

INSTITUT DE PHYSIQUE DES HAUTES ENERGIES, SERPUKHOV  
Rapport IFVE SEF 71-5

CERN LIBRARIES, GENEVA



CM-P00100696

EPAISSEUR OPTIMALE DE L'ABSORBEUR

S.P. Denisov et D.N. Stoyanova

Serpukhov 1971

Traduit au CERN par F. Quanquin

(Original: russe)

Révisé par N. Mouravieff

(CERN Trans. 71-44)

Genève

Décembre 1971

La mesure des sections efficaces d'absorption et des sections efficaces totales d'interaction des particules est un problème très courant en physique nucléaire et en physique des hautes énergies. Pour effectuer ces mesures on utilise habituellement la méthode des particules qui quittent le faisceau dans des conditions de bonne géométrie. La figure 1 illustre schématiquement une expérience de ce genre. Le flux de particules heurtant une cible à substance absorbante G est évalué à l'aide du compteur S. Un petit détecteur T enregistre les particules qui ont traversé la cible sans interaction. Outre la substance agissante pour laquelle on détermine la section efficace, la cible peut contenir des impuretés. C'est ainsi que pour mesurer la section efficace totale de l'interaction entre des particules et de l'hydrogène on a parfois recours à un absorbeur à polyéthylène ( $\text{CH}_2$ ).

Si la cible a été heurtée par  $N_f$  particules, pendant le même temps le compteur T enregistrera

$$M_f = g N_f \exp \left( - \frac{l}{\lambda_i} \right) \quad (1)$$

événements. Dans cette formule  $l$  représente l'épaisseur de la cible,  $\lambda_i$  le libre parcours moyen des particules jusqu'à l'instant de l'interaction avec la substance agissante de la cible;  $\lambda_i = 1/\sigma_i n_0$  où  $\sigma$  représente la section efficace de l'interaction en  $\text{cm}^2$  et  $n_0$  le nombre de noyaux de substance agissante par  $\text{cm}^3$  de matière absorbante. Dans la formule (1) le coefficient rend compte de l'atténuation du faisceau due à la désintégration et à l'interaction des particules entre les détecteurs S et T, en plus de l'absorption dans la substance agissante de la cible.

Pour déterminer le coefficient  $g$  on effectue généralement des mesures avec un modèle d'absorbeur "à fond parasite" dépourvu de substance agissante. Si le passage des particules dans la substance agissante de la cible n'influe pas sur la vitesse de leur désintégration, la section efficace de l'interaction ou l'efficacité d'enregistrement par le compteur T (on peut par exemple négliger les pertes d'énergie dues à l'ionisation) on obtient

$$g = M_e / N_e , \quad (2)$$

où  $M_e$  et  $N_e$  représentent respectivement les vitesses de comptage des détecteurs T et S après remplacement de l'absorbeur par un "modèle à fond parasite". Le coefficient peut s'écrire sous la forme:

$$g = g_0 \exp\left(-\frac{\ell}{\lambda_t}\right). \quad (3)$$

Dans cette formule  $g_0$  rend compte de l'absorption et de la désintégration des particules dans les intervalles  $x_1$  et  $x_2$  séparant les compteurs et l'absorbeur (fig. 1) et  $\frac{1}{\lambda_t} = \frac{1}{\lambda_c} + \frac{1}{\lambda_d}$  où  $\lambda_d$  et  $\lambda_c$  représentent les longueurs du libre parcours des particules respectivement jusqu'à la désintégration et l'interaction avec les impuretés de la cible. Pour la suite de cette étude, on suppose négligeable la variation de  $g_0$  en fonction de l'épaisseur de la cible  $\ell$ .

Des relations (1) et (2) on déduit

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\ell} \ln \frac{M_e / N_e}{M_f / N_f}. \quad (4)$$

Comme les valeurs  $N$  et  $M$  sont soumises à la distribution binominale et que, d'ordinaire  $N, M \gg 1$  et  $N - M \gg 1$  la dispersion de  $\lambda_i^{-1}$  est égale à

$$D\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) = \frac{1}{\ell^2} \left[ \frac{1}{M_f} \left(1 - \frac{M_f}{N_f}\right) + \frac{1}{M_e} \left(1 - \frac{M_e}{N_e}\right) \right] \quad (5)$$

ou, en utilisant (1) - (3) à

$$D\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) = \frac{1}{\ell^2} \left[ \frac{1}{N_f} \left(\frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda} - 1\right) + \frac{1}{N - N_f} \left(\frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda_t} - 1\right) \right], \quad (6)$$

$$N = N_e + N_f ,$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_i} + \frac{1}{\lambda_t} .$$

