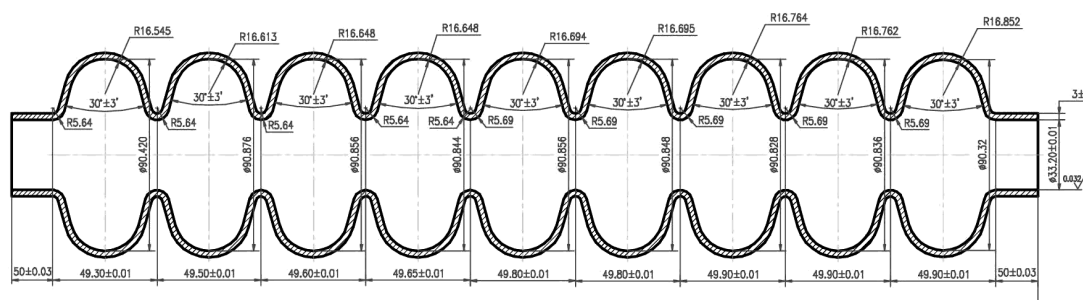


Рис. 1. Геометрия ускоряющей СВЧ-структуры из 9 ячеек типа "TESLA-shape".

На основе рис. 2 можно сделать выводы, что максимальная магнитная напряженность приходится на экваториальную область ячейки резонатора. Учитывая, что  $P = f(H)$ , где  $P$  – рассеиваемая СВЧ-мощность и  $H$  – магнитная напряженность, то на экваториальную область приходится максимальное

рассеивание СВЧ-мощности. Следовательно, эта область будет иметь наибольшую температуру поверхности. Исходя из этих выводов, можно перейти к рассмотрению только экваториальной области, как наиболее подверженной термомагнитному пробою за счет максимального перепада температуры по толщине ячейки. Это позволяет перейти от сложной формы ячейки к рассмотрению ячейки в виде цилиндра с диаметром, равным диаметру экватора ячейки рассматриваемого резонатора. При этом поток тепла, проходящий через единицу поверхности ячейки, соответствует максимально возможному потоку тепла.

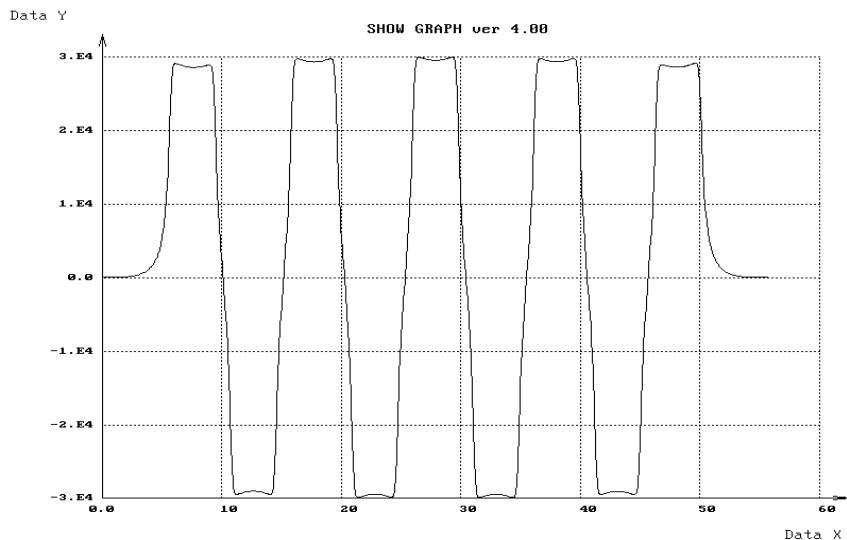


Рис.2. График распределения магнитной напряженности по длине ускоряющей структуры, рассчитанный по программе PRUDO.

Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (рис. 3) с внутренним диаметром  $d_1$  и наружным диаметром  $d_2$  с постоянным коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . Заданы: постоянная температура гелиевой ванны  $t_{ж}$ , коэффициент теплоотдачи к гелию на наружной стенке  $\alpha$ , тепловое сопротивление Капицы на границе ниобий – гелий  $R_k$  и поток тепла через внутреннюю поверхность  $q_l$ .

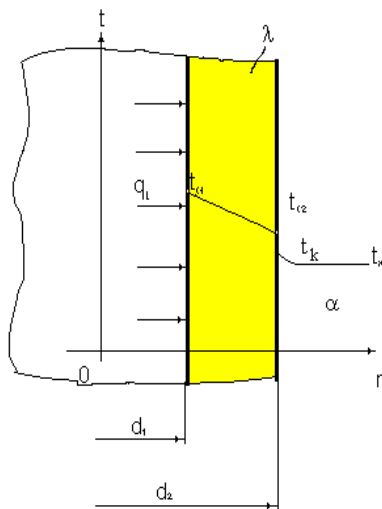


Рис. 3. Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку.

Будем полагать, что длина рассматриваемой ячейки велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями теплоты с торцов трубы можно пренебречь, и при установившемся тепловом режиме будет проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости одно и то же количество теплоты.

Следовательно, можно написать:

$$q_l = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}};$$

$$q_l = \frac{d_2}{d_1 \cdot R_k} (t_{c2} - t_k); \quad (1)$$

$$q_l = \alpha \frac{d_2}{d_1} (t_k - t_{жс}).$$

Складывая эти уравнения, получаем температурный напор:

$$t_{c1} - t_{жс} = q_l \left( \frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2} \right). \quad (2)$$

## 2. Исходные данные

Таблица 1. Исходные данные для резонатора из ниобия.

№	Наименование	Значение
1	Собственная добротность резонатора $Q_0$	$10^9 \div 10^{10}$
2	Рабочая частота $\omega$ , МГц	2950
3	Коэффициент теплоотдачи к гелию $\alpha$ , $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$	2500
4	Температура гелиевой ванны $t_{жс}$ , К	4.2
5	Внутренний диаметр резонатора $d_1$ , мм	96.122
6	Внешний диаметр резонатора $d_2$ , мм	102.122
7	Тепловое сопротивление Капицы на границе ниобий - гелий $R_k$ , $\frac{м^2 \cdot К}{Вт}$	$0.02 \cdot t_{жс}^{-4.65}$

В табл. 2 приведены теоретически достижимое  $RRR=R_{300К}/R_{4.2К}$ , где R – удельное электрическое сопротивление при определенной температуре [16], и теплопроводность в лучших образцах слитков ниобия, который используют при приготовлении листового материала специально для сверхпроводящих ускоряющих резонаторов. Материал производится различными фирмами: Государственный завод редких металлов GIREDMET, Wah Chang и HERAEUS [17].

Таблица 2. RRR и теплопроводность ниобия, произведенного ведущими фирмами специально для изготовления сверхпроводящих резонаторов.

Фирма	RRR	$\lambda$ , $\frac{Вт}{м \cdot К}$ при T=4.2 К
ГИРЕДМЕТ	1200	80
Wah Chang	680	40
HERAEUS	140	10

### 3. Расчет температурного напора для разных значений коэффициента теплопроводности ниобия

Из уравнения (2) была получена зависимость, отображенная рис. 4, для разных значений коэффициента теплопроводности:  $\Delta t1(Q)$  – для  $\lambda = 80$ ;  $\Delta t2(Q)$  – для  $\lambda = 40$  и  $\Delta t3(Q)$  – для  $\lambda = 10$ . Из графика видно, что при  $\lambda = 80$  имеем меньший перепад температур по толщине резонатора. В дальнейшем будем использовать именно это значение теплопроводности ниобия для расчетов.

