

Conséquences des perturbations de la gravité sur l'alignement du CLIC

F. Becker

Certaines tolérances d'alignement du Compact LInear Collider (CLIC) étant de quelques microns, il est nécessaire d'évaluer l'influence de phénomènes qu'on sait négligeables pour d'autres accélérateurs aux tolérances plus larges.

Les principales références géométriques utilisées dans le système de métrologie du CLIC sont des fils tendus et des surfaces d'eau libres, dont les géométries dépendent du champ de pesanteur. Or il est évident que ces géométries doivent elles-mêmes être connues avec une précision de l'ordre du μm , et il n'est alors plus possible de considérer que l'accélération de la pesanteur est uniforme et en tout point perpendiculaire à un ellipsoïde modélisant la Terre. Il faut donc étudier les effets perturbateurs qui agissent sur l'intensité et la direction de la force de pesanteur en un point donné, et évaluer leurs répercussions sur l'utilisation du système d'alignement du CLIC.

1 Effets perturbateurs

Deux phénomènes perturbent le champ de gravité :

- la distribution des masses avoisinantes
- l'attraction de la Lune et du Soleil

1.1 La distribution des masses avoisinantes

Les irrégularités topographiques et les différences de densité sont des anomalies qui perturbent le champ de gravité. Ainsi les montagnes dans la région du CERN exercent-elles sur toute masse m une attraction dg qu'il va falloir composer avec l'attraction normale γ pour obtenir l'attraction observée g (fig. 1).

Une étude du champ de gravité dans la région du CERN est présentée par Bell, 1985. Ses résultats issus d'une simulation utilisant un modèle de masses couvrant une zone de $70 \times 50 \text{ km}$ indiquent une déviation maximale de la verticale de $15''$ (secondes sexagésimales) au niveau de la surface topographique, orientée perpendiculairement à la ligne du Jura (la verticale sortante penche de $7''$ vers le sud et de $13''$ vers l'est). C'est cette valeur maximale que nous utiliserons dans la suite pour évaluer l'effet de la distribution des masses avoisinantes.

1.2 Attraction de la Lune et du Soleil

Agissant comme des masses perturbatrices, la Lune et le Soleil modifient le champ de gravité terrestre. Leur particularité est que leur effet en un point

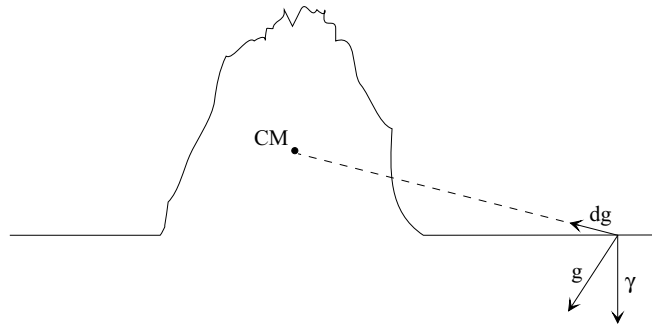


FIG. 1: Effet d'une masse perturbatrice voisine

donné varie constamment avec leur position par rapport à la Terre.

L'accélération de la pesanteur \vec{g} change donc constamment en direction et en intensité, et nous verrons dans la suite si ces changements constants se répercutent sensiblement sur l'utilisation du système d'alignement. Par ailleurs, les marées océaniques sont une autre conséquence, plus visible, de l'attraction luni-solaire. En effet c'est en partie par réponse aux modifications continuelles du potentiel de gravité que la surface libre des océans bouge sans cesse. Le globe terrestre étant considéré comme un fluide élastique, il se déforme lui aussi constamment sous l'effet de la Lune et du Soleil : c'est le phénomène des marées terrestres, étudié dans Melchior, 1966 et Jobert et Coulomb, 1973. En ce qui nous concerne, il nous faudra estimer l'effet de ces marées sur la géométrie de l'eau dans le réseau Hydrostatic Levelling System (HLS) ainsi que sur celle du sol sur lequel repose tout le système.

2 Répercussions des perturbations sur l'alignement du CLIC

Les effets perturbateurs décrits plus haut sont susceptibles d'avoir des conséquences sur la géométrie du sol et donc celle de l'accélérateur lui-même, ainsi que sur l'utilisation des Wire Positioning System (WPS) et HLS.

2.1 Déformation du sol

Nous venons de voir que le sol se déforme constamment sous l'effet de la Lune et du Soleil. La marée terrestre étant un phénomène ondulatoire, l'accélérateur, solidaire du sol, pourrait être soumis à des flexions incompatibles avec son bon fonctionnement. En effet, des variations hautes fréquences de \vec{g} suffisamment importantes le long des 15km du CLIC pourrait fléchir sensiblement tout l'ensemble (fig. 3) et il faudrait alors que ces déformations soient compensées par le système d'alignement.

Un premier calcul approché peut nous permettre d'évaluer les déformations possibles sur 15km, dues à l'onde de marée. D'après Melchior, 1966, l'amplitude maximale de cette onde est d'environ +40cm et elle peut être décomposée en ondes sinusoïdales élémentaires. Les ondes élémentaires les plus grandes ont une période d'environ 12h. Nous allons considérer pour notre calcul la situation la

