

aplicación de elementos finitos en la predicción del factor de intensidad de esfuerzos para fisuras en modo abertura*

Bruno Lertora D.** y Juan Castillo A.***

RESUMEN: Se expone la importancia del criterio K_{IC} en Fractomecánica y su campo de aplicabilidad. Se indican las limitaciones de la formulación analítica. Se proponen dos criterios de evaluación de K_I en base al Método de Elementos Finitos: el Criterio del Promedio de Valores y el Criterio del Intercepto. Se entregan resultados para ambos criterios aplicados a tres especímenes finitos, incluyendo una evaluación de cada criterio.

SUMMARY: The importance of K_{IC} criterion in Fracture Mechanics and the field of applicability is briefly exposed. The principal limitations of analytical approach are indicated. Two criteria for the estimation of K_I , both based on Finite Element Method, are proposed: The Mean of Values Criterion and the Intercept Criterion. Numerical results are given for three finite configurations and an evaluation of each criterion is performed.

* Manuscrito revisado y aprobado en forma definitiva en octubre de 1983.

** Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Santiago de Chile (USACH).

*** Escuela de Ingeniería Mecánica, Universidad Católica de Valparaíso.

1. EL CRITERIO K_{IC} EN FRACTOMECHANICA

La falta de comprensión del proceso de falla en materiales estructurales, provocó, durante años, fallas catastróficas de una gran variedad de estructuras ingenieriles tales como: ductos a presión, estanques de almacenamiento, partes de aviones, puentes, etc. El análisis de tales componentes fallados ha mostrado que, a menudo, la causa de la falla fue la propagación de grietas. Si se asume que las decisiones de diseño y construcción fueron compatibles en cada uno de estos elementos estructurales, resulta evidente la necesidad de establecer criterios suplementarios de diseño para asegurar contra la falla por fractura.

El objetivo básico de Fractomecánica es determinar los parámetros mecánicos que controlan la extensión de fisuras estructurales. En este sentido, los resultados de dos décadas de análisis y experimentación han sido francamente satisfactorios.

La primera relación apropiada entre carga aplicada y tamaño de fisura, en un campo totalmente elástico, fue introducida por Griffith¹ en 1921, basándose en postulados energéticos.

En la década del 50, Irwin² sugiere el criterio K_{IC} , que es aceptado ahora universalmente, el cual provee las condiciones para la inestabilidad de una fisura en un campo esencialmente elástico muy cerca del vértice de la fisura.

Por otra parte, en 1961 Paris³ determina que la velocidad de propagación de una fisura por fatiga está controlada, básicamente, por la historia de variación del factor intensidad de tensiones K en el vértice de una fisura en un campo elástico. A conclusiones similares se ha llegado para el caso de fisuras que se propagan por corrosión bajo tensión.

El estudio de los análisis de Irwin y Paris conducen a la conclusión de que ambos se basan en una misma hipótesis, la cual es que el comportamiento de una fisura está controlado, fundamentalmente, por las características de la atmósfera de tensiones que rodea a su vértice. Es decir, independientemente de la configuración de cargas exteriores y de la geometría del cuerpo, la extensión de fisura en un determinado material estructural puede ser analizada en función de los parámetros que controlan el campo local de tensiones y deformaciones en la zona adyacente al vértice. Aunque desde el punto de vista de la aplicación en Ingeniería, esta hipótesis resulta ser bastante intuitiva, es conveniente hacer notar que transcurrieron casi treinta años desde los trabajos iniciales de Griffith, hasta que Irwin sugirió que era la hipótesis fundamental para encarar un enfoque racional y científico del problema de fractura.

Aceptada esta hipótesis, los mayores esfuerzos en el área de Fractomecánica fueron orientados a la determinación analítica y experimental, de los parámetros que controlan el campo de tensiones en un entorno del vértice de una fisura. La determinación analítica implica encontrar relaciones en función de las solicitaciones y la geometría. La determinación experimental implica, por otra parte, establecer métodos y técnicas que permitan cuantificar los valores críticos de los parámetros gobernantes para diferentes materiales.

En este sentido, los primeros resultados obtenidos por Irwin en 1958, sobre el análisis de la inestabilidad de una fisura inmersa en un campo elástico, permitieron establecer que la intensidad del campo de tensión y que rodea el vértice de una fisura depende de un único parámetro K , denominado Factor de Intensidad de Tensiones.

Es conveniente observar que, independientemente de las configuraciones de carga y de geometría, la hipótesis de Irwin establece que el comportamiento de la fisura será idéntico si los valores numéricos de K son iguales. Esta es la base del conocido criterio de rotura K_{IC} , que lleva a la introducción del concepto de fractoténacidad de un material, el cual puede establecerse como sigue: "Una fisura inmersa en un campo elástico se propagará inestablemente cuando el factor de intensidades K asociado con la misma, alcance un valor crítico K_{IC} . Este valor crítico K_{IC} se denomina Fractoténacidad y es una propiedad característica del material".

Para casos ideales de sólidos infinitos o semiinfinitos, la expresión para el Factor Intensidad Esfuerzos, K , puede obtenerse analíticamente (por ejemplo, empleando variable compleja, expansiones asintóticas, etc.) y expresarse funcionalmente por:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \bar{K} \quad (1.1)$$

donde:

σ : esfuerzo característico.

a : dimensión característica asociada con la fisura.

\bar{K} : factor adimensional.

Para casos reales, de geometría finita, este factor puede expresarse en forma generalizada por:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f(a/b) \quad (1.2)$$

en la cual $f(a/b)$, es una función que introduce el efecto de la geometría finita, siendo 'b' una dimensión característica que define el carácter finito de la geometría. Esta función adimensional se obtiene mediante métodos numéricos o experimentales.

La definición funcional de K posibilita la determinación experimental de K_{IC} , la cual ha sido establecido en la norma E 399-74 de la American Society for Testing and Materials (ASTM).

Es conveniente reiterar que el análisis de Irwin y su consecuencia, el criterio K_{IC} , es estrictamente válido en el rango elástico. Para la mayoría de los materiales estructurales usados en Ingeniería, la carga de una fisura está asociada con la presencia de material deformado plásticamente en su vértice. Bajo estas condiciones, la experiencia demuestra que el criterio K_{IC} es aplicable sólo si los efectos de la presencia de esta zona plástica sobre el campo elástico circundante puede considerarse como una perturbación. En tal caso, se dice que la configuración es de "fluencia plástica en pequeña escala".

Tanto el concepto del parámetro K como el criterio K_{IC} , proveen métodos directos no sólo para predecir la rotura de componentes estructurales, sino también para evaluar materiales en forma comparativa.

Basándose en los resultados de Irwin, Paris determinó que para el caso de fisuras sometidas a cargas alternantes de fatiga, la propagación de la fisura tiene lugar bajo condiciones de fluencia plástica en pequeña escala y que el comportamiento de la fisura puede ser cuantificado por la historia de variación de K .

De lo expuesto anteriormente, debe ser claro que el factor intensidad de esfuerzo, K , juega un papel fundamental en las aplicaciones de fractomecánica, ya que para las condiciones de fluencia a pequeña escala, es el parámetro que controla la propagación de fisuras, determinando tanto el tamaño crítico de la misma como su velocidad de crecimiento, cuestiones fundamentales en el comportamiento de componentes estructurales sometidos a carga.

2. CAMPOS ANALITICOS DE ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS ASOCIADOS AL VERTICE DE UNA FISURA

La formulación analítica supone la existencia de una fisura en un medio bi-dimensional semiinfinito, elástico lineal e isotrópico.

Para este caso, puede demostrarse la existencia de una función de esfuerzos de Airy, la cual satisface la ecuación bi-armónica.

Westergaard⁴ demuestra que esta función puede expresarse como una función de variable compleja.

Para el caso de una fisura recta de longitud 'a' a lo largo del eje 'x', se demuestra que, para el modo abertura, el campo de esfuerzo estará dado por:

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}$$

donde:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \cdot a}$$

es el Factor de Intensidad de Esfuerzos.

Considerando un estado de deformaciones plana, los desplazamientos se obtienen de:

$$\begin{aligned} u &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ v &= \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Las relaciones para los esfuerzos y desplazamientos pueden considerarse exactas para un entorno del vértice de la fisura, en el cual 'r' es pequeño comparado con la longitud de la fisura. Para zonas exteriores a este entorno deben considerarse términos de orden superior en 'r'.

De las relaciones anteriores, el factor de intensidad de esfuerzos puede expresarse por:

$$K_I = \sqrt{2\pi r} \cdot \frac{\sigma_{ij}}{f_{ij}(\theta)} \quad (2.3)$$

$$K_I = G \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \cdot \frac{\mu_i}{f_i(\theta, \nu)} \quad (2.4)$$

Estas ecuaciones sugieren que pueden emplearse dos métodos directos para la estimación del factor de intensidad de esfuerzos: el método de esfuerzos, a través de la relación (2.3), y el método de los desplazamientos, mediante la relación (2.4.).

3. APLICACION DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS EN LA ESTIMACION DE K_I

3.1. Generalidades

El método de Elementos Finitos (MEF) ha experimentado durante la última década un extraordinario desarrollo tanto en el campo de aplicabilidad como en la confiabilidad de los resultados.

Es posible formular diferentes metodologías para la estimación de K_I mediante el MEF.

En la presente publicación, se expondrá una evaluación comparativa de los resultados obtenidos usando dos criterios basados en la determinación del campo de esfuerzos y desplazamientos mediante el MEF, y la estimación de K_I por comparación de estos valores con las expresiones analíticas.