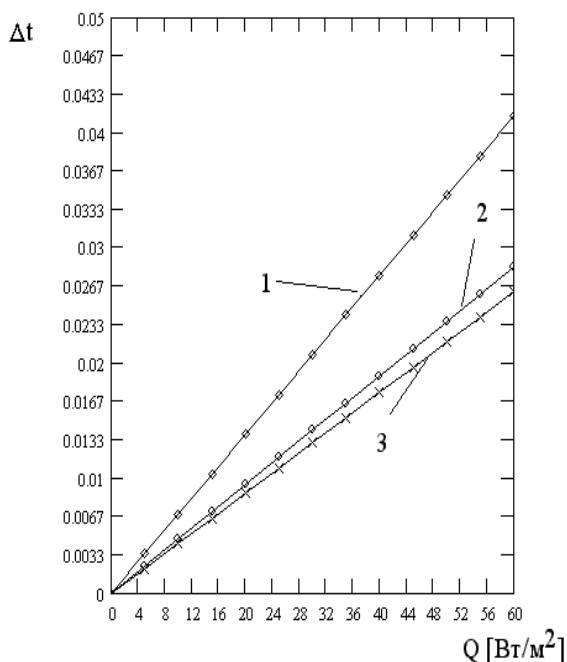


Рис.4. График зависимости перепада температур от рассеиваемой СВЧ-мощности.

### 4. Уравнение теплового баланса

Согласно теории БКШ, температурная и частотная зависимость поверхностного сопротивления  $R_s(T)$  на высоких частотах при температурах менее  $0.5 T_{кр}$  дается следующим выражением [15]:

$$R_s(T) = A \frac{\omega^2}{T} \exp\left(-\frac{\Delta}{k_b T}\right) + R_{ocm}, \quad (3)$$

где  $A$  – коэффициент, который является функцией переменных, скорости электронов на поверхности Ферми  $V_F$ ; электронной плотности  $N$ , длины свободного пробега  $L$ ;  $\omega$  – частота;  $\Delta$  – энергетическая щель;  $k_b$  – постоянная Больцмана. Локальное поле на поверхности резонатора вызывает нагрев, который повышает температуру внутренней поверхности резонансной структуры. При этом для устойчивой работы систем необходим определенный баланс между запасенной энергией и количеством теплоты, проходящим через единицу поверхности стенки резонатора.

Запасенная энергия определяется следующим выражением:

$$W = \frac{Q_0 \cdot P}{\omega}, \quad (4)$$

где  $P$  – рассеиваемая СВЧ-мощность;  $Q_0$  – собственная добротность;  $\omega$  – рабочая частота. Рассеиваемая СВЧ-мощность определяется как:

$$P = \frac{1}{2} R_s(T) \cdot H^2. \quad (5)$$

Количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки резонатора, можно определить, как:

$$q_l = \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}}. \quad (6)$$

Приравняв  $P$  из (4) и  $q_l$  из уравнения (6), получим уравнение теплового баланса в виде

$$\frac{1}{2} R_s(T) H^2 = \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}}. \quad (7)$$

## 5. Критические магнитные поля

Для сверхпроводящих резонаторов с хорошей поверхностной обработкой, изготовленных из сверхпроводника II рода, критическое ВЧ-поле совпадает с термодинамическим критическим полем. Для таких резонансных структур характерна следующая температурная зависимость  $B_{кр}$  [15]:

$$B_{кр} = B_{кр0} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_{кр}} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где  $B_{кр0} = 194$  Тл для ниобия. Такая же зависимость  $B_{кр}$  получена и для ниобиевых резонаторов [3]:

$$G_n - G_s = \frac{1}{2\mu_0} V \cdot B_{кр}^2, \quad (9)$$

где  $G_n$  – энергия Гиббса в нормальном состоянии;  $G_s$  – энергия Гиббса в сверхпроводящем состоянии;  $V$  – объем сверхпроводника;

$$B_{k2} = \sqrt{2\chi} \cdot B_{кр}, \quad (10)$$

где  $\chi$  – параметр Гинзбурга-Ландау

$$\chi = \chi_0 + 7.5 \cdot 10^3 \rho \cdot \gamma^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

