

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00100530

INSTITUT DE PHYSIQUE DE HAUTE ENERGIE,  
SERPUKHOV, 1967

Rapport IHEP No 67-58 K

CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES  
DU SYNCHROTRON A PROTONS DE 70 GeV  
D'APRES LES MESURES MAGNETIQUES

par

V.I. Balbekov et I.A. Shukejlo

Traduit au CERN par A. Golovanoff

(Original : Russe)

(CERN Trans. 68-7)

Genève  
Mai 1968

## 1. Introduction

On considère dans le présent travail l'influence des écarts du champ magnétique de la distribution prévue, sur le mouvement des particules dans le synchrotron à protons de l'IFVE. Nous avons utilisé les résultats des mesures de contrôle du champ dans l'électro-aimant assemblé et certaines données d'essai sur stand, qui n'ont pas été répétées dans l'anneau. A partir de la distribution réelle du champ magnétique à certains niveaux-types (70 oe, 4000 oe, 12000 oe), on a pu préciser les principales caractéristiques dynamiques de l'accélérateur (orbite d'équilibre, effets paramétriques, fréquences des oscillations bétatroniques). Les calculs sont fondés sur la théorie des perturbations, la distribution projetée du champ <sup>/1/</sup> est prise pour point de départ.

Les principaux calculs ont été effectués sur la calculatrice électronique "MINSK-2". A l'heure actuelle, nous disposons d'une série de programmes assez universels, qui sont utilisés non seulement pour le traitement des mesures magnétiques, mais aussi dans les calculs de correction du champ, dans l'analyse des déformations des fondations, etc. En particulier, on peut effectuer l'analyse harmonique des perturbations dans la structure de l'électro-aimant, déterminer la forme de l'orbite fermée,

calculer les fonctions de Floquet, le déplacement des fréquences des oscillations bétatroniques, la largeur de la bande de résonance paramétrique. Les données initiales sont les différents écarts des valeurs prévues (du champ, du gradient, etc.), constants dans les limites d'une unité de l'électro-aimant.

Les mesures de calibration et de caractéristiques fournissent une information complète sur la distribution du champ magnétique dans l'accélérateur.

Au cours du processus de calibration magnétique des unités et des intervalles, on détermine la dispersion relative des champs intégrés et des gradients. Ainsi, la calibration donne des renseignements sur la non-homogénéité non-régulière du champ et du gradient dans l'électro-aimant annulaire. La distribution détaillée du champ et de ses dérivées dans les limites d'une seule unité est déterminée par les mesures de caractéristiques.

Les résultats de la calibration constituent les matériaux initiaux pour l'analyse des phénomènes résonants dans l'accélérateur. La dispersion des composantes radiales et axiales du champ, comme la dispersion du gradient, peuvent être représentées sous forme d'un ensemble de 120 nombres  $E_i^{(H)}$ ,  $E_i^{(G)}$  ( $i = 1, 2, \dots, 120$ ), qui caractérisent les écarts relatifs des champs dans les unités et dans

les deux intervalles adjacents à chaque unité. La dispersion relative du champ  $E_i^{(H)}$  détermine la forme de l'orbite fermée, la dispersion  $E_i^{(G)}$  permet de trouver la largeur de la bande de résonance paramétrique et les fréquences bétatroniques.

## 2. Orbite fermée

Pour que l'impulsion des particules corresponde au champ moyen, il faut poser :

$$\sum_{i=1}^{120} E_i^{(H)} = 0 \quad (2.1)$$

Les écarts maximaux de l'orbite fermée de l'axe de la chambre sont alors pratiquement égaux dans les deux sens.

L'orbite fermée est décrite par la formule :

$$r, z = \pm \frac{1}{WR} \left[ \frac{e^{i\mu_{r,z}M}}{1 - e^{i\mu_{r,z}M}} \int_0^L \frac{\Delta H_{z,r}}{H} \psi_{r,z}^* ds + \int_0^x \frac{\Delta H_{z,r}}{H} \psi_{r,z}^* ds \right] \psi_{r,z}(x) + \quad (2.2)$$

+ conjuguée complexe,

où  $r, z$  = écarts de l'axe de la chambre suivant le rayon et la hauteur,

$\frac{\Delta H_r}{H}$ ,  $\frac{\Delta H_z}{H}$  = perturbations égales à  $E_{ri}^{(H)}$ ,  $E_{zi}^{(H)}$  dans les limites d'une unité et nulles dans les intervalles des unités; autres notations conformes à /2/.

Pour une distribution azimutale donnée des perturbations du champ, les écarts de l'orbite dépendent fortement de la fréquence des oscillations bétatroniques.

Au début du cycle, la dispersion des champs des unités est déterminée principalement par la diversité de champs résiduels. Les déformations radiales maximales de l'orbite d'équilibre, d'après les données des mesures de calibrage des unités, s'élèvent à  $\pm 2,1$  cm lorsque le nombre d'oscillations par tour est conforme à la valeur du projet  $Q_r = 9,77$ .

Une non-homogénéité azimutale importante du champ, dont on n'a pas tenu compte lors de la calibration des unités, est introduite par les stations HF dont la disposition le long de l'anneau n'est pas régulière. Une partie du flux magnétique aux extrémités des unités est court-circuitée par les anneaux de ferrite des résonateurs, ce qui provoque une réduction du champ sur l'orbite dans les intervalles où se trouvent ces stations. Les déformations radiales de l'orbite atteignent  $\pm 1,5$  cm pour le champ d'injection; pour les champs moyens ou intenses, elles sont beaucoup plus petites, ce qui

s'explique par la pénétration prédominante de la ferrite par les champs résiduels (les topographies des champs de fuite résiduel ou dynamique sont différentes).

