

Aplicación del método de elementos finitos en la obtención de la velocidad de avance de fisura por fatiga en modelos de acumulación de daño

Amador Guzmán C.

RESUMEN: Se presenta la evaluación de tres modelos de propagación de fisuras por fatiga, que incorporan la noción de daño, mediante el método de los elementos finitos. Se evalúan los modelos de Antolovich, Duggan y Font Filax utilizando un programa de elementos finitos tridimensionales elastoplásticos y un espécimen de tensión compacta CT de acero inoxidable AISI 316 de distintos espesores.

En los tres modelos se determina la velocidad de avance de fisura utilizando los valores dados por el programa de elementos finitos. En el modelo de acumulación de daño de Font Filax se determina, en forma numérica, la distribución de deformaciones plásticas cíclicas que se generan delante de una fisura en fatiga, la cual es utilizada en la estimación de la velocidad de propagación. En las versiones de Antolovich y Duggan, los parámetros que estos modelos utilizan se determinan de la distribución de deformaciones que entrega el programa de elementos finitos.

Se estudian las zonas de no propagación y de propagación estable de fisura, para lo cual las probetas fueron solicitadas hasta un valor del rango de intensidad de tensiones de $40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, en algunos de sus espesores, y hasta $80 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ en el espesor de 50 mm.

En general, el modelo de Antolovich sobreestima la velocidad de fisuración, en tanto que el modelo de Duggan la sobreestima en exceso o la subestima según sea la versión que se tome. Por el contrario, el modelo de Font Filax predice bien los valores experimentales al existir un buen acuerdo con los valores numéricos obtenidos.

INTRODUCCIÓN

En general, los modelos de propagación de fisuras por fatiga necesitan de parámetros experimentales de difícil obtención y evaluación. Cuando se quiere determinar la velocidad de avance de fisura en un material cualquiera, debe encontrarse el modelo más apropiado de entre todos los existentes. Una vez hallado, existe el gran inconveniente de tener que realizar una serie de ensayos experimentales de tracción, fractura, fatiga, etc., lo cual lleva involucrado un alto costo en recursos humanos, en máquinas y en tiempo. Adicionalmente, las condiciones en que deben realizarse estos ensayos son rigurosas y, por lo general, difíciles de cumplir [1, 2, 3, 4].

Una forma más apropiada y expedita de predecir la

SUMMARY: This paper gives the details of the crack propagation by fatigue by means of models that are based on the damage concept and the finite elements approach. A Stainless Steel AISI 316 compact tension specimen, having different thicknesses, is used to test the models of Antolovich, Duggan and Font Filax. In all cases, the finite elements approach has been used to determine the fatigue crack growth rate. The distribution of cyclic plastic strain, which is generated in front of the crack in the fatigue mode, is used to calculate the crack growth rate by using the damage accumulation Font Filax's model. In the case of the other two model studied, the finite element program is used to find the required parameters.

The specimens mentioned above were tested from 0 to $80 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, and the crack stable propagation and zones of no propagation were studied. The numerical results indicate that the Antolovich's model overestimates the fatigue crack growth rate while the Duggan's model overestimates or underestimates, depending on the version that is being held. On the contrary, there is a good agreement between the numerical predictions the Font Filax's model and the experimental values of the fatigue crack growth rate.

velocidad de avance de fisura es a través de la modelación numérica del fenómeno de propagación de fisuras por fatiga [5, 6, 7]. Para ello se requiere de un programa computacional de análisis de tensiones y deformaciones, que sea capaz de emular el comportamiento real del material ante solicitaciones cíclicas. Como complemento al programa computacional se requiere de cierta información experimental mínima, como son las propiedades mecánicas del material derivadas de un ensayo de tracción y de un ensayo cíclico carga-deformación [8, 9, 10, 11, 12]. Luego, es posible determinar la velocidad de avance de una fisura en fatiga, si se tienen los elementos descritos precedentemente y el modelo de propagación adecuado.

Este trabajo presenta la evaluación de tres modelos de propagación de fisuras por fatiga, basados en el concepto

de daño, mediante un programa de elementos finitos elasto-plásticos. De los resultados obtenidos, se ve la conveniencia o inconveniencia del uso de ciertos modelos de propagación, así como también la ventaja de poder simular, mediante un programa computacional de análisis y de criterios adecuados, el fenómeno de avance de fisuras por fatiga. Se deja claramente establecido que el procedimiento de simulación descrito es más ventajoso, en todo sentido, que el procedimiento experimental.

Programa empleado

Se utilizó en este trabajo un programa de elementos finitos tridimensionales para análisis elastoplástico, el cual se encuentra bien descrito en Font y Col. [5, 6] y Espinosa [7]. Se utilizaron elementos trilineales de 8 nodos dispuestos en capas adyacentes en el espesor de las probetas simuladas.

