

**EFFECTO DE LA METODOLOGÍA SINGAPUR EN EL DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA COMUNICACIÓN EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA PARA
ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO**



**LILIANA MERCEDES VARGAS ACOSTA
ELKYE XIOMARA SOTILLO FAJARDO**

UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

FACULTAD DE HUMANIDADES

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2019

**EFFECTO DE LA METODOLOGÍA SINGAPUR EN EL DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA COMUNICACIÓN EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA PARA
ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO**

**LILIANA MERCEDES VARGAS ACOSTA
ELKYE XIOMARA SOTILLO FAJARDO**

**Proyecto de Investigación presentado como requisito para optar al Título de
MAGISTER EN EDUCACIÓN**

Asesor:

MG. OSIRIS FRÍAS SIERRA

UNIVERSIDAD DE LA COSTA CUC

FACULTAD DE HUMANIDADES

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2019

Nota de aceptación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma Jurado

Barranquilla, agosto de 2019

Dedicatoria

A Dios principalmente fuente de luz y fortalezas en un arduo camino lleno de retos a los cuales afronte con la sabiduría dada por Dios.

A mis alumnos que me indujeron a seguir creciendo en mi quehacer pedagógico, cuyos pasos motivaron a continuar en la transformación como docente.

A mis padres e hijos cuyo apoyo incondicional fue permanente. Y a mí ser querido, aunque no esté presente están sus enseñanzas dentro de mí, mujer pujante quien siempre me indico que la vida es un reto y las oportunidades se toman, se trabajan y se culminan a ti Mary Perfi.

Elkye Xiomara Sotillo Fajardo.

Dedicatoria

Dedico a Dios Padre Todopoderoso este proyecto por la fortaleza, sabiduría que me ha dado en cada día y en cada momento para llegar a la meta, a María auxilio de los cristianos a quien le ha brindado su maternal compañía.

A mis padres quienes me enseñaron el valor de la constancia y perseverancia para materializar nuestros sueños.

A mi esposo por su amorosa compañía, su apoyo incondicional en este y en todos mis sueños, por su amor y comprensión, por creer siempre en mí, por darme mucho más de lo que espero.

Liliana Vargas Acosta

Agradecimientos

A la Secretaria de Educación Distrital por ofrecer a los docentes estudios avanzados para alcanzar la excelencia académica y en valores de los discentes transformadores de una sociedad plural.

Al cuerpo docente cuyas metodologías hicieron crecer nuestros conocimientos y replantearon nuestra posición como docente haciendo cambios permanentes y significantes.

A nuestros compañeros porque sus experiencias cumplieron un papel importante en nuestra formación.

A Dios por ser nuestra fuente de inspiración, nuestro guía y proveedor de salud para brindarle a la comunidad educativa nuestro saber.

A la directiva y estudiantes de la Institución Educativa Distrital Lestonnac por su apoyo en la realización de este proyecto.

A la Corporación Universitaria de la Costa CUC por brindarnos espacios enriquecedores en nuestro quehacer pedagógico e investigativo.

A nuestra tutora Mg Osiris Frías por guiarnos en un camino lleno de nuevos aprendizajes que dieron frutos con nuevas estructuras en el quehacer pedagógico los cuales fortalecieron los sueños de las futuras Magister.

Resumen

El presente trabajo establece el efecto de la Metodología Singapur para el fortalecimiento de competencia comunicación matemática, en lo relacionado al pensamiento variacional en estudiantes de sexto grado la IED Lestonnac de Barranquilla. La metodología se enmarcó en un enfoque cuantitativo de tipo cuasi experimental, aplicada a una a población de 73 estudiantes; en la cual se estableció un grupo control y un grupo experimental, en el que, en la fase de intervención, se implementó la metodología Singapur, con su estrategia de lo concreto, pictórico y abstracto. Los resultados permitieron descartar la hipótesis nula. Por lo que de las conclusiones, se resalta que el promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur es mayor al promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemática de manera tradicional; ya que en esta metodología se crea el ambiente para alcanzar el pensamiento abstracto, tan necesario para el desarrollo del pensamiento variacional, identificándose con los teóricos como Bruner, Dienes y Skemp.

Palabras clave: Metodología Singapur, Competencia, Comunicación matemática, Pensamiento Variacional

Abstract

The present work establishes the effect of the Singapore Methodology for the strengthening of mathematical communication competence, in relation to the variational thinking in sixth grade students of the IED Lestonnac of Barranquilla. The methodology was framed in a quantitative approach of a quasi-experimental type, applied to a population of 73 students; in which a control group and an experimental group were established, which in the intervention phase, the Singapore methodology was implemented, with its strategy of concrete, pictorial and abstract. The results allowed us to rule out the null hypothesis. From the conclusions, it is highlighted that the average in the test that measures the development of communication competence in the area of mathematics for the students of the experimental group where classes with the Singapore methodology were developed is higher than the average in the test that measures the development of communication competence in the area of mathematics for students of the control group where mathematics classes are developed in a traditional way; since in this methodology the environment is created to achieve abstract thinking, so necessary for the development of variational thinking, identifying with theorists such as Bruner, Dienes and Skemp.

Keywords: Singapore Methodology, Competence, Mathematical Communication, Variational Thinking

Contenido

Lista de tablas y figuras.....	11
Introducción.....	14
Capítulo 1. Planteamiento del Problema.....	17
1.1 Descripción del problema.....	17
1.2 Formulación del problema.....	22
1.3. Objetivos.....	22
1.3.1. Objetivo general.....	22
1.3.2 Objetivos específicos.....	22
1.4 Hipótesis.....	22
1.5 Justificación.....	23
1.6 Delimitación de la investigación.....	25
Capítulo 2. Marco Teórico.....	27
2.1 Antecedentes de la investigación.....	27
2.1.1 Competencia Comunicación.....	27
2.1.2 Pensamiento Variacional.....	32
2.1.3 Metodología Singapur.....	34
2.2 Bases Teóricas.....	39
2.2.1 Competencia Comunicación.....	39
2.2.2 Pensamiento Variacional.....	46
2.2.3 Metodología Singapur.....	48
2.3 Marco Legal.....	53
2.4 Marco Conceptual.....	56
Capítulo 3. Marco Metodológico.....	57
3.1 Tipo de investigación.	57
3.2 Identificación y clasificación de variables.....	60
3.2.1 Operacionalización de las variables.....	60
3.2.2 Control de variables.....	62
3.3 Población y Muestra.....	63
3.4 Instrumentos.....	63
3.5 Procedimiento.....	64

3.5.1 Confiabilidad y validación del instrumento.....	64
3.5.2 Metodología Singapur.....	65
3.5.3 Contenidos del programa de intervención para el fortalecimiento de la competencia comunicación en el área de matemáticas.	66
Capítulo 4. Análisis de los resultados.....	75
4.1 Resultados del Pre test	76
4.2 Resultados del Post test.....	79
4.3.1 Prueba de normalidad.....	85
4.3.2. Resultados de la evaluación por dimensión de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional	88
Capítulo 5. Discusión de los resultados.....	96
Capítulo 6. Conclusiones.....	100
Capítulo 7. Recomendaciones.....	102
Referencias.....	103
Anexos.....	112

Lista de tablas y figuras

Tablas

Tabla 3.1 Operacionalización de las variables.....	60
Tabla 3.2 Control de las variables.....	62
Tabla 3.3 Contenidos del programa de intervención.....	66
Tabla 4.1 Análisis global.....	76
Tabla. 4.2 Comparación de las medias por dimensiones antes de la aplicación del programa de intervención.....	78
Tabla 4.3 Comparación de las muestras, después de la aplicación del programa de intervención.....	79
Tabla 4.4 Diferencia de las medias, antes y después de la aplicación del programa de intervención.....	81
Tabla. 4.5. Comparación de medias por dimensiones de la Competencia Comunicación en los grupos experimental y de control.....	83
Tabla 4.6 Comparación de ambos grupos de estudio según su promedio medio en la evaluación post test.....	85
Tabla 4.7 Prueba de muestras relacionadas (comparación de ambos grupos) en la evaluación Post test.....	86
Tabla 4.8. Comparación de medias, desviación estándar y t student en la evaluación post test de la dimensión “Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.....	87
Tabla 4.9 Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test de la dimensión “reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos”.....	89

Tabla 4.10 Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test en la dimensión “describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones”.....91

Tabla 4.11 Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test en la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”.....93

Tabla 4.12

Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test en la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”.....94

Figuras

Figura 1.1 Diferencia con el promedio de todos los colegios del país.....21

Figura 1.2. Diferencias de promedios Entidades Territoriales..... 21

Figura 2.1. Lineamientos esenciales del Método Singapur.....48

Figura 2.2. Teoría de la Progresión en espiral.....50

Figura 2.3. Ventajas y desventajas del Aprendizaje por Descubrimiento.....52

Figura 4.1. Figura 4.1 Resumen Estadístico Pre test.....77

Figura 4.2 Comparación de las medias por dimensiones antes de la aplicación del programa de intervención.....79

Figura 4.3 Resultados del Post test.....80

Figura 4.4 Comparativo pretest postest en el grupo control – experimental.....82

Figura 4.5 Comparación de medias por dimensiones grupo de control.....83

Figura 4.6. Comparación de medias por dimensiones grupo experimental.....	84
Figura 4.7 Comparación de ambos grupos de estudio según su promedio medio en la evaluación post test.....	87
Figura 4.8 Promedio de la dimensión “Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos” de los grupos experimental y control en la evaluación Post test.....	90
Figura 4.9. Promedio de la dimensión “reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test.....	92
Figura 4.10 Promedio de la dimensión “describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test.....	93
Figura 4.11 Promedio de la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test.....	95

Introducción

Durante mucho tiempo las matemáticas han sido concebidas por la gran mayoría de estudiantes, como una asignatura difícil y compleja, con mitos y tabúes que dificultan su comprensión y un buen desempeño. Es por eso que se hace necesario implementar estrategias innovadoras que dinamicen los procesos y fomenten el desarrollo de competencias.

En este sentido, una de las grandes premisas de la educación es desarrollar en los estudiantes las competencias necesarias para desenvolverse en diversos contextos, es decir, tener la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Lo cual requiere la comprensión del sentido de cada actividad y sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas (MEN, 2006).

Buscando dar respuesta a esta problemática, surgió el presente trabajo de investigación que hace referencia a la Metodología Singapur y sus efectos en la competencia comunicación matemática en estudiantes de sexto grado en la IED Lestonnac.

La característica principal de la estrategia consistió en fortalecer la competencia comunicación matemática, en lo relacionado con el pensamiento variacional a partir de la implementación de un programa de intervención fundamentado en la Metodología Singapur.

La construcción de la investigación se organizó en cuatro capítulos. El primer capítulo hace mención al planteamiento del problema, evidenciando la situación en los resultados del ISCE del cuatrienio 2015 – 2018, en donde se encontraron bajos puntajes en la prueba de Matemáticas, específicamente en los ítems correspondientes a la competencia comunicación.

Por lo que la investigación se planteó como objetivo general: Establecer el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Distrital Lestonnac.