где  $\chi_0$  – параметр Гинзбурга-Ландау для чистого сверхпроводника;  $\rho$  – удельное сопротивление;  $\gamma$  – постоянная Зоммерфельда для электронной части удельной теплоемкости. Для ниобия:  $\chi_0 = 0.8$  [2],  $\rho = 0.037 \text{ мкОм} \cdot \text{см}$

$$B_{k1} = \frac{1}{2\chi} (\ln \chi + 0.08) B_{кр}. \quad (12)$$

На основе вышеописанных зависимостей была получена фазовая диаграмма для сверхпроводящего ниобия (рис. 5). Ниже кривой  $V_{k1}$  находится устойчивая сверхпроводящая фаза, или как ее называют, Мейснеровская фаза, т.е. фаза с полным выталкиванием магнитного поля. Между кривыми  $V_{k1}$  и  $V_{k2}$  устойчивым является смешанное состояние или Шубниковская фаза. В Шубниковской фазе магнитный поток частично проникает в сверхпроводник. Поскольку любое отличное от нуля магнитное поле обуславливает протекание в сверхпроводнике незатухающего сверхпроводящего тока, то в Шубниковской фазе токи текут и в толще сверхпроводника. Разумеется, эти токи должны быть замкнутыми, так как только тогда состояние будет стационарным. Выше кривой  $V_{k2}$  находится нормальная фаза, где теряются сверхпроводящие свойства.

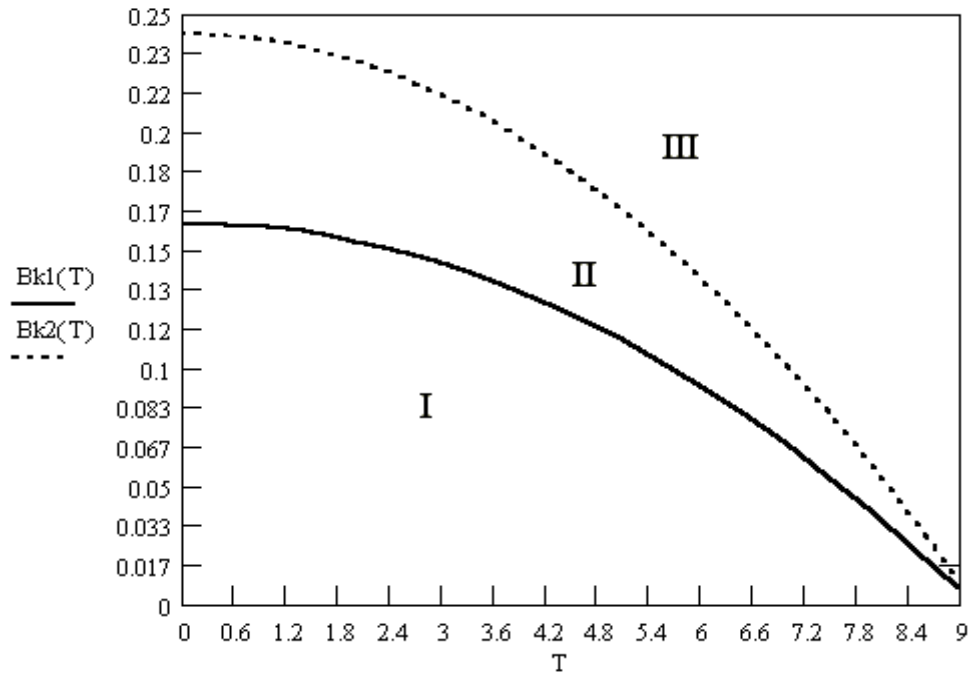


Рис. 5. Фазовая диаграмма сверхпроводящего ниобия (I – сверхпроводящее состояние, II – смешанное состояние, III – нормальное состояние).