La dispersion des champs dans des intervalles géométriquement identiques, non occupés par divers équipements, se range dans les limites de précision des mesures ( $\pm 0,03$  % par unité magnétique).

La non-homogénéité azimutale du champ, d'après les données de calibration des unités et des intervalles, provoque des déformations radiales de l'orbite de  $\pm 3,0$  cm à la fréquence  $Q_r = 9,77$ .

La variation de la déviation maximale en fonction de la fréquence est représentée sur la Figure 1.

L'égalisation du champ de début de cycle suivant l'azimut sera obtenue par correction passive. Les circuits des enroulements complémentaires, qui entourent le conducteur magnétique de chaque unité, seront fermés par des résistances ohmiques, correspondant aux écarts concrets du champ dans chaque bloc. Le tableau de  $E_{zi}^{(H)}$  est donné en annexe.

Il faut remarquer que les mesures magnétiques dans l'anneau ont été faites dans les entrefers en l'absence de la chambre à vide.

Son influence sur la distribution du champ dans la zone occupée par le faisceau a été étudiée au banc d'essai. Le champ et le gradient correspondant à 70 oe sont réduits dans tous les blocs de 0,4 %, à l'exception de la zone d'injection, où la chambre est à parois épaisses et où cette réduction du champ et du gradient atteint 3,2 %. On a prévu à cet endroit une correction active individuelle du champ.

Les mesures de calibration aux champs moyens et intenses ont été faites seulement sur stand. Un sondage de vérification dans l'anneau a confirmé les résultats sur stand. D'après les données des mesures sur stand, les perturbations radiales de l'orbite d'équilibre ne dépassent pas  $\pm 1,0$  cm dans l'intervalle de fréquences  $9,5 < Q_r < 9,9$ .

Les mesures de calibration de la composante radiale du champ ont été faites seulement à 4000 oe. Les déformations verticales de l'orbite ne dépassent pas  $\pm 1,0$  cm. Pour le champ de début, les déformations verticales de l'orbite sont apparemment bien inférieures aux radiales.

Les déformations de l'orbite à l'injection, dues aux erreurs des mesures de calibration, sont estimées à  $\pm 1,0$  cm. Elles sont plusieurs fois plus petites aux champs moyens ou intenses.

3. Largeur de la bande de résonance paramétrique

La non-homogénéité azimutale non régulière du gradient provoque une résonance paramétrique, si le nombre des oscillations bétatroniques radiales ou verticales par révolution devient voisin d'une valeur entière ou demi-entière. La demi-largeur de la bande de résonance  $|P_k^{(r,z)}|$ , à l'intérieur de laquelle le mouvement est instable, est déterminée comme suit :

$$|P_k^{(r,z)}| = \frac{1}{L|a||w|} \left| \int_0^L \frac{\Delta G}{|G|} f_{r,z}^{*2} e^{-2\pi i k s/L} ds \right|. \quad (3.1)$$

où  $f_{r,z} = \varphi_{r,z} e^{-2\pi i Q s/L}$  = partie périodique de la fonction de Floquet;  $|a|$  = distance de l'orbite d'équilibre à l'asymptote.

Les calculs ont été effectués d'après les données de calibration dans l'anneau au niveau de 70 oe pour  $k = 19; 20$ , ce qui correspond aux bords de la zone de stabilité  $Q_{r,z} = 9,5; 10,0$ . Les résultats sont présentés dans le tableau :

H, $\vartheta$	$ P_{19}^{(r)} $	$ P_{19}^{(z)} $	$ P_{20}^{(r)} $	$ P_{20}^{(z)} $
70	0,023	0,029	0,012	0,015

Les particularités de construction du système de correction passive du champ sont telles que le gradient varie lorsque le champ varie et  $\frac{\delta|G|}{|G|} = \frac{\delta H}{H}$ . Le calcul montre que la régularisation du champ d'après les données du tableau, contenu en annexe, n'entraîne pas de changement sensible de la largeur des bandes. Cela signifie qu'il n'y a pratiquement aucune corrélation entre les écarts du champ et du gradient.

La demi-largeur de résonance paramétrique est déterminée principalement par les différences caractéristiques des gradients dans les unités fermées, où l'écart du gradient à 70 oe est en moyenne égal à  $\frac{\Delta|G|}{|G|} = 0,037$ . La compensation de cet écart à l'aide d'enroulements polaires réduit la demi-largeur de résonance aux valeurs :

H, oe	$ P_{19}^{(r)} $	$ P_{19}^{(2)} $	$ P_{20}^{(r)} $	$ P_{20}^{(2)} $
70	0,006	0,003	0,002	0,002

Ces grandeurs sont de l'ordre des erreurs dans des mesures magnétiques.

Aux champs moyens et intenses, la demi-largeur des bandes de résonance ne dépasse pas 0,004.

#### 4. Fréquences des oscillations bétatroniques des particules en équilibre

Les mesures magnétiques dans l'anneau ont permis de constater certains écarts caractéristiques des valeurs de projet de certains facteurs. Il s'agit, tout d'abord, des longueurs efficaces de champs et de gradient et des rapports du gradient au champ sur l'orbite d'équilibre. Ensemble avec les données de calibration, ces écarts caractéristiques permettent de préciser les fréquences des oscillations. Remarquons qu'il y a lieu de tenir compte de la calibration seulement aux champs faibles (70 oe). Pour des champs moyens et intenses, la dispersion des caractéristiques des unités est si faible que sa contribution aux fréquences bétatroniques peut être négligée.