El capítulo 2, contiene los antecedentes y las bases teóricas de las investigaciones cuyos autores han abordado categorías similares a las identificadas en el objetivo general y el problema formulado en el presente trabajo que se centran en las categorías de Competencia Comunicación Matemática y Metodología Singapur.

En el capítulo 3, se establecen todas las pautas para el diseño metodológico como el tipo de investigación, la metodología, los criterios utilizados para seleccionar la población y la muestra, y las técnicas e instrumentos para recolectar la información. Como técnicas de recolección de datos se utilizó la aplicación de un cuestionario, cuya construcción se sustentó teniendo en cuenta los parámetros de los Estándares básicos en competencias matemáticas, los DBA y las pruebas SABER 5° aplicadas por el ICFES.

Se realizó la aplicación de los instrumentos a 73 estudiantes de sexto grado, distribuidos en un grupo experimental y otro de control conformados por 37 y 36 estudiantes respectivamente, quienes fueron elegidos por causas relacionadas con las características de la investigación con base en criterios de selección previamente establecidos.

Como investigación explicativa, su propósito fue medir si los efectos del programa de intervención de la Metodología Singapur mejoran significativamente competencia comunicación matemática en un grupo de 37 estudiantes de sexto grado.

En el capítulo 4, se encuentra el análisis de los resultados de los datos recolectados en los grupos experimental y de control; además se realizó la comprobación de las hipótesis planteadas objeto de la presente investigación, para luego en capítulo de la discusión ser triangulados con los antecedentes encontrados.

Para finalizar, en el capítulo 6, la investigación se identifica con el trabajo realizado por Laffita, Rodríguez. (2017) y López (2018), al concluir que la competencia de la comunicación

matemática se fortalece, al mediar con estrategias que involucran tecnologías, en este caso, la Metodología Singapur desarrollada con los estudiantes de sexto grado de la IED Lestonnac. Por último, en el capítulo 7, se establecen las recomendaciones.

Capítulo 1. Planteamiento del problema

1.1 Descripción del problema.

La sociedad contemporánea abordada por latentes procesos de transformaciones que impactan en su estructura social, en el desarrollo de las ciencias, las tecnologías, los sistemas productivos y las comunicaciones, requieren que dentro del contexto educativo se creen condiciones de flexibilidad, capacidad de avance y de logro, lo cual implica, nuevos desafíos a los sistemas de formación para la competitividad y el mundo laboral.

López (2008) afirma que a los jóvenes en la actualidad se les exige un mayor nivel de profesionalidad y desempeño debido a que en los escenarios del siglo XXI, en los que impera un paradigma productivo dominante, sustentado en el poderío del saber, el progreso tecnológico, la innovación y la creatividad (p. 6).

De igual manera, la enseñanza de las matemáticas está sufriendo profundos cambios en diferentes países, es por ello que esta disciplina cada vez se concibe menos como un sistema estático y sus objetivos se van ampliando desde una extensión de la visión del quehacer matemático (Gómez, 2000), de ahí se deriva el gran desafío de propiciar espacios pedagógicos que posibiliten el desarrollo de competencias y que éstas puedan evidenciarse en el desempeño de los estudiantes al momento de enfrentarse a situaciones propias de su ámbito.

Sin embargo, en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de cualquier área del saber se presentan diversas problemáticas relacionadas con la forma de comunicación entre docentes y estudiantes, y el área de matemáticas tienen una significación especial, debido a que es una asignatura de carácter abstracto que requiere que tanto los docentes como los estudiantes manejen un lenguaje adecuado para comunicarse e interactuar.

Ante este contexto, resulta vital para las naciones latinoamericanas contar con un sistema educativo de calidad que ofrezca soluciones a los complejos problemas que demanda el progreso científico-tecnológico. Para ello, se necesita del dominio de conocimientos, hábitos, habilidades, capacidades y actitudes, denominada en la actualidad como “competencias”, las cuales cumplen un papel trascendental en la educación y se erige como un agente estratégico de gran relevancia para el desarrollo económico, social y tecnológico.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004) pretende dar respuestas a esas necesidades que exige la educación latinoamericana, por eso, dando cumplimiento a las orientaciones de la UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura), en el Foro Mundial sobre la Educación, orienta políticas públicas encaminadas al desarrollo de competencias, los valores y las actitudes que permiten a los ciudadanos llevar vidas saludables y plenas, tomar decisiones con conocimiento de causa y responder a los desafíos locales y mundiales mediante la educación para el desarrollo sostenible. De acuerdo con la UNESCO (2015), todos los jóvenes deben adquirir, desarrollar las competencias para el desarrollo sostenible, como lo son el análisis crítico, la reflexión sistémica, la toma de decisiones colaborativa y el Sentido de responsabilidad hacia las generaciones presentes y futuras (p. 69)

Ahora bien, el Parlamento Europeo (2006) en el marco de las competencias clave para el aprendizaje permanente, se refiere a la competencia matemática, atreves del Diario Oficial de la Unión Europea, como la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. Esta competencia matemática entraña – en distintos grados– la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de

pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas) (p. 15).

En concordancia con esas políticas gubernamentales, resulta significativo que el Plan Nacional de desarrollo Colombiano pretenda con la implementación de nuevos métodos lograr avances significativos con el fin de contrarrestar los bajos índices arrojados en los resultados de las pruebas estandarizadas nacionales SABER e internacionales PISA donde muestran al país ubicado en los últimos lugares en las áreas de matemáticas, lectura y ciencias, mientras que un país latinoamericano como Chile obtiene mejores resultados. OECD (2012).

Se encuentra evidencia de la existencia de países, que han logrado superar los obstáculos, llevando a la práctica procesos y métodos exitosos, dignos de analizar y replicar en un contexto particular. Prueba de este éxito, son los resultados que han alcanzado aquellos países que han implementado el método Singapur en sus escuelas, obteniendo los primeros lugares en pruebas internacionales como el TIMSS (Tirad International Mathematics and Science Study) y PISA (Programme for International Student Assessment) y que se han sostenido por año.

En Colombia, los resultados de las pruebas PISA durante el año 2015 sólo el 34% de los jóvenes alcanzaron o superaron el nivel mínimo esperado, este porcentaje es 6 puntos porcentuales mayores al de PISA 2006, mientras que en Latinoamérica este porcentaje corresponde al 35%, y entre 2006 y 2015 aumentó un punto porcentual. En la Región Caribe, en lo referente a las pruebas Saber 11 los resultados fueron alarmantes en cuanto a la clasificación de planteles educativos de calendario A correspondiente a 2017, pues muestra que cerca de un 49.5% de las instituciones educativas de la región fueron calificadas en la categoría D, el nivel más bajo de desempeño, mientras que un 29.4% se ubica en la categoría de desempeño C.

Otro problema que se muestra en las instituciones es el bajo rendimiento académico de los estudiantes, en la mayoría de ellos, ese fenómeno es atribuido a deficiencias propias del estudiante, falta de interés, apatía hacia el proceso de su propia formación; lo cual no sólo se ve reflejado en los resultados de las pruebas Saber, sino también en las calificaciones de sus informes académicos.

Adicional a esta problemática existe la falta de desarrollo de la competencia matemática a pesar que en los últimos años se vienen jalando en la ciudad procesos que apuntan a su desarrollo, como el programa Todos a Aprender, los resultados alcanzados no son muy favorables, pues los estudiantes de la secundaria presentan poco interés en el desarrollo de sus actividades escolares, debido posiblemente a que es una asignatura de carácter abstracto que requiere que los docentes y los estudiantes manejen un lenguaje adecuado para comunicarse e interactuar.

Esta situación se presenta notablemente en la mayoría de las instituciones oficiales; para el caso de la ciudad de Barranquilla, por lo tanto, la Secretaria de Educación Distrital, ha optado por darle entrada al método Singapur implementado en Chile como prueba piloto.

El lugar objeto de la esta investigación se tomó como referencia la Institución Educativa Distrital Lestonnac, ubicada en Carrera 8 No. 72 A 47, en el Barrio El Bosque, en estrato uno que cuenta con una población de 1102 estudiantes.

Cabe anotar que esta institución en los análisis estadísticos de la prueba saber realizado por cuatrienios, se encontró que, en la prueba de Matemáticas, no contestaron correctamente los ítems correspondientes a la competencia Comunicación en el año 2015 el 42% de los estudiantes de quinto grado, durante el año 2016 el 42%, mientras que en el año 2017 no contestaron correctamente el 35% de los estudiantes.



Figura 1.1 Diferencia con el promedio de todos los colegios del país Fuente: Análisis histórico y comparativo

MEN 2015- 2018

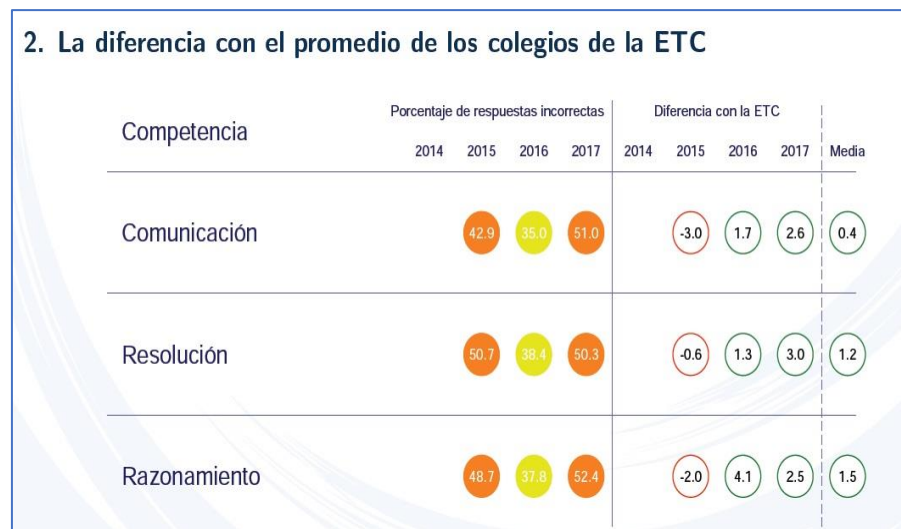


Figura 1.2. Diferencias de promedios Entidades Territoriales Fuente: Análisis histórico y comparativo MEN 2015- 2018

La institución Educativa Lestonnac tiene el reto de seguir mejorando sus desempeños en matemáticas a través de una Metodología que permita obtener resultados favorables desde el

preescolar hasta el grado 11° de la Media vocacional, lo cual llevó a las investigadoras a formular la siguiente pregunta:

1.2. Formulación del problema

¿Cuál es el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac?

1.3. Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general.

Establecer el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Distrital Lestonnac.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional en estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac.
- Implementar la metodología Singapur como estrategia para el desarrollo la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional en estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac.
- Verificar el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac.

1.4 Hipótesis

H_0 : El promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur es menor o igual al promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemática de manera tradicional.

H_1 : El promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur es mayor al promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemática de manera tradicional.

1.5 Justificación

Durante mucho tiempo, las matemáticas han sido percibidas como difíciles de aprender, y los resultados de los estudiantes en su rendimiento académico parecen confirmarlo. Según Menezes y Ponte (2006), varias han sido las propuestas tendientes a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, pero la situación parece no modificarse o, en todo caso, se ha modificado muy poco.

