

# determinación de la corteza terrestre en sector antofagasta, mediante modelo tridimensional\*

Iliana Herrera H.\*\*

---

*RESUMEN: En este trabajo se analizará el modelo tridimensional de Aki y Lee (1976) para el estudio de la corteza y la parte superior del manto. Se aplicará a la zona de Antofagasta entre 21° y 24° latitud Sur y 68° y 71° longitud Oeste, usando como datos las primeras llegadas de la onda P a las estaciones sísmicas locales.*

*Se analizará cierta concordancia en los resultados con el trabajo de Olea (1967) en la misma zona.*

*SUMMARY: Here we shall analyze the tridimensional model of Aki and Lee (1976) in order to study the crust and the upper portion of the mantle. It will be applied in Antofagasta region, between 21 and 24° south latitude and 68 and 71° west longitude, using as data the first arrive of P waves to the seismic local stations.*

*We shall analyze some concordance (or agree) in our results with Olea's work (1967) at the same region.*

---

\* Manuscrito revisado y aprobado en forma definitiva en Agosto de 1981.

\*\* Departamento de Física, Facultad de Ciencia, Universidad de Santiago de Chile, (Ex-Universidad Técnica del Estado).

## 1. INTRODUCCION

La determinación de la estructura de velocidad sísmica de la corteza y de la parte superior del manto de la tierra sigue siendo uno de los objetivos más importantes de la Sismología.

Entre otros, este problema ha sido resuelto bidimensionalmente por Crosson (1976), determinando simultáneamente hipocentros y parámetros de velocidad, mediante el procedimiento dado por Levinger (1944) y más tarde por Marquardt (1963).

Aki y Lee (1976) resuelven el mismo problema pero en forma tridimensional. Este método será analizado en detalle y aplicado a la zona de Antofagasta.

## 2. MODELO TRIDIMENSIONAL

El modelo que se usará en este estudio será el de Aki et al (1976) en que se dividirá la tierra en bloques de igual tamaño, que en principio serán homogéneos, es decir, la velocidad de la onda P en todos los bloques es la misma y se denominará VEL. Los hipocentros deberán estar ubicados dentro del volumen de tierra a estudiar y las estaciones en la superficie.

La trayectoria de la onda sísmica según el modelo deberá ser una recta D (IJ) que parte desde el hipocentro del sismo J hasta la estación I.

Los datos con que se cuenta para calcular los parámetros del modelo, son los tiempos de llegada de la onda a varias estaciones.

Para usar este método, previo se debe determinar el hipocentro y el tiempo origen a partir de modelos bidimensionales y estos cálculos posteriormente se verán modificados.

Las coordenadas del hipocentro serán:

$$XE(J), YE(J), ZE(J)$$

y las coordenadas de las estaciones XS(I), YS(I), ZS(I), por lo que  $D(IJ) = \left\{ (XS(I) - XE(J))^2 + (YS(I) - YE(J))^2 + (ZS(I) - ZE(J))^2 \right\}^{1/2}$

El tiempo de viaje de la onda P desde el hipocentro J a la estación I para este modelo es T(IJ) y se denomina tiempo calculado.

$$T(IJ) = \frac{D(IJ)}{VEL}$$

En cambio, desde el sismograma se obtendrá un tiempo leído para un sismo J en la estación I, se designará TOBS(IJ) Tabla N° 4. A partir de otros modelos se calculará el tiempo en que supuestamente se inició el sismo, que se designará TO(J). El tiempo de viaje "real" para el sismo será TOBS(IJ) - TO(J).

Se llamará residual a la diferencia entre el tiempo "real" y el tiempo calculado TR(IJ) = TOBS(IJ) - TO(J) - T(IJ). Si TR(IJ) es distinto de cero significará que el modelo de tierra homogénea no es real y que se deberá modificar la velocidad en el bloque que en algunos casos será mayor que VEL y en otros será menor.

Se llamará TK(IJ) al tiempo empleado por la onda P del sismo J en pasar a través del bloque K en su viaje a la estación I y VK a la velocidad en el bloque K.