La distribution optimale de l'intensité totale entre les mesures effectuées avec une cible et un modèle "à fond parasite", correspondant au minimum de la dispersion (6), s'obtient par la relation

$$\frac{N_f}{N_e} = \left[ \left( \frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda} - 1 \right) / \left( \frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda_t} - 1 \right)^{1/2} \right]. \quad (7)$$

Lorsque l'égalité (7) est satisfaite, l'erreur quadratique moyenne s'exprimera sous la forme:

$$\delta = \sqrt{D\left(\frac{1}{\lambda_i}\right)} = \frac{1}{\ell \sqrt{N}} \left[ \left( \frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda} - 1 \right)^{1/2} + \left( \frac{1}{g_0} e^{\ell/\lambda_t} - 1 \right)^{1/2} \right]. \quad (8)$$

La valeur minimum de  $\delta$  s'obtient lorsque  $\ell_0$  satisfait l'équation

$$f\left(\frac{\ell_0}{\lambda}\right) = -f\left(\frac{\ell_0}{\lambda_t}\right), \quad (9)$$

$$f\left(\frac{\ell_0}{\lambda}\right) = \left( \frac{1}{g_0} e^{\ell_0/\lambda} - 1 \right)^{-1/2} \left[ \frac{1}{g_0} e^{\ell_0/\lambda} \left( 1 - \frac{\ell_0}{2\lambda} \right) - 1 \right].$$

De la formule (9) il ressort que la valeur optimale de  $\ell/\lambda$  dépend uniquement de  $g_0$  et du rapport  $\lambda/\lambda_t$ . Ces dépendances sont illustrées par la fig. 2.

Il est intéressant de considérer les cas particuliers suivants:

1. On peut négliger l'atténuation du faisceau qui n'est pas liée à l'absorption des particules dans la substance agissante de la cible ( $\lambda_t \rightarrow \infty$ ,  $\lambda = \lambda_i$ ,  $g_0 \rightarrow 1$ ).

Dans ce cas, le plus propice aux mesures

$$\delta\left(\frac{1}{\lambda_i}\right) = \frac{1}{\ell \sqrt{N}} \left( e^{\ell/\lambda_i} - 1 \right)^{1/2} \quad (10)$$

et l'épaisseur optimale de la cible est déterminée par l'égalité

$$\frac{\ell_0}{\lambda_i} = 1,60 . \quad (11)$$

Pour l'épaisseur optimale de la cible, l'erreur relative  $\Delta_{\min}$  est égale à

$$\Delta_{\min} = \lambda_i \delta_{\min} \left( \frac{1}{\lambda_i} \right) = \frac{\delta_{\min}(\sigma)}{\sigma} = \frac{1,24}{\sqrt{N}} . \quad (12)$$

La formule (12) représente l'erreur la plus faible à laquelle on puisse arriver dans la mesure des sections efficaces d'absorption pour un flux total  $N$  donné de particules. La fig. 3 (courbe inférieure) illustre la variation de

$$\Delta \sqrt{N} = \frac{\lambda_i}{\ell} ( e^{\ell/\lambda_i} - 1 )^{1/2} \quad (13)$$

en fonction de  $\ell/\lambda_i$ . De cette figure il ressort que la condition (11) n'est pas très astreignante: lorsque l'épaisseur de la cible n'est plus que le tiers de l'épaisseur optimale et avec le même flux  $N$ , l'erreur augmente seulement de 30%.

2. Si, d'une part, la cible ne contient pas d'impuretés et qu'on peut négliger la désintégration des particules qui s'y produit ( $\lambda_t \rightarrow \infty$ ,  $\lambda = \lambda_i$ ) mais, d'autre part, l'atténuation du faisceau entre les compteurs et la cible est très forte ( $g_0 \rightarrow 0$ ), les relations correspondant à (10), (11), (12) prennent la forme

$$\delta \left( \frac{1}{\lambda_i} \right) = \frac{1}{\ell \sqrt{g_0 N}} ( e^{\ell/2\lambda_i} + 1 ), \quad (14)$$

$$\frac{\ell}{\lambda_i} = 2,56 \quad (15)$$

$$\Delta_{\min} = \lambda_i \delta_{\min} = \frac{1,80}{\sqrt{g_0 N}} . \quad (16)$$

Le choix des dimensions optimales de la cible dans ce cas est étudié en détail dans la monographie <sup>/1/</sup>, et l'ouvrage <sup>/2/</sup> considère la question du temps optimal des mesures.