Probeta analizada y refinamiento efectuado

Una probeta de tensión compacta CT, cuya geometría se muestra en la Figura 1, fue analizada. Para este espécimen se empleó una malla compuesta por 330 elementos y 522 nodos. Los elementos están dispuestos en 5 capas a través del espesor. El tamaño de los elementos más pequeños en la punta de la fisura fue de $4 \mu\text{m}$. La adecuada elección del tamaño de los elementos en la punta de la fisura y de la forma de la malla que representa a las probetas está respaldada por los trabajos de Font [8, 9, 10], Serrano [11] y

Cortés [12]. La discretización realizada en la probeta CT es mostrada en la Figura 2, en la que aprovechando la condición de simetría se utiliza la mitad de la probeta.

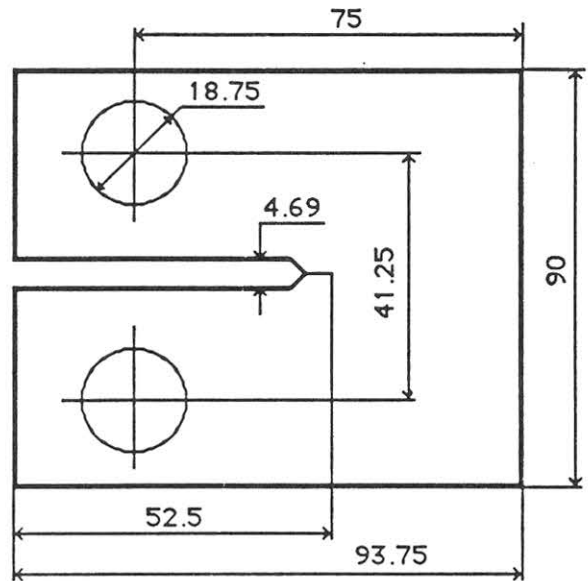
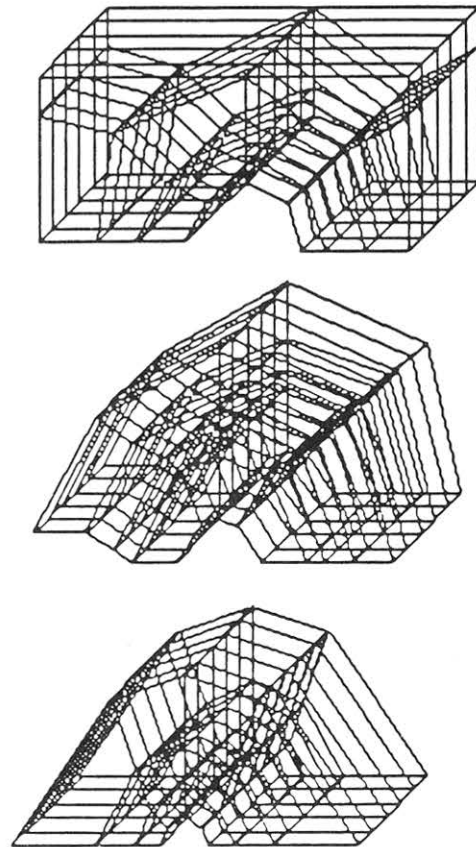
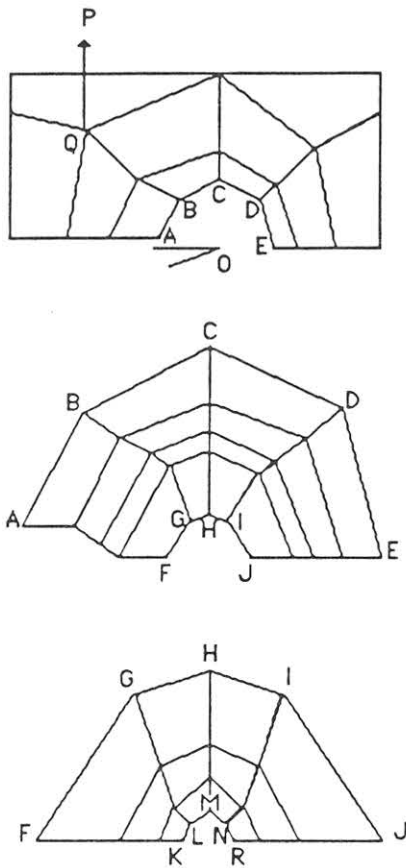


Figura 1. Probeta de tensión compacta CT.