Les corrections pour les fréquences bétatroniques sont calculées par la formule :

$$\Delta Q_{r,z} = \frac{L}{2\pi|W|} \langle |\psi_{r,z}|^2 \Delta \omega_{r,z}^2 \rangle, \quad (4.1)$$

où les parenthèses représentent une moyenne par révolution et où les coefficients de rigidité magnétique  $\omega_{r,z}^2$  peuvent être représentés sous la forme :

$$\omega_{r,z}^2 = \pm \frac{G}{HR} = \pm \frac{\dot{1}}{R\alpha} = \mp \frac{n}{R^2} . \quad (4.2)$$

Le gradient  $G$ , la distance à l'asymptote  $a$  et l'exposant de champ  $n$  changent de signe toutes les deux unités et, dans les blocs focalisants radialement, on a  $G > 0$ ,  $a > 0$ ,  $n < 0$ . On a pris pour valeurs de référence les valeurs calculées des fonctions de Floquet et des coefficients  $\omega_{r,z}^2 / 2$ ; toutes les déviations sont relatives à ce niveau.

Dans la suite, nous examinerons en particulier la contribution aux fréquences bétatroniques de chacun des écarts-types.

a) Déplacement des fréquences par suite des écarts des longueurs efficaces de champ des unités

La longueur efficace de champ d'une unité est définie comme :

$$l_{\text{eff}}^{(H)} = \frac{1}{H_0} \int H ds, \quad (4.3)$$

où  $H_0$  = champ moyen dans l'unité dans l'axe de la chambre, les extrémités de l'unité et les intervalles entre paquets étant exclus; l'intégration s'effectue suivant l'axe, le long de toute la zone où le champ de l'unité n'est pas nul. L'écart entre la longueur du champ et la longueur mécanique est dû au champ de fuite

aux extrémités des unités et aux chutes de champ entre les blocs <sup>magnétiques.</sup>  
On suppose ici que les écarts entre les longueurs efficaces et les longueurs prévues sont égaux pour toutes les unités. La valeur de l'écart-type dépend du champ.

Pour le calcul, nous appliquerons la formule  $\omega_{r,z}^2 = \pm 1/Ra$ , qui ne rend compte que des caractéristiques géométriques. Le champ magnétique assure une rotation de toutes les particules de  $2\pi$ , c'est-à-dire que :

$$2\pi R = \sum_{i=1}^{120} l_i^{(H)} \quad (4.4)$$

Pour un écart de longueur de chaque unité de  $\Delta l^{(H)}$  le rayon varie de  $\Delta R = \frac{60}{\pi} \Delta l^{(H)}$ . Aussi,

$$\Delta \omega_{r,z}^2 = \mp \frac{60 \Delta l^{(H)}}{\pi R^2 a} \quad (4.5)$$

Ainsi, pour une impulsion fixée des particules, l'augmentation de la longueur efficace du champ exige une réduction du champ et, donc, du gradient, ce qui provoque une diminution de la focalisation.

Les formules (4.1) et (4.5) déterminent le déplacement des fréquences :

$$\Delta Q_{r,z}^{(H)} = -\frac{360 \Delta \ell^{(H)}}{\pi^2 R^2 |a||W|} \left\{ \int_{(\varphi_{OK})} |\varphi|^2 ds - \int_{(g\varphi_{OK})} |\varphi_{r,z}|^2 ds \right\}. \quad (4.6)$$

où l'intégration s'effectue pour toutes les unités focalisantes ou défocalisantes de la superpériode. Numériquement, nous aurons :

$$\Delta Q_r^{(H)} \approx \Delta Q_z^{(H)} = -1,0 \Delta \ell^{(H)} (M) \quad (4.7)$$

Remarquons que le déplacement des fréquences ne dépend pas de la distribution concrète du champ dans les unités, mais seulement des longueurs efficaces.

On donne dans le tableau suivant les écarts  $\Delta Q_{r,z}^{(H)}$  pour cinq valeurs d'induction :

H, 3	70	150	4000	12000	12900
$\Delta Q_r^{(H)} = \Delta Q_z^{(H)}$	0,11	0,07	0.01	0.07	0.09

b) Déplacement des fréquences entraîné par la variation de la longueur suivant le gradient

Le gradient du champ magnétique diminue dans les intervalles entre blocs ainsi qu'aux extrémités des unités. Les

mesures magnétiques ont permis de déterminer les longueurs efficaces des intervalles entre blocs  $\Delta l_1^{(G)}$  et les contributions efficaces des extrémités des unités  $\Delta l_{2,3}^{(G)}$ . Ces valeurs étaient définies comme :

$$\Delta l_1^{(G)} = -\frac{1}{|G_0|} \int (|G_0| - |G|) ds : \quad (4.8)$$

$$\Delta l_{2,3}^{(G)} = \frac{1}{|G_0|} \int |G| ds. \quad (4.9)$$

où  $|G_0|$  est le gradient moyen dans l'unité sur l'axe de la chambre (les bords et intervalles étant exclus). L'intégration dans (4.8) s'effectue le long de l'axe de la chambre pour la zone de jonction de deux blocs, et dans (4.9) pour l'extrémité de l'unité. Dans la formule (4.9), le signe "-" signifie que la contribution effective de l'intervalle dans la valeur intégrale du gradient est négative.  $\Delta l_2^{(G)} \neq \Delta l_3^{(G)}$  du fait de particularités de construction de l'enroulement d'excitation de l'aimant. Les valeurs  $\Delta l_j^{(G)}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) sont prises égales pour toutes les unités; en outre, les  $\Delta l_1^{(G)}$  sont considérés égaux dans tous les intervalles entre blocs.