3. Dans le cas où  $\lambda_t \rightarrow \infty (\lambda = \lambda_i)$  et  $0 < g_0 < 1$  la valeur optimale de  $l/\lambda_i$  dépend de  $g_0$  : elle tombe de 2,56 à 1,60 lorsque  $g_0$  passe de 0 à 1 (fig. 4). La variation du rapport  $\Delta(g_0)/\Delta(g_0 = 1)$  en fonction de  $g_0$  lorsque l'épaisseur de la cible est optimale pour la valeur de  $g_0$  donnée est illustrée par la fig. 5. Il convient de noter l'augmentation rapide de ce rapport lorsque  $g_0$  diminue. Par exemple, quand  $g_0$  passe de 1 à 0,95 (une diminution de 5%),  $\Delta(g_0)/\Delta(g_0 = 1)$  augmente de 13%. Il s'ensuit que pour obtenir, lorsque  $g_0 = 0,95$ , la même précision que dans des conditions idéales le flux de particules doit être  $\sim 1,3$  fois plus élevé. On peut évaluer à l'aide des courbes de la fig. 3 le nombre  $N$  de particules nécessaire pour obtenir une précision donnée  $\Delta$  pour une épaisseur  $l$  de la cible et une longueur  $\lambda_i$  du libre parcours.

Nous examinerons deux exemples concrets de choix des dimensions optimales de l'absorbeur dans le cas général.

1. Mesure de la section efficace totale de l'interaction entre des antiprotons et des protons  $\sigma_t(\bar{p}p)$  par la méthode différentielle  $CH_2-C$  pour une quantité de mouvement de 40 GeV/c.

Les sections efficaces totales de l'interaction entre des antiprotons et des protons et des noyaux de carbone s'établissent respectivement à  $\sim 45$  mbarn et  $\sim 340$  mbarn <sup>/3,4/</sup>. Pour une densité de polyéthylène de  $0,92$  g/cm<sup>3</sup> les longueurs de libre parcours sont:  $\lambda_i = 280$  cm,  $\lambda_t = \lambda_c = 74$  cm,  $\lambda = 58,5$  cm. Si on néglige l'atténuation du faisceau en dehors de la cible ( $g_0 = 1$ ) l'épaisseur optimale de l'absorbeur s'établit à 103 cm d'après les courbes de la figure 2. Pour mesurer la section efficace  $\sigma_t(\bar{p}p)$  à 1% près, il faut disposer d'un flux d'antiprotons  $N = 1,2 \cdot 10^6$  soit presque 80 fois plus important que dans le cas où  $\lambda_t \rightarrow \infty$  et  $g_0 = 1$ .

2. Mesure de  $\sigma_t(\Sigma^- p)$  à 20 GeV/c sur une cible à hydrogène liquide.

Pour des particules de 20 GeV/c  $\lambda_t = \lambda_d(\Sigma^-) = 75$  cm. Si on adopte les valeurs suivantes:  $\sigma_t(\Sigma^- p) \sim 40$  mbarn et  $g_0 = 0,5$ , on obtient  $\lambda_i \approx 600$  cm,  $\lambda \approx 67$  cm et  $\lambda/\lambda_t \approx 0,89$ . A l'aide de la fig. 2 nous trouvons:  $l_0/\lambda = 1,94$ ; en conséquence, la dimension optimale de la cible à hydrogène liquide est 1,3 m. Les calculs effectués selon la formule (8) montrent que dans ce cas il faut  $6 \cdot 10^5$  hypérons pour mesurer  $\sigma_t(\Sigma^- p)$  avec une erreur statistique de  $\sim 5\%$ .

L'exigence d'une erreur statistique minimum n'est pas le seul élément à considérer pour déterminer la dimension de l'absorbeur. Il est cependant impossible de ne pas en tenir compte lors du choix de la cible.

