

Convección natural asociada a pozas de enfriamiento por aspersión

Álvaro Güell V.*, Ricardo Molina E.* y Pedro Navarrete A.*

RESUMEN: Las pozas de enfriamiento por aspersión son intercambiadores de calor de tipo evaporativo de contacto directo agua-aire. Así, agua de proceso a alta temperatura se enfría mediante la aspersión en pequeñas gotas, consiguiendo un aumento considerable del área de transferencia de calor y masa, resultando en una mayor cantidad de energía que las gotas entregan al aire debido al efecto convectivo y al calor latente de vaporización de la masa de agua que se evapora. Las transferencias que se producen alteran la temperatura y humedad del aire circundante, dando origen a fuerzas de empuje que inducen a una convección natural de aire en la poza de aspersión.

En otro trabajo de los autores [10] se estudia este efecto, considerando que la convección natural inducida es conocida, con ello se consigue una considerable simplificación del problema planteado.

En el presente trabajo no se considera esta simplificación, y el estudio se realiza acoplando numéricamente las ecuaciones de continuidad, transporte de momentum y la ecuación de Poisson, para el campo dinámico y las ecuaciones de transporte de energía y transporte de masa para los campos térmico y másico. Ambos campos están ligados principalmente a través de la fuerza de empuje del aire caliente y húmedo que atraviesa la zona de aspersión, como también de las propiedades del aire.

Se presenta el estudio, modelación y resolución numérica de tipo discreta de una poza cilíndrica, atendiendo las ventajas que este tipo de coordenadas presenta para el modelo. El sistema de ecuaciones álgebra diferencial no lineal resultante, se resuelve por el método numérico de diferencias finitas.

INTRODUCCIÓN

El modelo propuesto estudia el comportamiento de las variables en la zona adyacente a la poza y en ella misma. En efecto, Güell et al. [1] solucionan el campo térmico másico suponiendo conocido el perfil de velocidad del aire. El presente estudio continúa con el modelo anterior, pero abandona la suposición del perfil de velocidad conocido, modelando las características que permitan la obtención de dicho perfil, y el acople final de los campos [Molina, 2]. Con ello se logra conocer la influencia de la velocidad del

SUMMARY: The cooling ponds are heat exchangers of the evaporative type in direct contact between water and air. In this way, high temperature process water is cooled through the aspersión in small droplets, taking advantage of the important increase of the area of heat and mass transfer, resulting in an increase in the energy given to the air by the droplets, due to the convective effect and the latent heat of vaporization of the water mass evaporated. The transferences produced alter the temperature and humidity of the circundant air, producing a lifting force which induces a natural convection of the air in the pond.

In another work these authors [10] study this effect, considering that the natural convection induced is known with this, one gets a considerable simplification of the problem.

This work does not consider this simplifications, and the study is done by numerically coupling the continuity equations, transport momentum and the equation of Poisson, for the dynamic field and energy and mass transport equations for the thermal and mass fields. Both fields are principally linked through the lifting force of the hot and humid air which goes through the aspersión zone as well as the properties of the air.

A modelling and a numerical resolution of the discrete type of a cylindrical pond is presented, taking advantage of this type of coordinates for the model.

The resulting non-linear algebraic differential equations are solved by the finite differences numerical method.

aire, densidad y distribución de gotas y la geometría de la poza sobre las características disipativas de ésta.

Para las distintas ecuaciones de transporte la solución numérica se intenta por el método ADI (Alternating Direction Implicit) [Peaceman et al., 3]. La ecuación de Poisson no es de transporte, y se resuelve por una rutina implementada por los autores. Sin embargo, existe la alternativa de utilizar un programa desarrollado para tales efectos [Schumann et al., 4].

Los fenómenos de inestabilidad numérica se resuelven introduciendo factores de amortiguamiento y relajación al algoritmo de solución [Patankar, 5; Moussiopoulos, 6].

MODELO MATEMÁTICO

Las ecuaciones diferenciales fundamentales se plantean

*Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Santiago de Chile, Casilla 10233, Santiago, Chile.

para el aire, considerando el efecto de las gotas de agua como términos externos [Güell et al., 7], en conjunto con las ecuaciones que describen el movimiento ascendente y descendente de las gotas.