Se definirá también la perturbación fraccional de la lentitud en el bloque K como FK. Se llama lentitud al valor recíproco del módulo de la velocidad y

$$FK = \frac{\frac{1}{VK} - \frac{1}{VEL}}{\frac{1}{VEL}}$$

de donde

$$\frac{1}{VK} = \frac{1}{VEL} (1 + FK)$$

T(IJ) es la función no lineal de los parámetros de la fuente del sismo; para aproximarla a una función lineal, se efectúa un desarrollo de Taylor hasta términos de primer orden.

$$T(IJ) = T(IJ)_o + \frac{\partial T}{\partial X_{IJ}} \Delta XE_J + \frac{\partial T}{\partial Y_{IJ}} \Delta YE_J + \frac{\partial T}{\partial Z_{IJ}} \Delta ZE_J$$

Los términos  $\Delta XE_J$ ,  $\Delta YE_J$  y  $\Delta ZE_J$  son correcciones a los parámetros del hipocentro; se introducirá además  $\Delta TO_J$  como corrección al tiempo origen, introduciendo todas estas correcciones al modelo, el tiempo real de viaje deberá ser igual al tiempo calculado más las modificaciones correspondientes a las variaciones de velocidad en los bloques y al error asociado al sismo J y la estación I llamado E(IJ).

$$TOBS(IJ) - TO(J) = T(IJ)_o + \frac{\partial T}{\partial X_{IJ}} \Delta XE(J) + \frac{\partial T}{\partial Y_{IJ}} \Delta YE(J) + \frac{\partial T}{\partial Z_{IJ}} \Delta ZE(J) + \Delta TO(J) + \sum TK(IJ)FK + E(IJ)$$

Si se tiene M sismos y N estaciones se podrá calcular M x N residuales TR (IJ) como máximo. Si un sismo J no es registrado en una estación no se tendrá el valor TOBS (IJ), lo que impedirá calcular el residual.

Sea L el número de sismos no registrados en alguna estación. El número exacto de residuales será (M x N) - L residuales.

Las derivadas del tiempo de viaje se calculan de acuerdo al modelo.

$$T(IJ) = \frac{1}{VEL} \left\{ (XS(I) - XE(J))^2 + (YS(I) - YE(J))^2 + (ZS(I) - ZE(J))^2 \right\}^{1/2}$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial X_{IJ}} \right) = \text{Es la derivada de } T(IJ) \text{ con respecto a la abscisa del hipocentro del sismo J, o sea, respecto de } XE(J).$$

$$\frac{\partial T(IJ)}{\partial XE(J)} = - \frac{1}{2} \frac{1}{VEL} \left\{ (XS(I) - XE(J))^2 + (YS(I) - YE(J))^2 + (ZS(I) - ZE(J))^2 \right\}^{-1/2} \cdot 2 \cdot (XS(I) - XE(J))$$

$$\frac{\partial T(IJ)}{\partial XE(J)} = - \frac{T^{-1}}{VEL^2} (XS(I) - XE(J))$$

$$\frac{\partial T(IJ)}{\partial YE(J)} = - \frac{T^{-1}}{VEL^2} (YS(I) - YE(J))$$

$$\frac{\partial T(IJ)}{\partial ZE(J)} = - \frac{T^{-1}}{VEL^2} (ZS(I) - ZE(J))$$

Se tendrá que calcular  $\Delta XE(J)$ ,  $\Delta YE(J)$ ,  $\Delta ZE(J)$  y  $\Delta TO(J)$  es decir, 4 parámetros por sismo; también F K para cada bloque.

Para resolver se necesita un número de residuales mayor que (4 x M) + K que corresponde al número de variables, esto implica que un sismo útil para trabajar en este modelo debe ser leído en 5 estaciones o más.

Se tendrá unos sistemas de ecuaciones con  $N \times M - L$  ecuaciones y con  $(4 \times M) + K$  variables, lo que aconseja plantear el problema en forma matricial.

El vector que contiene los residuales, será el vector  $d$

$$d^t = \left\{ T(11), T(21) \dots T(N, 1), T(12) \dots T(N, M) \right\}$$

las correcciones de los parámetros de la fuente del sismo y las variaciones de velocidad en los bloques se agrupan en el vector  $m$

$$m^t = \left\{ \Delta X(1), \Delta Y(1), \Delta Z(1), \Delta TO(1) \dots \Delta TO(M), F_1 \dots FK \right\}$$

una matriz de  $(N \times M) - L$  filas y  $4M + K$  columnas relaciona los dos vectores anteriores, además incluimos un vector  $E$  que corresponde al error.

$$d = B m + E$$

$$B_{(N \times M) - L \times (4M + K)}$$

$A_r$  y  $C_r$  forman la matriz  $B$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{1R} & \left(\frac{\partial T}{\partial Y}\right)_{1R} & \left(\frac{\partial T}{\partial Z}\right)_{1R} & & 1 \\ \left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{2R} & & & & \\ \vdots & & & & \\ \left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{NR} & \dots & & & 1 \end{bmatrix} = A_R$$