Dans ce cas, l'écart des coefficients  $\Delta \omega_{r,z}^2$  est égal à  $\omega_{r,z}^2$  dans les zones  $\Delta l_j^{(G)}$  et à zéro dans les autres régions. Nous en tirons, à l'aide de (4.1), le déplacement des fréquences bétatroniques:

$$\Delta Q_{r,z}^{(G)} = \frac{6}{\pi R |a| |w|} \sum_{j=1}^3 \left\{ \int_{(\Delta l_j^{(G)} \text{ foc.})} |\varphi_{r,z}|^2 ds - \int_{(\Delta l_j^{(G)} \text{ defoc.})} |\varphi_{r,z}|^2 ds \right\}. \quad (4.10)$$

L'intégration s'effectue suivant les zones  $\Delta l_j^{(G)}$  pour toutes les unités focalisantes et défocalisantes de la superpériode. Numériquement,

$$\Delta Q_r^{(G)} \approx \Delta Q_z^{(G)} = 4,8 \Delta l_1^{(G)} + 0,4 (\Delta l_2^{(G)} + \Delta l_3^{(G)}), \quad (4.11)$$

où  $\Delta l_j^{(G)}$  est mesuré en mètres. Remarquons que les principales contributions sont introduites par les chutes du gradient entre les blocs. Cela est lié à une modulation sensible de la fonction de Floquet le long d'une unité. Les grandeurs  $|\varphi_{r,z}|^2$  atteignent leur maximum au milieu des unités focalisantes et leur minimum au milieu des unités défocalisantes; elles sont approximativement égales aux extrémités de toutes les unités. C'est pourquoi les contributions des extrémités des unités focalisantes et défocalisantes se compensent dans une grande mesure.

Dans le tableau suivant, on donne les déplacements des fréquences pour cinq intensités de champ :

H, $\mathfrak{D}$	70	150	4000	12000	12900
$\Delta Q_r^{(G)} = \Delta Q_z^{(G)}$	-0,16	-0,12	-0,06	-0,12	-0,14

c) Déplacement des fréquences entraîné par un écart de l'exposant de champ

D'après (4.2), les grandeurs  $\Delta\omega_{r,z}^2$ , lors d'un écart de l'exposant de champ de la valeur projetée, sont de la forme :

$$\Delta\omega_{r,z}^2 = \mp \frac{n}{R^2} \frac{\Delta|n|}{|n|} \quad (4.12)$$

Les écarts de l'exposant de champ sont sensiblement différents pour les unités ouvertes ou fermées. Toutefois, ils sont pratiquement égaux à l'intérieur de chaque groupe, sauf avec le champ de début de cycle. C'est pourquoi les déplacements des fréquences bêta-troniques peuvent s'écrire sous la forme :

$$\Delta Q_{r,z} = \frac{1}{2\pi R |a||w|} \left\{ \left( \frac{\Delta|n|}{|n|} \right)_{\text{ouv.}} \left[ \int_{\text{foc.ouvert}} |\psi_{r,z}|^2 ds - \int_{\text{défoc.ouvert}} |\psi_{r,z}|^2 ds \right] + \left( \frac{\Delta|n|}{|n|} \right)_{\text{fermé}} \left[ \int_{\text{foc.fermé}} |\psi_{r,z}|^2 ds - \int_{\text{défoc.fermé}} |\psi_{r,z}|^2 ds \right] \right\}, \quad (4.13)$$

où l'intégration s'effectue pour toutes les unités de l'anneau.

Numériquement,

$$\Delta Q_r \approx \Delta Q_z = 8,4 \left( \frac{\Delta|n|}{|n|} \right)_{\text{ouvert}} + 2,0 \left( \frac{\Delta|n|}{|n|} \right)_{\text{fermé}} \quad (4.14)$$

Les résultats du calcul sont rassemblés au tableau suivant :

H, $\vartheta$	70	150	4000	12000	12900
$\Delta Q_r^{(n)} = \Delta Q_z^{(n)}$	0,10	0,01	0,00	-0,08	-0,15

Les importants déplacements des fréquences en fin de cycle s'expliquent par la saturation des pôles dans la partie étroite de l'entrefer. C'est cet effet précisément qui limite l'énergie maximale des particules.

d) Déplacement des fréquences aux champs faibles par suite de la dispersion de calibration du gradient

Avec un champ de 70 oe, on constate une dispersion sensible des gradients dans les différentes unités, si bien que la formule (4.13), qui ne tient compte que des différentes caractéristiques des unités ouvertes et fermées, devient trop grossière. Nous obtiendrons des résultats plus précis en portant dans (4.1) les données des mesures de calibration. Il faut ici normaliser les écarts du gradient compte tenu de (2.1), puisque la variation du niveau de champ à une distance invariable de l'asymptote entraîne

une variation du gradient.