Los especímenes analizados se muestran en la figura 1 y la sollicitación, para todos los casos, es una tensión unitaria uniaxial perpendicular a la fisura y aplicada en los bordes horizontales.

Es necesario hacer algunos alcances referentes a esta metodología: las expresiones analíticas han sido obtenidas considerando un sólido semiinfinito, siendo su única dimensión

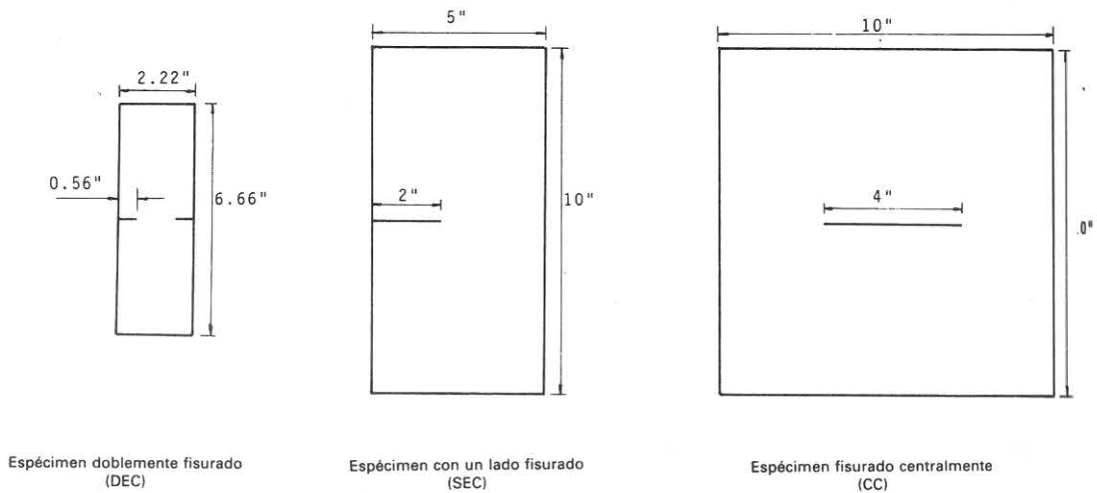


Figura 1. Dimensiones de especímenes analizados.

característica la longitud de fisura. Al suponer un comportamiento elástico-lineal, se genera una singularidad en los esfuerzos en el vértice de la fisura. Estas consideraciones determinan que las expresiones analíticas, al aplicarlas a un espécimen real de geometría finita, son válidas solamente en un entorno del borde de la fisura, tal que esté lo suficientemente alejado de los bordes reales y que, además, sea una zona elástica.

Por otra parte, el MEF, formulado usando elementos CST, es inhábil para representar singularidades y su exactitud depende de la refinación de la malla empleada.

De lo anterior puede inferirse la posibilidad de existencia de una región en la cual la aplicabilidad de las expresiones analíticas y la exactitud del MEF, resulten en una mejor estimación de K_I .

3.2. Modelación y Aplicación del MEF

La discretización de cada espécimen consta de dos zonas. La zona de la fisura se discretizó usando la misma malla, con el mismo número de elementos, para los tres casos. (Ver figura 2). El resto de la región fue discretizada en forma diferente para cada espécimen, de acuerdo a su razón de aspecto.

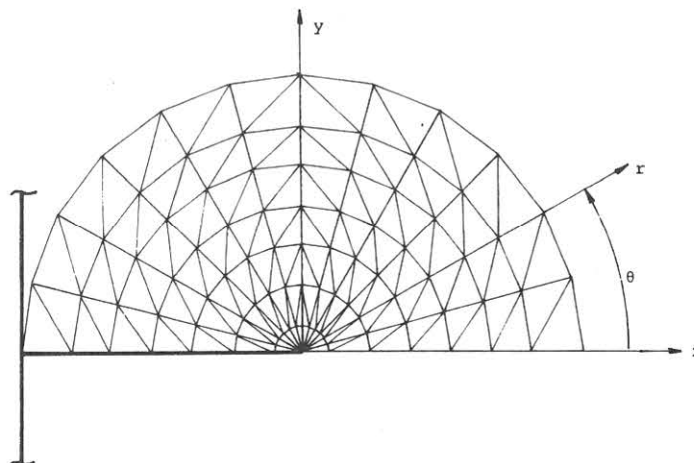


Figura 2. Discretización empleada en el vértice de la fisura para todos los especímenes.

Las características de discretización para cada espécimen se muestran en la tabla 1.

El material se considera elástico-lineal, homogéneo e isotrópico, y su evolución se supone en estado de Deformación Plana.

Tabla 1.

CARACTERISTICAS Y DESIGNACION DE ESPECIMENES.

Características	Designación		
	DEC	SEC	CC
Número de nudos	146	148	148
Número de elementos	250	253	253
Número de grados de libertad	292	296	296
Ancho de banda	40	52	52
Número grados libertad prescritos	20	10	20
Carga aplicada (Lb/in ²)	1	1	1
Módulo elasticidad (Lb/in ²)	10 ⁶	10 ⁶	10 ⁶
Poisson	0,3	0,3	0,3

Los modelos fueron procesados en un Computador IBM-370 usando un programa general de Estado Plano generado por los autores.

3.3. Metodología

El MEF proporciona para cada elemento y para cada nudo, los valores de los desplazamientos (u, v), los valores de los esfuerzos en coordenadas rectangulares (σ_x , σ_y , τ_{xy}), los esfuerzos principales (σ_1 , σ_2 , $\tau_{máx.}$) y las direcciones principales.

Valorizando las expresiones analíticas en cada nudo e igualando a los valores obtenidos por el MEF, se obtienen ocho valores estimados de K_I por nudo. En una publicación anterior⁵ los autores establecieron que las mejores aproximaciones nodales para K_I se obtienen del análisis de la distribución radial de los campos dominantes, es decir,

$$\begin{aligned} \sigma_y \text{ ó } \sigma_1 \text{ en } \theta = 0^\circ \\ v \text{ en } \theta = 180^\circ \end{aligned}$$

Adicionalmente, en los resultados obtenidos para cada espécimen se cumple con buena aproximación la característica analítica que define la recta polar $\theta = 60^\circ$ como una isocлина de 0° .

En base a las consideraciones anteriores, se expondrán los resultados obtenidos para tres proyectos de estimación de K_I basados en los campos dominantes y en la isocлина de 0° .

$$\begin{aligned} \sigma_y (\theta = 0^\circ) \\ \sigma_1 (\theta = 0^\circ) \\ \sigma_y (\theta = 60^\circ) \\ \sigma_1 (\theta = 60^\circ) \\ v (\theta = 60^\circ) \\ v (\theta = 180^\circ) \end{aligned}$$

Para todos y cada uno de los proyectos se comparan dos criterios de estimación de K_I .

- i) *Criterio del Promedio de Valores.* Para cada proyecto se obtienen los valores $\bar{K}_I(r_i)$ para el ángulo correspondiente en la zona de discretización de la fisura. El valor estimado de K_I se obtiene del promedio de los $\bar{K}_I(r_i)$.

- ii) *Criterio del Intercepto*⁷. Si se hace un gráfico de $\bar{K}_I(r_1)$ en función de r/a , se obtiene una curva, la cual, a partir de un cierto valor de la abscisa adquiere una pendiente virtualmente constante (ver figura 3). A medida que se acerca a $r/a = 0$, la pendiente deja de ser constante y se produce un quiebre de la curva hacia el origen.

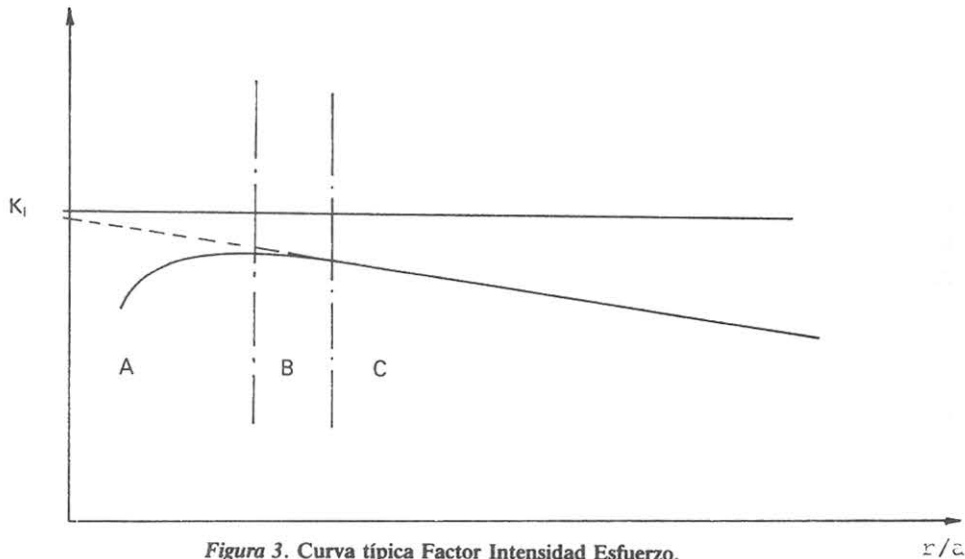


Figura 3. Curva típica Factor Intensidad Esfuerzo.

Este comportamiento es atribuible a lo expresado anteriormente en cuanto a la existencia de una zona en la cual la aplicabilidad de las expresiones analíticas y la exactitud del MEF resultan en una mejor estimación de K_I . La figura 3 muestra una curva típica. En la zona C, a medida que disminuye r/a , se mejora la exactitud de las expresiones analíticas por acercamiento al vértice de la fisura y alejamiento del borde de la geometría finita. Por otra parte, los valores dados por el MEF también mejoran su exactitud por alejamiento del borde y por refinación de la malla.