R va de 1 a M

$$C_R = \begin{bmatrix} T_{11R} & T_{21R} & T_{31R} & \dots & T_{K1R} \\ T_{12R} \\ \vdots \\ T_{1NR} & \dots & & & T_{KNR} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & C_1 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & C_2 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 & 0 & & C_3 \\ \dots & & \dots & & A_M & & C_M \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & A_2 & 0 & & & \\ 0 & 0 & A_3 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & A_M \\ C_1 & C_2 & C_3 & \dots & & \end{bmatrix}$$

Resolver esta ecuación mediante mínimos cuadrados standard es un problema, debido a la gran cantidad de ceros de la matriz B y a la existencia de algunas cantidades muy pequeñas que corresponden a derivadas ubicadas en la diagonal de la matriz que dan una respuesta oscilante.

Conviene intentar la solución mediante mínimos cuadrados amortiguados (Levenguer 1944).

La solución mediante mínimos cuadrados amortiguados se obtiene minimizando

$$|d - B m|^2 + m^T \theta m$$

en lugar de minimizar

$$|d - B m|^2$$

Sea

$$F = (d - B m)^T (d + B m) + m^T \theta m$$

si  $\nabla F = 0$  se obtendrá la solución minimal

$$F = d^T d - m^T B^T d - d^T B m + m^T B^T B m + m^T \theta m$$

$B^T B$  es una matriz simétrica.

$$\nabla F = \nabla (d^T d) - \nabla (m^T B^T d) - \nabla (d^T B m) + \nabla (m^T B^T B m) + \nabla (m^T \theta m)$$

$$0 = 0 - B^T d - B^T d + 2B^T B m + 2\theta m$$

$$0 = (B^T B + \theta) m - B^T d$$

$$(B^T B + \theta) m = B^T d$$

La solución de esta ecuación matricial se hará mediante el programa usado por Aki et al (1976), adaptado para el caso presente.

### 3. ANALISIS DE LOS DATOS

Se utilizará el método antes indicado para determinar la corteza terrestre en las cercanías de Antofagasta. Se utilizará sismos ocurridos el año 1964 que fueron utilizados por Olea (1967) en su trabajo de determinación de hipocentros.

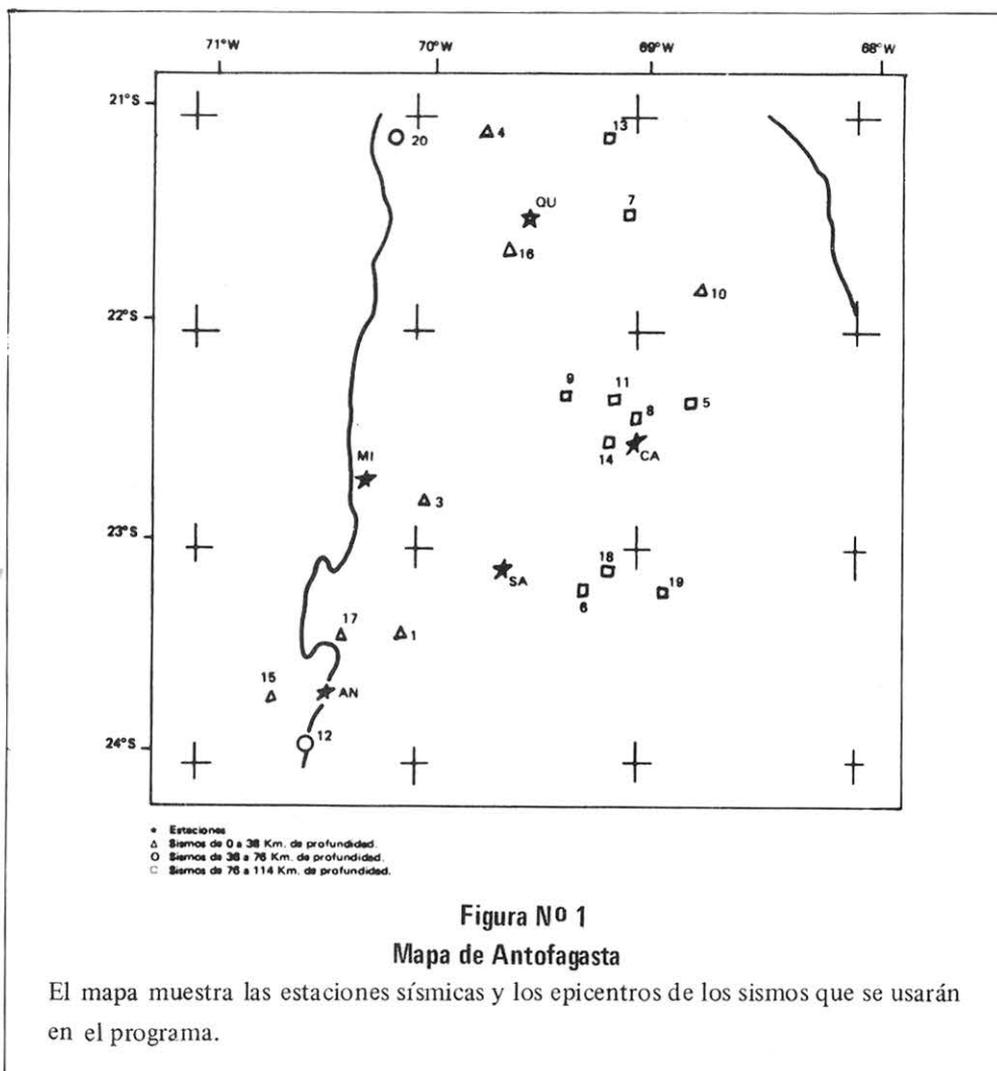
Olea (1967) usa un modelo de tierra bidimensional, es decir, usa un corte vertical, de Este a Oeste. En su modelo, la corteza está limitada en su parte inferior por una capa inclinada. Se determinó el ángulo de inclinación de dicha capa a partir del modelo óptimo para el cálculo de hipocentros.