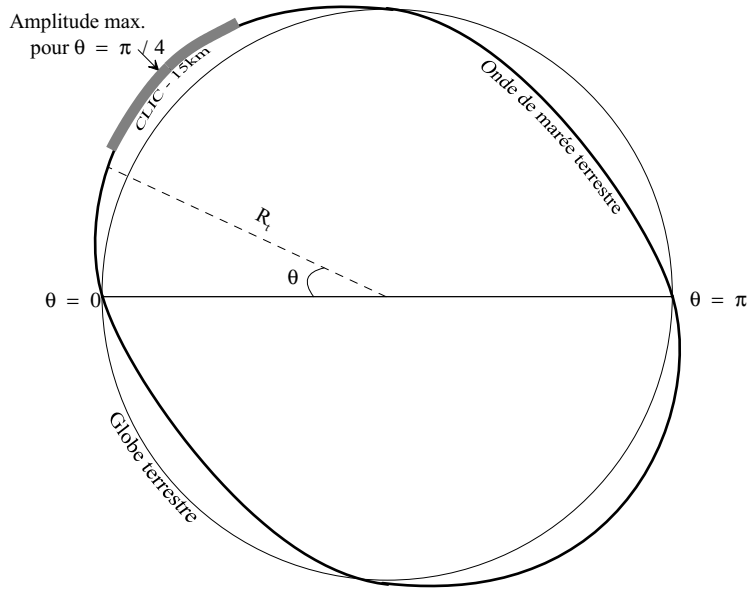


FIG. 2: Onde de marée simplifiée se propageant dans la direction du CLIC

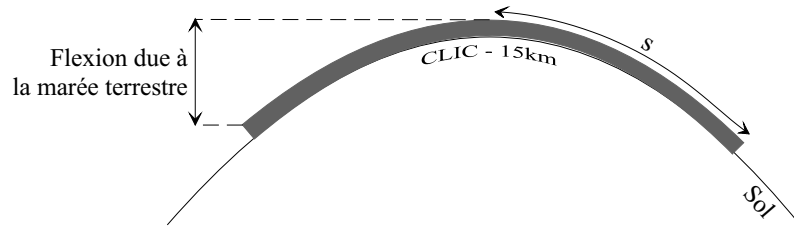


FIG. 3: Flexion de l'accélérateur sous l'effet de l'onde de marée terrestre

plus défavorable en assimilant l'onde de marée à une sinusoïde d'amplitude 40cm et de période 12h, se propageant dans la direction du CLIC. Cette situation est illustrée par la figure 2, qui est une coupe selon le plan diamétral du globe terrestre contenant l'accélérateur.

La ligne de 15km est courbée au maximum lorsque son milieu se trouve au sommet de cette sinusoïde, comme c'est le cas sur la figure 3. La flexion due à la marée terrestre peut alors être estimée par une simple différence d'ordonnées sur cette sinusoïde. L'équation générale d'une sinusoïde est :

$$y(\theta) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \theta + \phi\right) \quad (1)$$

Où : A est l'amplitude de l'onde $A = 40 \text{ cm}$
 T est la période de l'onde $T = 12 \text{ h}$ soit $\pi \text{ rad}$
 θ est dans notre cas l'angle de la fig.2
 ϕ est le déphasage que nous considérerons nul comme sur la fig.2

Au sommet de l'onde, qui correspond ici au milieu du CLIC, on a $\theta = \pi/4$.
 A l'extrémité de l'accélérateur, en supposant raisonnablement que la longueur

$s = 7.5\text{km}$ de la fig.3 peut ici être assimilée à sa projection sur le globe de rayon R_T de la fig.2, on a $\theta = \pi/4 + s/R_T$. La flèche due à la marée terrestre est donc donnée par :

$$\Delta = y\left(\frac{\pi}{4}\right) - y\left(\frac{\pi}{4} + \frac{s}{R_T}\right) = A \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(2 \cdot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{7.5}{6371}\right)\right) \right) \quad (2)$$

Finalement :

$$\boxed{\Delta = 1,1 \mu\text{m}}$$

D'après ce calcul approché, le fléchissement sur 15km devrait rester très proche du micron. Il semble donc dans un premier temps que *les déformations du CLIC dues aux mouvements du sol engendrés par l'attraction luni-solaire soient négligeables.*

2.2 Utilisation des WPS

Il est primordial de connaître précisément la géométrie des fils tendus pour une utilisation correcte des WPS. Cette géométrie dépend de la tension appliquée au fil, de son poids linéaire que nous supposons constant, et du champ de pesanteur dans lequel il se trouve.

Lorsque le champ de pesanteur est uniforme la courbe d'équilibre du fil est bien connue et est appelée chaînette. Elle reste contenue dans un plan vertical si le champ de pesanteur n'a pas de composante horizontale. Son équation et ses propriétés sont décrites dans Favre, 1953. Dans le repère de la figure 4, l'équation de la chaînette est :

$$z = \frac{H}{q} \left(\text{ch}\left(\frac{qx}{H}\right) - 1 \right) \quad (3a)$$

Où : H est la tension appliquée au fil
 q est le poids du fil par unité de longueur

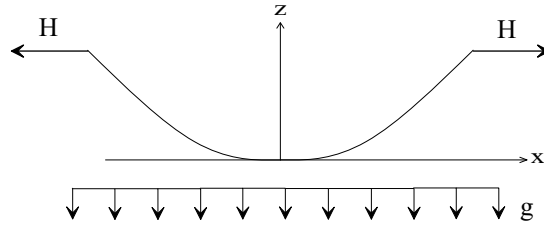


FIG. 4: Fil pesant

Dans Mainaud, 1996, il est établi qu'étant donné les caractéristiques du fil utilisé pour le CLIC, une très bonne approximation de cette équation est donnée par :

$$z = A(x) = \frac{qx^2}{2H} \quad (3b)$$

Comme la tension appliquée au fil résulte d'un contrepoids, le rapport q/H reste constant lorsque la composante verticale de \vec{g} varie uniformément. Nous pouvons donc déjà déduire des équations ci-dessus que *dans le plan vertical* le fil ne se déforme pas en cas de variations uniformes de l'accélération de la pesanteur.

Cependant d'autres types de perturbations sont susceptibles d'altérer la géométrie du fil.

2.2.1 Non-uniformité du champ de pesanteur

Les équations (3a) et (3b) ci-dessus ont été établies en considérant que \vec{g} était le même en tout point. Cependant ce n'est pas strictement vrai en réalité et il nous faut évaluer les variations de l'intensité du champ de pesanteur qu'entraînent les trois phénomènes suivants :

Les variations de latitude Sur l'ellipsoïde terrestre, l'attraction normale $\vec{\gamma}$ (voir fig. 1) augmente avec la latitude φ et diminue avec l'altitude h selon la relation (4) ci-dessous (R désigne le rayon de courbure terrestre, qui vaut environ 6378,7 km dans la région du CERN), définie par l'International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) [Vanicek et Krakiwsky, 1982, p. 79] :

$$\gamma = 9.7803185(1 + 0.005278895 \sin^2 \varphi + 0.000023462 \sin^4 \varphi) \left(1 - \frac{2h}{R}\right) \quad (4)$$

