

# Presentación de modelos de propagación de fisuras por acumulación de daño por fatiga

Amador Guzmán C.

*RESUMEN: Se presenta un estudio de diferentes modelos de propagación de fisuras por fatiga que utilizan el concepto de daño. En particular se presentan y desarrollan tres modelos específicos. El modelo de Antolovich, el modelo de Duggan y el modelo de acumulación de daño plástico de Font Filax. Se hace hincapié en la fundamentación física de éstos, y en los parámetros que los gobiernan, así como en su rango de aplicabilidad.*

*SUMMARY: This work based on the damage concept presents a study of three different models to predict the crack propagation rate due to fatigue. The models of damage analyzed are: The Antolovich's model, the Duggan's model and the model of plastic damage accumulation of Font Filax.*

*The physics foundation of the different models and the parameters involved in the processes with their range of application are discussed in the paper.*

## INTRODUCCIÓN

Un gran número de catástrofes en sistemas de ingeniería pueden ser atribuidas a la preexistencia de defectos, los cuales causan la falla cuando una cierta dimensión crítica es alcanzada o cuando siendo inicialmente de talla subcrítica pueden crecer hasta una dimensión crítica durante la operación del sistema. Si un componente estructural contiene un defecto de cierto tamaño, pero no del suficiente como para causar la falla inmediata, éste quizás podría ser detectado por un ensayo no destructivo y ser reparado antes que la talla crítica sea alcanzada. Si el defecto no es detectado, el componente estructural puede ser sometido a un ensayo de simulación de condiciones de servicio bajo condiciones controladas. Sea cual fuere el ensayo, éste no garantiza que el componente posteriormente no falle. Luego, es de gran importancia conocer la relación existente entre las tensiones aplicadas a un elemento estructural y la velocidad con que un defecto de cierto tamaño crece con la aplicación de la carga. Por lo tanto, la determinación de la curva de propagación de fisura por fatiga es una parte esencial de la aproximación al diseño por mecánica de la fractura.

Durante las últimas tres décadas, la propagación de fisuras por fatiga ha sido estudiada en numerosos materiales metálicos. La cantidad de resultados experimentales obtenidos ha permitido identificar los principales parámetros que tienen influencia en el comportamiento del crecimiento de fisuras en variadas condiciones. En particular, a temperatura ambiente, el rango del factor de intensidad de tensiones  $\Delta K$  ha demostrado ser un parámetro importante; desde el trabajo de Paris [1] la velocidad de avance de fisura ha sido presentada en gráficos log-log como función de  $\Delta K$ . Paris y Erdogan [2] encontraron, de datos experimentales, que la velocidad de propagación era proporcional a  $\Delta K^4$  para un cierto número de materiales. Sin embargo, la llamada ecuación de Paris, de la forma  $da/dN = C \Delta K^m$  donde  $C$  y  $m$  son constantes, representa en buena forma la

velocidad de avance sólo en el estado de propagación estable de fisura, observándose desviaciones entre los valores experimentales y las predicciones de la ley de Paris, para los estados de propagación de fisuras a bajos y altos  $\Delta K$ .

Más adelante, McClintock [3] propuso dos modelos de avance de fisura basados en dos diferentes fenómenos. En el primer tipo de modelo, la velocidad de avance está relacionada con la abertura del fondo de fisura (COD), la cual ocurre por una progresiva deformación irreversible en la punta de la fisura inducida por el movimiento de dislocaciones. Este mecanismo es el responsable directo de la formación de estriaciones sobre la superficie de fractura observada por Bathias [4] y Bathias y Pelloux [5], y consecuentemente su aplicación es válida sólo para el rango de crecimiento estable de fisura. En el segundo tipo de modelo, el crecimiento de la fisura ocurre por daño acumulado delante de la fisura que avanza ocasionado por deformaciones plásticas cíclicas de amplitud creciente en el material. Así, un elemento de volumen del material se fisura cuando algún criterio de fractura es alcanzado, McClintock usa la relación de Manson-Coffin en combinación con la deformación a la fractura y la regla de Miner de acumulación lineal de daño para derivar una expresión para la velocidad de avance de fisura, la cual queda explícitamente en términos de  $\Delta K$ .