Planas (2010) argumenta que el problema de la comunicación en el aula de matemáticas tiene que ver con compartir significados tales como los modos de interpretar como comportarse en ciertos contextos. Pero también tiene que ver con relaciones discursivas; puesto que, convertir la clase de matemáticas en algo significativo es, sin lugar a dudas, uno de los grandes desafíos de los profesores y de los investigadores en educación matemática.

La enseñanza tradicional de la matemática se ha dedicado durante mucho tiempo a la transmisión de contenidos ya sistematizados en lenguaje simbólico, el mismo usado para la comunicación universal entre especialistas del área, pero que, como se sabe, no es apropiado para la comunicación en la clase, lo cual ha tenido como consecuencia que esta disciplina se vea como algo exótico, difícil y poco atractiva (Muniz y Borges, 2008). Esta es una de las razones por la que la inmensa mayoría considera la matemática como algo incomprensible, complicado y sin significado alguno; de esta manera, es necesario profundizar sobre la problemática existente en el aprendizaje de ella.

Por lo anterior, se hace indispensable buscar alternativas que dinamicen la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde temprana edad, para erradicar el temor que erradamente tienen hacia el área los estudiantes cuando cursan grados superiores. Lo citado es muy importante, teniendo en cuenta que las matemáticas son primordiales para el desarrollo académico de los niños, promoviendo la lógica, el razonamiento ordenado y la claridad mental para el pensamiento y la abstracción (Rico, Gómez y Cañadas, 2014).

La relevancia social de esta investigación apunta al estímulo de actitudes y valores en las estudiantes porque brinda solidez en sus fundamentos, seguridad en el desarrollo de los contenidos y confianza en los resultados finales. Lo enunciado, crea en ellos una disposición consciente y favorable, para emprender acciones que conduzcan a la solución de los problemas a los que se enfrentan cada día, brindándoles, además, herramientas que bien pueden potenciar su competitividad y autonomía futura.

En este marco, la competencia comunicativa matemática es una categoría de vital importancia en el éxito o el fracaso en la gestión escolar de las estudiantes por lo que es oportuno fortalecer dicha competencia en búsqueda de un excelente rendimiento académico.

Este trabajo de investigación es pertinente porque los estudios y ejercicios realizados durante la maestría, han permitido identificar las falencias y potencialidades de la práctica docente, lo que ha facilitado valorar las herramientas y métodos actuales, de tal forma que se puedan diseñar estrategias futuras que deriven en el crecimiento de las competencias, lo que es una oportunidad para fortalecer los escenarios educativos.

Además, pretende potencializar el desarrollo del pensamiento variacional se ajusta plenamente al contexto académico en el que se desarrolla este programa de estudio que enfatiza en el pensamiento matemático.

Por otro lado los aportes proporcionados por esta investigación tendrán la capacidad de generar un proceso de reflexión de los directivos docentes, maestros, padres de familia y estudiantes acerca del actuar pedagógico y examinar la incidencia de la competencia comunicativa matemática como eje orientador de procesos cognitivos, transformaciones personales y sociales, puesto que se busca dimensionar estudiantes eficaces en el manejo y el uso de los escenarios educativos. Además, como se pretende potencializar el desarrollo del pensamiento variacional se ajusta plenamente al contexto académico en el que se desarrolla este programa de estudio que enfatiza en el pensamiento matemático.

1.6 Delimitación de la investigación

Delimitación espacial

La realización del presente trabajo investigativo se llevó a cabo en la Institución Educativa Distrital Lestonnac esta cuenta con el apoyo de la comunidad religiosa Compañía de María, de la ciudad de barranquilla con un modelo pedagógico Humanista Cristiano, es de carácter femenino,

está ubicada en el barrio del Bosque al suroccidente de la ciudad, el nivel socio económico de esta población es bajo.

A nivel estructural la institución cuenta con 17 salones con buena ambientación y ventilación, algunos de ellos con herramientas para el uso de las TIC(video Beam) además posee una biblioteca con espacios de lectura e investigación de igual forma con equipos de computadores para consulta de estudiante, esta a su vez presta el servicio comunitario para estudiantes de otras instituciones , su planta docente es de 34 docentes de las diferentes áreas del conocimiento, los cuales se desempeña en las dos jornadas, en la mañana funciona el bachillerato y en la jornada de la tarde la primaria

Para las funciones deportivas y recreativas cuenta con espacios dotados de canchas de básquet y voleibol, en el segundo patio es el parque recreativo para niñas cuyas edades oscilen entre 5 a 7 años. Para la formación espiritual cuenta con una capilla donde se propician espacios de reflexión.

Delimitación temporal

Para responder al alcance de la investigación, esta tendrá un tiempo de ejecución comprendido del año 2018 al primer semestre del año 2019.

Capítulo 2. Marco Teórico

2.1 Antecedentes de la investigación

Para la construcción del marco de antecedentes se citan los trabajos de investigación o tesis cuyos autores han abordado categorías similares a las identificadas en el objetivo general y el problema formulado en el presente trabajo que se centran en los temas de Competencia Comunicativa y Pensamiento Variacional, Metodología Singapur. Éste recorrido se hace en los ámbitos internacional, nacional y local como punto de apoyo para la base teórica.

2.1.1 Comunicación Matemática

La articulación de las competencias matemática con los procesos establecidos en los estándares básicos de competencia define la competencia comunicación como Comunicación y Representación según el MEN (2007):

Referida ésta, entre otros aspectos, a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas, modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico, manipular diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, relacionar proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones, interpretar lenguaje formal y simbólico y traducir de lenguaje natural al simbólico formal. (p23).

Son muchas las investigaciones que se han realizado sobre comunicación matemática y sus procesos y mucha de ellas han pretendido resolver situaciones e interrogantes de nuevos investigadores.

Es así como en el ámbito internacional, se encontró el trabajo realizado por Vidal y Balaguer (2013), cuyo artículo tiene como título “La comunicación de los problemas de matemáticas en la didáctica de los Grados de Educación en la UIC (Universidad Internacional de Cataluña), realizado en España, el cual presenta una propuesta metodológica sistemática para enfocar la enseñanza y el aprendizaje de la lectura de los problemas matemáticos, no pretendiendo analizar propiamente el lenguaje matemático, sino la incidencia de la comprensión del lenguaje verbal en la resolución de los problemas.

Entre las conclusiones de la investigación se encontró que es preciso desarrollar un conjunto de medidas que permitan el fomento de actitudes positivas y comportamientos activos desde edad temprana, enseñando hábitos de naturaleza metacognitiva para trabajar la comprensión, como la relectura, hacer hipótesis, auto cuestionarse la comprensión, verificar las hipótesis, hacer inferencias, relacionar con los conocimientos previos, leer hacia adelante y hacia atrás, acostumbrarse a parafrasear, aunque sean textos muy pequeños, etc.

Afirman los autores que la lectura comprensiva de los problemas matemáticos no tiene porqué ser distinta de la que se realiza en las demás áreas. Al contrario, hay que fomentar un tratamiento único y transversal. Un elemento idiosincrático del área matemática puede ser la enseñanza y aprendizaje de las estrategias de organización de la información.

A nivel Latinoamericano, Laffita y Rodríguez (2017), en su investigación realizada en Santiago de Cuba, titulada “Las competencias comunicativas matemáticas y el uso de nuevas tecnologías en las clases de Matemática”, la cual aborda desde lo teórico los aspectos esenciales en el proceso docente educativo del aprendizaje de esta área como son las competencias comunicativas matemáticas y el empleo de software educativos, todos en función de lograr un mayor desarrollo del pensamiento lógico matemático del estudiante.

En su investigación los autores concluyeron que debe verse en relación dialéctica con el desarrollo del lenguaje matemático a desarrollarse en los estudiantes el cual debe caracterizarse por conocimientos, sistematización y contextualización de los símbolos matemáticos, vocabulario matemático adecuado lo que posibilita la competencia comunicativa en el profesor que imparte matemática.

Se encontró una investigación en el contexto nacional realizada por Quintero (2018) en la Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín, titulada “Competencia Comunicativa de la Matemática: Un enfoque para la modelación de situaciones problema”.

Este estudio presenta los resultados alcanzados durante la obtención de un sistema codificación– decodificación de doble vía que permiten el establecimiento directo de la relación entre el lenguaje convencional y el lenguaje matemático, mediante la revisión y adaptación de las aproximaciones y métodos desarrollados para la enseñanza y el aprendizaje de las segundas lenguas a la creación de métodos para la enseñanza matemática y científica, con miras a su implementación en la consolidación de pensamiento crítico para la solución de problemas.

El autor encontró en su estudio que el análisis comparativo de los métodos de enseñanza de las segundas lenguas, con las características del lenguaje matemático que se enseña a cada nivel educativo, mostró que es necesario desarrollar un sistema integrador de varios enfoques y métodos, fundamentado en un mecanismo de enseñanza y aprendizaje multicíclico que priorice la consolidación del sistema semiótico matemático para garantizar la interpretación y comprensión adecuadas de cualquier situación cotidiana que requiera ser descrita en términos matemáticos. Así, este resultado se estima afectado por aspectos socioculturales que involucran los aprendizajes previos y presentes en otras áreas tales como Lengua Castellana, Educación Artística.

De igual manera en el contexto nacional, se encontró la investigación realizada por Jiménez y Pineda (2012) en titulada “Comunicación y argumentación en clase de matemáticas”, la cual Presenta algunas ideas relacionadas con la argumentación y la comunicación en la clase de matemáticas.

El propósito de la investigación consistió en mostrar la importancia que tiene el desarrollo de la argumentación en un ambiente centrado en las estrategias de comunicación, tales como trabajo en grupo y la heurística solucionador - escucha, donde el lenguaje se asume como una práctica social que favorece la reflexión y el diálogo continuo entre docentes y estudiantes, y la comunicación como un proceso de interacción social.

Los autores destacan que el lenguaje es un aspecto que influye en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, que está directamente ligado con la comunicación, y que muchas veces no se maneja de la forma más apropiada en el aula de clase, pues no se tiene en cuenta las diferencias entre el lenguaje del docente y del estudiante.

Concluyen los autores que estrategias como el trabajo en grupo y la heurística de solucionador-escucha, inmersas en actividades de clase orientadas a la interacción social, a la negociación de significados, a la reflexión y a la regulación del aprendizaje, juegan un papel importante para el desarrollo de la argumentación en clase como una práctica discursiva, basada en el razonamiento natural y en el lenguaje usual que permite justificar una afirmación, defender o refutar una idea y convencer a un auditorio particular.

Del mismo modo, en el ámbito nacional, se encontró el artículo científico de la investigación realizada por Jiménez, Suárez y Galindo (2010), en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, titulado “La comunicación: eje en la clase de matemáticas”, el cual desarrolla

aspectos relacionados con el aprendizaje y la enseñanza en la clase de matemáticas, teniendo como foco central la comunicación, entendida como un proceso de interacción social en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, acciones mediante las cuales se alcanzan procesos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático, como la conjeturación y la argumentación.

En este estudio además, se analizaron diferentes estrategias que permitieron convertir el aula de clase en un ambiente vivo de interacciones, donde el sujeto se dota de significado en su interrelación con la cultura del grupo; dichas estrategias se basan en el uso de espacios para el trabajo en grupo, en el debate y la confrontación de interpretaciones y narrativas, y en los cuestionamientos permanentes del profesor.