En la zona A, la exactitud se deteriora rápidamente debido a la inhabilidad del elemento CST para representar la singularidad expresada por las relaciones analíticas.

La zona B, representaría la región de mejor estimación de K_I .

Si se extiende la porción C de la curva mediante una recta con su misma pendiente, se tiene una aproximación de la evolución de la curva si se eliminara idealmente la inexactitud del elemento CST. El intercepto de esta recta con el eje de ordenadas representa una mejor estimación de K_I . Específicamente, el método aquí usado se basa en la obtención de una regresión lineal a partir de la zona con pendiente constante y obtener el intercepto en el eje de las ordenadas.

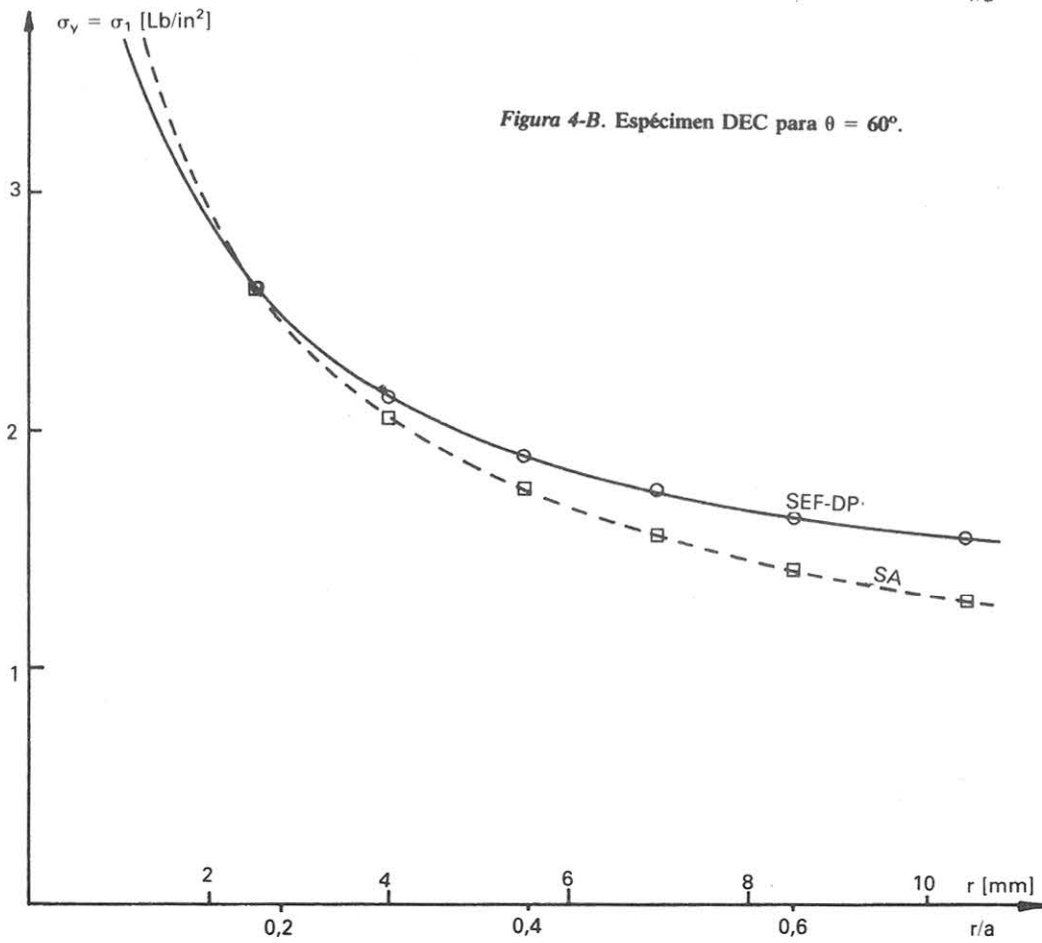
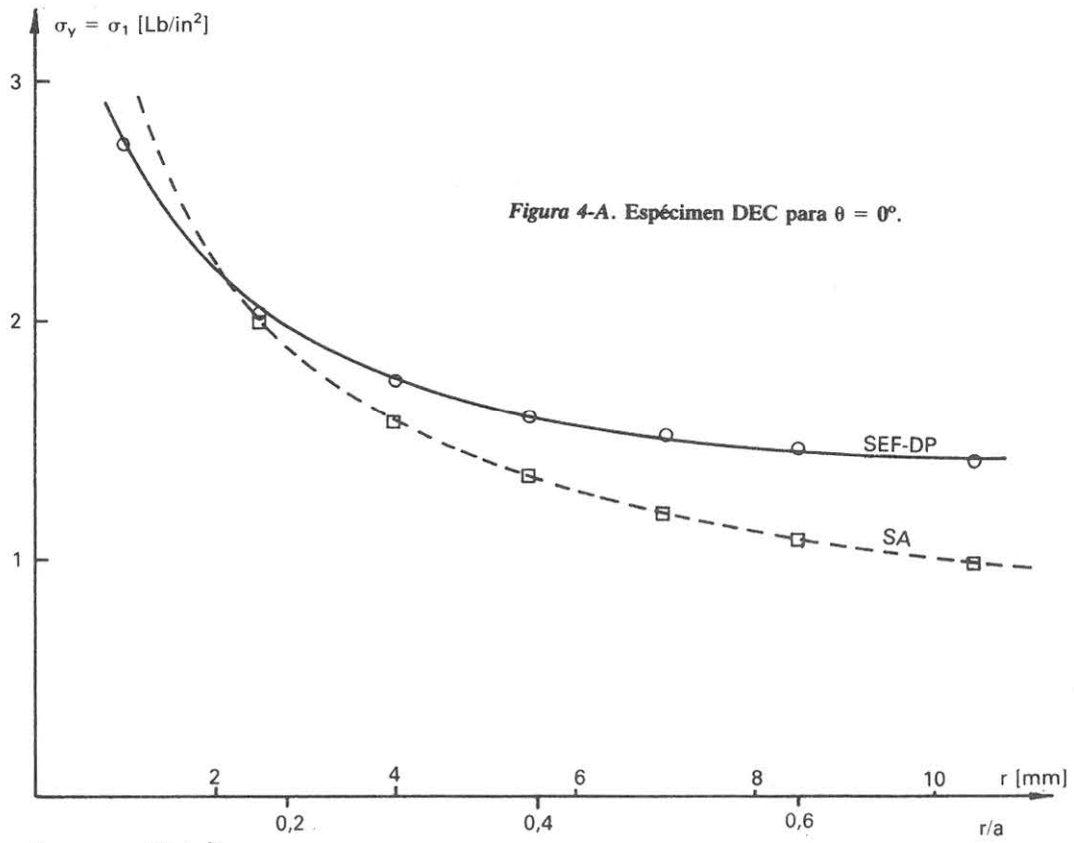
4. RESULTADOS