Algunos modelos fenomenológicos han sido propuestos para predecir la velocidad de avance de fisura; éstos se basan fundamentalmente en leyes de comportamiento cíclico del material. Así, Lehr y Liu [6] postularon un modelo de propagación de fisuras por fatiga, en el que la propagación es causada por el daño acumulado en la punta de la fisura debido a la deformación cíclica del material. Este modelo considera que el tamaño de la zona plástica involucrada es bastante menor que la longitud de la fisura, por lo cual el proceso de propagación se considera como a  $\Delta K$  constante. Los parámetros involucrados en el modelo, tales

como la ductilidad logarítmica, la deformación de fluencia, el radio plástico, el exponente de ductilidad a la fatiga, etc., se determinan de medidas experimentales de deformaciones estáticas y cíclicas. Estos autores concluyen que la resistencia a la propagación de la fisura por fatiga de un material, refleja la ductilidad cíclica del material y/o su capacidad de soportar deformación cíclica.

Posteriormente Liu y Lino [7], continuando con el trabajo realizado por Lehr y Liu, derivaron un modelo de propagación de fisura que permitió expresar la velocidad de propagación en términos de  $\Delta K^{2.6}$ .

Antolovich y col. [8-9], derivaron otro modelo en el cual consideraron el criterio de fractura de Manson-Coffin y la deformación verdadera a la fractura, puesto que suponen que la fisura se encuentra abierta y en la vecindad inmediata al elemento de volumen.

Fleck y Anderson [10], derivaron un modelo mecánico de propagación de fisuras por fatiga partiendo del concepto de daño acumulado de McClintock y considerando la distribución total de deformaciones delante de la fisura, así como una regla de acumulación de daño y un criterio de falla del material. El modelo expresa la velocidad de avance de fisura en términos explícitos del rango de intensidad de tensiones  $\Delta K$ , la razón de tensiones, y un parámetro empírico, la dimensión de elemento de fatiga  $\delta$  relacionado con el tamaño de grano del material.

Duggan [11], postuló una ley de avance de fisura muy similar a la de Fleck y Anderson, en la cual el rango de deformación total es el causante del daño del elemento de volumen.

Los modelos de McClintock y de Antolovich, consideran un parámetro microestructural llamado "zona de proceso", el cual no tiene una interpretación física clara y que algunos autores sugieren puede depender de la distancia entre bandas de deslizamiento, tamaño de grano, espaciamiento entre carburos, etc. Los modelos de Fleck y col. y de Duggan, consideran un parámetro llamado "dimensión de elemento de fatiga", el cual es sólo posible de determinar si se han realizado los ensayos experimentales de fatiga.

La característica común de la mayoría de los modelos de avance de fisura, es que éstos dependen explícitamente del parámetro  $\Delta K$ , a pesar de que existen trabajos que demuestran que la velocidad de propagación no dependería de  $\Delta K$ , Rebello y col. [12]. Es así que basándose en el concepto de acumulación de daño por deformación plástica cíclica, Font [13], mostró que el avance de fisura depende especialmente de la historia de la deformación plástica cíclica a que se encuentra sometido un elemento de volumen, cuando la fisura se propaga acercándose a él. Posteriormente, Font [14-15] demostró en un estudio realizado en el AISI 316, que el frente de fisura puede considerarse como un frente hipotético del cual emanan numerosas microfisuras solicitadas en distintos modos, propagándose cada una de ellas en distintas direcciones, lo cual invalida a  $\Delta K$  como parámetro controlador del avance de fisura.

Ahora bien, al suponer que  $\Delta K$  gobierna el fenómeno de propagación, se está aceptando que es válida la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL), lo cual lleva involucrado el hecho de que se debe considerar una zona plástica reducida, confinada dentro de un campo globalmente elástico, lo que reduce la posibilidad de aplicación de los modelos hasta ahora desarrollados a materiales de mayor ductilidad, en los cuales la zona plástica cíclica es de mayor

tamaño. La condición zona plástica pequeña es necesaria en el modelo postulado por Font, por la razón de que en este modelo se considera el proceso de avance como a " $\Delta K$  constante".

El presente trabajo presenta un análisis del modelo de acumulación de daño propuesto por Font, Guzmán [17]. En un trabajo paralelo se presenta una evaluación de este modelo en el AISI 316, en conjunto con un programa de Elementos Finitos, Guzmán [18], en una probeta de tensión compacta.