L'écart entre les attractions normales aux extrémités d'un fil de 60 m sera le plus grand si ce fil est orienté plein nord. Aux alentours du CERN, cet écart maximal serait ainsi de $\Delta g_\varphi \simeq 5 \cdot 10^{-7} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Les masses avoisinantes La déviation de la verticale due aux masses avoisinantes n'est pas constante et diminue lorsque l'on s'éloigne du Jura [Bell, 1985]. En se plaçant dans le cas extrême où la déviation serait maximale (15") à une extrémité du fil et nulle à l'autre, l'écart sur g serait de $\Delta g_m \simeq 2.6 \cdot 10^{-8} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

L'attraction luni-solaire La position de la Lune et du Soleil par rapport aux deux extrémités d'un fil étant différente, il en résulte une altération différente de l'intensité de \vec{g} (voir 1.2). D'après nos calculs, pour la région du CERN, l'écart ainsi obtenu sur g est au maximum de : $\Delta g_{ls} \simeq 3 \cdot 10^{-11} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Ainsi, les effets des masses avoisinantes et de l'attraction luni-solaire sur les variations de l'intensité du champ de pesanteur sont négligeables devant ceux provenant des variations de latitude. C'est donc uniquement celles-ci que nous allons prendre en compte ci-dessous pour évaluer les conséquences de la non-uniformité du champ de pesanteur sur la géométrie du fil.

Equation du fil dans un champ de pesanteur non-uniforme Considérons l'équilibre de la partie du fil comprise entre son point le plus bas C et un point quelconque M . Supposons dans un premier temps que le champ de pesanteur varie linéairement tout au long de ce fil (fig. 5).

Sur la portion CM agissent :

- le poids P
- les tractions H_b et S aux extrémités C et M. Les lignes d'action de ces forces sont tangentes à la courbe en ces points.

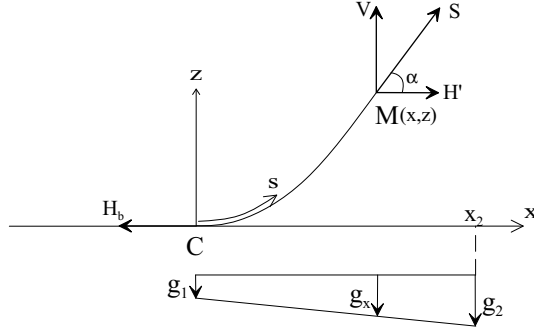


FIG. 5: Portion de fil dans un champ de pesanteur non uniforme

Désignons par x, z les coordonnées de M, par H', V les composantes de S , et par α l'angle de S et x . Les conditions d'équilibre donnent :

$$H' = H_b \quad \text{et} \quad V = P$$

La composante horizontale de la traction de la corde est donc constante, et égale à la traction appliquée par contrepois . Par ailleurs :

$$\tan \alpha = \frac{V}{H'} = \frac{P}{H_b} = \frac{P}{H} \quad \text{mais on a aussi} \quad \tan \alpha = \frac{dz}{dx}$$

d'où :

$$\frac{dz}{dx} = \frac{P(x)}{H} \quad (5)$$

La résolution de cette équation différentielle nous fournira l'équation du fil mais il faut dans un premier temps déterminer la fonction $P(x)$.

Sur l'élément $ds(dx, dy)$ du fil s'applique $dP = M_L \cdot ds \cdot g(x)$ (M_L est la masse linéaire du fil). Comme $g(x)$ est constant sur ds , on peut sur cet élément approcher la courbe d'équilibre du fil par une parabole d'équation $z = ax^2$, a étant un coefficient indépendant de $g(x)$ (voir 3b) qui sera donc le même pour tous les éléments ds .

$$\text{On a : } ds^2 = dx^2 + dz^2$$

$$\text{d'où : } \frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = 2a \sqrt{x^2 + \frac{1}{4a^2}}$$

$$\text{Par ailleurs : } g(x) = g_1 + \frac{x}{x_2}(g_2 - g_1)$$

$$\text{donc : } dP = M_L \cdot 2a \sqrt{x^2 + \frac{1}{4a^2}} \cdot dx \cdot \left(g_1 + \frac{x}{x_2}(g_2 - g_1)\right)$$

Après intégration nous obtenons l'expression du poids du fil en fonction de l'abscisse x :

$$P(x) = c(x\sqrt{x^2 + b^2} + b^2 \operatorname{argsh}(x/b)) + \frac{2d}{3}(\sqrt{(x^2 + b^2)^3} - b^3) \quad (6)$$

$$\text{avec :} \quad a = \frac{q}{2H} \quad b = \frac{1}{2a} \quad c = M_L \cdot a \cdot g_1 \quad d = \frac{M_L \cdot a \cdot (g_2 - g_1)}{x_2}$$

On peut maintenant obtenir l'équation de la courbe d'équilibre du fil en intégrant (6) :

$$\frac{dz}{dx} = \frac{P(x)}{H}$$

On obtient :

$$z(x) = \frac{1}{H} \left[\left(\frac{c}{3} + \frac{dx}{6} \right) \sqrt{(x^2 + b^2)^3} + \left(cb^2x + \frac{db^4}{4} \right) \operatorname{argsh} \frac{x}{b} + \left(\frac{db^2x}{4} - cb^2 \right) \sqrt{x^2 + b^2} + 2b^3 \left(\frac{c - dx}{3} \right) \right] \quad (7)$$

Application numérique Une application numérique va nous permettre de comparer l'équation (7) qui correspond au champ de pesanteur non uniforme, avec l'équation (3b) correspondant au champ uniforme. Nous verrons ainsi s'il est nécessaire de prendre en compte les variations de latitude dans la définition de la géométrie du fil. Nous avons pris pour Δg la valeur maximale de $5 \cdot 10^{-7} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ indiquée plus haut, pour un fil orienté plein nord.

Avec :

$$\begin{aligned} x_2 &= 30\text{m} & M_L &= 0,08522 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \\ g_1 &= 9,805\,940\,008 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} & g_2 &= 9,805\,940\,508 \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \\ H &= 6 \text{kg} \times g_2 = 58.835643 \text{N} & g_2 - g_1 &= 5 \cdot 10^{-7} \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Le tableau 1 reporte les écarts entre (7) et (3b) ($z(x)$ désigne l'ordonnée du fil calculée avec (7), $A(x)$ désigne celle calculée avec (3b)).