En el ámbito local se resalta, el trabajo realizado en la ciudad de Barranquilla por Jiménez, Jiménez y Jiménez (2014), titulado “Estrategia Didáctica para Desarrollar la competencia “Comunicación y Representación en Matemática, el cual propone una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemática, fundamentada en la apropiación de un lenguaje y los códigos de representación en matemáticas que favorezca la solución de problemas en estudiantes de Barranquilla.

El problema de investigación se evidencia en los bajos resultados de pruebas internacionales, nacionales, y locales (Timss, Serce, Pisa, Saber). Con una metodología cuasiexperimental y una muestra de 56 estudiantes en el grupo control y 23 en el grupo experimental, utilizaron la aplicación de métodos teóricos y empíricos, para diagnosticar y analizar los resultados.

En la investigación se diagnosticó las dificultades que los docentes poseen para desarrollar la competencia matemáticas en los estudiantes. La prueba diagnóstica inicial aplicada a estudiantes

evidenció la dificultad que estos poseen para resolver situaciones matemáticas relacionadas con la competencia comunicación y representación. La estrategia didáctica diseñada facilitó la competencia “comunicación y representación” en matemática, constituyéndose en un aporte a la didáctica de las matemáticas, en cuanto contribuye a mostrar cómo favorecer la interpretación y comunicación matemática, para poder razonar adecuadamente y solucionar problemas del área, lo cual se evidenció también en el cuasi experimento realizado.

2.1.2 Pensamiento variacional

En el campo latinoamericano, se encontró el trabajo realizado en México por Cabrera y Cantoral (2010), titulado “El Pensamiento y Lenguaje Variacional como eje para el desarrollo de Competencias” y tuvo como objetivo principal identificar si los resultados provenientes de la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional, pueden proporcionar elementos para el diseño de situaciones de aprendizaje propicias para alcanzar los objetivos propuestos en la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS).

Gracias a este estudio los autores pudieron observar que el desarrollo de una competencia en el salón de clases puede realizarse rebasando la idea de poner al estudiante ante situaciones similares al ambiente real que enfrentará en su vida presente o futura. Esta idea puede presentarse como limitada, ya que el estudiante se comporta de manera diferente dentro que fuera del salón de clases. En el primer ambiente su actuación se ve normalizada por los efectos del Contrato Didáctico. Por tanto, se requiere el desarrollo de Situaciones de Aprendizaje diseñadas expreso para el salón de clases las cuales pueden no estar contextualizadas en una situación real.

En el contexto nacional también se encuentran trabajos desarrollados que apoyan esta categoría como el de Dávila (2018), tesis de maestría titulada “Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra”, cuyo propósito consistió en contribuir al desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de secundaria, a partir del fortalecimiento de procesos cognitivos generales tales como el razonamiento, la comunicación y la modelación.

En esta investigación como aporte importante, los resultados obtenidos por el autor permitieron concluir que se presentan avances importantes en el fortalecimiento de procesos generales del pensamiento variacional, a partir del uso, por parte de los estudiantes, de distintos tipos de representación semiótica puestos en práctica para la solución de los problemas planteados.

De igual modo se encontró en esta categoría a nivel nacional, la Tesis de Maestría realizada por Bocanegra (2017) en la Universidad ICESI de Santiago de Cali, titulada “Desarrollo del Pensamiento Numérico – Variacional en el aprendizaje de porcentajes aplicado a la educación financiera en estudiantes de grado séptimo de Básica Secundaria del IETI comuna 17 de la ciudad de Cali”.

Este proyecto presenta el diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica en la que se pretende integrar el aprendizaje de la matemática con la educación financiera de forma que el estudiante compruebe el uso práctico de las matemáticas, se movilice el desarrollo del pensamiento numérico–variacional y al mismo tiempo adquiera y fortalezca conocimientos relacionados con el manejo de las finanzas.

Como un valor agregado se encontró que trabajar por medio de situaciones problema que involucren conceptos financieros que son familiares para el estudiante como el ahorro, el presupuesto, el interés y el descuento, resulta fundamental en la comprensión tanto de estos conceptos como de los conceptos matemáticos relacionados. El estudiante permanentemente esta relacionándose con aspectos de orden financiero entre ellos la compra y venta de bienes resultando en un factor motivante para el aprendizaje de la matemática.

Además, se encontró que movilizarse en diferentes representaciones es fundamental en la comprensión de conceptos matemáticos, aplicación de procedimientos y algoritmos, y resolución de problemas, lo que conlleva al desarrollo del pensamiento numérico – variacional.

El trabajo colaborativo y la posibilidad de grabar las interacciones que allí se presentaron permitieron al estudiante reflexionar sobre su actuar y tomar conciencia de las interpretaciones y razonamientos usados. Igualmente se fortalecieron las competencias sociales lo que se evidenció en el compromiso y responsabilidad de los integrantes de los diferentes grupos en el desarrollo de las actividades y los acuerdos a los que se llegaron después de exponer las diversas soluciones producto del trabajo individual, llegando a consensuar el procedimiento y la solución que consideraban pertinente y ajustada a la situación.

2.1.3 Metodología Singapur.

En el ámbito internacional se encontró el artículo publicado por Bautista, Wong, y Gopinathan (2015), en Singapur, cuyo título es “Desarrollo Profesional Docente en Singapur: Describiendo el Panorama”, el cual describe el modelo de desarrollo profesional docente (DPD) en Singapur, uno de los países con mejor desempeño en educación a nivel mundial.

El estudio se centra en el Desarrollo Profesional Docente (DPD), los tres principales proveedores de DPD: el Instituto Nacional de Educación, la Academia de Profesores de Singapur y los seis Centros de Excelencia, y las propias escuelas. Guiados por el “Modelo de Crecimiento Docente”, el objetivo de dichos proveedores es fomentar un DPD coherente con los intereses de los profesores, con las necesidades de las escuelas, y el con el currículo nacional, el cual está conectado con la realidad del aula, promueve la participación colectiva entre los profesores, a través de y dentro de las escuelas es coherente con las necesidades e intereses de los docentes y con las prioridades escolares y nacionales.

De igual manera, en el campo latinoamericano se encontró el artículo de la investigación realizada por Juárez y Aguilar, en el año 2018 en México, titulado “El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria” que se efectuó con la finalidad de contribuir a la mejora de los aprendizajes de las matemáticas en educación primaria; a partir de la aplicación del método Singapur para la solución de problemas.

La metodología de investigación utilizada fue la cuantitativa y cualitativa pues se emplearon métodos cuantitativos (pre test y post test) y cualitativas (observación participante), el diseño fue cuasi experimental y la muestra fueron treinta y un niños de segundo año de una escuela primaria pública del estado de Puebla en México. Los resultados mostraron que a partir de la aplicación del método Singapur los niños mejoraron los aprendizajes en matemáticas, pues siete de cada diez lograron resolver problemas de matemáticas que implicaban realizar una suma o una resta.

De igual forma, en el año 2014 en Santiago de Chile, se realizó la tesis de maestría titulada “Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de isla de Maipo”, de autoría de Pedro Calderón Lorca.

El autor en su investigación propuso como objetivo principal comprender las percepciones de los docentes de primer ciclo básico sobre la implementación del Método Singapur en el Colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla de Maipo, por medio de Identificación de situaciones emergentes que se les han presentado a los docentes y los cambios en las prácticas pedagógicas, derivadas de la implementación del Método Singapur en el Colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla de Maipo.

Durante la investigación el autor estableció que los profesores y profesoras señalan que, al comenzar la implementación de esta nueva metodología de aprendizaje de las matemáticas, se presentaron dificultades de índole pedagógicas, logísticas, económicas, entre otras. No obstante, lo anterior, los informantes reconocen múltiples beneficios en su quehacer docente y en la manera de aprender que manifiestan los y las estudiantes, derivados del trabajo con el Método Singapur.

Como un aporte importante, se encontró que con la metodología Singapur se produce un cambio acerca de la visión de los estudiantes, pasando de percibir a un alumno pasivo, que necesita que otro le enseñe a un estudiante activo, capaz de construir su aprendizaje, cuestionador de su formación, que pone lo que aprende al servicio de sus necesidades. El profesor se concibe a sí mismo como un mediador, más que un dictador de conocimientos. Por ende, los y las docentes reconocen que necesitan de una mayor preparación, ya que ahora no es sólo entregar un contenido.

Se reconoce además con la investigación que el entorno también influye en el aprendizaje de sus estudiantes, puesto que esta forma de conocer las matemáticas va vinculada a problemáticas cotidianas que vivencia de los estudiantes.

La implementación del Método Singapur permite que los profesores y profesoras distingan en cambio positivo en la actitud de los y las estudiantes por aprender matemática. La clase de matemática cambia de ser monótona e insulsa, a ser lúdica, motivante, atractiva, construida desde y para los niños y niñas.

Se produce un aprendizaje colaborativo, en el que los estudiantes se transforman en mediadores del aprendizaje de sus compañeros; ayudan a la construcción de conceptos matemáticos de los demás, mediante un apoyo directo o porque el resto del curso se motiva en alcanzar aprendizajes que otros compañeros lograron.

En el ámbito nacional, se encontró el trabajo de investigación realizado por Raúl Alexander Fonseca Palacios, Rosa Virginia Hernández y Luis Fernando Mariño en la Universidad Francisco de Paula Santander en Cúcuta en el año 2017, titulado “Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático” y tuvo como propósito evaluar el enfoque metodológico CPA como estrategia de resolución de problemas hacia el aprendizaje de fracciones, en comparación con la enseñanza tradicional mediante el uso de nuevas tecnologías.

El Enfoque CPA (Concreto-Abstracto Pictórico fue implementado a partir del año 1992 en el país de Singapur; hoy en día hace parte fundamental en Colombia hacia la enseñanza a de las matemáticas a través de la resolución de problemas a partir de este método; ha centrado la atención en el pensamiento, en la comprensión conceptual y en la solución de problemas.

Los resultados obtenidos en esta prueba Pre Test para ambos grupos (Experimental y Control) presentaron resultados deficientes, demostrando un rendimiento académico poco satisfactorio, manifestando en esta fase de la investigación una homogeneidad entre los dos grupos

participantes; esto se justificó debido a que varios estudiantes argumentaron que les resulta difícil resolver problemas matemáticos y más aún si contienen números fraccionarios; además expresaron que no tienen dominio conceptual ni procedimental hacia un método o estrategia a seguir para la resolución de problemas.

Como valor agregado se encontró que la aplicación del enfoque CPA tuvo un resultado satisfactorio, dado que se logró que el grupo experimental en pocas secciones de trabajo incrementara las puntuaciones en el rendimiento académico en comparación a las del grupo control, al mismo tiempo se mejoró en los dos grupos, la aplicación de estrategias de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes a partir de los talleres de didácticos propuestos para la resolución de problemas, afirmaciones que se confirman a través de los análisis estadísticos realizados en la prueba Post Test, aplicada a los dos grupos participantes, la cual apuntan hacia la utilización de estrategias y procesos hacia la resolución de problemas matemáticas y por tanto a la validación de la hipótesis de estudio.