Se presentan, desarrollan y analizan, los modelos de propagación de fisuras por fatiga de Antolovich y Duggan.

### Modelo de Antolovich basado en el concepto de daño en una zona de proceso

Antolovich y col. [8-9] consideran una fisura que avanza en fatiga, la cual lleva asociada una zona plástica monótona, ZPM, y una zona plástica cíclica, ZPC, en torno de la punta de la fisura. Definen, además, una zona de proceso de fatiga L, ubicada en la punta de la fisura inmersa en la zona plástica cíclica de forma tal que la zona de proceso es mucho menor que la ZPC, Figura 1.

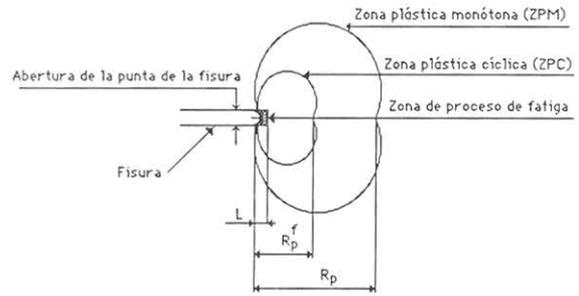


Figura 1

Este modelo asume que la fisura avanza a lo largo de la zona de proceso de fatiga L, en una cierta cantidad de ciclos  $\Delta N$ , de manera tal que la fractura de esta zona de proceso obedece a la ecuación de Manson-Coffin modificada

$$(4 \Delta N)^\beta * (\bar{E}_p/E_f) = 1 \quad (1)$$

donde:

$\bar{E}_p$  : Rango de la deformación plástica promedio en la zona de proceso.

$E_f$  : Deformación verdadera a la fractura.

$\Delta N$  : Número de ciclos necesarios para propagar la fisura en L unidades.

$\beta$  : Exponente de la ecuación de Manson-Coffin.

Si suponemos que la distribución del rango de deformación plástica cíclica,  $E_p$ , delante de la punta de la fisura es similar a la relación propuesta por Hult-McClintock, tal que

$$E_p = (\sigma_{ys}/E) * R_p^f / (x + C) \quad (2)$$

en que

$\sigma_{ys}$  : Tensión de fluencia del material.

E : Módulo de Young.

$R_p^f$  : Radio plástico cíclico.

- X : Distancia desde la punta de la fisura.  
 C : Factor que hace finita la deformación plástica cíclica en la punta de la fisura.

y promediamos esta distribución en la zona de proceso de fatiga, obtenemos que

$$\bar{E}_p = (\sigma_{ys}/E) * (R_p^f/L) * \ln(1 + L/C) \quad (3)$$

El radio plástico cíclico  $R_p^f$  puede ser bien representado por la relación

$$R_p^f = \alpha (\Delta K/\sigma_{ys})^{2+S} \quad (4)$$

donde  $\alpha$  es una constante y S es un número pequeño que indica la variación que existe entre la predicción teórica y el valor real de la dependencia de una ley de segunda potencia de  $R_p^f$  con respecto a  $\Delta K$ .

En la punta de la fisura, la coordenada x es igual a cero y  $E_p$  toma el valor  $E_f$ , de modo tal que de la ecuación (2) resulta un valor para C de:

$$C = (\sigma_{ys}/E) * (R_p^f/E_f) \quad (5)$$

Puesto que  $(\sigma_{ys}/E)$  y  $R_p^f$  son más pequeñas que  $E_f$ , puede asumirse que la zona de proceso L es aproximadamente igual a C. Luego, la deformación promedio  $\bar{E}_p$  toma el valor de

$$\bar{E}_p = (\sigma_{ys}/E) * (R_p^f/L) \quad (6)$$

Si introducimos ahora la ecuación (5) en (6) obtenemos que

$$\bar{E}_p = (0,7 * \alpha / (E * L)) * (1/\sigma_{ys}^{1+S}) * \Delta K^{2+S} \quad (7)$$

la relación (1) puede también ser escrita de la forma

$$1/\Delta N = 4 * (\bar{E}_p/E_f)^{1/\beta}$$

y si reemplazamos el valor  $E_p$  de la ecuación (7) en la expresión anterior, obtenemos que

$$\frac{1}{\Delta N} = 4 * \left( \frac{0,7 * \alpha}{E * E_f * \sigma_{ys}^{(1+S)}} \right)^{(1/\beta)} \frac{1}{L^{1/\beta}} \Delta K^{(2+S)/\beta} \quad (8)$$