(a)

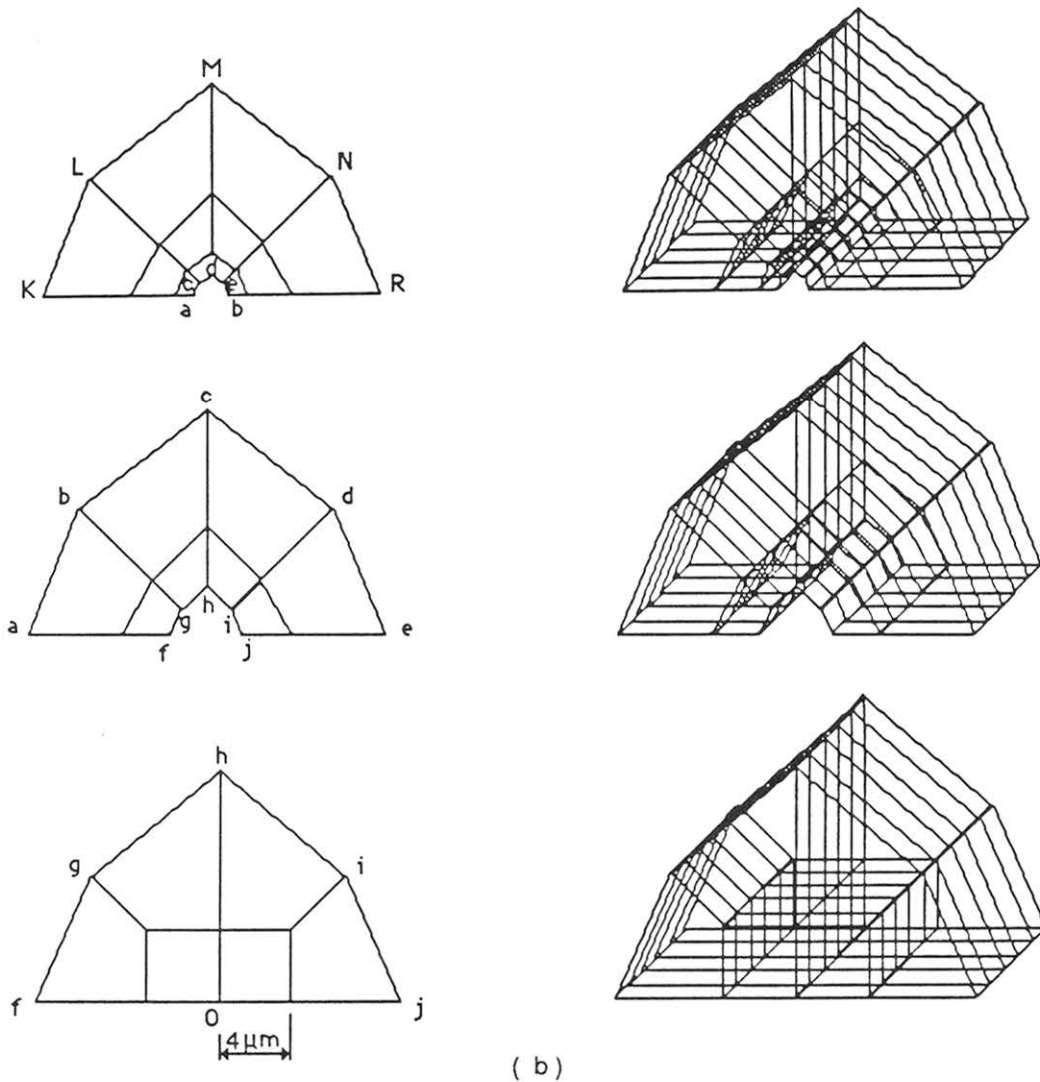


Figura 2. Redes utilizadas por el programa de elementos finitos que muestran la mitad superior de una probeta de tensión compacta CT. A la izquierda se muestra su elevación, y a la derecha su correspondiente perspectiva. La punta de la fisura se encuentra en O, y al carga P es aplicada en Q. En (a) y (b) se muestran los sucesivos refinamientos que se hicieron hacia la punta de la fisura. La fisura avanza desde el punto O hacia la derecha.

Material utilizado

Para las simulaciones y análisis realizados, el programa de elementos finitos elastoplásticos requiere de las propiedades mecánicas y cíclicas del material del cual está constituida la probeta de tensión compacta CT. El material a considerar es el Acero Inoxidable AISI 316 que endurece por deformación, que tiene una tensión de fluencia de 289,6 MPa, cuyas propiedades mecánicas y cíclicas fueron obtenidas experimentalmente por Font [8].

Simulaciones realizadas

En la probeta CT, la sollicitación se hizo mediante una carga externa aplicada monótonamente y se supuso que el material obedecía a la curva cíclica estabilizada. Tal curva fue

obtenida experimentalmente por Font Filax [8]. Para efectos del programa de elementos finitos elastoplásticos, la curva experimental fue aproximada por 4 tramos lineales, Figura 3.

Se estudiaron probetas CT de espesores 2, 4, 8, 16 y 50 mm, cargándolas hasta un nivel en la que fue posible apreciar el final de la propagación estable.