El volumen de tierra a estudiar está ubicado aproximadamente entre los 24 y los 20° latitud Sur, entre los 70,8 y los 68° longitud Oeste y entre 0 y 114 Kms. de profundidad. Se

elegirá el origen del sistema en 24° latitud Sur, 70,8° longitud Oeste y 0 Km. de profundidad.

Se usará el modelo de 3 capas paralelas de 38 Km de profundidad divididas cada una en tres bloques de 78 Km en el eje X (longitud) y 322 Km en el eje Y (latitud). Se elegirá como VEL (velocidad homogénea) 5,6 (km/seg).

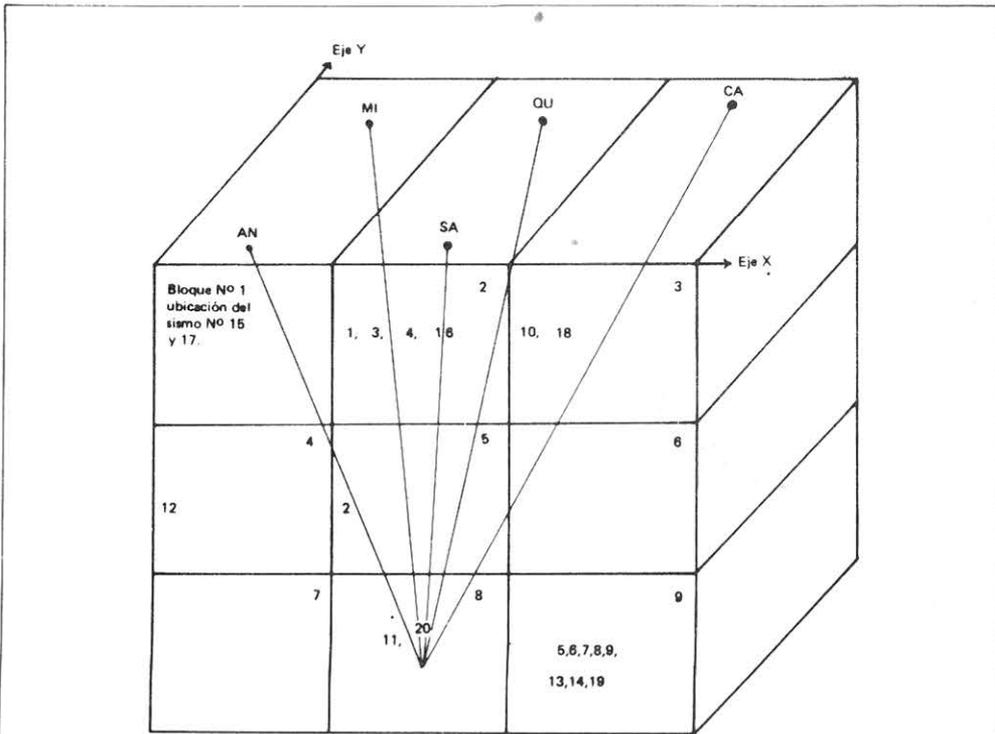
Los sismos a usar deben ser leídos al menos en 5 estaciones (Tabla 3.1), por esta razón, de los 50 sismos usados por Olea (1967) se utilizarán 20 que cumplen con esta condición y de preferencia aquellos en que la lectura sea iP para mayor eficiencia (Tabla 3.2).