Puesto que se necesitan  $\Delta N$  ciclos para propagar la fisura en L unidades, podemos escribir que la velocidad de avance por ciclo es

$$\frac{da}{dN} = \frac{L}{\Delta N} \quad (9)$$

Finalmente, si combinamos las expresiones (8) y (9), obtenemos que la velocidad de avance de fisura es

$$\frac{da}{dN} = 4 * \left( \frac{0,7 * \alpha}{E * E_f * \sigma_{ys}^{(1+S)}} \right)^{(1/\beta)} \frac{1}{L^{(1-\beta)/\beta}} \Delta K^{(2+S)/\beta} \quad (10)$$

Esta ecuación muestra la dependencia explícita de la velocidad de avance de fisura ( $da/dN$ ) de  $\Delta K$ , y más aún, puesto que S es un número pequeño y en muchos materiales el exponente de Manson-Coffin es próximo a 0,5; este modelo estaría prediciendo que  $da/dN$  obedece a una ley de la cuarta potencia en  $\Delta K$  o a valores próximos a cuatro.

## Modelo de acumulación de daño de Duggan

Duggan [11] considera una fisura que avanza en fatiga, y la distribución de deformaciones que se produce delante de la fisura. Cuando ésta se propaga, un elemento de volumen a algún radio  $r_i$  de la punta de la fisura, donde el rango de deformaciones es  $\Delta E_i$ , estará sometido a un incremento del rango de deformaciones y de la deformación media  $E_{mi}$ . Si la máxima deformación no excede la deformación de fluencia del material, el elemento sólo estará sujeto a deformación elástica cíclica. Cuando la máxima amplitud de deformación es igual a la deformación de fluencia  $E_{yp}$ , el elemento de volumen estará a una distancia  $R_o$  de la punta de la fisura, definiendo  $R_o$  el tamaño de la zona plástica. La distancia desde la punta de la fisura hasta el punto donde comienzan las deformaciones plásticas cíclicas es designada por  $R_r$ . Si el material exhibe un límite de la fatiga y el rango de deformaciones es igual al rango de la deformación correspondiente al límite de fatiga  $\Delta E_a$ , entonces el elemento de volumen comienza a sufrir daño. La distancia desde la punta de la fisura al punto donde el rango de deformaciones es igual a  $\Delta E_a$ , es  $R_d$  y toda esta zona es llamada zona dañada. Si se desprecian los efectos del endurecimiento o ablandamiento por deformación cíclica, y el de Bauschinger, la plasticidad cíclica comienza cuando el rango de deformaciones es igual a dos veces  $E_{yp}$ . La Figura 2 representa tal distribución de deformaciones delante de la punta de la fisura.

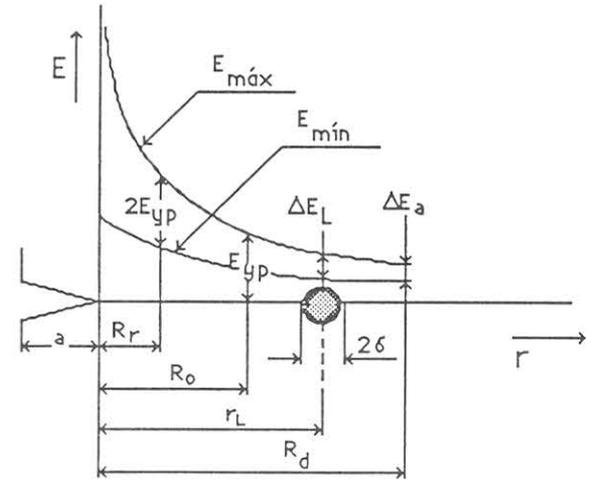


Figura 2

La relación de Manson-Coffin puede ser utilizada para describir la fractura de la zona dañada, asumiendo que el material se fisura cuando la plasticidad cíclica alcanza un valor crítico, de forma que

$$\Delta E_p * N_f^\beta = E_f'' \quad (11)$$

siendo:

$\beta$  : Exponente de ductilidad a la fatiga en la ecuación de Manson-Coffin.