Para todo el estudio de propagación se utilizó una relación de tensiones R igual a cero, por lo que ΔK es igual a $K_{máx}$. El valor de ΔK se utilizó solamente como parámetro de graficación y de referencia. Para la probeta CT se utilizó la relación

$$K = [(P * \sqrt{a/W}) / B\sqrt{W}] * Y(C) \quad (1)$$

con $C = a/W$, se tiene que

$$Y(C) = 29,6 - 185,5 * C + 655,7 * C^2 - 1.017 * C^3 + 638,9 * C^4 \quad (2)$$

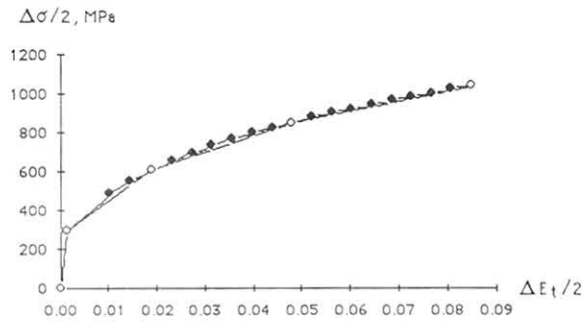


Figura 3. Curva cíclica estabilizada del AISI 316. Puntos negros, curva experimental obtenida por Font Filax. Puntos blancos, aproximación por trazos utilizada en Elementos Finitos.

Velocidades de fisuración calculadas mediante el modelo de Font Filax

La velocidad de avance de fisura fue calculada mediante la expresión (26) deducida por Font [9] y mostrada en trabajo paralelo [16]

$$da/dN = (1/C^{1/\beta}) * \sum_{i=1}^j (\Delta E_p/2)_i^{1/\beta} * \Delta X_i$$

en que C y β son el coeficiente y el exponente de ductilidad a la fatiga de Manson-Coffin, respectivamente, $(\Delta E_p/2)_i$, son las amplitudes de deformación de un perfil de deformaciones plásticas cíclicas ubicado delante de la punta de la fisura, y ΔX_i es el tamaño de la zona afectada por la amplitud de deformaciones plásticas cíclicas $(\Delta E_p/2)_i$ correspondiente.

El perfil de deformaciones plásticas cíclicas fue generado por el programa de elementos finitos tridimensionales elastoplásticos para cada valor del rango de intensidad de tensiones. Los parámetros C y β fueron obtenidos por Font [8] y éstos tienen un valor de 0,2754 y 0,5077, respectivamente. El significado físico de los parámetros empleados en este trabajo se encuentra ampliamente explicado en trabajo paralelo, Guzmán [16].

La Figura 4 muestra la velocidad de avance de fisura versus ΔK para probeta CT, para los diferentes espesores analizados. Las curvas aquí mostradas representan la condición de avance de fisura a ΔK constante para radios plásticos pequeños y grandes.

En la figura siguiente se muestra una representación del tipo Paris-Erdogan para el estado de propagación estable de fisura en una probeta CT de 50 mm de espesor (ver Figura 5).

VELOCIDADES DE FISURACIÓN EXPERIMENTALES

Fue recopilada información experimental del AISI 316

$$\frac{da}{dN} = 4 * \left(\frac{0,7 * \alpha}{E * E_f * \sigma_{ys}^{(1+s)}} \right)^{1/\beta} \frac{1}{L^{(1-\beta)/\beta}} \Delta K^{(2+S)/\beta} \quad (3)$$

en que E, E_f y σ_{ys} son parámetros del material que se determinan de un ensayo de tracción. Los parámetros α y S se determinan usando la relación

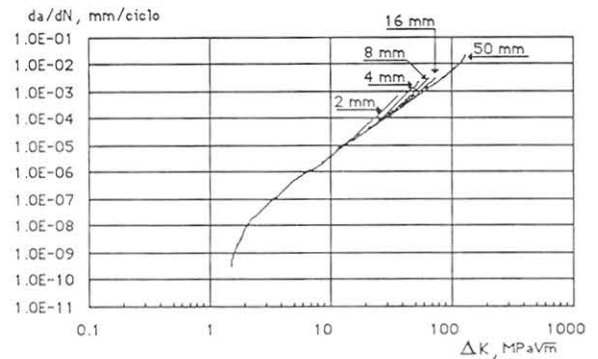


Figura 4. Valores de la velocidad de avance de fisura (da/dN) vs. ΔK para los espesores de probeta 2, 4, 8, 16 y 50 mm, obtenidos con la condición de avance a ΔK constante.

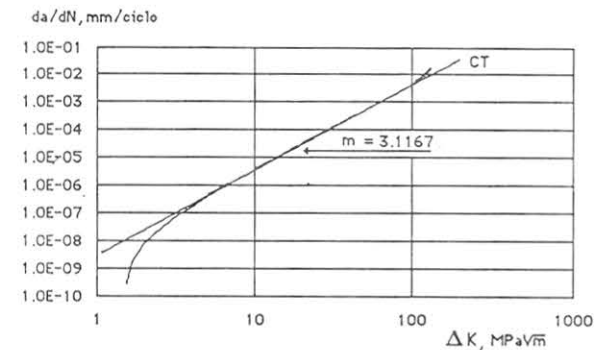


Figura 5. Valores de la velocidad de avance de fisura en una probeta CT de 50 mm de espesor, y ajuste en el tramo estable a una relación del tipo Paris-Erdogan.

proveniente de ensayos efectuados en diferentes probetas y laboratorios. Se trató de hacer que la información recopilada fuese lo más homogénea posible en cuanto a: composición química, temperatura de ensayo, medio ambiente, frecuencia, rango de tensiones, etc.