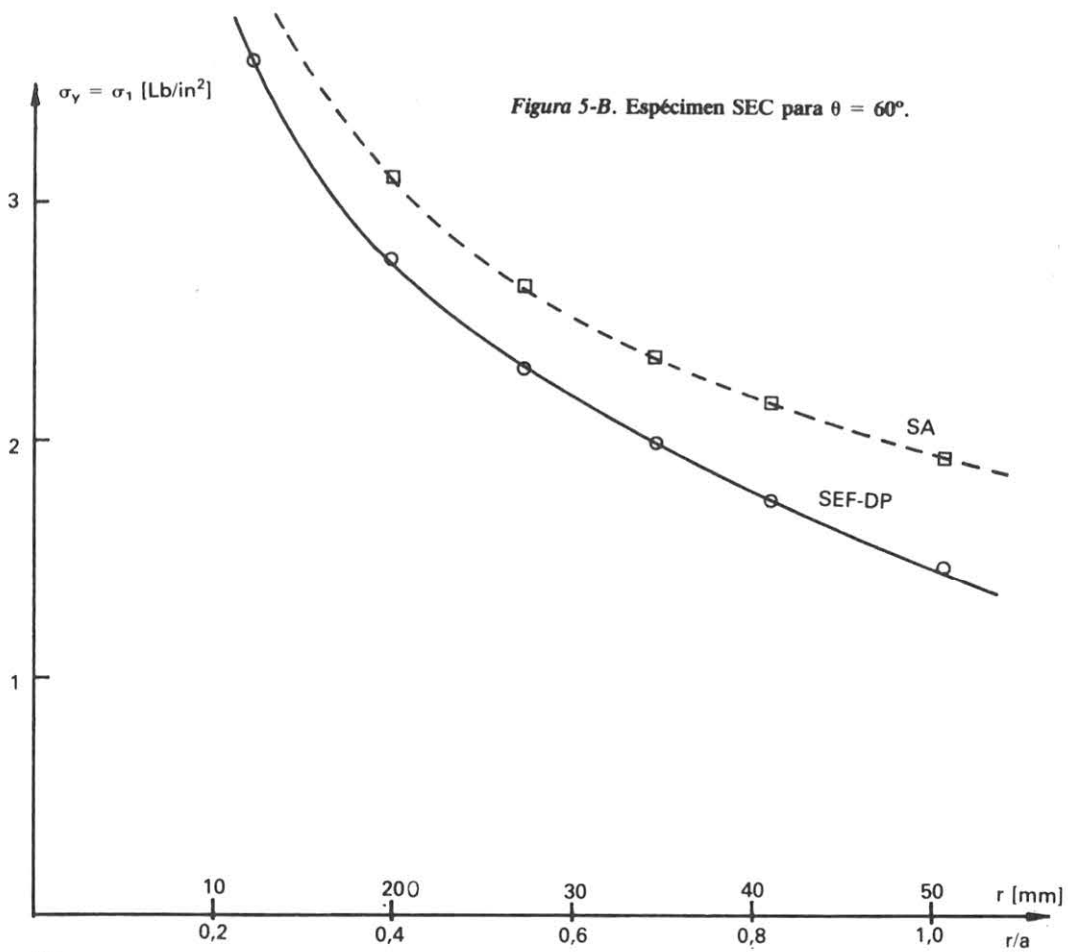
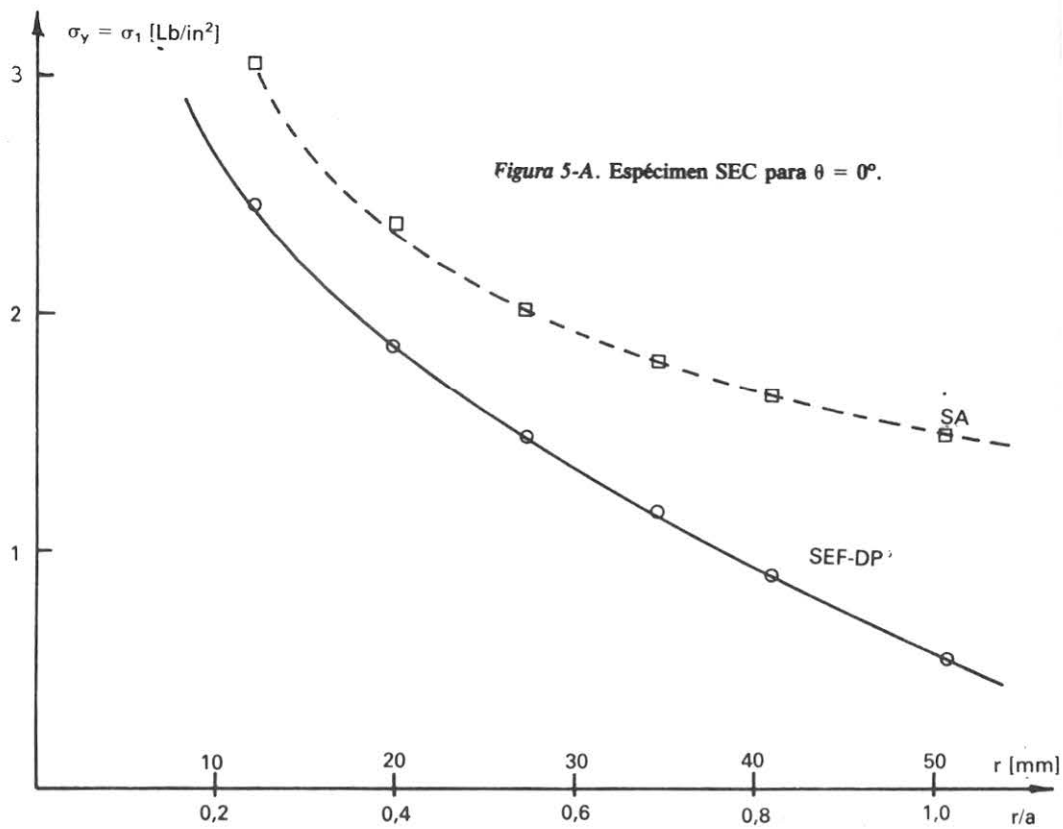
4.1. Distribución de Campos Dominantes

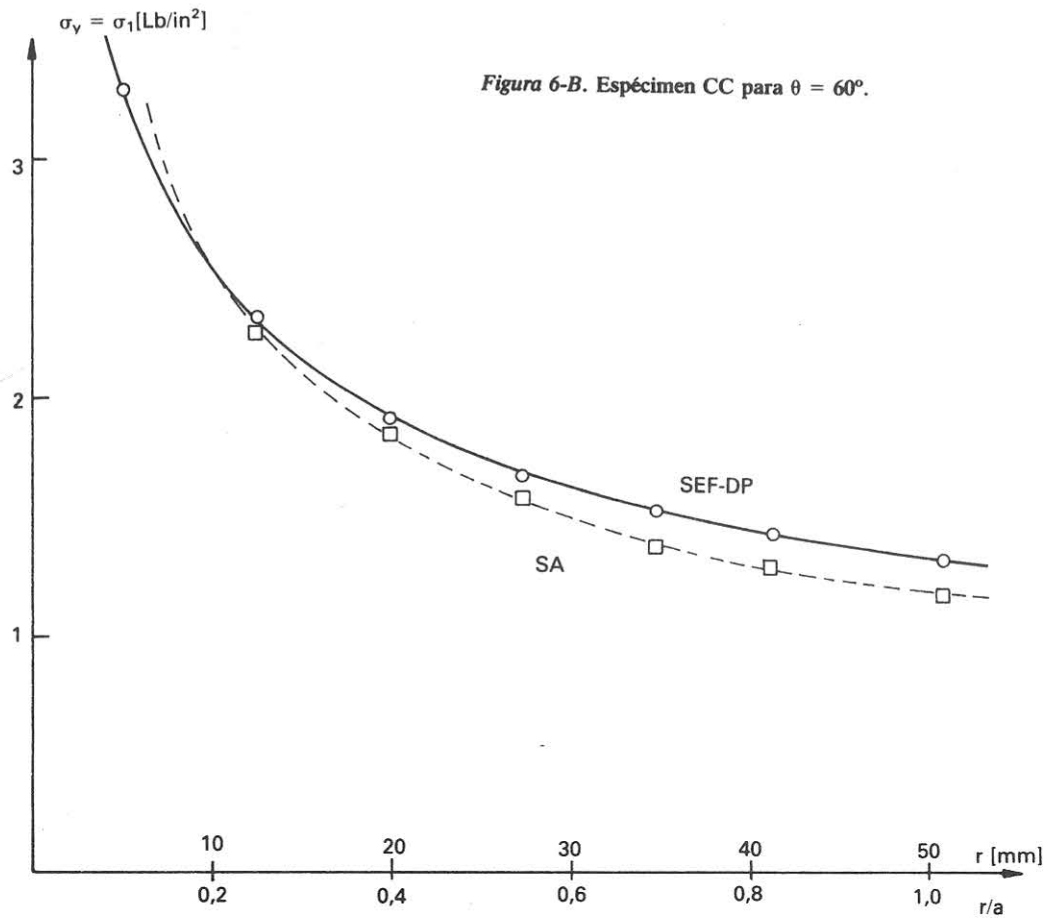
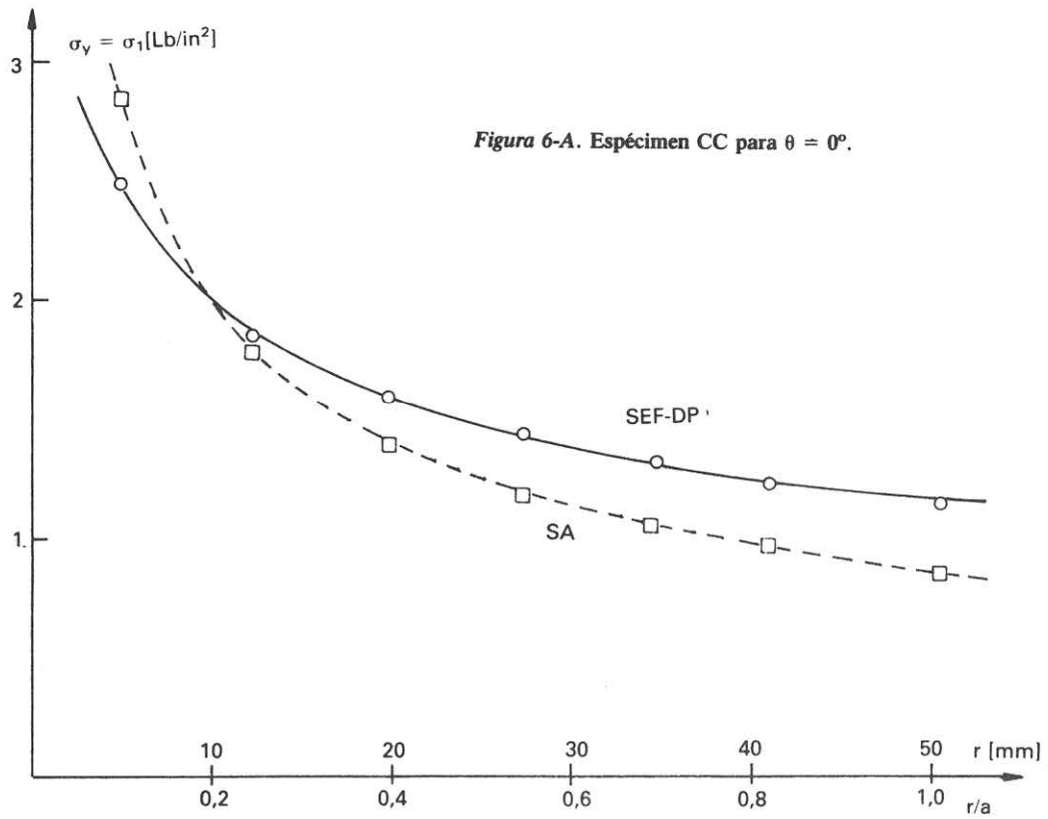
Los conjuntos de figuras 4 a 9 muestran comparativamente los valores analíticos y los obtenidos por el modelo de elementos finitos, para los campos asociados a cada proyecto, en función de r/a .