$E_f''$  : Coeficiente de Manson-Coffin relacionado con la ductilidad a la fatiga.

$N_f$  : Número de ciclos necesarios para el fracturamiento del material.  
 $\Delta E_p$  : Rango de deformación plástica cíclica.

Puesto que se ha supuesto que el material exhibe un límite de fatiga, la ecuación (11) puede escribirse en términos de la diferencia entre el rango de deformaciones totales  $\Delta E_t$  y el límite de fatiga  $\Delta E_a$ , de forma tal que el número de ciclos a la fractura  $N_f$  queda como

$$N_f = [(E_f'' - E_m)/(\Delta E_t - \Delta E_a)]^{1/\beta} \quad (12)$$

Un elemento de volumen ubicado a una distancia  $r_L$  de la punta de la fisura acumula daño como consecuencia del perfil de deformaciones que se acerca a él, producto del avance de la fisura en cada ciclo de carga. Asumiendo que la acumulación de daño es lineal, la regla de Miner puede ser utilizada para  $i$  puntos del perfil de deformaciones en los  $L$  ciclos de carga, de forma que

$$\sum_{i=1}^L (2E_{yp} \{(r_i/R_r)^\gamma - (r_i/R_d)^\gamma\} / \{E_f'' - E_{yp}[(r_i/R_o)^\gamma - (r_i/R_r)^\gamma]\})^{1/\beta} = 1 \quad (17)$$

Si el avance por ciclo de carga es  $\Delta r$ , el número total de ciclos necesarios para que la fisura avance hasta el elemento de volumen es  $L = R_d/\Delta r$ . Ya que el avance por ciclo es

$$2^{1/\beta} * (R_d/R_r)^{\gamma/\beta} \sum_{i=1}^L (\{(r_i/R_d)^\gamma - 1\} / \{E_f''/E_{yp} - (r_i/R_o)^\gamma + (r_i/R_r)^\gamma\})^{1/\beta} \Delta r \quad (18)$$

La expresión (18) deducida por Duggan, señala que la velocidad de avance de fisura depende de: los exponentes  $\beta$  y  $\gamma$ , los cuales pueden ser experimentalmente determinados; del coeficiente  $E_f''$ ; de la deformación de fluencia  $E_{yp}$  y del avance por ciclo  $\Delta r$ . Tanto  $\gamma$  como  $R_o$ ,  $R_d$  y  $R_r$  pueden ser numéricamente obtenidos en la eventualidad de no contar con datos experimentales.

Duggan [11] analiza esta primera relación de la velocidad de avance de fisura y encuentra que dicha relación se

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{\beta} \left( \frac{\Pi}{32} \right)^{(1/2\beta)} \left( \frac{2}{E_f'' * E(K_C - K_{máx})} \frac{(K_C - \Delta K_i)}{K_C} \right)^{1/\beta} \Delta K_i^{2/\beta} \quad (19)$$

Esta relación es claramente dependiente del rango de intensidad de tensiones, y puesto que muchos materiales tienen un exponente de ductilidad a la fatiga cercano a 0,5, la velocidad de avance de fisura ( $da/dN$ ) deducida por Duggan depende de una ley de cuarta potencia en  $\Delta K_i$ .

#### Modelo de acumulación de daño de Font Filax (Propagación a $\Delta K$ constante)

Consideremos un elemento de volumen que se encuentra delante de una fisura que avanza en fatiga cuando el perfil de deformaciones plásticas cíclicas (PDPC) asociado al nivel de carga se acerca a él. Desde ese instante hasta que la fisura lo toca, el elemento de volumen se encuentra

$$\sum_{i=1}^L [(\Delta E_{ti} - \Delta E_a)/(E_f'' - E_m)]^{1/\beta} = 1 \quad (13)$$

y dado que las distribuciones de deformaciones que se asuman delante de la fisura deben ser consecuentes con las suposiciones iniciales en el sentido de que se produzcan para los radios respectivos considerados, es posible escribir que

$$\Delta E_{ti} = 2 * E_{yp} * (r_i/R_r)^\gamma \quad (14)$$

$$\Delta E_a = 2 * E_{yp} * (r_i/R_d)^\gamma \quad (15)$$

$$E_m = E_{yp} * [(r_i/R_o)^\gamma + (r_i/R_r)^\gamma] \quad (16)$$

con  $\gamma$ : exponente de distribución de deformación.