La Figura 6 muestra datos experimentales obtenidos de probetas CT por diversos investigadores, y valores numéricos obtenidos mediante el modelo de una probeta CT de 50 mm de espesor.

EVALUACIÓN DEL MODELO DE ANTOLOVICH

Se presenta aquí la determinación de la velocidad de avance de fisura, da/dN, en el material AISI 316, mediante los modelos de Antolovich y Duggan.

Para determinar la velocidad de avance de fisura deducida por Antolovich y Col., se empleó la relación

$$R_p^f = \alpha * (\Delta K / \sigma_{ys})^{(2+S)} \quad (4)$$

Los valores de R_p^f fueron calculados mediante elemen-

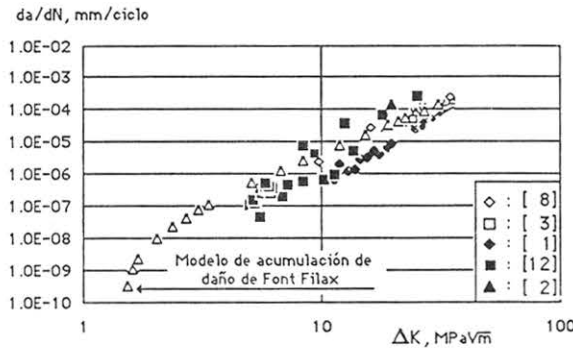


Figura 6. Valores experimentales de la velocidad de avance de fisura obtenidos de probetas CT con $R = 0,1$ de diversos autores; valores numéricos obtenidos con el modelo de acumulación de daño con probeta CT de espesor 50 mm.

tos finitos elastoplásticos, y los valores de ΔK , que dependen de la geometría de la probeta, longitud de fisura y carga aplicada, fueron determinados usando las relaciones ya expuestas. Mediante un ajuste de mínimos cuadrados para los pares ordenados (R_p^f , $\Delta K/\sigma_{ys}$) se determinaron los valores de α y S . El valor de la zona de proceso de fatiga fue determinado usando la relación propuesta por Antolovich y Col.

$$L = (\sigma_{ys}/E) * (R_p^f/E_f) \quad (5)$$

Los diversos parámetros utilizados, tomaron los siguientes valores:

$$\begin{aligned} \sigma_{ys} &= 289,6 && \text{MPa} \\ E &= 205800 && \text{MPa} \\ E_f &= 1,7147 \\ \beta &= 0,5077 \\ S &= 0,3504 \\ \alpha &= 0,00445147 \\ L &= \text{en el intervalo } (7,5 \cdot 10^{-7} - 1,5 \cdot 10^{-2}) \mu\text{m} \\ K &= \text{entre } 10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \text{ y } 100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \end{aligned}$$

La Figura 7 muestra la velocidad de avance de fisura versus ΔK para el AISI 316 evaluada según este modelo. La probeta analizada es una CT de 50 mm de espesor. Se muestra en esta misma figura la curva obtenida mediante el modelo de acumulación de daño de Font Filax. Un ajuste por mínimos cuadrados de los puntos dados por los diferentes modelos es graficado para expresar estas curvas en la forma de Paris-Erdogan.

EVALUACIÓN DEL MODELO DE DUGGAN

En el modelo de Duggan, las dos relaciones propuestas por él fueron utilizadas, Guzmán [16]. Para la primera relación propuesta, los parámetros R_d , R_r , R_o y γ se determinaron de los resultados entregados por el programa de elementos finitos AT3DEF para cada incremento de carga considerado. Los parámetros β y E_f'' fueron obtenidos experimentalmente por Font Filax.

En el modelo fueron empleados los siguientes valores de los parámetros:

$$\sigma_{ys} = 289,6 \quad \text{MPa}$$

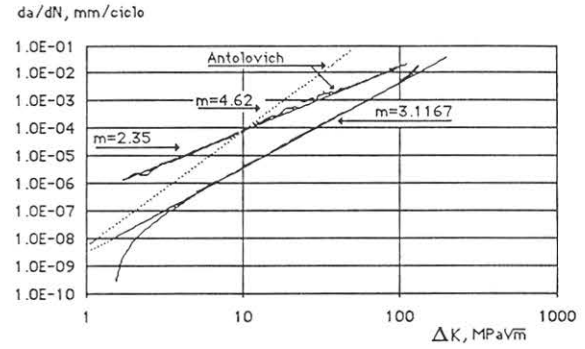


Figura 7. Velocidad de avance de fisura (da/dN) determinada mediante el modelo de Antolovich (curva superior), y mediante el modelo de acumulación de daño (curva inferior) para una probeta CT de 50 mm de espesor.