Geometría de la poza

Atendiendo las ventajas que presentan las simetrías radial y angular, se modela una poza cilíndrica y se estudia la zona de aspersión o de lluvia propiamente tal y una zona externa de convección; el estado permanente es estudiado. La poza se muestra en la Figura 1.

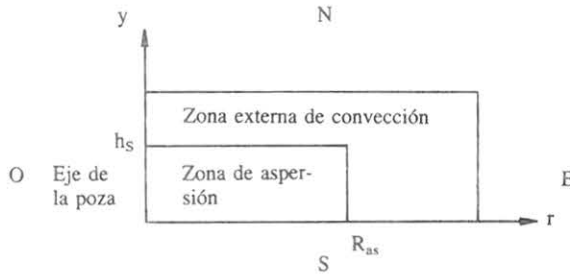


Figura 1: Zonas de modelación.

Ecuaciones de modelación

Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad con la aproximación de Boussineq se reduce a [Bird et al., 8]:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

siendo el perfil de velocidad absoluta del aire $\vec{V} = (u, v)$ con u componente radial y v componente vertical.

Ecuación de transporte de momentum

Representada por la ecuación de Navier Stokes, utilizando la viscosidad turbulenta del aire se tiene:

$$(\nabla \cdot \vec{V}) \cdot \vec{V} = \vec{g} - (1/\rho_A) \cdot \nabla \cdot P + \nu \cdot \nabla^2 \vec{V} + \vec{F}_R + \vec{F}_F \quad (2)$$

donde las fuerzas \vec{F}_R y \vec{F}_F , de arrastre y de empuje, respectivamente, representan los términos externos. Resolver esta ecuación significa trabajar con la presión, lo que conlleva complicaciones numéricas [Patankar, 5]. Por ello, se convierte la ecuación de Navier Stokes en una nueva ecuación: la ecuación de transporte de vorticidad.

Ecuación de transporte de vorticidad

Con vorticidad τ definida según:

$$\tau = \nabla \times \vec{V} = u_y - v_r \quad (3)$$

se llega a la ecuación de transporte de vorticidad en la forma:

$$(u \cdot \tau)_r + (v \cdot \tau)_y = \nu \cdot [\tau_{rr} + \tau_{yy} + (\tau/r)_r] + (F_{Rr})_y - (F_{Ry})_r - (F_{Fy})_r \quad (4)$$

Ecuación de Poisson

Se define la función de corriente Φ como:

$$\Phi_y = u \cdot r \quad (5)$$

$$\Phi_r = -v \cdot r \quad (6)$$

Con estas relaciones y la definición de vorticidad, se obtiene la ecuación de Poisson:

$$\Phi_{rr} + \Phi_{yy} = r \cdot \tau + (1/r) \cdot \Phi_r \quad (7)$$

Velocidad de gotas

Considerando las fuerzas que actúan sobre las gotas, fuerzas de inercia, roce y gravitacional, se tiene para las gotas que suben (S) y bajan (F):

$$(w_S)_t = w_S \cdot (w_S)_y = -g - K \cdot w_{relS}^2 \quad (8)$$

$$(w_F)_t = w_F \cdot (w_F)_y = -g + K \cdot w_{relF}^2 \quad (9)$$

con K diámetro inverso equivalente y w_{rel} velocidad relativa gota-aire según:

$$K = 0,75 \cdot (\rho_A/\rho_w) \cdot (CD/d) \quad (10)$$

$$w_{relSF} = [u^2 + (v - w_{SF})^2]^{1/2} \quad (11)$$

Se asume que la velocidad relativa aire-gota es igual a la velocidad de la gota, sin arrastre horizontal. Con esto, y de las ecuaciones (8) y (9) se obtienen las expresiones de las velocidades absolutas para las gotas que suben y bajan en la forma:

$$w_S = [(g/K) \cdot (\exp(2 \cdot K \cdot (h_S - y)) - 1)]^{1/2} \quad (12)$$

$$w_F = -[(g/K) \cdot (1 - \exp(2 \cdot K \cdot (y - h_S)))]^{1/2} \quad (13)$$

Estabilidad dinámica de la gota

Las gotas se romperán si las fuerzas de arrastre y de tensión superficial son de similar magnitud. Para que esto ocurra, la velocidad que deben alcanzar las gotas ha de ser:

$$w_{max} = [8 \cdot \sigma / (CD \cdot \rho_A \cdot d)]^{1/2} \quad (14)$$

donde σ es la tensión superficial. Para las condiciones de modelación, $w_{max} = 23,1$ m/seg; la máxima velocidad de las gotas, a la salida de los aspersores, es de 10,75 m/seg, con lo que se asegura la estabilidad dinámica de las gotas.

Tiempo de vuelo de la gota

El tiempo total de vuelo t_0 se obtiene integrando las relaciones (12) y (13) a lo largo de la trayectoria de las gotas, con lo cual:

$$t_0 = [1/(K \cdot g)]^{1/2} \cdot \{\arctg([\exp(2 \cdot K \cdot h_S) - 1]^{1/2}) + \arctg([1 - \exp(-2 \cdot K \cdot h_S)]^{1/2})\} \quad (15)$$

Distribución espacial de gotas

Existe esta distribución debido a la variación de la veloci-

dad de gotas con la altura, por ello la distribución local de gotas toma la forma:

$$n_i = 6 \cdot M_w / (\pi \cdot d^3 \cdot \rho_w \cdot A_S \cdot w_i) \quad (16)$$

donde $i = S$ para las gotas que suben e $i = F$ para las que bajan. M_w es el flujo másico de agua a enfriar y A_S es el área de la zona de lluvia.

Fuerzas de arrastre y empuje

Considerando el efecto de las gotas que suben y bajan las componentes escalares de la fuerza de arrastre toman la forma:

$$F_{Rr} = -CD \cdot \pi \cdot d^2 / 8 \cdot \{n_S \cdot u \cdot [u^2 + (v - w_S)^2]^{1/2} + n_F \cdot u \cdot [u^2 + (v - w_F)^2]^{1/2}\} \quad (17)$$

$$F_{Ry} = -CD \cdot \pi \cdot d^2 / 8 \cdot \{n_S \cdot (v - w_S) \cdot [u^2 + (v - w_S)^2]^{1/2} + n_F \cdot (v - w_F) \cdot [u^2 + (v - w_F)^2]^{1/2}\} \quad (18)$$

La fuerza de empuje queda definida a partir de las variables del campo térmico másico y representa el nexo entre ambos campos. Por unidad de masa de aire húmedo se tiene:

$$\vec{F}_F = \vec{g} \cdot \beta \cdot (T_{vo} - T_v) \quad (19)$$

donde β es el coeficiente de expansión volumétrica del aire y T_v la temperatura virtual que con la aproximación de gas ideal se definen como:

$$\beta = 1 / T \quad (20)$$

$$T_v = T \cdot (1 + x \cdot R_v / R_a) / (1 + x) \quad (21)$$

Los términos R_v y R_a hacen referencia a las constantes de gas del vapor y aire seco, respectivamente. El subíndice o indica condiciones ambientales no perturbadas por la poza.

Campo térmico másico

El campo térmico másico ha sido estudiado en extenso [Moussiopoulos, 6; Güell et al., 1]. Sólo a modo de resumen se presentan algunas relaciones.

Considerando una propiedad ϕ genérica, la ecuación de transporte de ϕ toma la forma:

$$(u \cdot \phi)_r + (v \cdot \phi)_y + u \cdot \phi / r = C + \alpha \cdot \{\phi_{rr} + \phi_{yy} + (1/r) \cdot \phi_r\} \quad (22)$$

Si $\phi = T$, temperatura del aire, se trata de la ecuación de transporte de energía. En este caso:

$$C = (1 / C_{pM}) \cdot (\dot{q}_S + \dot{q}_F + X \cdot r_o \cdot (\dot{m}_S + \dot{m}_F)) \quad (23)$$

donde el término α representa la difusividad térmica del aire.