$x(\text{m})$	$z(x) - A(x)$ (nm)
1	-0,010
5	-0,016
10	-0,040
20	-0,103
30	-0,133

TAB. 1: Écarts entre fils plongés dans des champs de gravité uniforme et non-uniforme

On peut voir que les écarts restent largement inférieurs au μm . A titre indicatif, cela reste vrai pour un fil de 120m (nous prenons ici en compte une longueur-type de 60m, mais les fils finalement utilisé pour le CLIC seront peut-être plus longs), les écarts ne dépassent pas 25 nm. *L'effet des variations de latitude sur la géométrie du fil WPS est donc négligeable dans notre cas.*

2.2.2 Effet des masses avoisinantes sur le fil

Supposons dans un premier temps que le long d'un fil de 60 m la déviation de la verticale due aux masses avoisinantes est constante dans l'espace.

Nous avons déjà vu précédemment que dans ce cas le fil n'est pas déformé dans le sens vertical. Cependant il pourrait être déformé transversalement ou longitudinalement selon l'orientation de la composante horizontale de \vec{g} .

Déformation transversale Supposons que la composante horizontale de \vec{g} soit orientée perpendiculairement au fil. La projection horizontale du système des forces est analogue à celui de la figure 4. Par conséquent, dans un plan xy , l'équation de la courbe d'équilibre du fil est également une chaînette :

$$y = \frac{H}{q_t} \left(\operatorname{ch}\left(\frac{q_t x}{H}\right) - 1 \right) \quad \text{très bien approchée par} \quad y = \frac{q_t x^2}{2H} \quad (8)$$

Où : H est la tension appliquée au fil
 q_t est l'attraction transversale du fil par unité de longueur

Une application numérique nous permet d'évaluer la déformation du fil tendu sur une longueur L , dans la configuration suivante, pour une verticale déviée d'un maximum de $15''$ perpendiculairement au fil :

$$\begin{aligned} g &= 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} && \text{fil tendu sur une longueur } L = 60 \text{ m} \\ H &= 60 \text{ N} && \text{masse linéaire } M_L = 0,08522 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1} \\ q_t &= g \sin(15'') M_L = 6,197 \cdot 10^{-8} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} \end{aligned}$$

Avec ces valeurs la flèche est de :

$$f = \frac{q_t (L/2)^2}{2H} = 0,46 \mu\text{m}$$

Pour un fil tendu sur 60 m la déformation transversale reste donc inférieure à $1 \mu\text{m}$, pour une verticale déviée de la manière la plus défavorable. La flèche dépasse $1 \mu\text{m}$ lorsque le fil est tendu sur une longueur supérieure à 88m. *L'effet transversal des masses avoisinantes sur la géométrie d'un fil WPS est donc négligeable dans notre cas.*

Déformation longitudinale Supposons maintenant que \vec{g} possède une composante horizontale orientée parallèlement au fil, et évaluons les déformations subies par le fil du fait de cette attraction longitudinale. Considérons l'équilibre de la partie du fil comprise entre son point le plus bas C et un point quelconque M . La projection verticale du système des forces est représentée sur la figure 6. Sur la portion de fil CM agissent :

- la composante verticale P_v de l'attraction terrestre : $P_v = q_v \cdot s$, q_v étant l'attraction verticale par unité de longueur ;
- la composante longitudinale P_l de l'attraction terrestre : $P_l = q_l \cdot s$, q_l étant l'attraction longitudinale par unité de longueur (sens arbitraire) ;
- les tractions H_b et S en C et M . Les lignes d'action de ces forces sont tangentes à la courbe du fil en ces points.

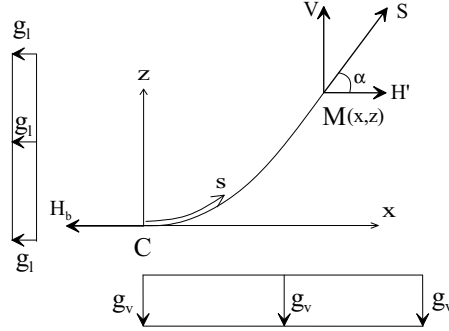


FIG. 6: Portion de fil soumis à une attraction longitudinale

Désignons par x, z les coordonnées de M , par H', V les composantes de S , et par α l'angle de S et x . Les conditions d'équilibre donnent :

$$H' = H_b + P_l \quad \text{et} \quad V = P_v$$

La traction H_b au point le plus bas s'obtient en considérant l'équilibre des composantes horizontales des forces agissant sur la portion de fil entre C et l'extrémité où est appliquée la tension par contreponds H . Les conditions d'équilibre donnent, en considérant pour l'instant que le point le plus bas se trouve au milieu du fil de longueur L :

$$H_b = H - q_l \cdot \frac{L}{2}$$

Par ailleurs :

$$\tan \alpha = \frac{V}{H'} = \frac{P_v}{P_l + H_b} \quad \text{mais on a aussi} \quad \tan \alpha = \frac{dz}{dx}$$

d'où :

$$\frac{dz}{dx} = \frac{P_v(x)}{P_l(x) + H_b} \quad (9)$$

La résolution de cette équation différentielle nous permettra de déterminer la courbe d'équilibre du fil mais il faut dans un premier temps déterminer les fonctions $P_v(x)$ et $P_l(x)$, qui nous l'avons vu sont proportionnelles à $s(x)$. Pour calculer $s(x)$ nous supposons que l'on peut dans un premier temps approcher la courbe du fil par une parabole d'équation $z = ax^2$.

$$\text{On a : } ds^2 = dx^2 + dz^2$$

$$\text{d'où : } \frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = 2a\sqrt{x^2 + \frac{1}{4a^2}}$$

$$\text{Après intégration : } s(x) = a\left(x\sqrt{x^2 + \frac{1}{4a^2}} + \frac{1}{4a^2} \operatorname{argsh}(2ax)\right)$$

On peut maintenant déterminer la courbe d'équilibre du fil en intégrant (9). On obtient :

$$z(x) = \frac{q_v \cdot a \int_0^x t \sqrt{t^2 + \frac{1}{4a^2}} + \frac{1}{4a^2} \operatorname{argsh}(2at) dt}{q_l \cdot a \int_0^x t \sqrt{t^2 + \frac{1}{4a^2}} + \frac{1}{4a^2} \operatorname{argsh}(2at) dt} + H_b \quad (10)$$