**Tabla 3.1**  
**Lista de Estaciones Sismológicas**

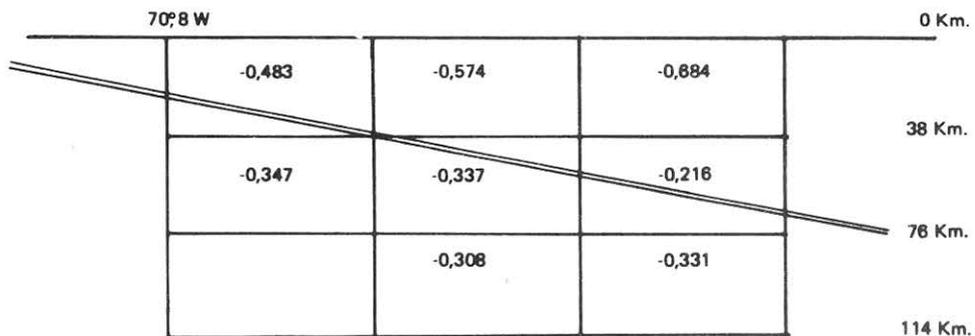
ESTACION	LATITUD	LONGITUD	ALTURA
Antofagasta AN	23°705	70°415	80 m
Michilla MI	22°706	70°266	100 m
Salinas SA	23°153	69°611	1350 m
Quillagua QU	21°655	69°528	800 m
Calama CA	22°479	69°026	2000 m

La distribución de las estaciones sismológicas y de los epicentros de los sismos se muestran en la Fig. N° 2 y la distribución en profundidad así como los rayos sísmicos se muestran en la Fig. N° 3.



**Figura N° 2**

En la figura se muestra el volumen de tierra estudiado, los bloques en que fue dividido, la distribución de los hipocentros en los bloques y los rayos sísmicos que parten del sismo N° 20 a las estaciones sísmicas.



**Figura N° 3**  
Resultados Comparativos  
de los dos métodos

**Tabla 3.2**  
**Lista de Sismos**

Nº	FECHA	TIEMPO ORIGEN	LATITUD	LONGITUD	PROFUNDIDAD
1	270664	001709,0	23,409	70,072	25 Km
2	050764	180826,6	23,153	69,801	85 Km
3	180764	065003,9	22,584	69,692	29 Km
4	251164	043539,8	21,107	69,692	15 Km
5	120964	045033,0	22,322	68,739	98 Km
6	140964	043127,1	23,222	69,194	94 Km
7	170964	084703,1	21,466	69,051	94 Km
8	260964	091342,0	22,415	68,997	85 Km
9	270964	082551,0	22,286	69,309	95 Km
10	071164	050057,0	21,892	68,785	13 Km
11	101164	002523,1	22,316	69,167	87 Km
12	161164	064116,5	23,918	70,547	72 Km
13	211264	014820,0	21,102	69,158	107 Km
14	271264	043204,7	22,496	69,115	105 Km
15	070964	024053,3	23,674	70,622	33 Km
16	111164	021824,9	21,628	69,613	2 Km
17	241164	114556,3	23,458	70,352	23 Km
18	251164	043539,8	21,107	69,692	15 Km
19	280664	061341,2	23,250	68,884	105 Km
20	260964	015523,8	23,097	69,110	80 Km

La localización y tiempo origen de los sismos que se usarán en el cálculo de perturbación de la velocidad.