Si reemplazamos (14), (15) y (16) en (13), la regla de Miner queda como es expresada por la ecuación (17).

$\Delta r$  y la velocidad de avance es  $da/dN$ , es posible escribir esta última como

indetermina al ser evaluada en la punta de la punta de la fisura. Para evitar esta singularidad, introduce el concepto de dimensión de elemento de fatiga  $2\delta$ , y considera que el elemento falla cuando la fisura ha recorrido la mitad del elemento de volumen de longitud  $2\delta$ . Adicionalmente, asume que  $R_o$  y  $R_r$  dependen del rango de intensidad de tensiones  $\Delta K$  en segunda potencia en tensiones planas, y toma para  $\gamma$  el valor de  $-0,5$ , obteniendo para la velocidad de avance de fisura la expresión

sometido al mismo perfil de deformaciones. Para que esto sea posible, la variación en el nivel de intensidad de tensiones debe ser pequeña, y en lo posible nula. Tal condición es verdadera si "el avance de la fisura es menor que 2 mm". La Figura 3 representa el fenómeno de avance de fisura con su perfil de deformaciones constante.

En la medida que la fisura avanza, el material que se encuentra en su camino sufre fisuración paulatina; en todo el trayecto de avance el perfil de deformaciones plásticas cíclicas, PDPC, provoca en el elemento de volumen un daño que se acumula.

Para la fisuración paulatina, el criterio de fractura de Manson-Coffin puede ser utilizado

$$(\Delta E_p/2) * N_f^\beta = C \quad (20)$$

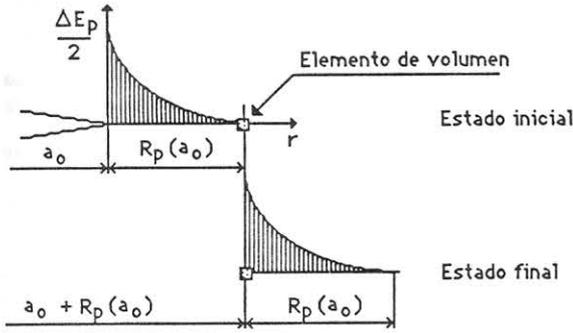


Figura 3

en que

- $\Delta E_p/2$  : Amplitud de deformación plástica cíclica.
- $N_f$  : Número de ciclos a la ruptura en una probeta lisa.
- $\beta$  : Exponente de ductilidad a la fatiga.
- $C$  : Coeficiente de ductilidad a la fatiga.

y la regla de acumulación lineal de daño de Miner incorporada para que dé cuenta del daño acumulado por el elemento de volumen, la cual se escribe como

$$\sum_{i=1}^j (n_i/N_{fi}) = 1 \quad (21)$$

con

- $N_{fi}$  : Número de ciclos a la ruptura en una probeta lisa al ser sometida a una amplitud de deformación plástica cíclica  $(\Delta E_p/2)_i$ .
- $n_i$  : Número de ciclos a que se ha sometido la probeta a una amplitud de deformación plástica cíclica  $(\Delta E_p/2)_i$ .

Puesto que el daño se produce al encontrarse sometido el elemento de volumen a todo el perfil de deformación plástica, la regla de Miner debe ser aplicada al PDPC que está delante de la punta de la fisura, luego la ecuación (21) queda como

$$\int_0^{R_p} (1/N_f) dn = 1 \quad (22)$$

en que  $R_p$  es el radio plástico cíclico máximo.