Si $\phi = x$, humedad absoluta del aire, se trata de la ecuación de transporte de masa para el vapor de agua. En este caso:

$$C = \dot{m}_S + \dot{m}_F \quad (24)$$

y α corresponde a la difusividad másica.

Los flujos de calor y masa de agua al aire por unidad de masa de aire son:

$$\dot{q}_i = (n_i / \rho_A) \cdot h_i \cdot A \cdot \Delta T \quad (25)$$

$$\dot{m}_i = (n_i / \rho_A) \cdot h_x \cdot A \cdot \Delta x \quad (26)$$

donde $i = S$ para las gotas que suben e $i = F$ para las que bajan.

Sin embargo, ambas difusividades son muy similares debido a que el número de Lewis para las condiciones ambientales normales es cercano a la unidad.

SOLUCIÓN NUMÉRICA

El conjunto de ecuaciones que resulta de la modelación de la poza y su zona adyacente se discretiza de acuerdo al método de diferencias finitas [Roache, 9]. Se utilizan, para ello, diferencias de tipo centrada con malla desplazada de definición de variables.

Discretización de las ecuaciones de transporte

Las ecuaciones discretizadas de transporte para una propiedad genérica ϕ (vorticidad, temperatura o humedad absoluta del aire), toman la forma [Patankar, 5]:

$$A^P \cdot \phi^P + \sum A^V \cdot \phi^V = B^P \quad (27)$$

con A coeficiente característico de la ecuación diferencial discretizada en el punto que se estudia, B el término externo. Los superíndices P y V hacen mención al punto en referencia y a los puntos vecinos.

Los coeficientes de las ecuaciones de transporte se afectan por un factor de amortiguamiento α_o , a fin de evitar problemas de estabilidad numérica, resultando:

$$A^N = -D^N + cte \cdot K^N - \alpha_o \cdot cte \cdot |K^N| \quad (28)$$

$$A^S = -D^S - cte \cdot K^S - \alpha_o \cdot cte \cdot |K^S| \quad (29)$$

$$A^E = -D^E + cte \cdot K^E - \alpha_o \cdot cte \cdot |K^E| \quad (30)$$

$$A^O = -D^O - cte \cdot K^O - \alpha_o \cdot cte \cdot |K^O| \quad (31)$$

Según Moussiopoulos [6], no se comete un error mayor del 1% si α_o es 0,95. D y K son los términos difusivos y convectivos, respectivamente.

Ecuación de Poisson

La discretización de la ecuación de Poisson arroja lo siguiente:

$$B^O \cdot \phi^O + B^P \cdot \phi^P + B^E \cdot \phi^E + B^S \cdot \phi^S - 2 \cdot \phi^P + B^N \cdot \phi^N = B_{i,j} \quad (32)$$

con:

$$i = 2, 3, \dots, M \quad ; \quad j = 2, 3, \dots, N$$

donde los subíndices M y N indican una fila y una columna antes de las condiciones de contorno; los coeficientes característicos para el norte y sur, es decir, B^N y B^S son iguales a la unidad. El resto de los coeficientes son:

$$B^O = 1 + 1/2 \cdot (i - 0.5) \quad (33)$$

$$B^E = 1 - 1/2 \cdot (i - 0.5) \quad (34)$$

$$B^P = -B^O - B^E = -2 \quad (35)$$

$$B_{i,j} = (i - 0.5) \cdot \epsilon^3 \cdot \tau_{i,j} \quad (36)$$

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El Gráfico 1 del perfil de línea de corriente muestra el fenómeno convectivo del aire inducido por la poza de aspersión. En la zona este de modelación, el flujo de aire lo hace en forma horizontal y debido a la influencia de las gotas calientes de agua, este perfil va curvándose denotando la convección natural.