Une application numérique va nous permettre de comparer la courbe définie par l'équation (10) ci-dessus, avec l'équation (3b) correspondant à une attraction sans composante horizontale. Nous verrons ainsi s'il est nécessaire de prendre en compte une attraction longitudinale dans la définition de la géométrie du fil. Nous nous placerons dans la situation la plus défavorable où la verticale est déviée de 15" parallèlement au fil, avec les valeurs numériques ci-dessous :

$$\begin{aligned} g &= 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} & L &= 60 \text{ m} \\ H &= 60 \text{ N} & M_L &= 0,08522 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \\ g_v &= g \cdot \cos(15'') = 9.999\,999\,973\,56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} & g_l &= g \cdot \sin(15'') = 0.000\,727\,220\,52 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ q_v &= g_v \cdot M_L = 8.521\,999\,977\,47 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} & q_l &= g_l \cdot M_L = 6.197\,373\,3 \cdot 10^{-8} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \\ a &= \frac{g_v \cdot M_L}{2H} = 7.101\,666\,648 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} & H_b &= H - q_l \cdot \frac{L}{2} = 59.999\,998\,140\,8 \text{ N} \end{aligned}$$

Le tableau 2 reporte les écarts sur les coordonnées calculées par les relations (10) et (3b) ($z(x)$ désigne l'ordonnée du fil calculée avec (10), $A(x)$ désigne celle calculée avec (3b)). Les valeurs négatives de x correspondent à l'autre moitié du fil pour lequel on aurait $H_b = H + q_l \cdot L/2$.

$x(\text{m})$	$z(x) - A(x)$ (nm)	$x(\text{m})$	$z(x) - A(x)$ (nm)
1	0,000	-1	0,000
5	0,003	-5	-0,008
10	-0,013	-10	-0,057
20	-0,480	-20	-0,656
30	-2,676	-30	-3,072

TAB. 2: Écarts entre fils soumis à une attraction avec et sans composante horizontale

Dans un repère centré sur le point le plus bas des courbes d'équilibre du fil, les écarts entre la parabole et la courbe obtenue en prenant en compte une attraction longitudinale maximale restent largement inférieurs au μm (à titre indicatif, cela reste vrai pour un fil de 120 m, les écarts ne dépassent pas 50 nm). On voit également que les valeurs prises de part et d'autre du point C sont suffisamment symétriques pour considérer que le point le plus bas du fil n'est pas déplacé longitudinalement. *L'effet longitudinal des masses avoisinantes sur la géométrie d'un fil WPS est donc négligeable dans notre cas.*

2.2.3 Effets de l'attraction luni-solaire

Comme les masses avoisinantes, la Lune et le Soleil entraînent une déviation de la verticale. Cette déviation n'excède jamais 0.05" d'après Melchior, 1966,

p.20, ce qui est une valeur bien inférieure aux 15" que nous avons considéré ci-dessus pour l'étude de l'influence des masses avoisinantes, qui nous l'avons vu est négligeable pour les fils. Nous pouvons donc aussi négliger la déviation de la verticale créée par la Lune et le Soleil. Par ailleurs, nous avons aussi vu en 2.2.1 que la non-uniformité du champ de pesanteur induite par l'attraction de la Lune et du Soleil était négligeable. *L'effet de l'attraction luni-solaire sur la géométrie des fils WPS est donc négligeable dans notre cas.*

2.3 Utilisation des HLS

L'eau au repos dans le réseau de tubes reliant les pots HLS a pour but de fournir une surface de référence pour l'alignement du CLIC, par rapport à laquelle des dénivelées sont mesurées. Ceci n'a bien sûr de sens que si l'on connaît avec une précision suffisante la géométrie de la surface de référence elle-même, qui est une équipotentielle du champ de pesanteur. Les masses avoisinantes déforment de manière constante ces équipotentielles, alors que les déformations induites par l'attraction luni-solaire sont variables dans le temps. Nous allons donc voir dans ce qui suit les répercussions de ces deux phénomènes sur l'utilisation des HLS.

2.3.1 Effet des masses avoisinantes

Les surfaces équipotentielles du champ de pesanteur sont déformées en présence d'une irrégularité topographique comme l'illustre la figure 7. Parmi les résultats présentés dans Bell 1985 sont donnés les écarts entre des équipotentielles et l'ellipsoïde modélisant la Terre utilisé pour les calculs géodésiques au CERN. Quasiment nuls sur le site de Meyrin, ces écarts peuvent dépasser 20 cm vers le Jura. Ces déformations devront être prises en compte lors de la mise en place et de l'utilisation du réseau de HLS, et il faudra le cas échéant recourir à des techniques gravimétriques pour définir avec la précision requise la géométrie des équipotentielles et donc de l'eau qui sert de surface de référence.

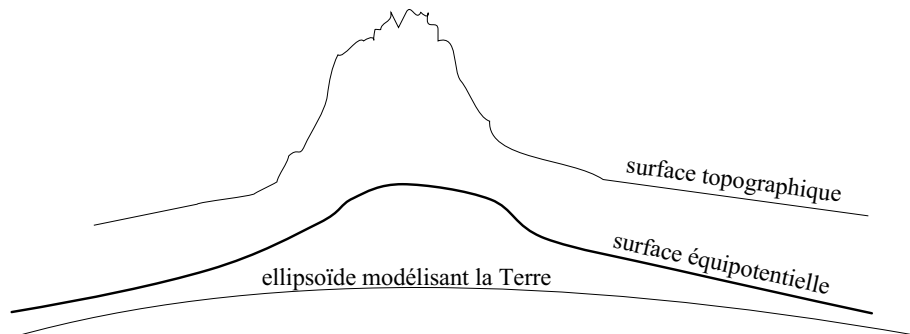


FIG. 7: Equipotentielle déformée par une irrégularité topographique

2.3.2 Effets de l'attraction luni-solaire

Les HLS sont affectés par les marées océaniques et terrestres puisque l'eau dans les tubes et le sol sur lequel est fixé tout le système se déforment sans cesse

sous l'effet de la Lune et du Soleil, et modifient ainsi les valeurs lues sur les capteurs. Nous allons voir quelles sont les valeurs théoriques des marées qui résultent de l'attraction luni-solaire et les confronter ensuite à des enregistrements que nous avons fait dans la base géodésique du CERN.