B i b l i o g r a p h i e

1. L. Janossy, Theory and practice of the Evaluation of Measurements. Oxford, University Press, 1965  
(traduction russe de L. Yanoshi, Traitement théorique et pratique des résultats des mesures, M. "Mir", 1968).
2. A.I. Petrukhin, Yu. D. Prokoshkin, PTE No.6, 155, 1967.
3. J.V. Allabi, Yu. B. Bushnin, Yu. P. Gorin, S.P. Denisov, J. Giacomelli, A.N. Diddens, R.V. Dobinson, S.V. Donskov, A. Klovning, A.I. Petrukhin, Yu. D. Prokoshkin, K.A. Stolbrandt, D.A. Stojanova, R.S. Shuvalov, Ya.F. 12, 538, 1970.
4. G. Belletini, G. Cocconi, A.N. Diddens, E. Lillethun, G. Mathiae, J.P. Scanlon, A.M. Wetherell, Nucl. Phys. 79, 609, 1966.

19 janvier 1971



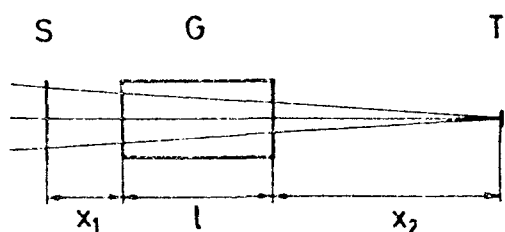


Figure 1: Schéma illustrant la mesure des sections efficaces d'absorption et des sections efficaces totales d'interaction selon la méthode des particules qui quittent le faisceau dans des conditions de bonne géométrie (S et T - détecteurs de particules, G cible à substance absorbante).

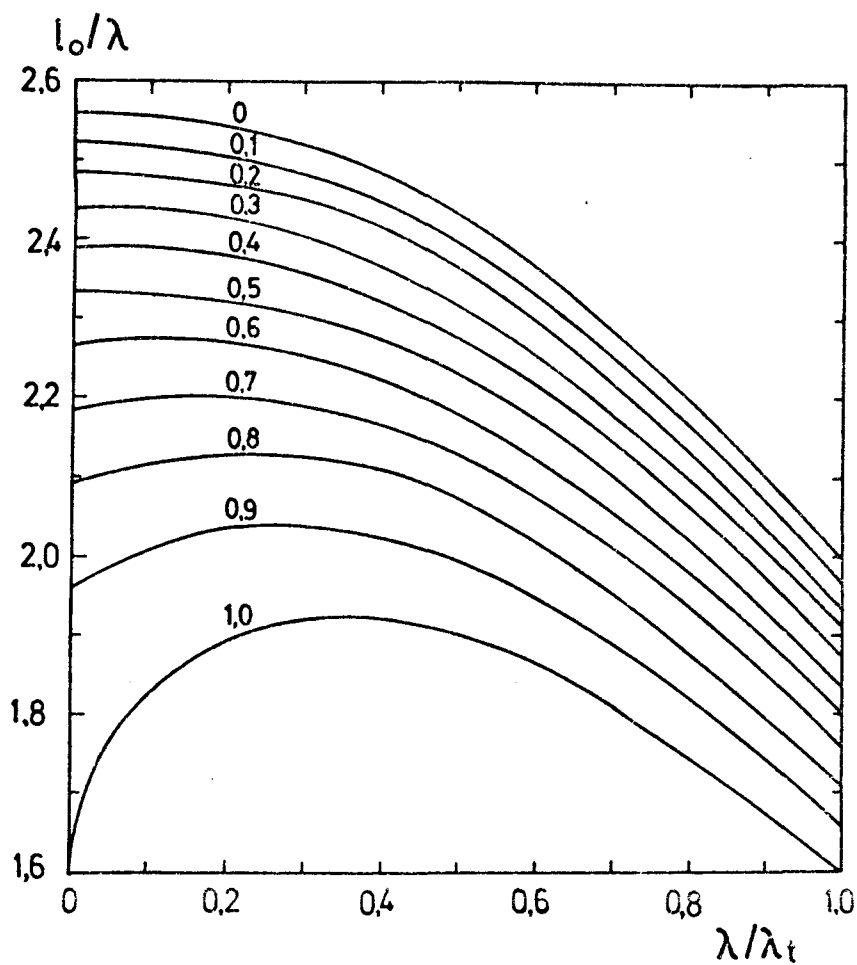


Fig. 2. Variation des dimensions optimales de la cible en fonction du rapport  $\lambda/\lambda_t$  pour diverses valeurs de  $g_0$ .