La relation entre les écarts du champ et du gradient <sup>de</sup> s'établit à l'aide de la mesure  $|a|$  dans l'une des unités que nous marquerons de l'indice  $(\nu)$ . Si  $|a_\nu|$  est différent de la valeur projetée  $|a_0|$  de  $\Delta|a_\nu|$ , et si le champ, lors de la normalisation suivant (2.1), est caractérisé par l'écart  $\varepsilon_{z\nu}^{(H)}$ , l'écart du gradient dans cette unité doit être :

$$\varepsilon_\nu^{(G)} = \varepsilon_\nu^{(H)} - \frac{\Delta|a_\nu|}{|a_0|} \quad (4.15)$$

Dans les autres unités de l'anneau, les écarts relatifs du gradient sont déterminés compte tenu des données de calibration et de la condition (4.15). La contribution des perturbations du gradient à la fréquence est déterminée par la fonction :

$$(\Delta\omega_{r,i}^2)_i = \pm \frac{G}{HR} (\varepsilon_i^{(G)} - \varepsilon_\nu^{(G)}) \quad (4.16)$$

et par la formule (4.1).

On a fait les calculs pour deux cas : avec et sans correction passive. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

	$\Delta Q_r^{(K)}$	$\Delta Q_z^{(K)}$
sans correction	0,08	0,11
avec correction	0,07	0,10

A la différence de tous les effets caractéristiques, la dispersion de calibration du gradient est telle que  $\Delta Q_r \neq \Delta Q_z$ . La calibration n'a pas été effectuée pour un champ de 150 oe. Pour les champs moyens ou intenses, le déplacement des fréquences peut être négligé.

e) Déplacement total des fréquences betatroniques

Compte tenu de l'influence de tous les facteurs, nous trouvons que pour le champ de début de cycle les fréquences betatroniques sont égales à :

	$\Delta Q_r$	$\Delta Q_z$	$Q_r$	$Q_z$
sans correction	0,03	0,06	9,80	9,76
avec correction	0,02	0,05	9,79	9,75

Valeurs de calcul des fréquences :  $Q_r = 9,77$ ;  $Q_z = 9,70$ .

Les résultats des calculs pour des champs moyens ou intenses sont représentés sur la Figure 2. On a aussi utilisé ici les données des mesures caractéristiques pour des valeurs intermédiaires de l'intensité qui ne figurent pas dans le tableau. Il apparaît dans ce graphique que  $Q_z$  coupe la ligne de résonance paramétrique pour  $H = 12,9$  koe. Ainsi, de ce point de vue, l'accélération est possible jusqu'à une énergie de 75 GeV. La précision avec laquelle les fréquences bétatroniques sont trouvées est déterminée par les erreurs des mesures magnétiques; elle est estimée à  $\pm 0,06$  pour le champ de début de cycle, à  $\pm 0,03$  pour les champs moyens ou intenses.

##### 5. Fréquence des oscillations à des particules non en équilibre

1. Si l'impulsion diffère de  $\Delta p$  de la valeur d'équilibre  $p$ , les fréquences des oscillations bétatroniques s'écartent des valeurs trouvées précédemment même dans un champ linéaire.

Ces écarts sont définis par la fonction :

$$\Delta \omega_{r,z}^2 = \mp \frac{1}{R\alpha} \frac{\Delta p}{p} . \quad (5.1)$$

ce qui donne, d'après (4.1) :

$$\Delta Q_{r,z}^{(\text{lin.})} = -10,6 \frac{\Delta p}{p} . \quad (5.2)$$

2. Dans un champ avec une non-linéarité quadratique, les particules non en équilibre acquièrent un déplacement de fréquence supplémentaire :

$$\Delta Q_{r,z}^{(KB)} = \pm \frac{\Delta p/p}{\pi R b_r^2 |W|} \int_0^L \frac{H_{KB}}{H} \psi |\varphi_{r,z}|^2 ds . \quad (5.3)$$

Ici,  $H_{KB}$  est l'addition quadratique au champ linéaire à une distance  $b_r = 8,5$  cm de l'axe de la chambre,  $\psi$  est une fonction périodique qui définit la forme de l'orbite instantanée de la particule non en équilibre. Numériquement :

$$\Delta Q_{r,z}^{(KB)} = \pm 1 \cdot 10^4 \frac{H_{KB}}{H} \frac{\Delta p}{p} . \quad (5.4)$$

On suppose que la non-linéarité est identique dans toutes les unités.

La non-linéarité quadratique est **aux champs faibles** déterminée principalement par les courants de Foucault induits dans les parois de la chambre à vide, et aux champs forts par la saturation des pôles de l'aimant.

3. La non-linéarité cubique du champ introduit aussi une dépendance de la fréquence en fonction de l'impulsion, quadratique suivant  $\Delta p/p$  :

$$\Delta Q_{r,z}^{(\kappa\gamma\delta)} = \pm \frac{3(\Delta p/p)^2}{2\pi R \delta_r^3 |W|} \int_0^L \frac{H_{\kappa\gamma\delta}}{H} \psi^2 |\varphi_{r,z}|^2 ds. \quad (5.5)$$

Pour la non-linéarité qui a été révélée par les données des mesures magnétiques, seul le déplacement radial des fréquences est sensible. Cela est lié aux particularités de la fonction sous intégrale: les maxima de  $\psi$  coïncident avec les maxima de  $|\varphi_r|^2$ .  
Numériquement :

$$\Delta Q_r^{(\kappa\gamma\delta)} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{H_{\kappa\gamma\delta}}{H} \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2, \quad (5.6)$$

si la valeur absolue de la non-linéarité est la même dans toutes les unités.