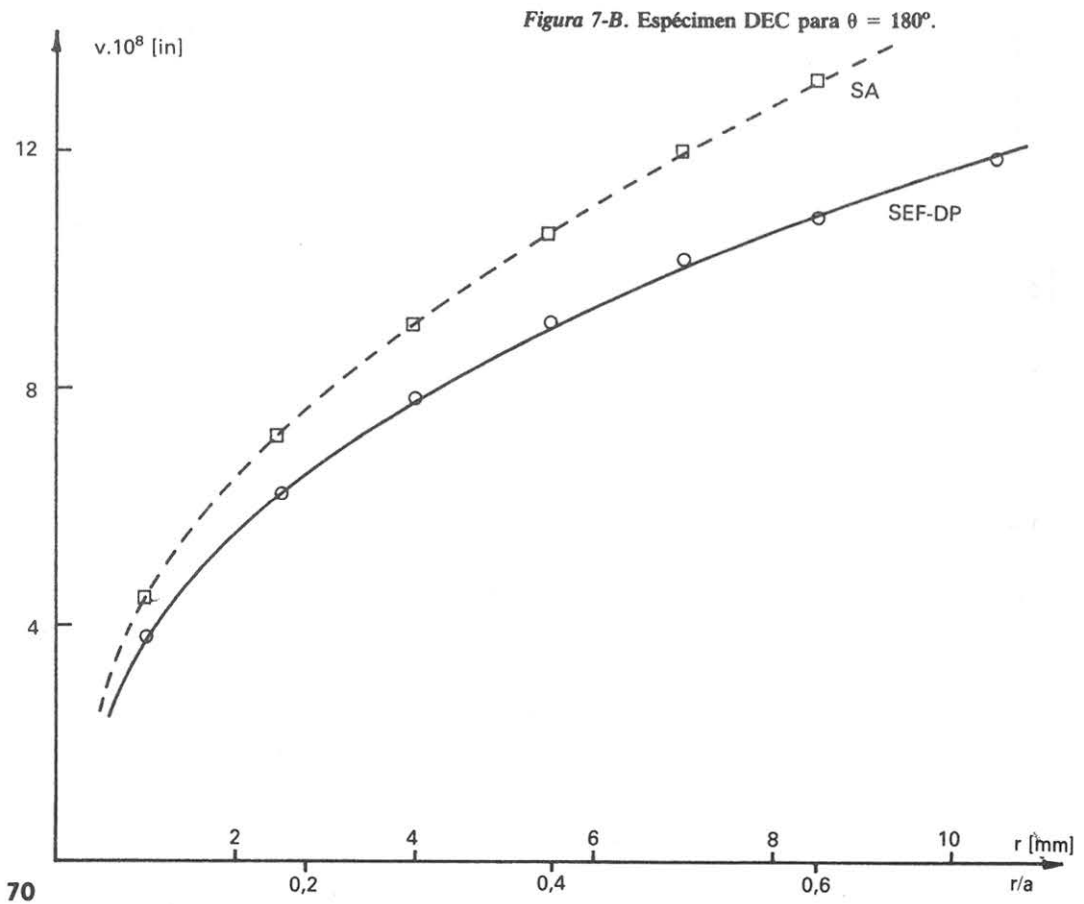
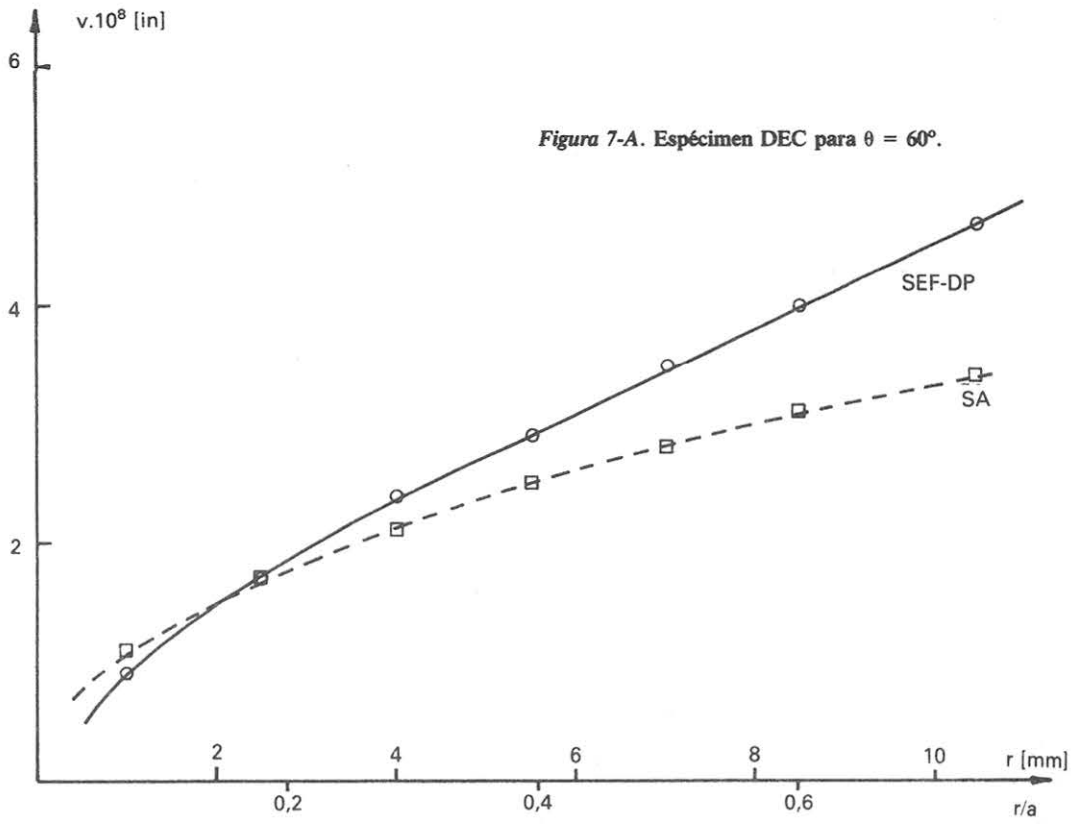
Por inspección de estos gráficos puede notarse lo siguiente:

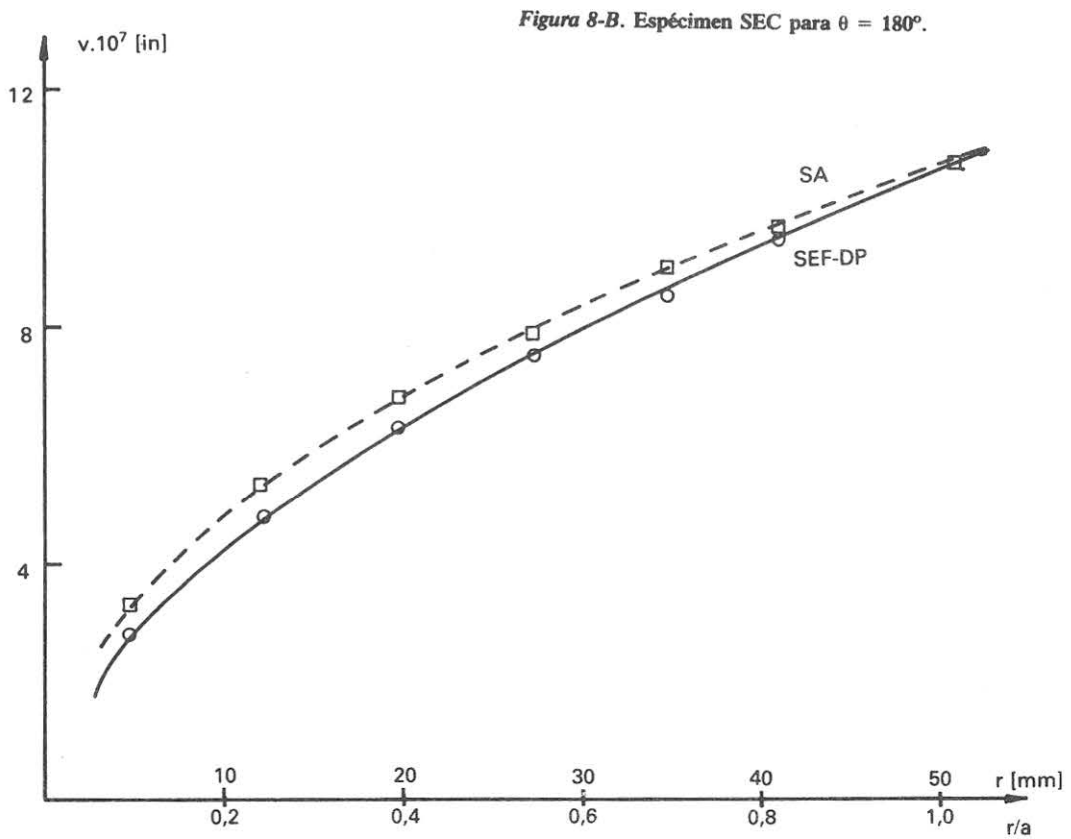
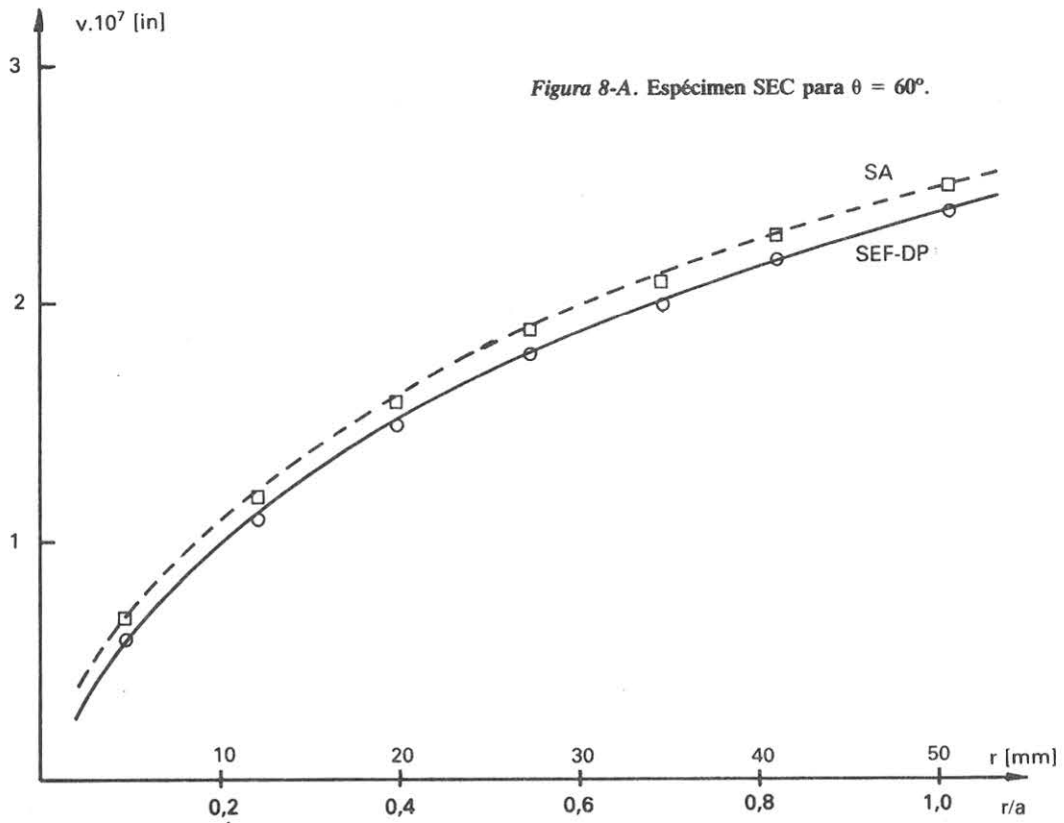
4.1.1. Los valores de σ_y , σ_1 y v proporcionados por el modelo presentan una satisfactoria aproximación con los analíticos, considerando que:

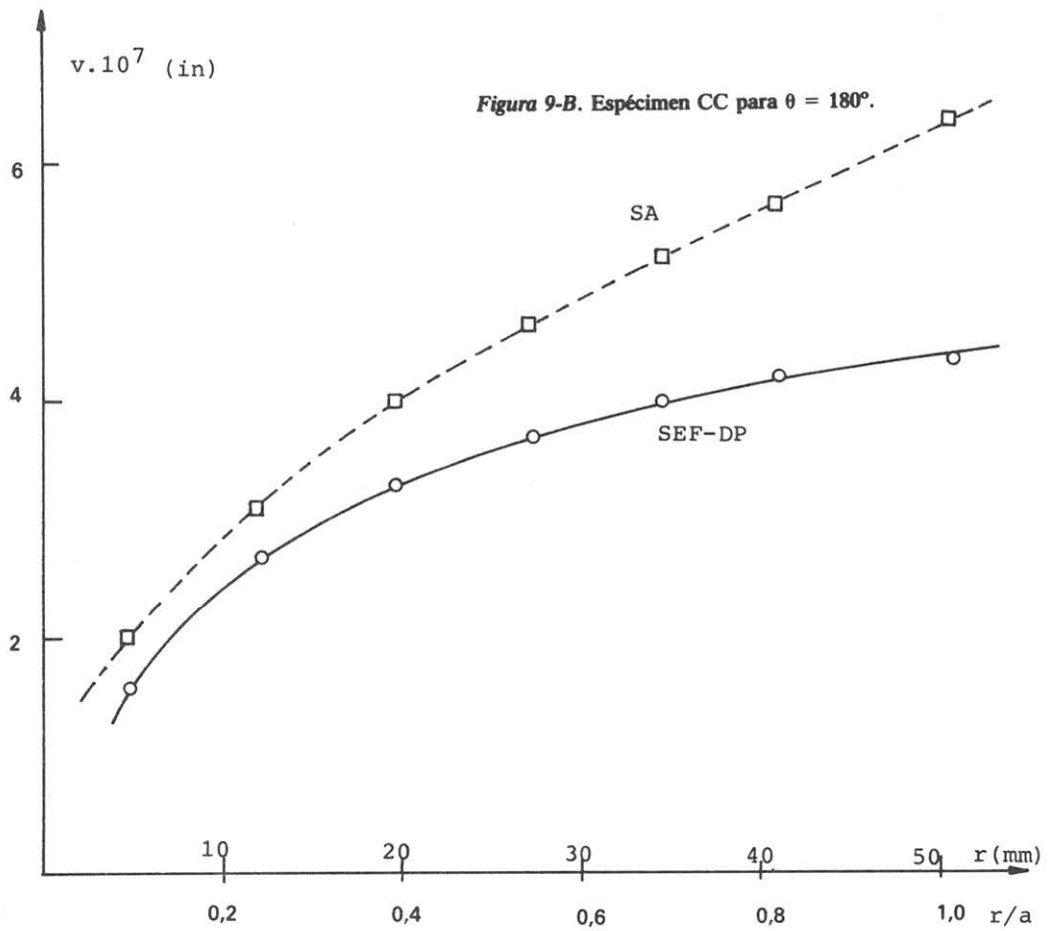
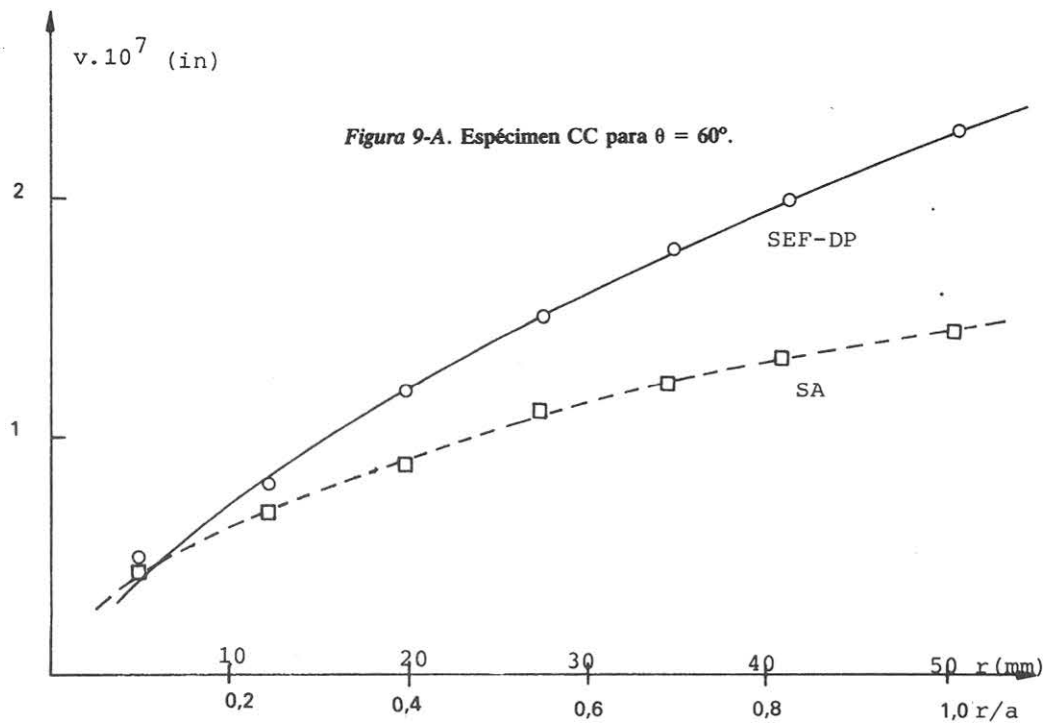












- a) La malla es poco refinada
- b) Los valores analíticos son válidos solamente en un entorno del vértice de fisura.

4.1.2. A medida que r/a disminuye, la aproximación entre los valores numéricos y analíticos aumenta, incluso en algunos gráficos las curvas se cruzan, determinando, de este modo, la zona de estimación óptima de K_I mencionada en el punto 3.

4.1.3. En todos los casos los valores del modelo para σ_y y σ_1 en $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 60^\circ$ son virtualmente coincidentes. Este hecho, que era predecible para $\theta = 0^\circ$ por simetría de los especímenes, resulta notable para $\theta = 60^\circ$, puesto que, siendo la recta polar $\theta = 60^\circ$ una isoclina de 0° proporcionada por un modelo analítico semiinfinito, no es predecible que deba preservarse en especímenes de geometría finita distintos en cuanto a tamaño y tipo de fisura y de diferente razón de aspecto, modelados en forma discreta. Es igualmente interesante observar que para todos los campos analizados el grado de aproximación en la recta polar $\theta = 60^\circ$ es del mismo orden que en $\theta = 0^\circ$ para σ_y y σ_1 , y en $\theta = 180^\circ$ para v .