Théorie des marées Les marées proviennent du fait que les surfaces d'eau au repos et la Terre (considérée comme un fluide élastique) se déforment en réponse aux changements constants du champ de gravité. Ces changements résultent principalement des positions continuellement variables de la Lune et du Soleil par rapport à la Terre.

D'après Melchior, 1966, p.15, l'attraction perturbatrice de la Lune ou du Soleil est dérivée du potentiel W_2 suivant :

$$W_2 = \frac{GM_t(M_c/M_t)}{2} \cdot \frac{a^2}{r^3} \cdot (3 \cos^2 z - 1) \quad (11)$$

G : constante gravitationnelle de Newton

M_t, M_c : masses de la Terre et du corps céleste considéré

a : distance du point considéré au centre de la Terre

r : distance du corps céleste considéré à la Terre

z : angle zénithal du corps céleste considéré au point considéré

G, M_t et M_c sont connus. a se calcule avec les formules de géodésie, connaissant les coordonnées du point considéré. z et r se calculent à l'aide des éphémérides astronomiques.

On peut déduire de (11) la déformation résultante ξ des surfaces équipotentiellles du champ de gravité, qui est donnée par Melchior, 1966, p.16 :

$$\xi = W_2/g \quad (12)$$

Sachant que

$$g = \frac{GM_t}{a^2} \quad (13)$$

on obtient finalement :

$$\xi = \frac{m_l \cdot a^4}{2r_l^3} (3 \cos^2 z_l - 1) + \frac{m_s \cdot a^4}{2r_s^3} (3 \cos^2 z_s - 1) \quad (14)$$

m_l, m_s : rapport des masses de la Lune et du Soleil à celle de la Terre

z_l, z_s : angles zénithaux de la Lune et du Soleil au point considéré

r_l, r_s : distances de la Lune et du Soleil à la Terre

Le calcul conduit à des valeurs de ξ qui atteignent plusieurs dizaines de centimètres en valeur absolue. Les variations de hauteur d'un liquide au repos, dont on sait qu'il épouse une surface équipotentielle, n'atteignent pas ces valeurs puisque ce liquide change de potentiel plutôt que de suivre la même équipotentielle dans ses mouvements. Par contre, on pourra observer des différences de niveau du liquide qui illustrent l'écart entre les déformations d'une surface équipotentielle en deux points différents.

La différence entre les lectures de deux pots HLS ne traduit donc pas seulement l'écart de hauteur géométrique entre ces deux pots, mais intègre également des effets de marée sur l'eau dans les tubes ainsi que sur le sol support de tout le système. Il faut donc corriger les lectures HLS de ces effets.

Les nombres de Love Le formalisme des nombres de Love [Melchior, 1966, partie 2, chap.1] est utilisé pour caractériser les différents aspects des marées terrestres. Il sera utile dans notre cas pour l'interprétation des données HLS. La signification des nombres de Love est très simple et chaque type de déformation élastique due aux marées peut être représentée par une combinaison de ces nombres. Ces derniers sont liés par des équations différentielles assez complexes à la distribution des densités et des modules de rigidité dans la Terre, et peuvent être considérés comme étant fonction uniquement de la distance du point considéré au centre de la Terre.

A la surface terrestre et pour les phénomènes qui nous intéressent, les deux nombres de Love que nous allons utiliser sont appelés h et k .

h représente le rapport de la hauteur de la marée terrestre à la hauteur de la marée correspondante d'un océan au repos.

Par ailleurs on peut modéliser les effets de la variation de densité accompagnant la dilatation et le déplacement des masses dus à l'attraction luni-solaire par un potentiel supplémentaire. k représente le rapport de ce potentiel supplémentaire engendré par la déformation elle-même au potentiel perturbateur W_2 .

Ainsi, le potentiel perturbateur total est $(1+k)W_2$, et la marée observée sur un océan au repos aura la hauteur $(1+k) \cdot W_2/g$. Cependant si l'on observe cette marée à l'aide d'un repère solidaire du sol, le repère lui-même va se déplacer du fait des marées terrestres, d'une hauteur $h \cdot W_2/g$ par rapport à la surface de la Terre (considérée sphérique). La déformation observée ξ_o sera donc finalement :

$$\xi_o = (1 + k - h) \cdot \frac{W_2}{g} \quad (15)$$

Les valeurs communément admises pour h et k sont les suivantes [Jobert et Coulomb, 1973] :

$$(1 + k) = 1.3 \quad \text{et} \quad h = 0.6 \quad \text{donc} \quad \boxed{(1 + k - h) = 0.7}$$

Cela veut donc dire que la marée observée sur un océan au repos à l'aide d'un repère solidaire du sol vaudra 70% de celle que l'on aurait observée si la Terre était infiniment rigide (on aurait alors $h = k = 0$).

Connaissant ces valeurs il est alors possible de calculer les corrections à apporter aux lectures faites sur les HLS.

Correction des lectures HLS de l'effet des marées La base géodésique du CERN, d'une longueur d'environ 50m, est équipée d'une goulotte remplie d'eau aux extrémités de laquelle sont placés deux pots HLS, qui lisent la distance qui sépare leur surface de référence du plan d'eau libre (fig. 8). Des enregistrements des valeurs des capteurs peuvent être effectués à la fréquence désirée. Connaissant les coordonnées géodésiques des deux HLS, nous avons pu calculer

les valeurs des marées afin de corriger les différences des lectures $l_{HLS2} - l_{HLS1}$. L'essai que nous allons présenter dans la suite porte sur 1000 enregistrements effectués pendant 8 jours.

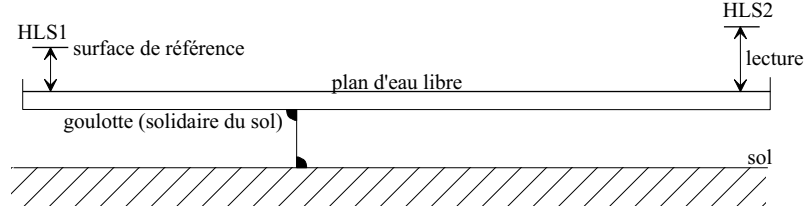


FIG. 8: Dispositif utilisé pour les essais avec les HLS

Les HLS nous servent à déterminer les dénivelées par différence des lectures faites sur chacun d'eux. Sans marée terrestre ni aquatique, cette différence nous donnerait directement la dénivelée entre les points ; mais en réalité elle intègre également les écarts entre les amplitudes des marées aquatiques et terrestres, comme l'illustre la figure 9.