4. Remarquons encore un effet, conditionné par les particularités de construction de l'aimant. Comme la hauteur de l'entrefer dépend du rayon, les longueurs de champ et de gradient efficaces des unités sont fonction du rayon. En première approximation, les longueurs efficaces peuvent être considérées comme des fonctions linéaires du rayon :

$$\begin{aligned} \ell_{\partial\Phi\Phi}^{(H)}(r) &= \ell_{\partial\Phi\Phi}^{(H)}(0) \pm \beta^{(H)} r; \\ \ell_{\partial\Phi\Phi}^{(G)}(r) &= \ell_{\partial\Phi\Phi}^{(G)}(0) \pm \beta^{(G)} r. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Le signe + s'applique aux unités focalisant radialement et le signe - aux unités défocalisant radialement.

Les variations des longueurs efficaces de champ de deux unités voisines sont de signes contraires; les estimations montrent que la variation des longueurs efficaces de champ en fonction du rayon peut être négligée.

Les variations des longueurs de gradient de deux unités voisines sont aussi de signes contraires, toutefois le gradient lui-même change de signe lorsqu'on passe d'une unité à une unité voisine. C'est pourquoi l'effet du gradient s'additionne le long de l'anneau et devient, en fait, équivalent à l'effet d'une non-linéarité quadratique concentrée aux extrémités des blocs.

Si nous supposons qu'une particule a une coordonnée radiale  $r$  par suite de l'écart de son impulsion de la valeur d'équilibre :  $r = \psi \frac{\Delta p}{p}$ , nous obtiendrons le déplacement des fréquences sous la forme :

$$\Delta Q_{r,z}^{(kp)} = \mp 8 |\beta^{(G)}| \frac{\Delta p}{p}, \quad (5.8)$$

où  $|\beta^{(G)}|$  dépend de l'intensité du champ.

La variation des fréquences en fonction de l'impulsion est représentée graphiquement sur la Figure 3. Comme la demi-hauteur de la séparatrice pour le champ de début de cycle est égale à  $(\Delta p/p)_{\max} = 4 \cdot 10^{-3}$ , une correction de la non-linéarité est indispensable. Pour des inductions élevées, les non-linéarités limitent sensiblement la largeur radiale de la zone dans laquelle le mouvement est stable. L'envoi du faisceau accéléré sur une cible interne au moyen d'une altération de la correspondance entre la haute fréquence et le champ magnétique est possible, sans correction de la non-linéarité, seulement dans les limites étroites  $- 2,0 \text{ cm} < r < 1,5 \text{ cm}$  avec  $H = 12 \text{ koe}$ .

#### CONCLUSIONS

1. Il est établi que des non-homogénéités azimuthales importantes du champ magnétique et du gradient se produisent seulement au début du cycle d'accélération. Elles sont conditionnées principalement par la dispersion des champs résiduels des unités. Les écarts radiaux de l'orbite fermée sont plus importants que les écarts verticaux et s'élèvent à  $\pm 3 \text{ cm}$  dans le champ de début du cycle. Une correction assez simple, d'après les données des mesures magnétiques, permet de réduire ces écarts à  $\pm 1 \text{ cm}$ , ce qui est de l'ordre des erreurs de mesure. Aux champs moyens et intenses, les déformations de l'orbite ne dépassent pas  $\pm 1 \text{ cm}$ .

2. La demi-largeur de la bande de résonance paramétrique pour le champ de début de cycle atteint 0,03 (en nombre d'oscillations par tour). Lorsque la totalité de la séparatrice est occupée, les effets paramétriques peuvent provoquer une perte de particules. La réduction de gradient dans les unités fermées à l'aide d'enroulements polaires de 3,7 % (pour une correction passive de champ de 3,1 %) réduit la demi-largeur à 0,005. Pour les champs moyens et intenses, la demi-largeur de la bande de résonance ne dépasse pas 0,004.
  
3. Les fréquences des oscillations bétatroniques sont à l'intérieur de la fourchette de travail  $9,5 < Q_{r,z} < 10,0$  pendant toute la durée du cycle. Dans le diapason d'induction  $H = 300 - 11000$  oe, elles sont pratiquement constantes et égales à  $Q_r = 9,72$ ;  $Q_z = 9,65$ . Pour  $H > 11000$  oe, le gradient du champ magnétique diminue par suite de la saturation des pôles de l'aimant, ce qui entraîne une réduction des fréquences bétatroniques. C'est cet effet précisément qui détermine l'énergie limite des particules. La résonance dangereuse  $Q_z = 9,5$  se manifeste lorsque  $H = 12900$  oe, ce qui correspond à une énergie des particules de 75 GeV.
  
4. La non-linéarité quadratique pour le champ de début d'accélération est conditionnée principalement par les courants de Foucault dans les parois de la chambre. Si la séparatrice est totalement occupée,

la non-linéarité provoque des fluctuations de fréquence dans les limites 9,6 + 9,9. Le déphasage possible entre la fréquence de la tension accélératrice et le champ sur l'orbite augmente le déplacement des fréquences, si bien que le point de travail peut sortir des limites de la zone de stabilité. Une correction de la non-linéarité quadratique sera apparemment nécessaire pour atteindre l'intensité prévue dans le projet.

-----

Les auteurs expriment leur reconnaissance à I.A. Mozalevskij et à I.Ya. Korol'kov pour l'information complète sur les mesures magnétiques qu'ils ont fournies et pour les fructueuses discussions qu'ils ont eues ensemble, ainsi qu'à T.M. Smirnova qui a effectué les calculs sur l'ordinateur.

#### REFERENCES

1. E.K. Tarasov, V.V. Vladimirkij, D.G. Koshkarev: "Caractéristiques prévues du synchrotron à protons de 60-70 GeV". Preprint ITEP 232, M. 1964 (traduit au CERN par N. Mouravieff).