4.2. Estimación de K_I

4.2.1. Valores de Referencia

A fin de evaluar cada proyecto es necesario establecer valores de referencia para cada espécimen. Para especímenes finitos no existen valores analíticos exactos de K_I y diferentes autores, usando técnicas semianalíticas (método de colocaciones, truncamiento de series, etc.), han establecido valores con diferentes grados de aproximación.

La tabla 2 muestra, para cada espécimen un resumen de los valores de K_I proporcionados por diferentes autores, conjuntamente con el error reportado. Se indica también el valor medio y la dispersión.

La última fila muestra el valor que se usará como referencia para la evaluación del error de cada proyecto y corresponden a los valores publicados por Tada en 1973⁶.

4.2.2. Resultados Proyectos σ_1 , σ_y y v

Las tablas 3 y 4 muestran para cada espécimen los valores estimados para K_I en los proyectos indicados y para los dos criterios descritos en el punto 3, con los correspondientes porcentajes de error respecto del valor de referencia.

Tabla 2
RESUMEN ESTIMACIONES DE K_I [psi $\sqrt{\text{in}}$]

Autor [6]	Año	DEC		SEC		CC	
		K_I	E%	K_I	E%	K_I	E%
Irwing	1975	1.5006	5,0	—	—	—	—
Bowie	1964	1.5734	1,0	5.2855	0,5	—	—
Brown	1966	1.6521	2,0	5.2726	0,5	—	—
Bentham	1972	1.5957	2,0	—	—	—	—
Tada	1973	1.5733	0,5	5.2838	0,5	3.070	0,1
Valor medio		1.5749		5.2806		3.070	
Desviación estándar		0.0619		0.0070		—	
Valor de referencia		1.5733		5.2838		3.070	

Tabla 3
PROYECTO V EN 60° Y 180°

Caso	v(60°)				v(180°)			
	Criterio Media Valores		Criterio Intercepto		Criterio Media Valores		Criterio Intercepto	
	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%
DEC	1.8367	16,70	1.5017	- 4,55	1.3260	-15,70	1.4032	-10,80
SEC	4.9647	- 6,04	5.0939	- 3,59	4.9421	- 6,47	4.6085	-12,80
CC	4.1450	35,02	3.6530	18,99	2.4145	- 4,33	2.9340	- 4,43
Error medio		19,25		9,04		8,33		9,34

Tabla 4
PROYECTO σ_1, σ_y EN 0° Y 60°

Caso	$\sigma_1, \sigma_y (0^\circ)$				$\sigma_1, \sigma_y (60^\circ)$			
	Criterio Media Valores		Criterio Intercepto		Criterio Media Valores		Criterio Intercepto	
	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%	\bar{K}_I	E%
DEC	1.8576	18,10	1.4782	- 6,00	1.6895	7,40	1.4737	-6,30
SEC	3.5142	-33,50	5.9346	12,30	4.5259	-14,30	5.2804	-0,06
CC	3.5849	16,77	3.3502	9,13	3.2995	7,48	3.0566	-0,44
Error medio		22,79		9,14		9,73		2,27

Se indica también el error promedio en cada proyecto como índice de su grado de aproximación. Las figuras 10 a 13 muestran los valores del factor de intensidad aparente \bar{Y} en función de r/a .

En el eje de ordenadas se indica, por la izquierda los valores de referencia para \bar{Y} en cada caso, identificados con la sigla correspondiente.

Por la parte derecha del eje de ordenadas se muestra, para cada caso, una porción de la recta resultante de la regresión lineal, tanto el intercepto (estimación de \bar{Y}) como la pendiente correspondiente.

De los resultados expuestos las principales conclusiones son:

- El criterio del Promedio de Valores entrega, en general, resultados con alto porcentaje de error y gran dispersión en cuanto a exactitud.

Se exceptúa el proyecto v (180°) fundamentalmente por tres causas:

1. El campo v en $\theta = 180^\circ$ es fuertemente dominante.
2. El borde $\theta = 180^\circ$ es común al modelo semiinfinito y a los especímenes finitos y está influenciado en menor grado por el carácter finito de la geometría, especialmente en lo que se refiere a borde vertical derecho o ejes de simetría.
3. El método de elementos finitos proporciona, en general, una mayor exactitud en los desplazamientos que en los esfuerzos, especialmente en los bordes.

- El criterio del Intercepto es marcadamente superior al criterio del Promedio de Valores, logrando reducciones del error porcentual que van de 15 a 99% para especímenes específicos, y de hasta 77% en los errores promedios para los diferentes proyectos.

- El proyecto óptimo, para los especímenes analizados, resulta ser $\sigma_1, \sigma_y (60^\circ)$, bajo el criterio del Intercepto.

Los valores de error porcentual, que van de -0,064% a 6,3%, con un error promedio de 2,27%, representan un excelente resultado si se considera la variabilidad de los especímenes

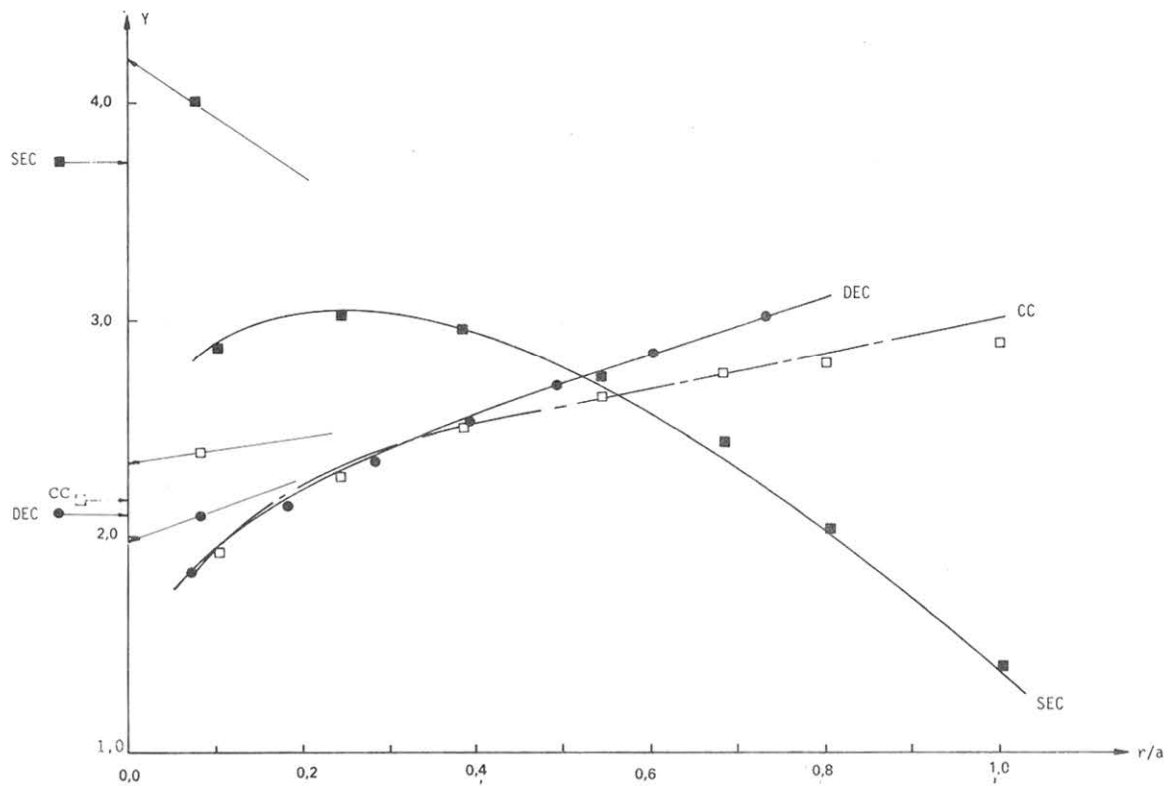


Figura 10. Factor Intensidad Esfuerzo Aparente, basado en $\sigma_y = \sigma_1$, para $\theta = 0^\circ$.

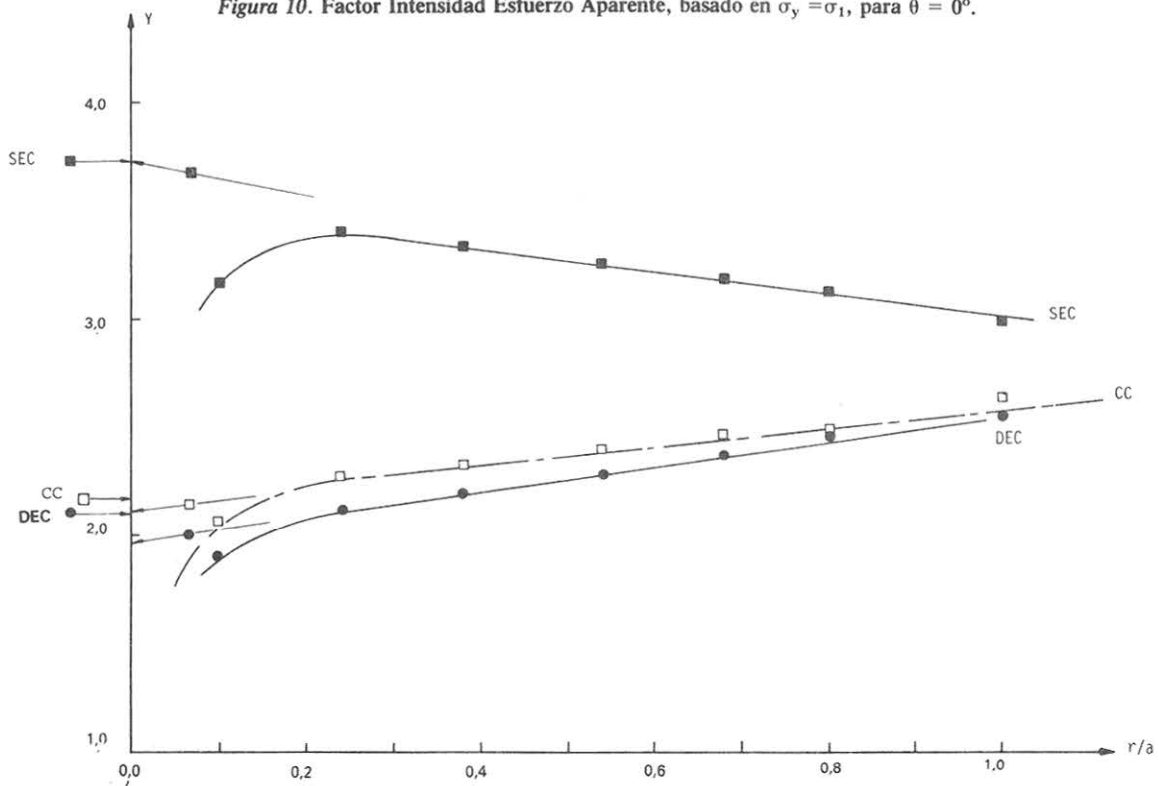


Figura 11. Factor Intensidad Esfuerzo Aparente, basado en $\sigma_y = \sigma_1$, para $\theta = 60^\circ$.