A nivel local se encontró la Tesis de Maestría titulada “Optimización del método Singapur usando TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de primer grado”, autoría de Vicky Milagro Orozco Barragán, desarrollada en el año 2017 en la ciudad de Barranquilla, cuyo objetivo principal fue plantear un modelo de optimización del Método Singapur con el uso de las TIC’s, en la enseñanza de patrones y seriaciones matemáticas en estudiantes de primer grado de la IED María Cano.

Una propuesta de innovación de enfoque cuantitativo, desarrollado de manera descriptiva pre experimental, en la que la autora encontró a manera de conclusiones que la propuesta de innovación logró promover en los estudiantes aspectos como la curiosidad y el interés por el aprendizaje de las actividades propuestas. Manifestaron un estilo de trabajo ordenado y

metódico. Se pudo tener en cuenta estilos y ritmos de aprendizajes en los estudiantes, tanto en el grupo control como en el grupo experimental; lo anterior derivó avances en su aprendizaje, aunque los resultados fueron progresivos en la competencia comunicativa. Se encontró debilidad en la competencia de razonamiento, aunque se abordó de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones, entre ellas: explorar diversas estrategias, escuchar el razonamiento de los demás y usar el material concreto de diversas maneras.

2.2. Bases Teóricas

2.2.1 Comunicación Matemática

En la actualidad, tras las reformas educativas, se le ha establecido un papel predominante a la comunicación en la clase. En esa perspectiva, los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos conciben la comunicación como actividad fundamental para el proceso mismo de aprendizaje y no solo para la expresión de lo aprendido –las respuestas en las evaluaciones– (MEN, 2000).

“Por medio de la comunicación se espera que el estudiante construya significados, reflexione, analice e intercambie interpretaciones; proceso que además le permitirá, a través de la confrontación de conjeturas, expresarlas con el lenguaje propio de la matemática” (Espinoza, Ávila, Galindo, 2010, p. 179).

La comunicación: es considerada como la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación en matemática; además, según los estándares básicos de competencias de matemáticas (2006) se comprende como la adquisición y el dominio de los lenguajes propios de las matemáticas, constituyéndose un proceso deliberado y cuidadoso que posibilita discusiones frecuentes sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las

conexiones entre ellos que propician trabajos colectivos, donde los estudiantes comparten el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos.

Se entiende esta definición también, como un pilar fundamental a la hora de enfrentar un problema matemático y más aún problemas con texto matemático o enunciado, cuya solución requerirá de la adquisición de una destreza a la hora de traducir lenguaje común a lenguaje algebraico. (MEN, 2006, p.77)

La comunicación desempeña un papel importante en la clase de matemáticas, pero a condición de que no sea entendida simplemente como la transcripción de un lenguaje simbólico a través del cual el profesor, poseedor de códigos –los del lenguaje matemático–, intenta “comunicárselos” a sus estudiantes, cuyo rol se limita a ser simplemente receptores, o de que las interacciones orales y escritas que se dan en la clase no se reduzcan simplemente a que el alumno dé pequeñas respuestas de sí y no a preguntas formuladas por el profesor.

La capacidad de comunicación de los alumnos depende, en gran medida, de la forma como los profesores organizan sus actividades; según Espinoza, Ávila y Galindo (2010). En esta intervienen diversos factores como: presentación de materiales adecuados, selección de tareas que sean relevantes e interesantes, formulación de preguntas que fomenten el pensamiento divergente y creativo, y el trabajo en grupo (p. 183)

Desde la competencia en comunicación, según el MEN (1998) las habilidades que hacen referencia a la competencia en comunicación en matemáticas son: (p.74)

- Expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.

- Comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.
- Construir interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones.
- Hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas y reunir y evaluar información.
- Producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes.
- Desde la resolución de problemas. Aquí me parece importante retomar a García

Competencias matemáticas

La etimología revela que la palabra competencia puede tener orígenes en la raíz griega *Agon* que significa «ir al encuentro de otra cosa, encontrarse, para responder, rivalizar, enfrenarse para ganar, salir victorioso de las competencias olímpicas que se jugaban en Grecia antigua». Con la obligación de salir ganador y, de ahí, aparecer en la historia con desempeño normal. (Argudín, 2005, p. 52)

Dentro del proceso etimológico competencia viene del latín “competentia” y puede tener dos connotaciones: la primera es relativa a la palabra castellana expresada en el verbo “competir”, ganar, salir victorioso, (coincide con el significado de la voz griega) y la segunda está relacionada con hacerse responsable de algo, capacidad, habilidad, pericia en un ámbito de su jurisdicción al cual generalmente se le asigna un saber, mientras que en siglo XV la palabra competente significaba “adecuado, apto”. (Vigo, 2013, p. 123)

Cabe anotar que para María Moliner competente se aplica a ‘quien tiene aptitud legal o autoridad para resolver cierto asunto’ y, también, a ‘quien conoce cierta ciencia o materia, o es experta o apta en la cosa que se expresa o a la que se refiere el nombre afectado por competente’.

Se ha propuesto que las competencias “son acciones situadas que se definen en relación con determinados instrumentos mediadores” (Hernández et al., 1998:14). Son acciones situadas en el sentido de que tienen en cuenta el contexto en el cual se llevan a cabo. Ahora bien, dichas acciones se dan a partir de la mente; la mente se construye en relaciones sociales y es actualizada por la cultura (Vigotsky, 1985; Brunner, 1992).

En consecuencia de esto, se considera que la educación basada en competencia (EBC) es un medio útil para el mejoramiento de la calidad educativa. Puesto que posibilita identificar las fortalezas y debilidades de los educandos y de las instituciones educativas y el seguimiento al proceso Misional (Gestión Académica) a través del análisis, la reflexión e innovación pedagógica dentro de los procesos de formación en cualquier disciplina (Celis y Gómez, 2005).

Se resalta que “una competencia es una habilidad innata, previa del individuo, que le facilita la aprehensión teórico-práctica en determinada línea de conocimiento. En el estudio de las matemáticas el término competencia matemática se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente el proceso de resolución de problemas matemáticos que se presenten en una variedad situaciones.

El MEN (2006; p, 21) propone la fundamentación lógica de la matemática desde una idea de competencia que asume los diferentes contextos en los cuales los estudiantes se ven confrontados como estudiantes activos de la sociedad.

Por otra parte, los estándares básicos de competencias en matemáticas definen la competencia “como conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el

desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN,2006, p.49).

Es así como esta competencia se hace importantísima a la hora de resolver problemas matemáticos, sino la más importante, en palabras de Ramírez (2009) “ser competente en matemáticas implica “tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido en un contexto, a otro contexto” (p. 16) ... “la comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Es uno de los procesos más importantes para resolver problemas” (p. 19).

Las competencias implican el saber hacer, saber sentir y saber pensar (Andrade, 2017).

Esto quiere decir que las competencias involucran varias dimensiones: cognitiva, valorativa y procedimental. De esta manera, el desarrollo de una competencia pone en juego estas tres dimensiones ya sea en forma individual o integrada.

Lo anterior, permite reconocer la importancia de desarrollar las diferentes dimensiones del ser humano y el compromiso de las instituciones educativas al respecto. Pues, no solo se debe potenciar la parte cognitiva o de conocimientos, sino que también se busca formar un individuo con principios éticos, sensible y capaz de resolver sus propios problemas. Es decir, deben desarrollarse las tres dimensiones simultáneamente.

Niss, M. (1999) poseer competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra-matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo.

Competencia comunicativa

Se resalta que la competencia lingüística tiene como característica la gramática de la lengua, y ésta a su vez, consiste en un conjunto finito de reglas por medio de las cuales se pueden generar y comprender la totalidad de las oraciones que forman parte en el uso de la lengua.

Así mismo, la competencia lingüística hace referencia al conocimiento y a la capacidad del hablante-oyente ideal para hacer uso u operar la lingüística. En este sentido, se trata de un entorno de acción abstracto, general e ideal que da cuenta de los casos particulares. En esta competencia, por una parte, subsiste la gramática universal y por otra, el uso que de ésta hace el individuo en la acción de comunicación.

Es de resaltar que el término competencia es rescatado de la psicología de las facultades del siglo XVII en la línea del pensamiento cartesiano, para incorporarlo en las argumentaciones sobre la teoría de la gramática generativa transformacional, (Chomsky, 1972).

Posterior a los postulados sobre la competencia lingüística (Hymes, 1996) presenta el discurso sobre la competencia comunicativa, en el que se consideran los usos y actos concretos dados a partir del lenguaje en el marco de contextos específicos en los que se da la interacción comunicativa. Es decir, una persona competente en el lenguaje es aquella que lo emplea en la interacción con otras personas con el objeto de entender al otro y al mismo tiempo de hacerse entender.

Por lo tanto, se es competente en la medida de poder determinar: cuándo hablar o cuándo no; sobre qué hablar; con quién hacerlo; y en qué forma; así mismo, cuando se es capaz de tomar parte en eventos comunicativos con sentido crítico y propositivo. En la competencia comunicativa se consideran las actitudes, los valores y las motivaciones, relacionadas con la lengua sus características y sus usos.

La competencia comunicativa es muy útil para comprender la competencia matemática, porque ésta fortalece la capacidad que un individuo tiene para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, para hacer juicios bien fundamentados y poder usar e involucrarse con las matemáticas. Y este concepto excede al mero conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas, pues implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana. (OCDE, 2008, p. 12).

Comprensión lectora: La comprensión lectora a diferencia de otras habilidades que tiene el hombre como lo son el hablar o el pensar, no es innata y se desarrolla en el ser humano como un proceso. Son varias las formas en que se ha definido este término, de acuerdo con la orientación metodológica que le da cada autor que ha desarrollado investigaciones en este campo.

Cognitivamente la comprensión lectora según Aguilar, 2015 se entiende como un conjunto de procesos implicados que se necesitan para conocer y saber, cómo y qué instrumentos pueden ayudar a los alumnos en su aprendizaje con el objeto de que puedan llegar a ser buenos lectores.

Díaz Barriga (citado por Águila & Allende, 2012) afirma que “la comprensión lectora es una actividad compleja que implica la interacción entre las características del lector y el texto dentro de un contexto y prácticas culturales determinadas. Si bien la construcción de conocimiento se lleva a cabo a partir de la información que el autor propone, ésta debe enriquecerse mediante los conocimientos previos de los lectores, generando interpretaciones e inferencias desde las representaciones personales, que en ocasiones posibilitaran ir más allá de lo propuesto o esperado por el autor” (p.5).

Al resolver problemas en matemáticas se encuentran textos de diversos tipos: continuos y/o discontinuos, esto hace que el nivel de comprensión lectora que necesita el estudiante sea mayor

y una de las causas que está ocasionando que el estudiante tenga bajos desempeños académicos es que el estudiante usa un libro (o una hoja guía elaborada por el docente) sólo cuando llega el momento de resolver un listado de problemas más no es usado como apoyo para el análisis y reflexión del texto mismo a partir de sus conceptos (continuos y/o discontinuos) quedando la lectura excluida de los procesos del pensamiento matemático.