## 6. Анализ устойчивости работы резонатора

Преобразуем уравнение (7) в виде

$$H_{\max}^{teor} = \sqrt{\frac{2(t_{kp} - t_{жс})}{\left(\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}\right) R_s(T)}}. \quad (13)$$

Графическое решение уравнения (13) представлено на рис. 6. Кривые 1 и 2 отображают максимально возможное теоретическое поле магнитной напряженности при коэффициенте теплопроводности ( $\lambda$ ) 80 и 10 соответственно.



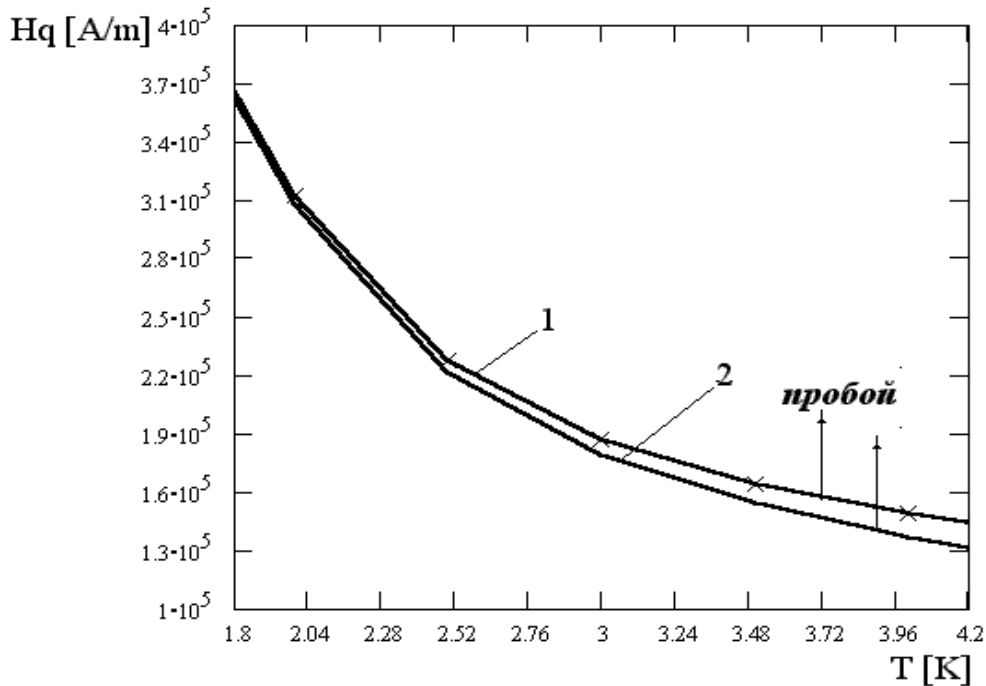


Рис. 6. График зависимости магнитной напряженности от температуры.

## 7. Ускоряющее поле

Для расчета ускоряющих полей использована формула [17]

$$\frac{P}{L} = \frac{E_{\text{уск}}^2}{\frac{r_a}{Q_0} \cdot Q_0}, \quad (14)$$

где  $L$  – длина ускоряющей структуры;  $E_{\text{уск}}$  – ускоряющее поле;  $\frac{r_a}{Q_0}$  – шунтовый импеданс. Преобразовав это выражение, получим

$$E_{\text{уск}}^{\text{теор max}} = \sqrt{\frac{\pi(t_{\text{кр}} - t_{\text{жс}}) \frac{r_a}{Q_0} \cdot Q_0}{\left(\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k}{d_2} + \frac{1}{\alpha d_2}\right)}}. \quad (15)$$

Графическое решение уравнения (15) представлено на рис. 7. Кривые 1 и 2 отображают максимально возможное теоретическое ускоряющее поле при коэффициенте теплопроводности ( $\lambda$ ) 80 и 10 соответственно.