$$\begin{aligned} E &= 205800 && \text{MPa} \\ E_f'' &= 0,3861 \\ \beta &= 0,5077 \\ E_{yp} &= 1,379 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

La segunda relación, empleada para determinar la velocidad de avance de fisura, se deriva de la ecuación (19) del trabajo paralelo [16]. En esta ecuación $\Delta K_I = K_{max} - K_{min}$. Puesto que R es cero, $\Delta K_I = K_{max}$, lo cual implica que se está ciclando entre un nivel cero y un máximo. Luego,

$$da/dN = (1/\beta) * (\pi/32)^{1/2\beta} * [2/(E * E_f'' * K_C)]^{1/\beta} * \Delta K^{2/\beta}$$

Se ha tomado para el AISI 316 un valor de $K_C = 120 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

En la Figura 8 se muestra la evaluación de da/dN realizada mediante las dos formulaciones de este modelo en una probeta CT de 50 mm de espesor. Se presenta también la curva obtenida con el modelo de acumulación de daño de Font Filax para la misma probeta y espesor.

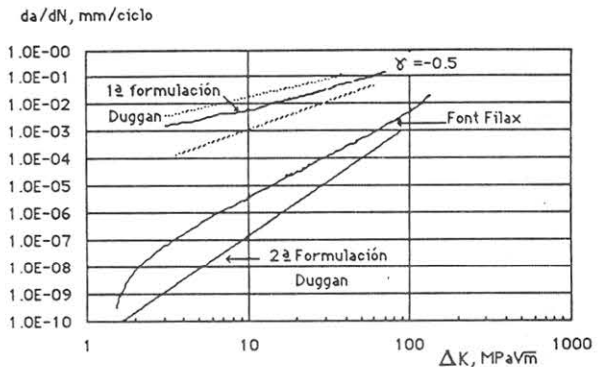


Figura 8. Velocidad de avance de fisura (da/dN), obtenida utilizando Elementos Finitos, con una probeta CT de 50 mm de espesor mediante la aplicación del modelo de Duggan en sus dos formulaciones (indicadas como 1ª y 2ª formulación), y mediante el modelo de acumulación de daño de Font Filax. Las curvas segmentadas representan variaciones de (da/dN) que resultan de cambios en los valores de los parámetros de la 1ª formulación de Duggan.

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Se presenta aquí el análisis y la discusión de los resultados entregados por los diferentes modelos estudiados. Del modelo de acumulación de daño de Font Filax, se analizan aspectos tales como el rol de la geometría en los distintos estados de propagación, influencia de la zona plástica en la velocidad de avance y los parámetros que gobiernan el proceso de propagación. Los modelos de Antolovich y Duggan se analizan desde el punto de vista de la calidad de los resultados numéricos obtenidos, Guzmán [15].

Tal como se puede apreciar de la Figura 4 el modelo de acumulación de daño es capaz de predecir un límite de no fisuración (umbral de propagación), cualidad que no posee ninguno de los modelos actualmente existentes. El modelo en análisis predice que el espesor de la probeta no incide mayormente en el valor de ΔK_{th} . Esto estaría en buen acuerdo, cualitativamente, con lo aseverado por Bailon y Col. [1], Bathias [14], y con la evidencia experimental encontrada en otros materiales que indica que "el umbral de propagación no depende de la geometría de la probeta, en particular de su espesor, y revela que para valores de ΔK cercanos a ΔK_{th} todas las probetas estarían sometidas a un estado de deformaciones planas", Font y Espinosa [17]. Cuantitativamente, el modelo de acumulación de daño entrega un valor de ΔK_{th} de $1,8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, aproximadamente, en tanto que de experiencias realizadas por Lanteigne y Col. [1], y por Amzallag y Col. [3] se determinó un valor de entre 4 y $5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. En un reciente trabajo de simulación numérica de propagación de fisuras por fatiga, Font y Espinosa [17] estudian con detalle la discrepancia existente entre los valores numéricos y los experimentales. Tal discrepancia se debe a la forma en que la carga cíclica es simulada en el proceso de modelación con el programa de elementos finitos. La carga es aplicada en forma monótona con una longitud de fisura constante, obedeciendo el material su curva cíclica estabilizada, motivo por el cual no se advierten deformaciones residuales, ni tampoco se advierte el efecto que las deformaciones provocan en la abertura de la fisura. Debido a que el programa de elementos finitos no considera el efecto de las tensiones residuales ni el efecto de las deformaciones en la abertura de la fisura, se determina que los ΔK utilizados para correlacionar con las velocidades de propagación numéricamente obtenidas, serían los ΔK efectivos propuestos por Elber. La información experimental correlaciona a (da/dN) con el valor de ΔK y no con el ΔK efectivo, de forma que si se dibujan los valores de (da/dN) obtenidos experimentalmente contra ΔK efectivo, debería ocurrir un corrimiento hacia la izquierda, del observador, de la curva experimental, hasta una posición muy cercana a la curva obtenida numéricamente.