Por lo tanto, esta innovación está basada en introducir la lectura crítica de enunciados matemáticos relacionados con el concepto de pendiente de una recta como base para comprender conceptos como incremento, diferencia, razón, entre otras, que permitirá resolver problemas y argumentar situaciones que, según el ICFES, en el documento (Alineación saber 11, 2013, p. 43) expresa que el estudiante deberá mantener una postura “reflexiva a partir del texto y evaluar su contenido”. Es de recordar que la resolución de un problema lleva en sí leer el problema, comprenderlo, decodificarlo, por lo tanto, la comprensión crítica de la lectura es un instrumento imprescindible para este proceso.

2.2.2 Pensamiento Variacional

El pensamiento variacional debe estar presente en el currículo de matemáticas desde los primeros grados de primaria hasta el grado once de básica secundaria, así lo sugiere el Ministerio de Educación nacional en los Lineamientos Curriculares y en los Estándares Básico de Competencias. Además, se invita a los profesores a actividades y problemas que fomenten su desarrollo, teniendo en cuenta que este pensamiento involucra otros pensamientos como el pensamiento numérico.

El pensamiento variacional está caracterizado por dos elementos: el cambio y la variación. Su desarrollo permite comprender los factores de cambio, establecer patrones, el modelar y el

identificar las variables y constantes en una determinada situación o problema. Como expresa Vasco “El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (2006).

En los últimos años se ha visto el interés que han puesto diversos investigadores en la noción de variación y por ende del desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes, planteando que dicho pensamiento se debe trabajar desde los primeros años de escolaridad. Lo que lleva a dar una mirada más amplia a este tipo de pensamiento y no reducirlo simplemente a la aplicación de habilidades algebraicas fuera de contexto y sin sentido, de ahí que “el estudio del pensamiento variacional en la escuela debe surgir a partir de tareas sobre la noción de cambio, variación y procesos de modelación, buscando desarrollos por comprensión y no como un estudio formal de conceptos”. (Gómez Ospina, 2013)

Teniendo en cuenta que las prueba SABER en Colombia articula el pensamiento numérico y el variacional, se propone la combinación de estos dos pensamientos. Por lo tanto, se hablará de pensamiento numérico - variacional, entendido como aquel que hace referencia a aspectos asociados a los números, sus representaciones, significado, relaciones, operaciones y propiedades. Además, al reconocimiento de regularidades y patrones, conceptos y procedimientos asociados a la variación directa y a la proporcionalidad en contextos aritméticos.

El pensamiento variacional implica, además de la comprensión de conceptos, aplicación de procedimientos y algoritmos, y la resolución de problemas, el manejo de relaciones entre variables y el estudio de patrones y regularidades que presentes en múltiples y variadas

relaciones numéricas. Al igual que la modelación de situaciones y su generalización a través del uso del lenguaje matemático.

2.2.3 Metodología Singapur

Esta metodología tiene como lineamiento esencial promover el aprendizaje de las matemáticas a partir de cinco elementos fundamentales que compilan las habilidades y conceptos propios de las matemáticas, tomando en cuenta los procesos claves para el desarrollo del pensamiento, la metacognición y la promoción de otras destrezas derivadas en los procesos académicos (Ban Har, Kaur, 2005).

La Metodología Singapur está fundamentada en las teorías del aprendizaje de Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp. Las metodologías que aportan estos autores son elementos importantes del proceso investigativo. Cada uno de ellos dentro de sus teorías del desarrollo de aprendizaje que promueve, esto es válido para ser imitado por muchos países con el fin de mejorar sus modelos de enseñanza que desde el área de matemática se necesitan.

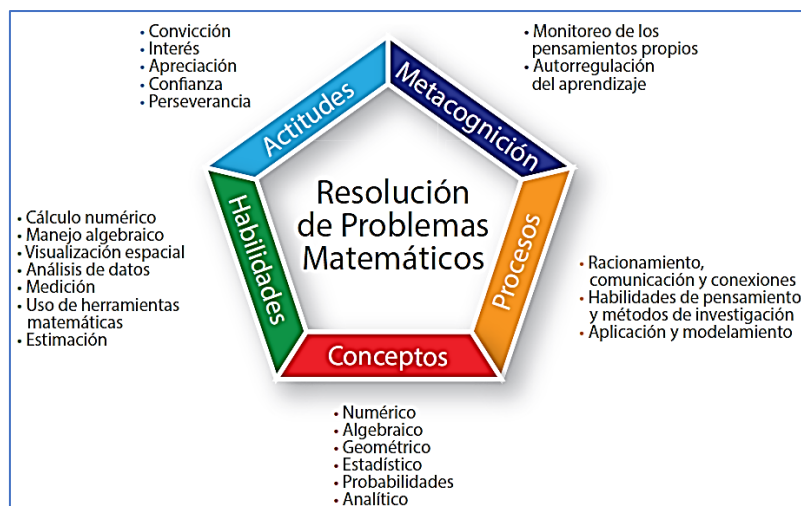


Figura 2.1. Lineamientos esenciales del Método Singapur Fuente: Ban Har y Kaur, 2005

Como se observa en la gráfica, los conceptos esenciales son en su orden: Metacognición, Procesos, Conceptos, Habilidades y Actitudes; cada uno de estos planteamientos conlleva unas características que le dan herramientas y técnicas a los estudiantes para lograr la resolución de problemas, evitando de esta manera la memorización, la repetición de cálculos y formulas, estimulando además, el aprendizaje mediante el apoyo de componentes visuales y la manipulación de objetos del entorno para motivar la interacción con lo cotidiano del entorno (Ban Har & Kaur, 2005).

El éxito de la metodología Singapur está fundamentado en una estructura curricular llamada enfoque en espiral en la que los estudiantes vuelven a trabajar con ideas núcleo a medida que profundizan su comprensión y se encuentran cognitivamente preparados para seguir avanzando. Según Bruner (1959) en una estructura curricular en espiral, los estudiantes tienen la oportunidad de volver a trabajar con ideas centrales a medida que profundizan la comprensión de estas, por ello el proceso de aprendizaje logra gran significación, pues no se basa en saturar al niño con conceptos, sino que busca su real comprensión y entendimiento de forma progresiva.

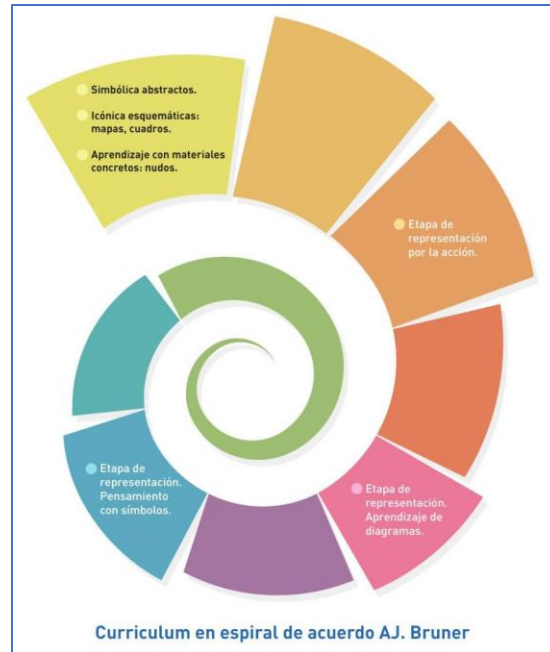


Figura 2.2. Teoría de la Progresión en espiral Fuente: Bruner, 2001

Bruner en (1973) plantea el enfoque CPA (Concreto, Pictórico y Abstracto) en el cual se recomienda la progresión desde los objetos concretos pasando por imágenes y luego se llega a los símbolos abstractos para el desarrollo de conceptos. Así los niños aprenden un nuevo concepto o habilidad utilizando materiales concretos (representación inactiva), posteriormente se usan representaciones pictóricas (representaciones icónicas) y finalmente se llega a la introducción simbólica (representaciones abstractas).

La importancia de su teoría radica en el papel que desempeña la estructura en el aprendizaje y cómo puede hacerse central en la enseñanza. El plantea la siguiente pregunta ¿cómo puede hacerse que este contacto influya en su manera de pensar durante el resto de sus vidas? La respuesta radica según los expertos en diseñar los planes de estudio e implementarlo en las escuelas, "... en dar a los alumnos una comprensión de la estructura fundamental de cualesquiera materias que elijamos para enseñar" (Bruner, 1960, pág. 18). Lo anterior se puede entender como

un prerrequisito en el saber, donde los estudiantes lo pueden aplicar para resolver problemas y eventos en cualquier momento de su vida.

Bruner, explica dos maneras en que el aprendizaje es aplicable a la realidad. La primera, es mediante la aplicabilidad a tareas similares a las que inicialmente aprendió a desempeñar y la segunda, que el aprendizaje permite que un desempeño posterior sea más eficiente, a través de lo que se denomina transferencia no específica o transferencia de principios.

"En esencia, consiste en aprender inicialmente, no una habilidad, sino una idea general, que puede ser usada luego como base para reconocer subsiguientes problemas como casos especiales de la idea originalmente dominada" (Bruner, 1960, pág. 27).

Por otra parte, Zoltan Dienes en (1984) destaca la importancia del uso adecuado del material didáctico para apoyar el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Además, tuvo la iniciativa de crear los llamados bloques lógicos para la enseñanza del valor posicional y aportar en su teoría la manera de enseñar matemáticas por medio de diferentes alternativas lúdicas. Al tenerse en cuenta que los conceptos matemáticos no solo son abstractos, sino que además están organizados en una jerarquía de varios grados de generalidad, se hace necesario favorecer tanto el paso psicológico de lo concreto a lo abstracto, como también de lo particular a lo general.

Dienes (1978), contribuye a que el método Singapur tome dos conceptos muy significativos:

1. Variabilidad Matemática: Consiste en presentar las ideas de distinta manera (multialfabetización) o con distinto grado de profundidad.
2. Variabilidad Perceptual: Los alumnos y alumnas entran a un concepto por los códigos que más les acomoda. Aunque un programa escolar contemple cambios radicales en la manera de aprender matemáticas, no serán posibles si se conservan los mismos

procedimientos y atmósfera de las clases tradicionales. "En efecto, esperamos que los maestros se esfuercen en pasar de una situación de enseñanza a una situación de aprendizaje" (Dienes, 1969, p. 7).

Aprendizaje por Descubrimiento

El aprendizaje debe ser descubierto activamente por el alumno más que pasivamente asimilado. Los alumnos deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista. Como se dijo, recomienda el fomento del pensamiento intuitivo.

ventajas	Desventajas
<ul style="list-style-type: none">• Aprendizaje por procesos• Automotivación y autoconcepto• Capacidad Crítica• Creación de aprendizajes propios.	<ul style="list-style-type: none">• Dificultad en grupos grandes o niños con dificultades.• Se necesita mucho material• No siempre encuentran soluciones nuevas.• Requiere mucho tiempo

Figura 2.3. Ventajas y desventajas del Aprendizaje por Descubrimiento Fuente: Elaboración propia de los autores

2.3 Marco Legal

El Ministerio de Educación Nacional tiene una serie de referentes curriculares que permiten estructurar y guiar el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes en Colombia. En esta propuesta innovadora el desarrollo del pensamiento matemático, pensamiento variacional y las competencias matemáticas, resolución de problemas a implementar se encuentran en los Estándares Básicos de Competencias y lineamientos curriculares. De igual manera otro referente

curricular son los Derechos Básicos de Aprendizaje que permite al docente, padres de familia, directivos docentes y comunidad en general los saberes mínimos que deben aprender los niños en Colombia.