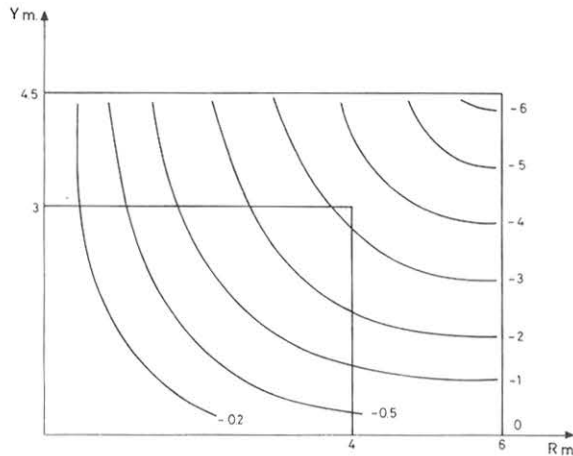


Gráfico 1. Línea de corriente m³/seg.

El Gráfico 2 muestra el perfil de velocidad del aire para la zona modelada. A medida que el aire ingresa a la poza, la componente horizontal se reduce como consecuencia de las fuerzas de arrastre con las gotas y de la continuidad axial. La máxima velocidad horizontal del aire alcanza los 0,28 m/seg, en una zona cercana al sector de lluvia de gotas. La componente vertical sufre un fuerte cambio de magnitud, desde una condición nula en la zona este, hasta una velocidad máxima en la zona superior del eje de la poza, valor que es de 0.78 m/seg, como consecuencia de las fuerzas de empuje y arrastre vertical.

En estudios previos realizados por los autores relativo a los perfiles de temperatura y humedad del aire, resultó la existencia de un sector saturado en la zona próxima al eje de la poza, lo que se traduce en la inconveniencia de instalar aspersores en esa zona. Esto también se puede observar en el Gráfico 3, que muestra el calor disipado por la gota por unidad de masa, a lo largo de su trayectoria y para distintas posiciones radiales, encontrándose una diferencia cercana al 10% entre gotas, cuyo recorrido fue cercano al eje de la poza y aquéllas en el extremo de la misma. Todo esto hizo interesante modelar una poza en donde no exista aspersión en la parte central, teniendo como objetivo una máxima disipación de calor a la atmósfera. El Gráfico 4 muestra un

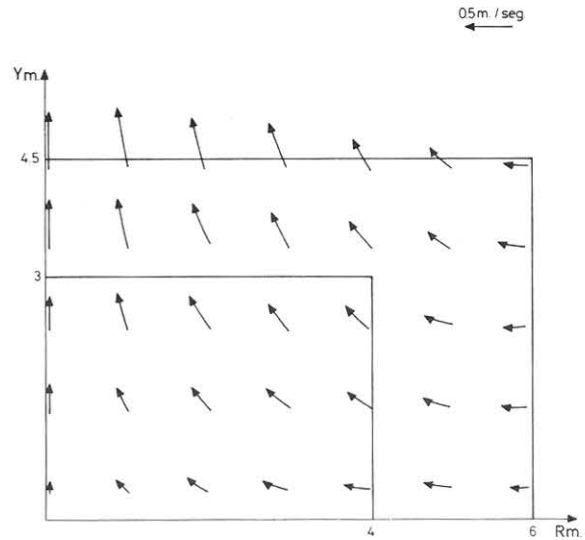


Gráfico 2. Perfil de velocidad del aire m/seg.

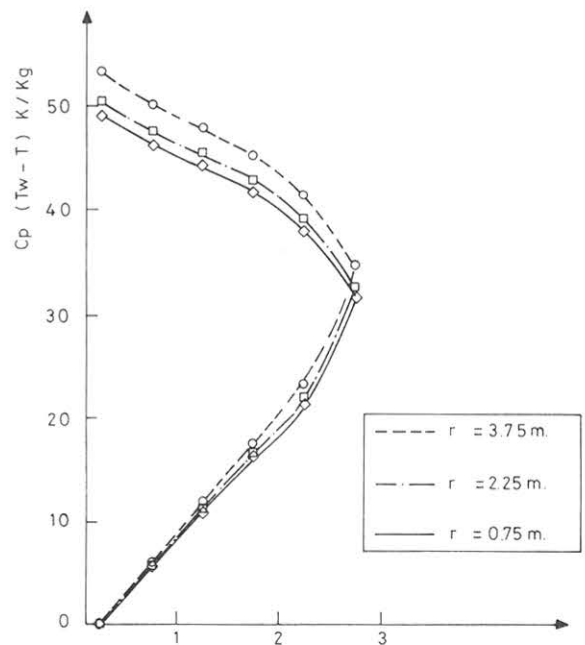


Gráfico 3. Calor sensible disipado por gotas con recorrido en distintas posiciones.