Si incorporamos ahora el criterio de Manson-Coffin se llega a que

$$\int_0^{R_p} (1/C^{1/\beta}) * (\Delta E_p/2)^{1/\beta} dn = 1 \quad (23)$$

si  $da/dN$  es la velocidad de avance de fisura y la suponemos constante, por ejemplo, y consideramos que un elemento de volumen que se encuentra sometido a una amplitud de deformación plástica cíclica  $(\Delta E_p/2)$ , avanza una distancia  $dx$ , entonces la fisura necesita de  $dn$  ciclos para recorrer esa distancia, de forma tal que

$$dn = dx/(da/dN) \quad (24)$$

Finalmente, de las ecuaciones (23) y (24) se obtiene que la velocidad de avance de fisura es:

$$da/dN = (1/C^{1/\beta}) * \int_0^{R_p} (\Delta E_p/2)^{1/\beta} dx \quad (25)$$

La integral  $\int_0^{R_p} (\Delta E_p/2)^{1/\beta} dx$  representa el área bajo la curva

$(\Delta E_p/2)^{1/\beta}$  vs  $X$  que se indica en la Figura 4.

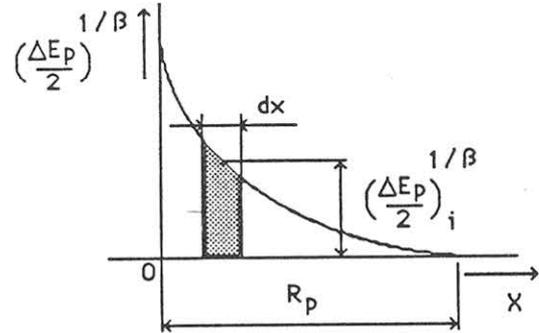


Figura 4

La evaluación de esta integral se hace en forma discreta, Figura 5, y en ella se consideran elementos  $\Delta X_i$  de dimensión finita frente a la punta de la fisura, los cuales se encuentran sometidos a una amplitud de deformación plástica cíclica  $(\Delta E_p/2)_i$ . La mínima dimensión de los elementos  $\Delta X_i$  está determinada por el tamaño de una región en la cual, a pesar del gradiente de deformaciones, puede asumirse que las microestructuras de dislocaciones son uniformes, Font [13]. De esta forma, la velocidad de avance de fisura puede evaluarse mediante la siguiente expresión, Font [14].

$$da/dN = (1/C^{1/\beta}) * \sum_{i=1}^j (\Delta E_p/2)_i^{1/\beta} \Delta x_i \quad (26)$$

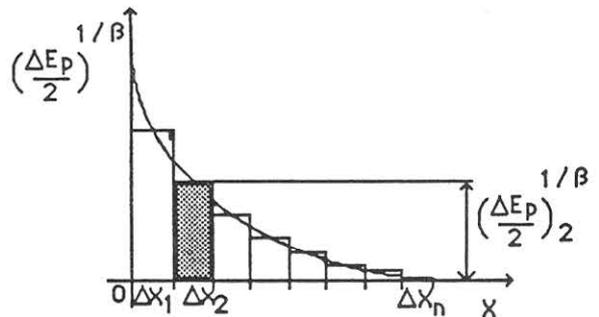


Figura 5

Cabe hacer notar que las amplitudes de deformaciones plásticas cíclicas, ADPC, pueden obtenerse numérica o experimentalmente, siendo esta última, por ejemplo, mediante mediciones de microdurezas [13-16]. Por último, la

expresión (26) puede interpretarse como “La velocidad de avance de una fisura en fatiga cuando ésta pasa por el punto  $(a_0 + R_p(a_0))$  y que ha avanzado con un perfil de deformaciones plásticas cíclicas constante desde una longitud de fisura  $a_0$  hasta  $(a_0 + R_p(a_0))$ ”.

## CONCLUSIONES

Se han desarrollado y analizado tres modelos de propagación de fisuras por fatiga que incorporan el concepto de daño. En general, se ha visto que al igual que varios otros modelos anteriores mencionados, la mayoría trata de expresarlos en términos de  $\Delta K$ . Una excepción a esta regla la constituye el modelo de acumulación de daño plástico de Font Filax.

Para Antolovich,  $\Delta K$  es “el parámetro” que controla el fenómeno de propagación de una fisura en fatiga. En tanto que Duggan, en su primera formulación, toma en cuenta la acumulación de daño a través de la regla de Miner, con los perfiles de deformaciones delante de la fisura que avanza, quedando de manifiesto que el proceso de fisuración es controlado por el estado de deformaciones delante de la punta de la fisura. En la segunda formulación, se expresa explícitamente mediante  $\Delta K$  el estado de deformaciones inducido por el nivel de intensidad de tensiones.