Estándares Básicos de Matemáticas

Teniendo en cuenta lo anterior y con el fin de unificar criterios, el MEN Diseñó y dio a conocer en mayo 12 de 2003 los estándares básicos de matemáticas basados en los cinco ámbitos o tipos de pensamiento que se manejan en el área: el pensamiento numérico y sistemas numéricos, el pensamiento espacial y sistemas geométricos, el pensamiento métrico y sistemas de medidas, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos y el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Es así como estos estándares se constituyen en criterios claros y públicos que permiten conocer cuál es la enseñanza que deben recibir las estudiantes y que son de igual manera puntos de referencia de lo que una estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer en las diferentes áreas y niveles, con miras a un buen desenvolvimiento de los mismos en el contexto al cual pertenece.

Por estas razones El Ministerio de Educación Nacional otorga a las instituciones educativas dichos referentes comunes para los estándares básicos de competencias, y se espera que estos:

- Orienten la incorporación en todos los planes de estudio de los conocimientos, habilidades y valores requeridos para el desempeño ciudadano y productivo en igualdad de condiciones.
- Garanticen el acceso de todos los estudiantes a estos aprendizajes.

- Mantengan elementos esenciales de unidad nacional en el marco de una creciente descentralización.
- Sean comparables con los que los estudiantes aprenden en otros países.

Lineamientos Curriculares de Matemáticas

En cumplimiento a la Ley 115 de 1994 en su artículo 78, se asumen los lineamientos curriculares dados por el MEN para atender a las necesidades de orientación y criterios nacionales sobre la función de las áreas y los enfoques de su comprensión y enseñanza; es así como dichos lineamientos constituyen un punto de apoyo y de orientación general frente a los postulados de la misma ley que nos invita a entender el currículo como “un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyan a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local” (Art, 76).

En el área de matemática se centra en fundamentar el desarrollo de competencias y habilidades que desde edades tempranas se trabajan a partir de la didáctica. Esta relación se evidencia a partir de los cinco procesos (formulación y resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejecución de procedimientos) los que se puntualiza en el pensamiento lógico y matemático, que dentro de los Lineamientos Curriculares han tenido una subdivisión llamados pensamientos, los cuales son 5 que son:

- Pensamiento Numérico y los sistemas numéricos.
- Pensamiento Espacial y los sistemas geométricos
- Pensamiento Métrico y los sistemas de métricos o de medidas
- Pensamiento Aleatorio y los sistemas de datos
- Pensamiento Variacional y los sistemas algebraicos y analíticos

Este trabajo en especial se ubica de manera concreta dentro de la competencia comunicativa en el pensamiento Variacional.

El pensamiento variacional es de gran relevancia en la resolución de problemas para problemas basados en la variación y el cambio, en procesos de la vida cotidiana, aplicaciones en las ciencias, entre otras (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas 2006, p.66). El pensamiento variacional está relacionado con la variación y el cambio en diferentes contextos ya sean continuos o discontinuos como lo dice los Estándares, “En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos” (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas 2006, p.62).

Los Derechos Básicos de Aprendizaje

Para garantizar la educación como derecho fundamental, el Ministerio de Educación Nacional lanza los DBA (Derechos Básicos de Aprendizaje) que es un conjunto de aprendizajes estructurantes en cada uno de los grados de escolaridad. Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) son una herramienta dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar, de primero a once, y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje se estructuran guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). Su importancia radica en que plantean elementos para la construcción de rutas de aprendizaje año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo

de grados. Debe tenerse en cuenta que los DBA son un apoyo para el desarrollo de propuestas curriculares que pueden ser articuladas con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales materializados en los planes de área y de aula.

2.4 Marco Conceptual

A continuación, se expone la definición de algunos términos y conceptos propios del presente estudio, teniendo en cuenta de alguna manera el contexto en el cual se desarrolla el mismo, lo que conlleva a una comprensión sólida del proceso investigativo que aquí se realiza.

Competencia

Es un conjunto de conocimientos, actitudes, disposiciones y habilidades (cognitivas, socio afectivas y comunicativas), relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Esta noción de competencia propone que lo importante no es sólo conocer, sino también saber hacer. Se trata, entonces, de que las personas puedan usar sus capacidades de manera flexible para enfrentar problemas nuevos de la vida cotidiana.

Comunicación La comunicación: “considerada como la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación en matemática” MEN (2006; p.77) y por otro lado se comprende como la adquisición y el dominio de los lenguajes propios de las matemáticas, constituyéndose un proceso deliberado y cuidadoso que posibilita discusiones frecuentes sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos que propician trabajos colectivos, donde los estudiantes comparten el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos(estándares básicos de competencia en matemáticas, 2006).

Capítulo 3. Marco Metodológico

El término metodología hace referencia al modo en que se enfocan los problemas y se buscan las respuestas, a la manera de realizar la investigación. Según los supuestos teóricos y perspectivas, y propósitos, llevan a seleccionar una u otra metodología. El marco metodológico hace referencia, a los diferentes momentos en que se desarrolla una investigación a través de procedimientos lógicos, tecno-operacionales que son implícitos en todo proceso de investigación, con el objeto de poner en manifiesto las actividades desarrolladas y su sistematización.

3.1 Tipo de investigación.

Esta investigación por sus características es de enfoque cuantitativo de tipo cuasi experimental de alcance explicativo, que busca mediante la recolección objetiva de datos, determinar el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac. De allí que después de implementada la metodología Singapur, en su segunda fase se realice un estudio de tipo descriptivo donde: “se busca medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas” (Hernández, Fernández & Baptista, 2014, p.80).

“El enfoque cuantitativo utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente y confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento de una población” (Hernández, 2003; p.5).

El objetivo de la investigación explicativa es responder por las causas de los eventos y fenómenos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué

ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta o por qué se relacionan dos o más variables e implican (Hernández, Fernández & Baptista, 2014, p.95).

Se enmarca en una línea de investigación con diseño cuasi experimental antes y después con grupo de control, llamado así porque se determinan cambios generados a partir de la comparación entre el estado actual y el estado previsto después de la aplicación de la metodología Singapur, busca conocer en qué medida la aplicación del programa ha logrado cumplir sus objetivos (Hernández, Fernández y Baptista, 1999).

Los diseños cuasi experimentales propuestos por Hedrick et al (1993) tienen el mismo propósito que los estudios experimentales, el cual es probar la existencia de una relación causal entre dos o más variables, cuando la asignación es imposible, estos estudios permiten estimar los impactos del tratamiento o programa, dependiendo de si llega a establecer una base de comparación adecuada (p.58).

3.2 Identificación y clasificación de variables

Variable independiente:

La variable independiente en esta investigación es la Metodología Singapur diseñada e implementada con la finalidad de ayudar a los estudiantes de sexto grado a desarrollar la competencia comunicación en el área de matemáticas mediante actividades atractivas y desafiantes, siendo las experiencias prácticas y motivadoras, junto con ilustraciones que modelen el contenido matemático el motor que fomenta la participación activa de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Esta variable se presenta con dos valores en este estudio: a) con aplicación de la Metodología Singapur y b) sin intervención o aplicación la Metodología Singapur.

Variable dependiente

La variable dependiente considerada en esta investigación es la Competencia Comunicación.

3.2.1 Operacionalización de las variables

Tabla 3.1

Operacionalización de las variables

Variable Independiente	Variable de Investigación (definición conceptual)	Variable de Investigación (definición operacional)	Dimensiones asociadas a cada variable	Indicadores por dimensión y variables
Metodología Singapur	El Método Singapur es una aplicación pedagógica que se basa en modelos visuales, el empleo de material concreto y practica constante para desarrollar comprensión de conceptos, pensamiento lógico y creatividad en la resolución de problemas matemáticos. Se fundamenta en la teoría de descubrimiento de Bruner, siendo tres sus principios: concreto, pictórico y abstracto e integrado en el enfoque CPA en un Curriculum en espiral (Alonso, López y Cruz: 2013, 253-254)	El método Singapur se aplicó en 9 sesiones de 90 minutos y una sesión de 45 minutos Las 10 sesiones están secuenciadas en la metodología CPA donde el estudiante sigue el siguiente proceso para la resolución de un problema, este lee, luego se trabaja con el material concreto, se dibuja en barras, se vuelve a leer identificándolo y se termina realizando la operación correspondiente.	<p>Lo Concreto:</p> <hr/> <p>Lo Pictórico:</p> <hr/> <p>Lo Abstracto:</p>	<p>Se realiza un acercamiento a los conceptos matemáticos a través de actividades relacionadas con la vida real.</p> <hr/> <p>Las estudiantes dibujan un modelo ilustrado o pictórico para representar las cantidades matemáticas (conocidas y desconocidas), luego las comparan en un problema, para ayudarlos a visualizar y resolver.</p> <hr/> <p>Las estudiantes estructuran algoritmos utilizando signos y símbolos matemáticos que traducen de la experiencia concreta y pictórica.</p>
Variable dependiente	Variable de Investigación (definición conceptual)	Variable de Investigación (definición operacional)	Dimensiones asociadas a cada variable	Indicadores por dimensión y variables Ítems, reactivos o preguntas asociadas a cada indicador

Competencia Matemática	Considerada como la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación en matemática” MEN (2006; p.77). Por otro lado, se comprende como la adquisición y el dominio de los lenguajes propios de las matemáticas, constituyéndose un proceso deliberado y cuidadoso que posibilita discusiones frecuentes sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos que propician trabajos colectivos, donde los estudiantes comparten el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos (estándares básicos de competencia en matemáticas, 2006).	Cuestionario que aborda las variables Metodología Singapur y Competencia Comunicación. La construcción del Cuestionario se sustentó teniendo en cuenta los parámetros de los Estándares básicos en competencias matemáticas y las pruebas SABER 5° aplicadas por el ICFES.	Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.	Cuanto más cercano a cien, mejor será el desempeño del estudiante en relación al	4, 7,.8, 10
			Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos.	desempeño de la población evaluada. Niveles de desempeño de la IED Lestonnac.	6. 12
			Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.	Niveles de desempeño	1, 2
			Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Puntaje en la prueba de 0 a 35 Bajo 2. Puntaje en la prueba de 36 a 50 Básico 3. Puntaje en la prueba de 51 a 65 Alto 4. Puntaje en la prueba de 66 a 100 Superior 	3,5, 9, 11, 13, 14

Fuente: Elaboración propia

3.2.1.1 Operacionalización de las variables

Variable	Naturaleza	Nivel de medición	Criterios de medición
Variable independiente			
Metodología Singapur	Cualitativa	Nominal	No aplica
Variable dependiente			
Competencia comunicación Matemática	Cuantitativa	Ordinal	0 a 100%

3.2.2 Control de variables

Tabla 3.2

Control de las variables

¿Qué controló?	¿Cómo controló?	¿Porque controló?
Población	Seleccionando la Institución Educativa	Porque la situación problema es reconocida por los investigadores.
Participantes	Eligiendo a los estudiantes de 6 grado de básica secundaria	Por su bajo rendimiento en las áreas de matemáticas en lo relacionado con la competencia comunicación
Investigadores	Los investigadores son docentes de básica secundaria	Para garantizar la aplicación de los test y el programa de intervención actividades

Fuente: Elaboración propia

3.3 Población y Muestra

La población de la presente investigación son las estudiantes de la Institución Educativa Distrital Lestonnac, quienes presentan dificultades en la competencia comunicación del área de matemáticas.