**Tabla 3.3.**  
**Lista de tiempos de llegada de la onda P TOBS(J)**

	AN	MI	SA	QU	CA
1	iP001714,9	iP001722,4	iP001718,8	eP001742,5	iP001733,5
2	iP180842,2	iP180841,0	iP180837,7	iP180852,0	eP180846,1
3	iP065024,2	iP065011,5	065016,4	iP065023,4	eP065020,5
4	eP043625,2	eP043610,1	iP43614,8	iP043549,5	iP043606,7
5	eP045107,0	iP045059,4	iP045056,6	iP045054,1	iP045048,8
6	eP043149,9	eP043147,9	iP043141,3	eP043155,0	eP043145,2
7	eP084743,0	iP084731,8	iP084734,1	iP084719,0	iP084725,0
8	eP091412,8	eP091403,9	eP091402,4	iP091401,5	eP091355,1
9	eP082622,0	iP082611,5	iP082611,2	iP082608,5	iP082606,5
10	eP050137,1	iP050125,9	eP050223,3	eP050110,9	iP050108,8
11	eP002552,2	iP002544,3	iP002542,3	iP002540,4	iP002537,1
12	iP064127,6	iP064138,1	iP064138,1	iP064137,8	iP064150,1
13	eP014904,5	eP014852,7	eP014855,2	iP014838,8	iP014846,8
14	eP043234,3	eP043226,7	eP043224,0		iP043220,8
15	iP024059,6	iP024109,4	iP024112,2	eP024130,1	iP024125,4
16	eP021902,1	eP021846,9	eP021850,6	iP021826,5	eP021842,8
17	iP114602,1	iP114610,0	eP114609,6	iP114612,3	eP114623,9
18	iP015547,5	eP015544,3	iP015538,2	iP015559,7	eP015539,7
19	eP061408,0	eP061406,9	iP061359,9	eP061417,0	iP061401,5
20	eP225440,4	eP225427,2	iP225434,1	iP225414,7	eP225429,8

Con estos antecedentes se tienen 99 datos de residuos.

#### 4. RESULTADOS

El número de rayos que pasa por cada bloque representa un grado de confiabilidad en los resultados. El bloque N° 7 que se encuentra en la zona costera entre 76 y 114 Km. de profundidad no puede ser muestreado porque los sismos en esa zona son menos profundos.

La Tabla 4.1 contiene el número de rayos que pasa por cada bloque y la perturbación de lentitud correspondiente.

Tabla 4.1

BLOQUE	Nº DE RAYOS	PERTURBACION DE LENTITUD
1	32	0,483
2	81	0,574
3	46	0,684
4	19	0,347
5	32	0,337
6	29	0,216
7	0	XXX
8	12	0,308
9	42	0,331

Este resultado se grafica en la Fig. N° 3. Los bloques 4, 5, 8 y 9 tienen valores de perturbación iguales hasta las décimas, lo que da velocidades similares en cada uno de dichos bloques.

#### 5. COMENTARIOS

El plano inclinado de la Fig. N° 3, corresponde a la separación que hizo Olea (1967) entre corteza y manto. Le asignó a la parte superior una velocidad única de 6,20 Km/seg. y 7,95 Km/seg. a la inferior. Ubicó el plano a 37 Km. de profundidad en los 70° W y 22°30 S, con un rumbo N5W y una inclinación 9° E.

En la Fig. N° 3, todos los bloques superiores al plano tienen velocidades inferiores, mostrando un aumento hacia la costa. Los bloques ubicados bajo el plano muestran una velocidad mayor muy pareja, salvo el bloque 6 que está situado bajo la cordillera y que tiene la mayor velocidad.

Para que los resultados obtenidos mediante este método sean confiables se debe dividir la tierra en una gran cantidad de bloques pequeños y contar con una cantidad grande de estaciones locales que registren los mismos sismos. De esta manera el problema tiene muchos grados de libertad como en el trabajo de Aki y Lee (1976) en Bear Valley con 32 sismos y 60 estaciones.

#### **BIBLIOGRAFIA**

1. AKI, K. y LEE, WHK. Determination of threedimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earth-quakes. J. Geophys. Res. 81, 4381-4399, 1976.
2. CROSSON, ROBERT S. Crustal Structure Modeling of Earthquake Data. J. Geophys. Res. 81, 3036-3046, 1976.
3. LEVENGUER, K. A method for the solution of certain non linear problem in least squares, Quart. Appl. Math., 2, 164-168, 1944.
4. MARQUARDT, D.W. An algorithm for least squares estimation on non-linear parameters, J. Soc. Ind. Appl. Math., 11, 431-441, 1963.
5. OLEA MENESES, RICARDO. Determinación de hipocentros y su aplicación al estudio del Norte de Chile. Universidad de Chile, Departamento de Geofísica y Geodesia, 1967.