leve aumento en las características disipativas del equipo explicable fundamentalmente por dos motivos, primero: se favorecen los potenciales de transferencia de calor y masa al colocar una mayor cantidad de agua aspersada en contacto con aire ambiente menos perturbado por la poza, y segundo: la mejora en el fenómeno convectivo de aire inducido por la poza.

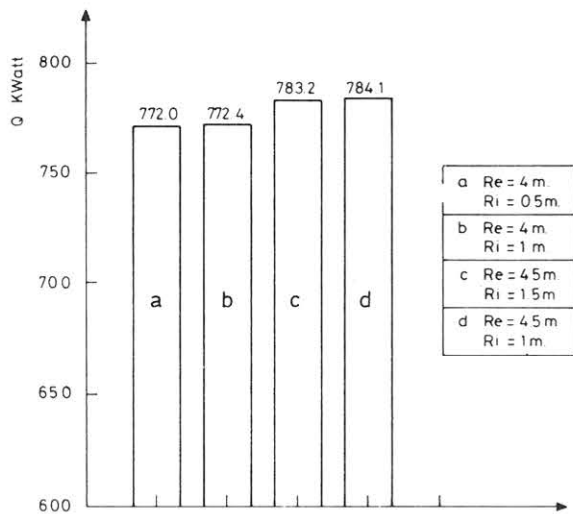


Gráfico 4. Características disipativas de calor en función de la geometría de la poza.

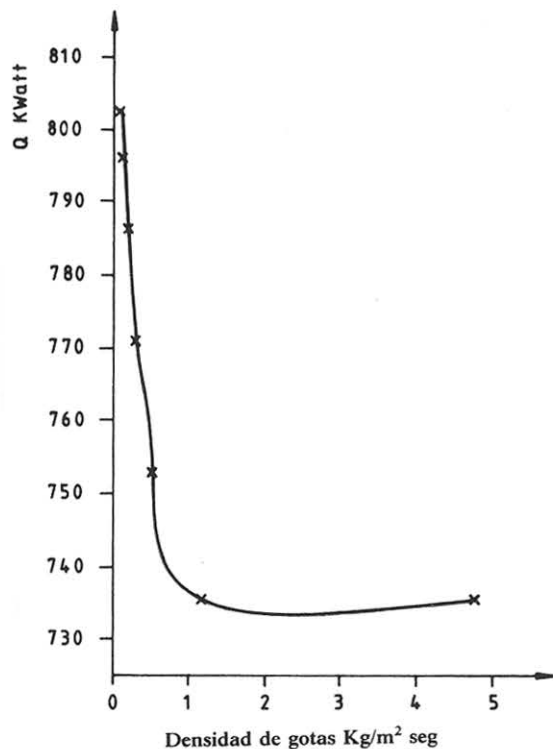


Gráfico 5: Calor total rechazado por la poza de aspersión en función de la densidad de gotas.

En el Gráfico 5 se muestra cómo la variación de la disipación calor en la poza varía con respecto a la densidad de gotas en la zona de lluvia, observándose una suerte de densidad crítica, a 1 Kg/m seg. Luego de lo cual el sistema permanece invariante, situación similar se advierte en el Gráfico 6 con respecto al radio de aspersión. Ambos gráficos se explican por la existencia de dos efectos simultáneos; la resistencia de una poza de alta densidad al flujo natural de aire, y el efecto de la saturación de aire circundante. Ambos efectos inciden fuertemente, además, en la magnitud de los flujos convectivos y éstos a su vez sobre los coeficientes de transferencia de calor y materia.