Del modelo de Font Filax, puede inferirse que, puesto que el modelo de acumulación de daño considera que la amplitud de deformación plástica cíclica  $(\Delta E_p/2)$ , es “la responsable” del mecanismo de daño en el material y puesto que  $(\Delta E_p/2)$  es función de la geometría de la probeta y del carácter elastoplástico del material y siendo la velocidad de avance consecuencia de tal estado, la velocidad de avance de fisura  $(da/dN)$  debería variar con la geometría de la probeta según este modelo.

## REFERENCIAS

- [1] PARIS, P., GÓMEZ, M.P. y ANDERSON, W.E. (1961). *A rational analytic theory of fatigue*. *The Trend in Engineering*, University of Washington.
- [2] PARIS, P.C. y ERDOGAN, F. (1963). *A critical analysis of crack propagation laws*. *Journal of Basic Engineering*, Trans. ASME, serie D.
- [3] McCLINTOCK, F.A. (1963). *On the plasticity of the growth of fatigue cracks*, en D.C. Drucker y J.J. Gilman (Ed.) *Fracture of Solids*, 65-102, Interscience, New York.
- [4] BATHIAS, C. (1972). *Thesis d'Etat*, University Poitiers, Francia.
- [5] BATHIAS, C. y PELLOUX, R.M. (1973). *Fatigue Crack Propagation in Martensitic and Austenitic Steels*. *Metallurgical Transactions*, Vol. 4, 1265-1273.
- [6] LEHR, K.R. y LIU, H.W. (1969). *Fatigue crack propagation and strain cycling properties*, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 5, N° 1, March.
- [7] LIU, H.W. y LINO, N. (1969). *A Mechanical Model for Fatigue Crack Propagation*. En *Fracture*. Proc. 2nd Int. Con. on Fracture, Brighton. 812-823, Chapman and Hall, London.
- [8] SAXENA, A. y ANTOLOVICH, S.D. (1975). *Low Cycle Fatigue, Fatigue Crack Propagation and Substructures in a Series of Polycrystalline Cu-Al Alloys*. *Metallurgical transactions A*, Vol. 6 A, 1809-1828.
- [9] ANTOLOVICH, S., SAXENA, A. y CHANANI, G. (1975). *A Model for Fatigue Crack Propagation*. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7, 649-652.
- [10] FLECK, W.G. y ANDERSON, R.B. (1969). *A Mechanical Model of Fatigue Crack Propagation*. En *Fracture*. Proc. 2nd Int. Con. on Fracture, Brighton. 790-802, Chapman and Hall, London.
- [11] DUGGAN, T.V. (1977). *A Theory for Fatigue Crack Propagation*. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, 735-745.
- [12] REBELLO, J., ELINCK, J. y CHARLIER, J. (1975). *Contribution a l'étude de la plastification se produisant an fil d'une fissure de fatigue*. *Mémoires Scientifiques revue Métallurgie*.
- [13] FONT, A. (1979). *Mecanismos de fisuración por fatiga lies a l'ecrouissage cyclique*. These d'Etat, Université de Technologie de Compiègne, Francia.
- [14] FONT, A. (1982). *Algunos aspectos de fisuración por fatiga*. Apuntes de Ingeniería N° 8, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [15] FONT, A. (1984). *Aspecto de fatiga plástica del acero inoxidable AISI 316-L*. Apuntes de Ingeniería N° 16, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- [16] LOYE, C., BATHIAS, C., RETALI, D. y DEVAUX, J.C. (1983). *The Plastic Zone Ahead of a Fatigue Crack in 316 Stainless Steel*. En J. Lankford, D.L. Davidson, W.L. Morris y R.P. Wei (Eds.), *Fatigue Mechanisms: Advances in Quantitative Measurement of Physical Damage*, ASTM STP 811, American Society for Testing and Materials, 427-444.
- [17] GUZMÁN, A.M. (1987). *Altas velocidades de propagación de fisuras por acumulación de daño por fatiga*. Tesis de Magister en Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
- [18] GUZMÁN, A.M. (1988). *Aplicación del método de Elementos Finitos en la obtención de la velocidad de avance de fisura por fatiga en modelos de acumulación de daño*. *Contribuciones Científicas y Tecnológicas*.