Tableau des écarts relatifs de la composante verticale du champ dans le plan médian, d'après les données de calibration des unités et des intervalles pour 70 oe.

N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_1^{(M)\%}$	N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_2^{(M)\%}$	N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_3^{(M)\%}$	N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_4^{(M)\%}$	N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_5^{(M)\%}$	N <sup>o</sup> unité	$\varepsilon_6^{(M)\%}$
I	-0,03	21	-0,07	41	+0,15	61	-0,09	81	-0,15	101	-0,13
2	+0,33	22	-0,01	42	+0,18	62	-0,39	82	-0,21	102	-0,07
3	0	23	+0,15	43	-0,02	63	-0,09	83	-0,11	103	+0,06
4	+0,08	24	+0,10	44	-0,04	64	-0,34	84	-0,13	104	+0,20
5	+0,10	25	+0,19	45	-0,15	65	-0,19	85	-0,27	105	+0,02
6	+0,15	26	+0,15	46	-0,10	66	-0,47	86	-0,07	106	-0,01
7	+0,05	27	+0,20	47	-0,02	67	-0,21	87	+0,04	107	+0,01
8	+0,06	28	+0,10	48	+0,07	68	-0,34	88	-0,17	108	+0,02
9	-0,03	29	+0,15	49	-0,19	69	-0,25	89	-0,04	109	+0,13
10	-0,27	30	+0,07	50	-0,27	70	-0,25	90	-0,22	110	-0,05
11	-0,17	31	+0,18	51	-0,24	71	-0,30	91	-0,25	111	-0,11
12	-0,13	32	+0,20	52	-0,35	72	-0,27	92	-0,34	112	-0,12
13	-0,15	33	-0,04	53	-0,32	73	-0,33	93	-0,28	113	+0,06
14	+0,07	34	-0,20	54	-0,28	74	-0,12	94	-0,10	114	-0,02
15	+0,18	35	+0,17	55	-0,32	75	-0,16	95	-0,25	115	+0,06
16	+0,27	36	+0,04	56	-0,29	76	-0,21	96	-0,31	116	+0,01
17	-0,27	37	+0,26	57	-0,39	77	-0,13	97	-0,03	117	+0,04
18	-0,06	38	+0,07	58	-0,37	78	-0,21	98	-0,05	118	+0,23
19	-0,13	39	-0,07	59	-0,40	79	-0,10	99	-0,02	119	-0,04
20	-0,06	40	+0,09	60	-0,56	80	+0,01	100	-0,04	120	+0,35

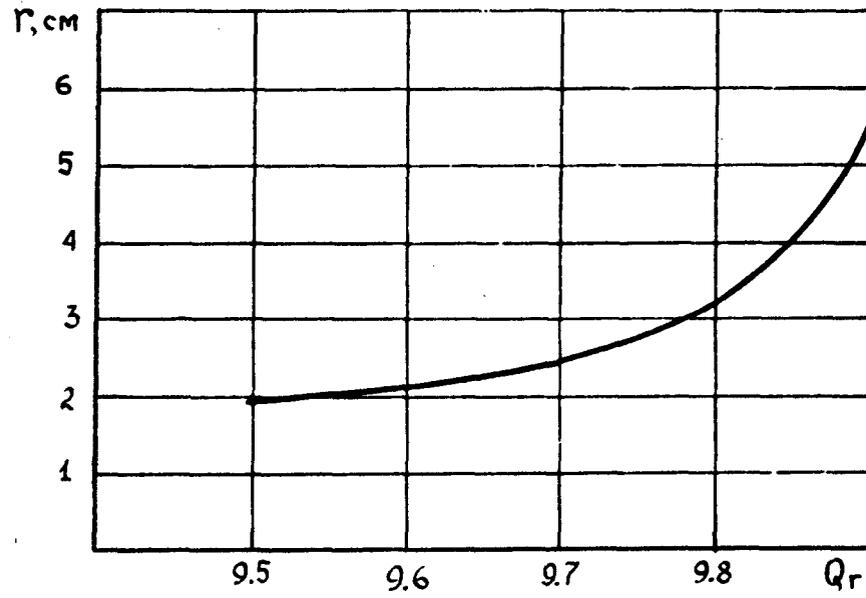


Fig. 1 : Ecart maximal de l'orbite d'équilibre de l'axe de la chambre, en fonction de la fréquence des oscillations bétatroniques.