Si bien es cierto se ha modelado una poza de aspersión pequeña y de flujo másico reducido, por restricciones computacionales en cuanto al tiempo de CPU empleado, el comportamiento cualitativo esperado para una poza de mayor envergadura es similar al mostrado en los gráficos anteriores, siendo más significativo el incremento del calor disipado por la no aspersión central en la poza.

Actualmente se realizan mediciones experimentales en un equipo tamaño laboratorio, que permitan la comparación de los resultados obtenidos mediante el modelo y entregar nuevos antecedentes a fin de abordar con éxito la construcción de un equipo piloto.

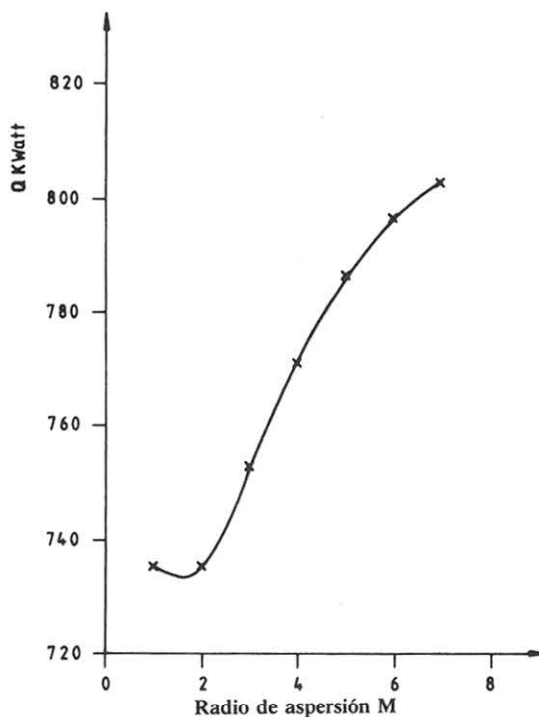


Gráfico 6: Calor total rechazado por la poza para distintas geometrías.

**NOMENCLATURA Y VALORES
DE LAS PROPIEDADES USADAS**

Aire

Densidad	$\rho_A = 1,16 \text{ Kg/m}^3$
Calor específico	$C_{PA} = 1 \text{ J/g K}$
Conductividad térmica	$k_A = 0,026 \text{ W/mK}$
Viscosidad turbulenta	$\nu_t = 0,9 \text{ m}^2/\text{seg}$
Número de Prandt	$Pr = 0,705$
Constante de gas	$R_A = 286,7 \text{ J/Kg K}$
Coefficiente de expansión volumétrica	$\beta = 1/273 \text{ 1/K}$

Agua

Densidad	$\rho_w = 1.000 \text{ Kg/m}^3$
Calor específico agua líq.	$C_{pw} = 4,19 \text{ J/g K}$
Calor específico vapor	$C_{pv} = 1,86 \text{ J/g K}$
Constante gas vapor	$R_v = 461,9 \text{ J/Kg K}$
Entalpia cambio de fase a 0C	$r_o = 2.500 \text{ J/g}$
Conductividad térmica	$k_w = 0,6 \text{ w/m K}$
Tensión superficial	$\sigma = 0,0728 \text{ J/m}^2$

Parámetros usados en la obtención de resultados

Altura de aspersión	: 3 m
Radio de aspersión	: 4 m
Tamaño celdilla diferencial	: 0,5 m
Diámetro medio de gotas	: 0,002 m
Flujo másico de agua a enfriar	: 15 Kg/seg
Temperatura ambiente (bulbo seco)	: 293 K
Humedad absoluta ambiente	: 0,009 Kg _v /Kg _a
Temperatura agua entrada poza	: 313 K

Simbología

Vectores

\vec{F}_R Fuerza de roce por unidad de masa	m/seg ²
\vec{F}_F Fuerza de empuje por unidad de masa	m/seg ²
\vec{g} Aceleración de gravedad	m/seg ²