Cabe señalar que la existencia de un umbral de propagación se puede entender como "la no observación de la propagación de una fisura en fatiga sometida a un nivel cíclico de intensidad de tensiones $\Delta K_{th} = (K_{max} - K_{min})_{th}$ ". Esto no significa que la fisura no se propague, sino que no ha sido posible observar un avance de la misma.

Algunos autores, Lankford y Davidson [18] concluyen en su trabajo que "la ausencia virtual de abertura de fisura es lo que produce la existencia del umbral de propagación"; sin embargo, Font y Espinosa [17] señalan que esto no sería así. Es necesario señalar que la obtención experimental de

ΔK_{th} se hace ciclando una probeta de ensayo desde un valor ΔK en que se observan avances de fisura, hasta un valor de ΔK en la que ninguna propagación es observada.

Sin embargo, la importancia de los resultados numéricos obtenidos, está en el hecho de que el modelo predice cualitativamente bien el comportamiento real del material, lo que se debe a que en todo instante considera que la amplitud de deformación plástica cíclica es la base de la relación elemento de volumen-microprobeta-probeta estándar, causante del daño que sufre el material hasta su posterior ruptura, Font [5].

La Figura 4 muestra que la zona de propagación estable se encuentra comprendida entre los 5 y $40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ para todos los espesores estudiados, salvo para 2 mm en el que el rango se encuentra entre 5 y $20 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Queda claramente establecido que el espesor no influye significativamente en la zona de propagación estable para valores de ΔK bajo los $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. Pero para valores de ΔK mayores de $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ es posible observar en esta zona, que la incidencia del espesor sobre la velocidad de avance de fisura se hace cada vez más importante, Espinosa [7], lo que también fue observado en aleaciones de aluminio por Bathias [14]. Si observamos la Figura 6 vemos que existe un buen acuerdo con los datos experimentales recopilados.

La velocidad de avance de fisura obtenida con el modelo de Antolovich, Figura 7, resulta ser de uno y medio órdenes de magnitud mayor para un valor de ΔK de $10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ y de un orden de magnitud mayor para ΔK igual a $100 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, que la obtenida experimentalmente. En la expresión de Antolovich, la velocidad de avance de fisura depende implícita y explícitamente de ΔK , lo cual estaría indicando que da/dN es controlada por este parámetro. Al expresar la velocidad de avance de fisura en la forma de Paris y ser dibujada, se obtiene una curva en la que es claro que no se observa un límite de no fisuración, K_{th} .

La primera formulación propuesta por Duggan entrega velocidades de fisuración de 4 órdenes de magnitud mayor que la experimental, y en la medida que ΔK aumenta, Figura 8, esta diferencia disminuye a 2 órdenes de magnitud mayor. Luego, el modelo en análisis estaría demostrando, bajo esta formulación, su inaplicabilidad a materiales dúctiles, proponiéndose que su aplicabilidad podría ser más acertada en materiales más bien frágiles. Esto último está en desacuerdo con lo expresado por Duggan, quien propuso que la expresión utilizada aquí, era válida para materiales dúctiles, dado que adicionalmente él derivó una expresión de la velocidad de avance de fisura para materiales frágiles.

La segunda formulación del modelo muestra valores de predicción de 2 órdenes de magnitud menor que los datos experimentales y numéricos calculados con el modelo de acumulación de daño de Font Filax, Figura 8.

CONCLUSIONES

De los tres modelos de daño evaluados con el método de los elementos finitos, sólo el de Font Filax predice bien la velocidad de propagación de fisuras, por cuanto éste coincide con los valores experimentales. En los modelos de Antolovich y Duggan se producen grandes desviaciones con los valores experimentales.

De la evaluación del modelo de Antolovich con el método de los elementos finitos, caben las siguientes conclusiones: La aplicación del modelo al AISI 316 requirió

evaluar los parámetros α y L , los cuales se obtuvieron de las tensiones y deformaciones calculadas mediante el método de elementos finitos, a través del Programa AT3DEF. El modelo no presenta límites de no fisuración. Los valores de da/dN obtenidos con el modelo para el AISI 316 difieren de los datos obtenidos experimentalmente.

Respecto del modelo de Duggan se puede decir que en su primera formulación, el modelo sobreestima en tres órdenes de magnitud los valores experimentales de la velocidad de propagación, en tanto que en su segunda formulación la subestima en dos órdenes de magnitud.