Dans la figure 9a), on isole la marée aquatique, et on suppose l'attraction luni-solaire plus forte au HLS 2 qu'au HLS 1. En 2 l'eau va donc être plus attirée vers la surface de référence du pot HLS qu'en 1, et si on ignorait la marée on verrait 2 *trop bas* par rapport à 1. L'erreur dans la dénivelée $l_{HLS1} - l_{HLS2}$ serait de : $(1 + k)(W_{22}/g - W_{21}/g)$ (W_{22} et W_{21} désignent les potentiels de marée - voir (11) - au point 2 et 1 respectivement).

Dans la figure 9b), on isole la marée terrestre et on suppose toujours l'attraction luni-solaire plus forte en 2 qu'en 1. Comme les pots HLS sont solidaires du sol qui est plus soulevé en 2 qu'en 1, la surface de référence va plus s'éloigner du plan d'eau en 2 qu'en 1, et si on ignorait la marée on verrait 2 *trop haut* par rapport à 1. L'erreur dans la dénivelée $l_{HLS1} - l_{HLS2}$ serait dans ce cas de $-h(W_{22}/g - W_{21}/g)$ (signe opposé au cas a)).

On s'aperçoit que les marées aquatiques et terrestres, bien qu'étant toujours de même signe, ont des effets opposés sur les lectures HLS. C'est ce qui explique que l'on soustrait h à $1 + k$ dans la détermination de l'amplitude des marées observées à l'aide d'un repère solidaire du sol, comme c'est notre cas. Si l'on désigne par l_{HLS1} et l_{HLS2} les lectures HLS en 1 et 2, la dénivelée corrigée Δ_2^1 s'obtient par :

$$\Delta_2^1 = (l_{HLS1} - l_{HLS2}) - (1 + k - h)(W_{22}/g - W_{21}/g) \quad (16)$$

La figure 10 illustre les résultats que nous avons obtenus.

On s'aperçoit que la différence HLS₁-HLS₂ corrigée des effets de marées présente à la fois un mouvement plus général d'accroissement en valeur absolue, et des ondulations résiduelles de période semi-diurne et d'amplitude 1 à 2 μm . L'accroissement en valeur absolue traduirait plutôt un mouvement général du sol. Les mouvements résiduels peuvent être attribués pour partie à la précision des données utilisées dans (14) (voir ci-dessous), mais d'autres phénomènes, qui nous restent à cerner, interviennent probablement aussi : mouvements périodiques du sol autres que ceux dus aux marées terrestres (effets thermiques, alternance nuit/jour, ...), échauffement local de l'eau, ... Les perturbations

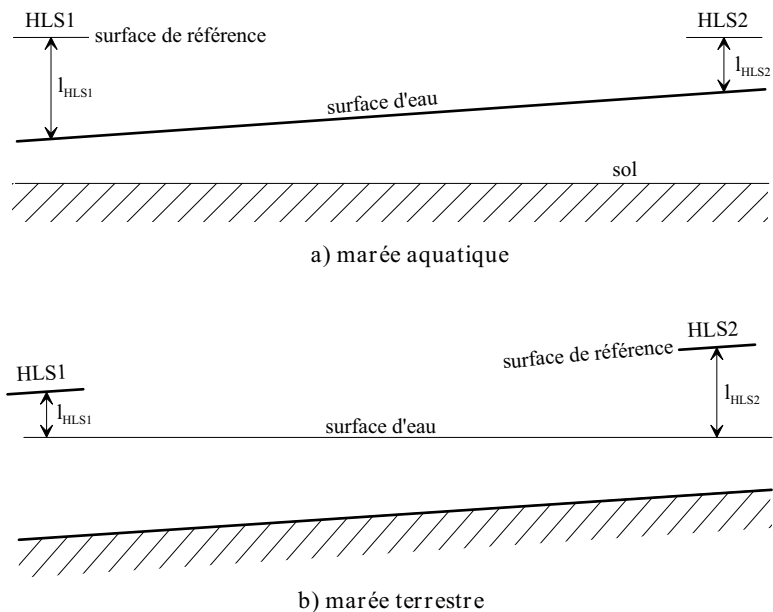


FIG. 9: Effet des marées sur les lectures HLS

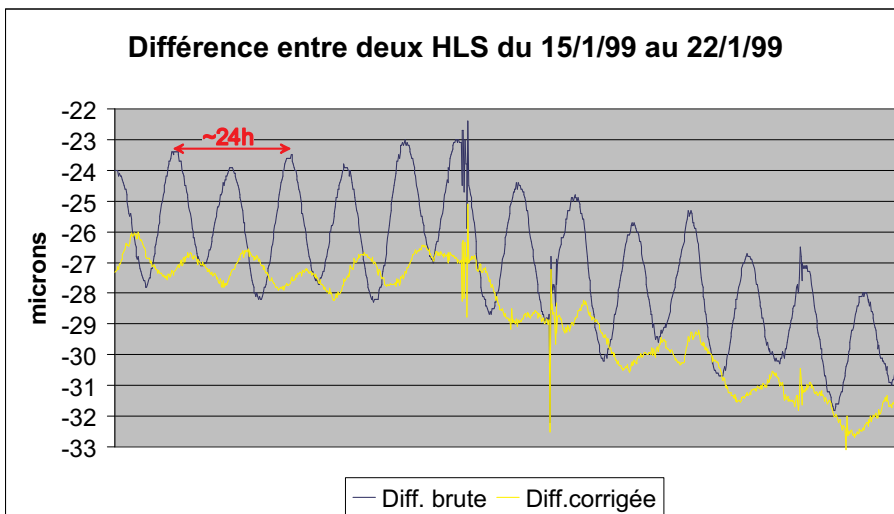


FIG. 10: Différences $HLS_1 - HLS_2$: brute et corrigée de l'effet des marées aquatique et terrestre

que l'on observe à quelques endroits sont dus au remplissage de la goulotte et ne devraient plus apparaître dans la configuration CLIC où l'eau, contenue dans des tubes hermétiques et saturés en humidité, ne s'évaporerait pas.