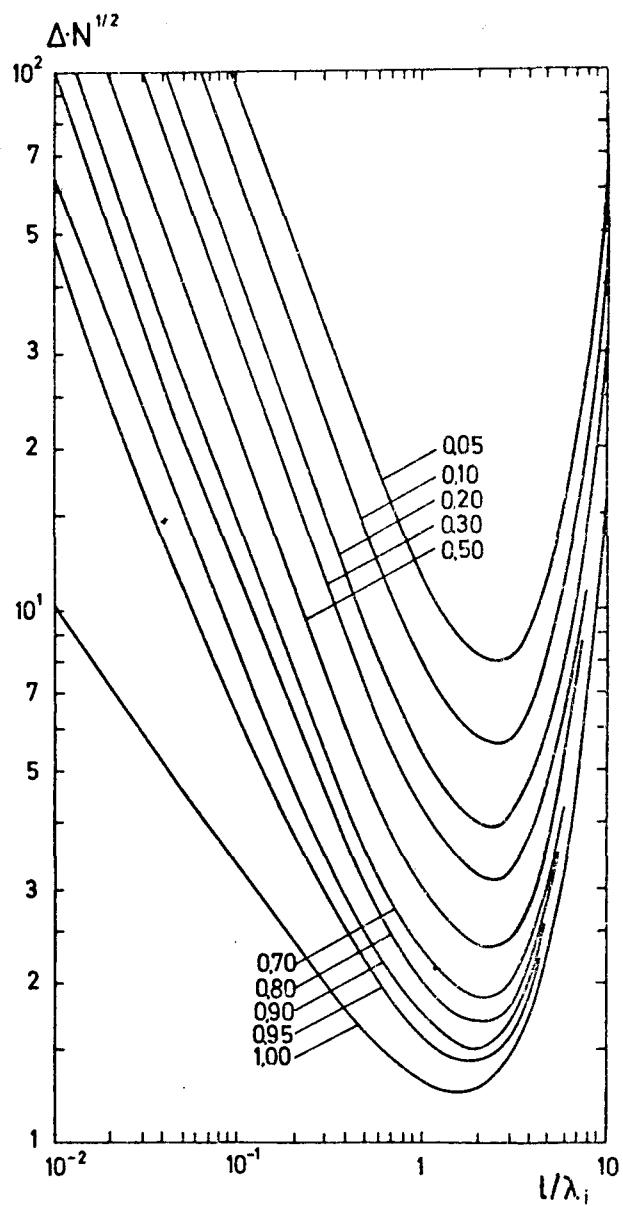


Fig. 3. Variation de l'erreur relative en fonction de l'épaisseur de la cible pour diverses valeurs de  $g$  lorsque  $\lambda_t \rightarrow \infty$ .