Del modelo de Font Filax se concluye que: La aplicación conjunta del método de elementos finitos y el modelo de acumulación de daño plástico, permite predecir bien la velocidad de avance de fisura en probetas CT en los rangos de no propagación y de propagación estable para el acero inoxidable AISI 316. Los resultados obtenidos en el rango de propagación estable coinciden con los resultados obtenidos por otros autores que trabajaron también con elementos finitos con la condición de deformación plana. El contar con un modelo de acumulación de daño como el utilizado en este trabajo, y contar, además, con un programa de elementos finitos que simule el carácter elastoplástico del material, representan en conjunto una gran herramienta de análisis, que posibilita un eficaz estudio de los fenómenos de fisuración por fatiga. Sin embargo, es necesario señalar que una evidencia experimental mínima debe ser obtenida, para orientar la validez de los resultados numéricos que se obtengan.

REFERENCIAS

- [1] LANTEIGNE, J. y BAILON, J.P. (1981). *Theoretical Model for FCCG Near the Threshold*. Metallurgical Transactions A, Vol. 12, A, 459-466.
- [2] CHALANT, G. y REMY, L. (1983). *Model of Fatigue Crack Propagation by Damage Accumulation At The Crack Tip*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 18, N° 5, 939-952.
- [3] AMZALLAG, C., RABBE, P., BATHIAS, C., BENOIT, D. y TRUCHON, M. (1981). *Influence of Various Parameters on the Determination of the Fatigue Crack Arrest Threshold*. En S.J. Hudak, Jr., y R.J. Bucci (Eds.), Fatigue Crack Growth Measurement and Data Analysis, ASTM STP 738, American Society for Testing and Materials, 29-44.
- [4] LOYE, C., BATHIAS, C., RETALI, D. y DEVAUX, J.C. (1983). *The Plastic Zone Ahead of a Fatigue Crack in 316 Stainless Steel*. En J. Lankford, D.L. Davidson, W.L. Morris y R.P. Wei (Eds.), Fatigue Mechanisms: Advances in Quantitative Measurement of Physical Damage, ASTM STP 811, American Society for Testing and Materials, 427-444.
- [5] FONT, A., ESPINOSA, G. y GUZMÁN, A. (1986). *Elementos finitos elastoplásticos tridimensionales en placas fisuradas*. Proc. VII Congreso Latinoamericano sobre Métodos computacionales para la Ingeniería, São Carlo, Brasil.
- [6] FONT, A., ESPINOSA, G. y GUZMÁN, A. (1986). *Estudio mediante elementos finitos del rol del espesor en el comportamiento a la fatiga de probetas fisuradas*. Proc. II Coloquio Latinoamericano de Mecánica y Mecanismos de la fractura, Santiago, Chile.
- [7] ESPINOSA, G.A. (1987). *Análisis mediante Elementos Finitos tridimensionales elastoplásticos del rol del espesor en probetas de fatiga*. Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
- [8] FONT, A. (1979). *Mecanismes de fissuration par fatigue lies a l'ecrouissage cyclique*. These d'Etat, Université de Technologie de Compiègne, Francia.
- [9] FONT, A. (1982). *Algunos aspectos de fisuración por fatiga*. Apuntes de Ingeniería N° 8, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [10] FONT, A. (1984). *Aspecto de fatiga plástica del acero inoxidable AISI 316-L*. Apuntes de Ingeniería N° 16, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [11] SERRANO, E. (1985). *Elementos finitos elastoplásticos en fisuración por fatiga de una placa*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Industrias, Mención Mecánica, Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [12] CORTÉS, R.F. (1985). *Análisis de una fisura en fatiga mediante Elementos Finitos*. Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
- [13] ERMI, A.M., BAUER, R.E., CHIN, B.A. y STRAALSUND, J.L. (1981). *Multispecimen Fatigue Crack Propagation Testing*. Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 103, 240-245. Mervyn, D.A. y Ermi, A.M. (1979). *Miniature Specimen Technology for Postirradiation Fatigue Crack Growth Testing*. Proceeding of the 8th Symposium on Engineering Problems of Fusion Research, Vol. IV, San Francisco, California, 1832-1836. James, L.A. (1976). *Fatigue Crack Propagation in Austenitic Stainless Steels*. Atomic Energy Review, Vol. 14, 37-86.
- [14] BATHIAS, C. (1978). *Application of Fracture Mechanics to Aluminium Alloys Selection*. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 10, 267-282.
- [15] GUZMÁN, A.M. (1987). *Altas velocidades de propagación de fisuras por acumulación de daño por fatiga*. Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería. Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
- [16] GUZMÁN, A.M. (1988). *Presentación de modelos de propagación de fisuras por acumulación de daño por fatiga*. Revista Contribuciones Científicas y Tecnológicas. Universidad de Santiago de Chile.
- [17] FONT, A. y ESPINOSA, G. (1988). *Estudio elastoplástico tridimensional de fisuras por fatiga*. Capítulo VII, Anales Grupo Español de Fractura, 177-191.
- [18] LANKFORD, J. y DAVIDSON, D.L. (1983). *Near-Threshold crack tip strain and crack opening for large and small fatigue cracks*. Proc. Int. Symposium on fatigue Crack Growth Threshold Concepts, Philadelphia, 447-463.