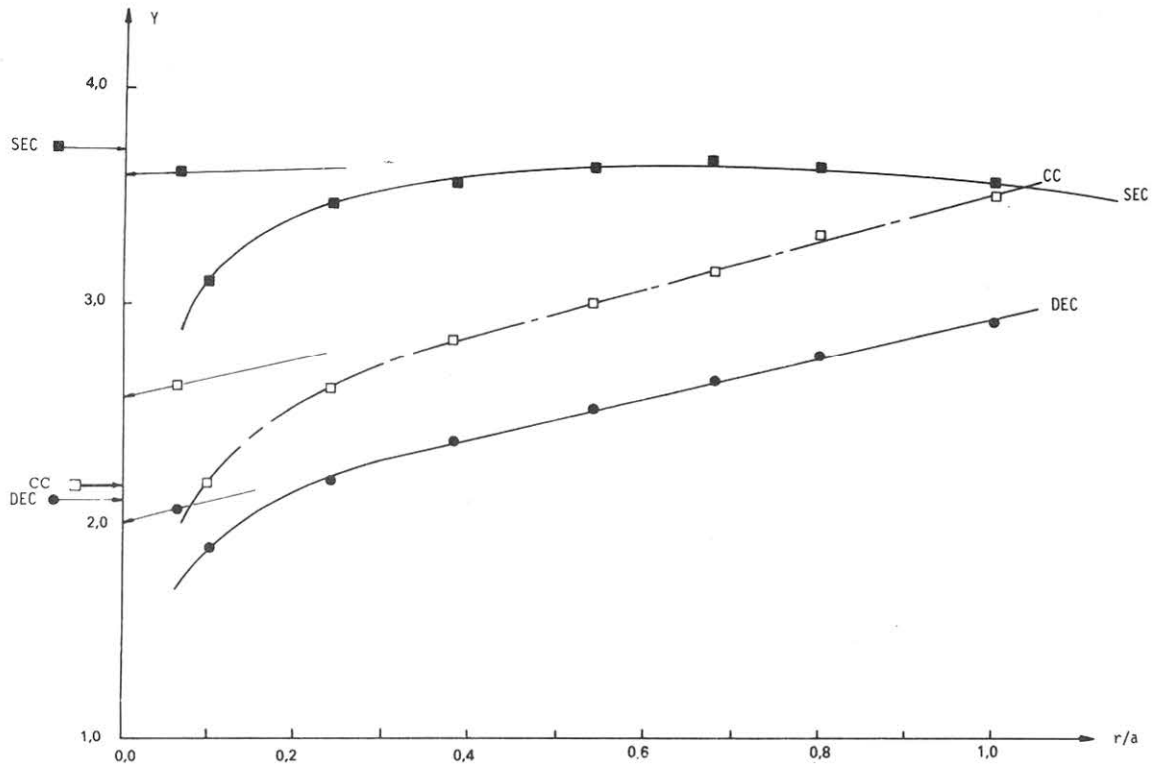


Figura 12. Factor Intensidad Esfuerzo Aparente, basado en 'v', para $\theta = 60^\circ$.

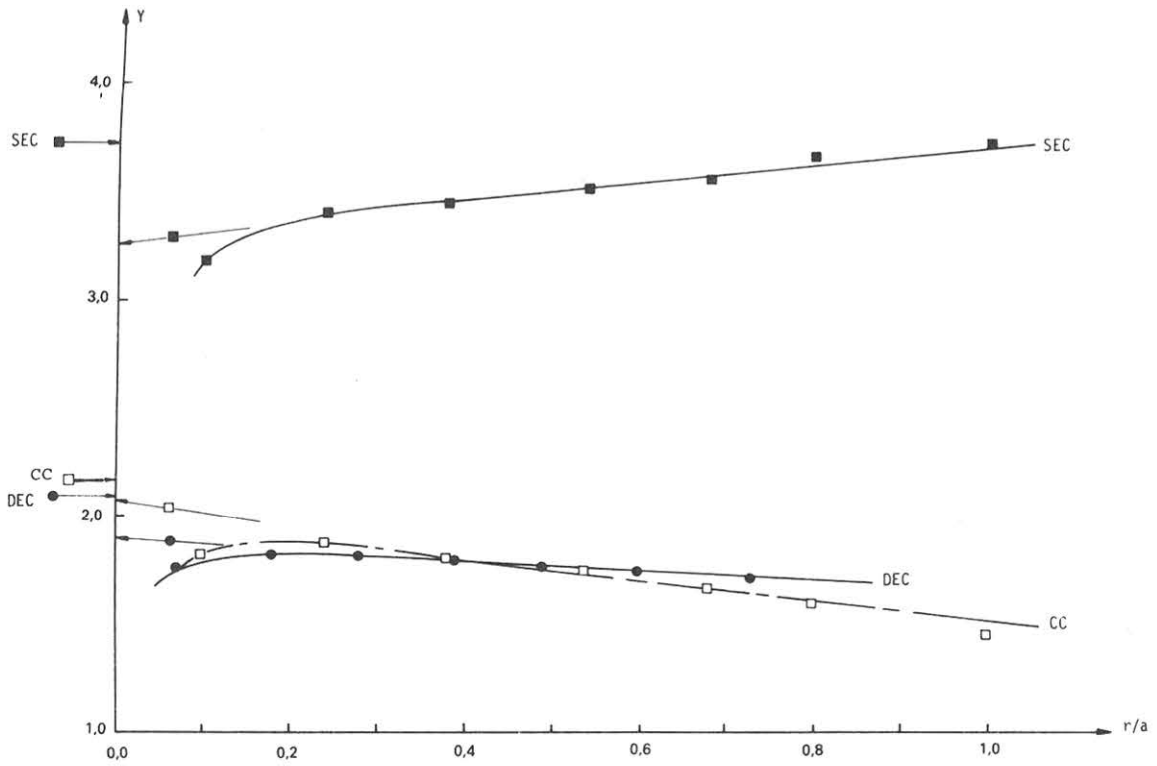


Figura 13. Factor Intensidad Esfuerzo Aparente, basado en 'v', para $\theta = 180^\circ$.

en cuanto a tamaño y geometría, y la poca refinación de las mallas, especialmente para el espécimen CC.

Se estima que los resultados obtenidos satisfacen los objetivos de esta investigación exploratoria y justifican la prosecución de ella en forma más dirigida, tanto en base a los proyectos expuestos como a otros criterios indirectos de aplicación del Método de Elementos Finitos en Fractomecánica.

NOMENCLATURA

K	: Factor de Intensidad de esfuerzos (psi $\sqrt{\text{in}}$).
K_I	: Factor de Intensidad de esfuerzos en modo abertura (psi $\sqrt{\text{in}}$).
K_{IC}	: Fractotenedad del Material (psi $\sqrt{\text{in}}$).
σ	: Esfuerzo característico (psi).
a	: Dimensión característica de fisura (in).
\bar{K}	: Factor adimensional.
\bar{K}_I	: Estimación de K_I .
$Y = \frac{K_I}{\sigma\sqrt{a}}$: Factor de intensidad aparente, adimensional.
\bar{Y}	: Estimación de Y.
SA	: Solución Analítica.
SEF-DP	: Solución por Método de Elementos Finitos en Deformación Plana.

REFERENCIAS

1. GRIFFITH, A.A., "The Phenomena of Rupture and Flow in solid", The Royal Aircraft Establishment. Feb. 1920.
2. IRWIN, G.R., "Fracture", Encyclopedia of Physics, Vol. VI, Berlín, 1958.
3. PARIS, P.C., "The Fracture Mechanics Approach to Fatigue", University Press, Syracuse, N.Y., 1961.
4. WESTERGAARD, H.M., "Bearing pressures and cracks", J. Appl. Mech., 61 (1939).
5. CASTILLO, J.P., LERTORA, B., "Determinación Numérica de Parámetros Fractomecánicos", Informe de Investigación 034.10.79, Universidad Católica de Valparaíso, 1980.
6. TADA, H., PARIS P., IRWIN, G., "The stress Analysis of Cracks Handbook", Del Research Corporation, Hellertown, PA, 1973.
7. CHAN, S.K., TUBA, I.S., WILSON, W.K., "On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 2, pp. 1-17, 1970.