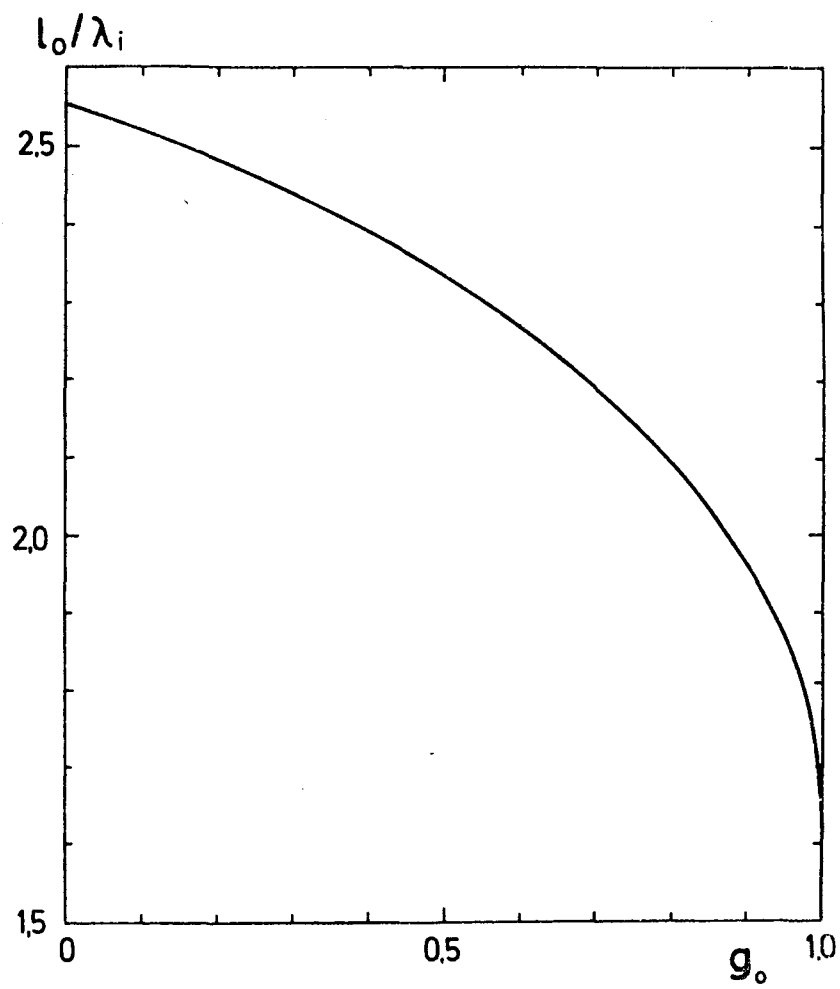


Fig. 4. Variation des dimensions optimales de la cible en fonction de  $g_0$  lorsque  $\lambda_t \rightarrow \infty$ .

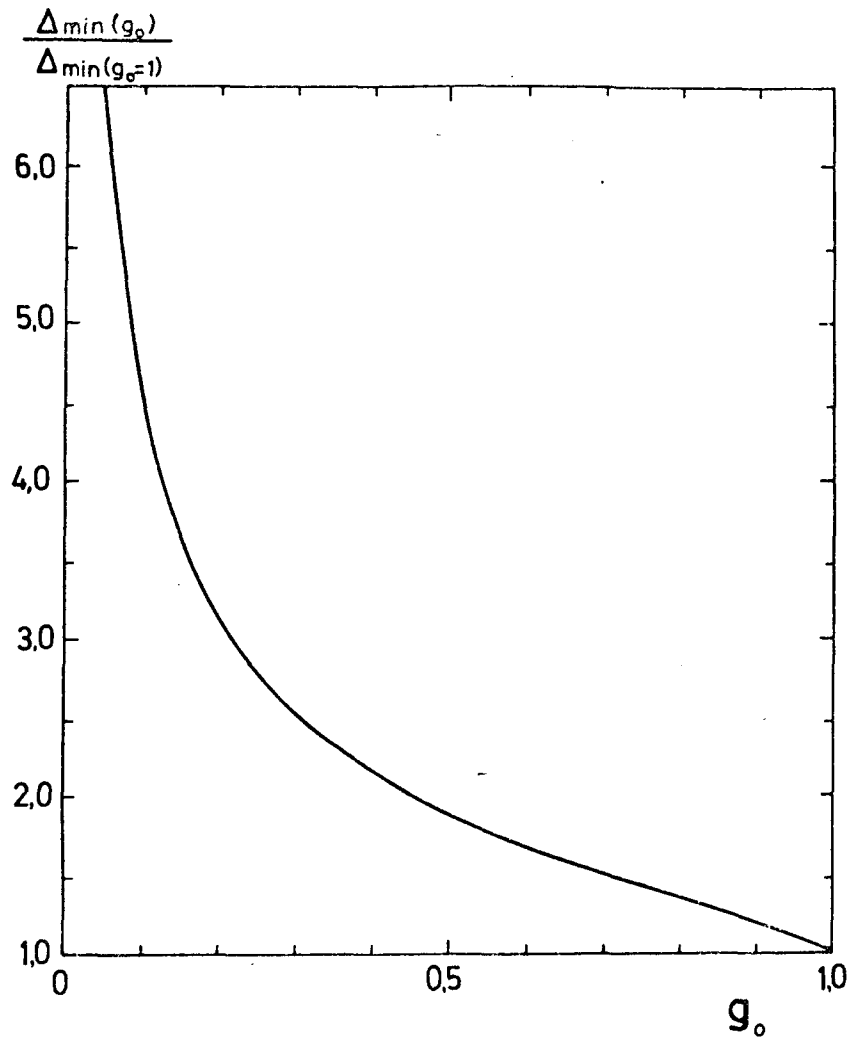


Fig. 5. Variation de l'erreur relative minimum en fonction de  $g_0$  lorsque  $\lambda_t \rightarrow \infty$ .