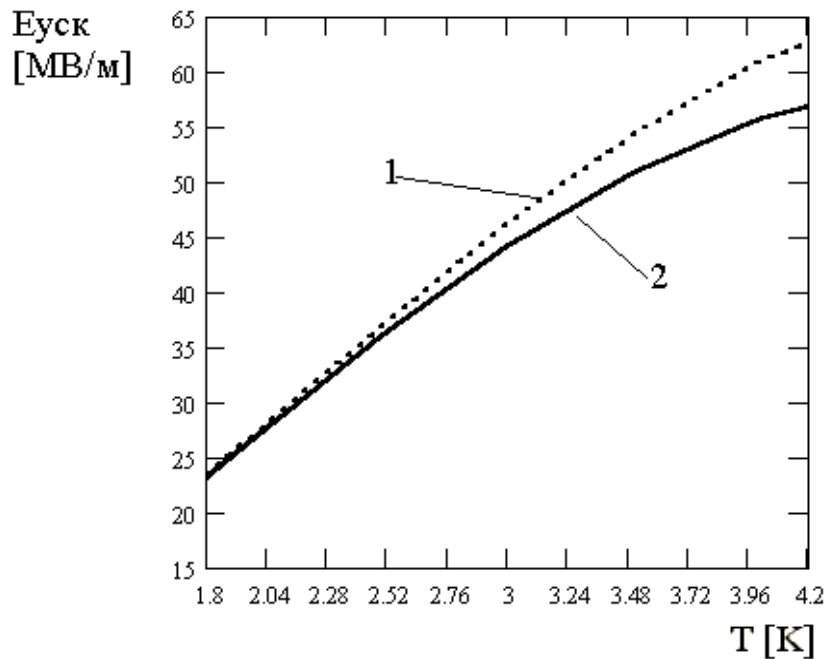


Рис. 7. График зависимости ускоряющего поля от рабочей температуры.

## Выводы

Данный графический способ рассмотрения уравнения теплового баланса дает возможность теоретически определить максимальные ускоряющие поля и поля магнитной напряженности при различных коэффициентах теплопроводности для резонаторов из чистого ниобия.

Расчеты показали, что при прочих равных условиях (геометрия, технология...) самые высокие теоретические ускоряющие поля порядка 60 МВ/м можно получить на отечественном ниобии марки НБР-0.

Стоит заметить, что здесь не сделана поправка на различные дефекты, которые могут возникнуть во время изготовления и привести к возникновению пробоя.

## Список литературы

1. А.Н. Диденко, Л.М. Севрюкова, А.А. Ятис. Сверхпроводящие ускоряющие СВЧ-структуры. - М.: Энергоатомиздат, 1981, 208 с.
2. А.Н. Диденко, Л.М. Севрюкова. Перспективы использования сверхпроводящих резонаторов в ускорительной технике. – В сб.: Труды VI совещания по ускорителям заряженных частиц. – ОИЯИ. Дубна, 1978, т. 2, с. 109-111.
3. Л.М. Севрюкова. Перспективы использования сверхпроводящих резонаторов в ускорительной технике. – В сб.: Труды I Всесоюзного совещания «Ускорители заряженных частиц и радиационная физика». – М. МИФИ, 1987, т. 3, с. 191-220.
4. Л.М. Севрюкова. Состояние работ по сверхпроводящим резонаторам в Институте физики высоких энергий. – В сб.: Труды XIII совещания по ускорителям заряженных частиц. – ОИЯИ. Дубна, 1992, т. 1, с. 195-200.