Précision des corrections Il est nécessaire d'évaluer la précision des corrections que nous calculons à l'aide de (14) et (15). Le tableau 3 récapitule les

précisions des paramètres utilisés dans le test illustré par la figure 10. Les précisions indiquées pour z_l et z_s sont en fait les moyennes calculées sur un an. Pour un corps céleste donné z s'obtient en effet comme suit :

$$z = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos(\theta - \alpha) \quad (17)$$

Où : φ est la latitude du lieu considéré $\sigma\varphi \simeq \pm 5\text{m}$ (pour notre test)
 δ est un angle entre l'astre considéré et le plan équatorial
 $\sigma_{\delta_l} = \pm 0.03''$ pour la Lune et $\sigma_{\delta_s} = \pm 0.3''$ pour le Soleil
 θ est le temps sidéral au lieu considéré $\sigma_\theta = \pm 1.2 \cdot 10^{-7}\text{h}$
 α est un angle entre l'astre considéré et le méridien origine
 $\sigma_{\alpha_l} = \pm 0.03''$ pour la Lune et $\sigma_{\alpha_s} = \pm 0.3''$ pour le Soleil

Paramètre	Type	Précision
m_l	constante physique	$\pm 1 \cdot 10^{-9}$
m_s	constante physique	$\pm 1 \cdot 10^{-2}$
z_l	éphémérides et géodésie	$\pm 0,14''$
z_s	éphémérides et géodésie	$\pm 0,32''$
r_l	éphémérides	$\pm 4\text{m}$
r_s	éphémérides	$\pm 15\text{km}$
a	géodésie	$\pm 5\text{m}$

TAB. 3: Précisions des paramètres utilisés pour le calcul des corrections de marées

Les nombres de Love sont connus avec suffisamment de précision pour les considérer exacts (on connaît aujourd'hui jusqu'à leur sixième décimale mais la première suffit pour nos besoins). Nous avons calculé la précision a priori des corrections apportées, pour une période d'une année. La figure 11 illustre les résultats obtenus.

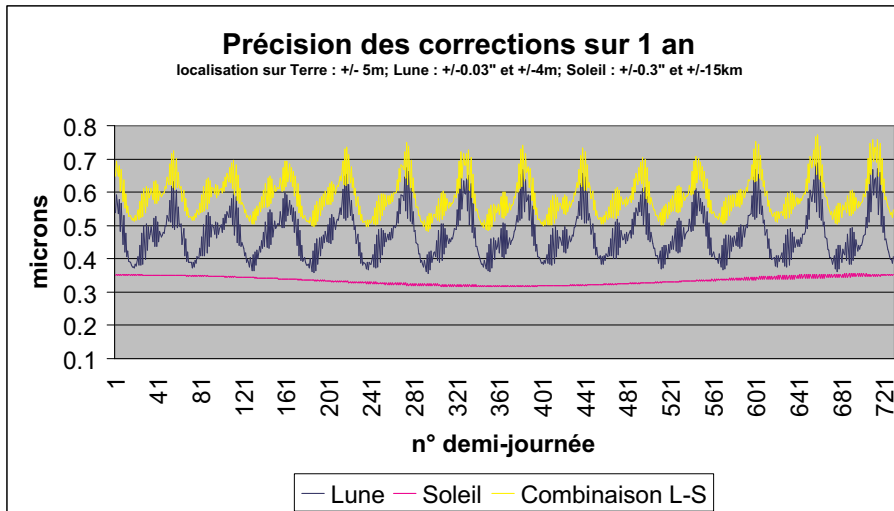


FIG. 11: Précision des corrections apportées aux lectures HLS

On s'aperçoit que la précision a priori des corrections que nous apportons reste toujours bien meilleure que le μm . Ce résultat est pour l'instant tout à fait satisfaisant et pourra être amélioré encore le cas échéant. En effet, les points que nous avons considéré pour notre essai n'étaient positionnés qu'à $\pm 5\text{m}$ par rapport au centre de la Terre, alors que les méthodes de géodésie actuelles permettent aisément d'atteindre une précision meilleure que $\pm 1\text{m}$. A titre indicatif, avec cette dernière valeur, la précision des corrections apportées aux lectures HLS serait d'environ $\pm 0,3\mu\text{m}$.

3 Conclusion

Les conséquences des perturbations du champ de gravité sur l'alignement du CLIC ont été étudiées.

Les déformations des fils WPS engendrées par les divers phénomènes pris en compte sont suffisamment faibles pour être négligées.

Dans la configuration CLIC, pour l'utilisation des HLS, il sera nécessaire de prendre en compte l'effet des masses avoisinantes ainsi que celui de l'attraction luni-solaire. Le premier nécessite une définition suffisamment précise du géoïde local, ce que les techniques actuelles permettent. Le second, que nous avons corrigé lors d'essais que nous avons effectué, semble pour l'instant être cerné avec la précision requise.

Abréviations

CLIC Compact LLinear Collider.

HLS Hydrostatic Levelling System

WPS Wire Positioning System

IUGG International Union of Geodesy and Geophysics

Table des figures

1	Effet d'une masse perturbatrice voisine	2
2	Onde de marée simplifiée se propageant dans la direction du CLIC	3
3	Flexion de l'accélérateur sous l'effet de l'onde de marée terrestre	3
4	Fil pesant	4
5	Portion de fil dans un champ de pesanteur non uniforme	6
6	Portion de fil soumis à une attraction longitudinale	9
7	Equipotentielle déformée par une irrégularité topographique . . .	11
8	Dispositif utilisé pour les essais avec les HLS	14
9	Effet des marées sur les lectures HLS	15
10	Différences HLS_1 - HLS_2 : brute et corrigée de l'effet des marées aquatique et terrestre	15
11	Précision des corrections apportées aux lectures HLS	16

Références

- B.A. Bell. A simulation of gravity field around LEP. Rapport technique, CERN, LEP division, 1985.
- H. Favre. *Cours de mécanique, Tome I : statique*. Editions Leeman Zurich, 1953.
- G. Jobert et J. Coulomb. *Traité de géophysique interne, Tome I : sismologie et pesanteur*, chapitre 18. Editions Masson, 1973.
- H. Mainaud. *Une nouvelle approche métrologique : l'écartométrie biaxiale. Application à l'alignement des accélérateurs linéaires*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, 1996.
- P. Melchior. *The Earth tides*. Pergamon Press, 1966.
- P. Vanicek et E. Krakiwsky. *Geodesy : the concepts*. North Holland Publ. Co., 1982.