Parámetros

A	área superficial de la gota	m ²
A _S	área de la poza	m ²
CD	coeficiente de arrastre	—
C _{PA}	calor específico aire seco	J/g K
C _{Pm}	calor específico aire húmedo	J/g K
C _{pv}	calor específico vapor	J/g K
C	término externo o generador	variable

d	diámetro de la gota	m
h _S	altura de la zona de lluvia	m
h _T	coeficiente convectivo de calor	J/m ² seg K
h _x	coeficiente convectivo de masa	Kg/m ² seg
K	diámetro inverso equivalente	1/m
m	flujo másico de agua al aire	Kg/seg
M _w	flujo másico de agua a enfriar	Kg/seg
n	distribución media de gotas por volumen	1/m
P	presión local del aire	N/m ²
q	flujo convectivo de calor	J/Kg seg
R _{as}	radio de la poza	m
R _v	constante de gas del vapor	J/Kg K
Ø	propiedad genérica	varia
x	coeficiente recondensación	—
Φ	línea de corriente	m ³ /seg
\vec{w}	velocidad absoluta de gotas	m/seg
\vec{V}	velocidad absoluta del aire	m/seg
R _a	constante de gas del aire	J/Kg K
r _o	entalpia cambio fase agua	J/Kg
t _o	tiempo total de vuelo gota	seg
T	temperatura absoluta aire	K
T _v	temperatura virtual aire	K
u	comp. horizontal vel. aire	m/seg
v	comp. vertica vel. aire	m/seg
w	velocidad absoluta gotas	m/seg
w _{rel}	velocidad relativa aire-gota	m/seg
x	humedad absoluta aire	—
α _o	coeficiente amortiguamiento	—
β	coef. expansión volumétrica	1/K
ν _t	viscosidad turbulenta aire	m ² /seg
ε	longitud celdilla diferencial	m
π	constante π	—
ρ _A	densidad del aire	Kg/m ³
ρ _w	densidad del agua	Kg/m ³
σ	tensión superficial	J/m ²
τ	vorticidad del aire	1/seg

Subíndices

A	aire
F	bajada gotas
o	condiciones no perturbada por la poza
r	derivada con respecto al eje r
S	subida gotas
t	derivada con respecto al tiempo
w	agua
y	derivada con respecto al eje y

REFERENCIAS

1. GÜELL; NAVARRETE (1987). *Estudio del efecto de la variabilidad de los parámetros turbulentos sobre las características de funcionamiento de pozas de enfriamiento por aspersión*. IV Congreso Mediterráneo de Ingeniería Química, Barcelona, España.
2. MOLINA ESPINOSA, RICARDO (1987). *Modelación numérica de una poza de enfriamiento por aspersión*. Tesis de Grado, Depto. de Ingeniería Mecánica, Universidad de Santiago de Chile.
3. PEACEMAN; RACHFORD (1955). *Differential Equations*. J. Soc. Indust. Appl. Math. Vol. 3, N° 1, March.
4. SCHUMAN; SWEET (1976). *A Direct Method For The Solution Of Poisson's Equation With Newmann Boundary Conditions On A Staggered Grid Of Arbitrary Size*. J. of Computational Physics 20.
5. PATANKAR, SUHAS (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation.
6. MOUSSIOPOULOS, NICOLAS (1982). *Mathematisches Modell zur Berechnung von Sprühkühlteichen*. VDI Fortschrittberichte, Karlsruhe.
7. GÜELL; NAVARRETE; MOLINA (1987). *Pozas de Enfriamiento por Aspersión: Estudio de los parámetros geométricos y su influencia sobre las características dinámicas de la poza*. VI Jornadas de Transferencia de Calor y Materia, Universidad del Bío-Bío.
8. BIRD; STEWARD; LIGHTFOOD (1960). *Transport Phenomena*. John Wiley, New York.
9. ROACHE (1976). *Computational Fluid Dynamics*. Revised Printing. Hermosa Publishers, Albuquerque.
10. GÜELL A., NAVARRETE, P. (1988). *El enfriamiento evaporativo y las pozas de aspersión*. Rev. Contribuciones Científicas y Tecnológicas (este mismo volumen).