5. O. Matveyeva, S. Pesterev, L. Sevryukova. The Influence of Specially Created Oxide Films and RRR on the Emission Properties of Niobium. – In : Proc. of the 8-th Workshop on RF Superconductivity. Abano Terme (Padya), Italy, 6-10 Oct. 1997, v.3. Cavity Construction Technology, p. 674-684.
6. А.Н. Диденко, М.В. Мельников, А.К. Какабадзе, Л.М. Севрюкова, С.М. Пестерев. А.С. № 699682, 1979 и А.С. № 791191, 1979. Сверхпроводящий высокочастотный резонатор./ НИИ ЯФ ТПИ, Томск, БИ № 43, 1979, с. 240.
7. E.Manner, R. Heiderhof, N. Minatti, G. Muller, H. Piel, N. Puper, L. Sevryukova (samples). Field Emission measurements on Nb Cathods of High Purity. In: Proc. of the 5-th Workshop on RF Superconductivity. DESY, Hamburg, Germany 6-19 Oct. 1997 v.1, p. 433-456.
8. H. Padamsee. The Quest for High-Gradient Superconducting Cavities. SRF 980723-05, 29 p.
9. W. Weingarten - Superconducting Cavities. – In: Proc. of the 15-th International Conference on High Energy Accelerators, Hamburg, Germany, July 20-24, 1992, pp. 678-685.
10. A.A. Vasiliev, O.A. Voinalovich, A.A. Glazkov, A.D. Koliaskin. A.G. Ponomarenko, L.M. Sevryukova, L.M. Zvonarev. Superconducting Vertical Accelerator for Applied Purposes (SVAAP). – In: Proc. of the European Conference on Accelerator Linac. EPAC-96, Sitges (Barselona), Spain, 1996, p. 762-764.
11. V. Komarova, L. Sevryukova, M. Tchernov, I. Zvonarev. The Influence of the Injection Energy on the Acceleration RF Structure Geometry and the Beam Dynamics SVAAP. – In : Proc. of the 8-th Workshop on RF Superconductivity. Abano Terme (Padya), Italy, 6-10 Oct. 1997, v.1. Superconducting Particle Accelerators, p. 269-275.
12. V.V. Komarova, L.M. Sevryukova, L.M. Zvonarev. Superconducting Accelerating Structure Geometry and Beam Dynamics SVAAP. – In: Proc. of the European Conference on Accelerator Linac. EPAC-98, Stockholm, Sweden, 1998, p. 1342-1344.
13. И.А. Звонарев, А.Д. Рябов, Л.М. Севрюкова. Расчет геометрических параметров и основных электродинамических параметров СВЧ-структуры для ускорителя SVAAP. Препринт ИФВЭ 2000-6. – Протвино, 2000. 11 с.
14. И.А. Звонарев, О.М. Мамаев, А.Д. Рябов, Л.М. Севрюкова. Анализ тепловых полей в сверхпроводящей СВЧ-структуре для ускорителя SVAAP. Препринт ИФВЭ 2000-14. – Протвино, 2000. 11 с.
15. Буккель В. Сверхпроводимость. - М.: Мир, 1975 , с. 175-185.
16. A.V. Elutin, K.S. Kovalyov, L.I. Voronenko, L.M. Sevryukova, V.G. Kurakin, H.G. Kurschner, G.Muller, H. Piel, D. Reschke, B.A. Sokolov, U. Klein, M. Peiniger. Improved High Purity Niobium for Superconducting Accelerator Cavities. – In: Proc. of the 5-th Workshop on RF Superconductivity.- DESY, Hamburg, Germany, 1991, v.1, p. 426-432.
17. H. Padamsee, J. Knobloch, T. Hays. RF superconductivity for accelerators. USA, NewYork, John Wiley&Sons, 1998, 540 p.

*Рукопись поступила 24 октября 2000 г.*

О.М.Мамаев, И.А.Звонарев, Л.М.Севрюкова  
Устойчивость работы сверхпроводящей ускоряющей СВЧ-структуры на высоком уровне мощности с точки зрения теплового баланса.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы Word.

Редактор Н.В. Ежела.

Технический редактор Н.В. Орлова.

---

Подписано к печати 26.10.2000.                      Формат 60 × 84/8.                      Офсетная печать.  
Печ.л.1,12.      Уч.– изд.л. 0,9.                      Тираж 130.      Заказ 207.                      Индекс 3649.  
ЛР №020498 от 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий,  
142284, Протвино Московской обл.