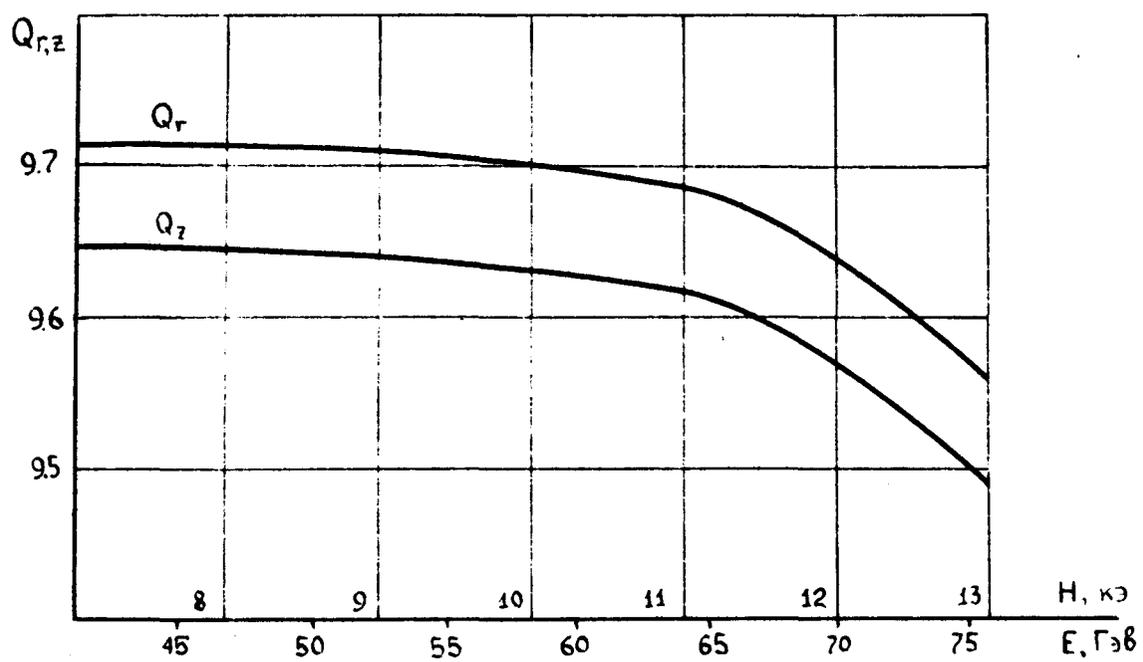
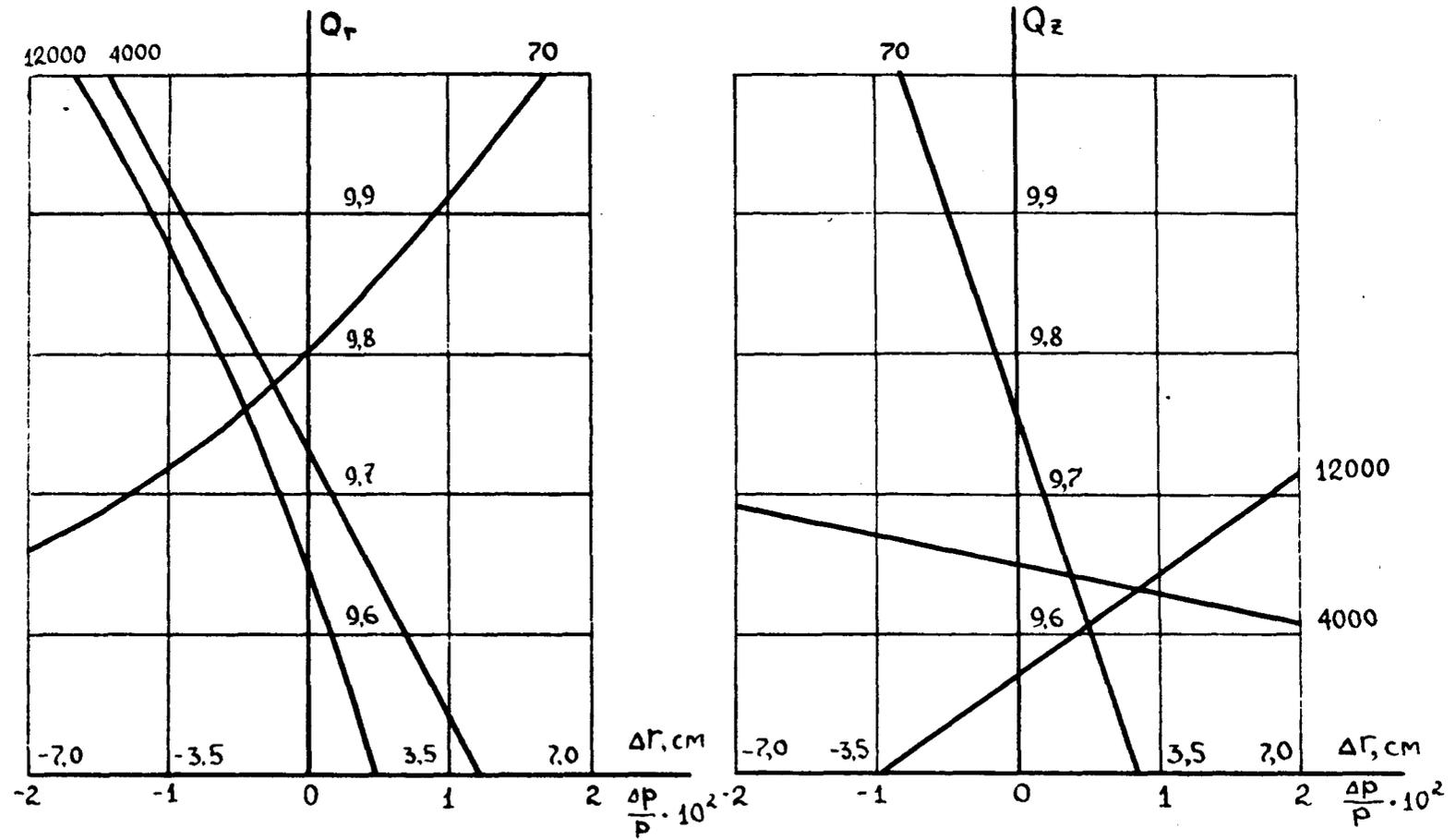


Fig. 2 : Fréquences des oscillations bétatroniques pour différentes intensités du champ.



**Fig. 3** : Variation de la fréquence des oscillations bétatroniques en fonction de l'impulsion pour différentes valeurs du champ magnétique.