La elección del grupo obedece a los resultados de las pruebas Saber del año 2017, debido que estas fueron las últimas pruebas SABER realizadas por el MEN y las estudiantes haber estado el quinto grado de primaria en el 2018.

Se escogió para el presente estudio 73 estudiantes de 6° grado de la IED Lestonnac, en la ciudad de Barranquilla.

La muestra estuvo constituida por la población distribuida en dos grupos de prueba:

- El primero (Grupo experimental): Constituido por 37 estudiantes. A estos se le aplicó la Metodología Singapur y se les realizó seguimiento en el cumplimiento de las actividades que se propongan.
- El segundo (Grupo de control): Constituido por 36 estudiantes que restan de esta selección, los cuales no tendrán intervención o aplicación de la Metodología Singapur.

3.4 Instrumentos.

Para la presente investigación se diseñó un cuestionario que aborda las variables Metodología Singapur y Competencia Comunicación. La construcción del Cuestionario se sustentó teniendo en cuenta los parámetros de los Estándares básicos en competencias matemáticas, los DBA y las pruebas SABER 5° aplicadas por el ICFES, la cual sirvió como insumo para determinar qué tipo de competencias se debían desarrollar las educandas de sexto grado.

El instrumento utilizado consta de 14 ítems de selección múltiple con enunciado de cuatro opciones de respuesta y una sola correcta. Todos los ítems están enmarcados en la competencia Comunicación y en el componente numérico- variacional.

La competencia comunicación en el componente variacional, presenta cuatro dimensiones, la primera de ellas es (reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos), y fue evaluada con los ítems 4, 7, 8 y 10. Para evaluar la segunda dimensión (Reconocer diferentes representaciones de un mismo número - natural o fracción - y hacer traducciones entre ellos), se utilizaron los ítems 6 y 12. La tercera dimensión (Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones), fue evaluada con los ítems 1 y 2. Por último, la dimensión (Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente), fue medida con los ítems 3,5, 9, 11, 13 y 14.

3.5 Procedimiento

3.5.1 Confiabilidad y validación del instrumento.

Se ejecutaron los análisis psicométricos correspondientes a la confiabilidad hallándose el Índice de Consistencia Interna por medio del estadístico Alfa de Cronbach y el Índice de Homogeneidad (correlación ítem-total) obteniendo así dicho Alfa de Cronbach y las Varianzas si se eliminaba el elemento (cada ítem). Todos los procedimientos anteriores se realizaron por cada dimensión. Al contar con tales resultados se realizaron los análisis necesarios para identificar qué cantidad de ítems habría que aumentar para obtener una confiabilidad mínima de 0.7 (aceptable). “El valor mínimo aceptable para el coeficiente alfa de Cronbach es 0.7; por debajo de ese valor la consistencia interna de la escala utilizada es baja” (Celina, Campo, 2005).

El instrumento inicialmente fue diseñado con 17 ítems; antes de su aplicación fue validado mediante la modalidad de Prueba Piloto, la cual fue aplicada en el mes de mayo de 2019 a los estudiantes de sexto grado de la IED Silencio en la ciudad de Barranquilla. Se realizó el coeficiente de confiabilidad alfa de Cronbach obteniendo como resultado 0,667, por lo tanto, para subir el nivel de confiabilidad, se procedió a eliminar las preguntas 5, 10 y 17 por ser las menos consistentes, obteniendo así un índice de confiabilidad de 0,703 (aceptable). De igual manera, el instrumento para ser validado fue sometido a juicio de expertos quienes calificaron la pertinencia de los ítems.

El Alfa de Cronbach obtenido en el pretest para el Grupo experimental fue de 0,705 mientras que en el Grupo de control fue de 0,701 indicando una consistencia interna del cuestionario aceptable, por lo tanto, se procedió a realizar el programa de intervención de la Metodología Singapur.

3.5.2 Metodología Singapur

Es importante considerar que, para la implementación del siguiente programa de intervención, los estudiantes deben cumplir con conocimientos previos de aprendizaje (Efectuar diferentes algoritmos, integrar los datos en la resolución de problemas, utilizar vocabulario propio del área como múltiplo, divisor, cociente, factores, producto, diferencia, fracción, para dar solución a situaciones planteadas) pues permiten el desenvolvimiento asertivo dentro de los momentos del aprendizaje.

Este programa fue diseñado para ser utilizado en estudiantes de sexto grado de secundaria y se le hicieron las adecuaciones para los estudiantes incluidos, pues está sujeto a la diferencia de edades y características de los estudiantes.

3.5.3 Contenidos del programa de intervención para el fortalecimiento de la competencia comunicación en el área de matemáticas.

Tabla 3.3

Contenidos del programa de intervención

Identificación de la unidad Didáctica		
Competencia: Comunicación Matemática	Componente: Pensamiento Numérico Variacional	
<p>Estándares:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. • Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones 	<p>DBA v2 de 6°</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos. • Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos y que involucren operaciones de potenciación 	<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistema Numérico Escritura y lectura de cantidades de diez cifras, descomposición de cantidades, valor posicional de una cifra dada. • Factorización Prima Criterios de divisibilidad, descomposición de factores primos, múltiplos y divisores. • Números fraccionarios Representación, escritura y lectura

Desempeño			
Cognitivo	<ul style="list-style-type: none"> ● Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones ● Identifica los valores de los dígitos en una cantidad numérica. ● Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellas. ● Establece relaciones entre los atributos mensurables de un objeto o evento y sus respectivas magnitudes. 		
Procedimental:	<ul style="list-style-type: none"> ● Clasifica los dígitos según valor posicional ● Organiza dígitos con valor determinado para formar cantidades ● Interpreta un gráfico y lo representa simbólicamente ● Encuentra factores primos al descomponer cantidades 		
Actitudinal:	<ul style="list-style-type: none"> ● Asumir una actitud responsable ante el trabajo en el aula de clase y en casa, atendiendo las normas del Manual de convivencia 		
Indicadores de desempeño:	<ul style="list-style-type: none"> ● Describir e interpretar propiedades de los números y sus operaciones. ● Representar gráfica y simbólicamente fracciones 		
ACTIVIDADES			
Sesiones	Desarrollo	Fecha	Observaciones
Sesión 1.	Se forman grupos heterogéneos de 4 ó 5 estudiantes, a cada grupo se entregan cantidades numéricas en	Mayo 17 de 2019	Las estudiantes en esta sesión se mantuvieron activas y

<p>Tema: Sistema Numérico</p> <p>Descomposición de cantidades</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (90 minutos)</p>	<p>cartulina primero las leen , luego se entregan los bloques multibase, las estudiantes en los diferentes grupos deben trabajar la representación para posteriormente una integrante de cada grupo lo represente en el tablero de forma pictórica, escriba la cifra y la lea, ellas se encargaran de hacer preguntas (las cuales son discutidas primero en el grupo) a cualquier grupo sobre la cantidad representada, la docente irá rotando entre los grupos para observar el trabajo desarrollado y la asertividad en las preguntas.</p> <p>Se orienta a las estudiantes a que ellas por medio de preguntas propongan el tema de la clase y cuál fue la meta obtenida. El proceso de conceptualización será de forma conjunta y se escribirá en el tablero.</p> <p>Como proceso de afianzamiento las estudiantes efectúan el listado de las cantidades escritas en el tablero y las organizaran en sus cuadernos de menor a mayor. A partir de esta actividad, las estudiantes deben traer cinco cantidades numéricas de diez dígitos, la representaran pictóricamente en sus cuadernos y consultaran sobre el valor posicional a una de las cifras que escribió y represento, para compartir en clase.</p> <p>Evaluación: Las estudiantes exponen de manera grupal el producto de la actividad</p>	<p>propositivas, aunque mostraron cierta dificultad con aquellas cantidades numéricas que tenían ceros intermedios allí dudaban y “discutían” cuál era la representación adecuada.</p>
<p>Sesión 2.</p>	<p>Se presenta a las estudiantes formadas en equipos de 4 ó 5 los palitos matemáticos, otro material con el cual ellas pueden representar cantidades, les da a conocer</p>	<p>Mayo 21 de 2019</p> <p>Durante el desarrollo de las actividades las estudiantes se mostraron alegres pues se sintieron que estaban jugando</p>

<p>Tema: Valor posicional</p> <p>Duración: 1 sesiones de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica: Manipulación de material concreto</p>	<p>el valor de cada color dentro de los palitos matemáticos y entrega cantidades asignadas.</p> <p>Luego la docente presenta la tabla de valor posicional donde ellas colocaran el digito según la cifra dada, los integrantes de cada grupo eligen una vocera que deberá representar en los palitos matemáticos la cifra dada y escribirla en la tabla de valor posicional.</p> <p>Evaluación: Las estudiantes exponen de manera grupal el producto de la actividad.</p>	<p>dentro de la clase, mostrando un trabajo colaborativo que les permitió lograr la meta propuesta, la dificultad en algunos grupos surgió al momento de elegir la representante del equipo porque todas querían ser representantes.</p>
<p>Sesión 3.</p> <p>Tema: Descomposición de cantidades</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica: Utilización de la tabla de valor posicional</p>	<p>Se les presenta cantidades por separado a las estudiantes, para que ellas coloquen las cantidades en la tabla e identifique la posición del digito y lo representen según su valor (suma de cantidades</p> $234567 = 200000+30000+4000+500+60+7)$ <p>En grupos colaborativos deben realizar un análisis de cada caso cifra, haciendo énfasis en su valor posicional. Por grupo hallarán cantidades para representar en el tablero y cuaderno las cifras dadas.</p> <p>Evaluación: Las estudiantes exponen las conclusiones al grupo de compañeras sobre los valores que toma la cifra según su valor posicional dentro de estas</p>	<p>Mayo 22 de 2019</p> <p>Esta actividad las estudiantes sintieron que fue bastante sencilla, puesto que, al tener claridad del valor posicional de una cantidad numérica, ahora descomponer en cantidades que al sumar diesen ese valor les permitió dar conclusiones de manera rápida y asertiva.</p>
<p>Sesión 4.</p> <p>Tema:</p>	<p>Se por equipos de 4 ó 5 estudiantes juegos de unidades de los bloques multibase para que represente la cifra con respecto a la situación planteada en el</p>	<p>Mayo 24 de 2019</p> <p>Al inicio las estudiantes presentaron un poco de dificultad cuando se le fueron</p>

<p>Factorización prima</p> <p>Criterios de Divisibilidad</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica:</p> <p>Una pregunta problematizadora</p> <p>¿De qué forma María puede hacer grupos sin que le sobre nada si tiene 18 estampillas?</p>	<p>tablero (una pregunta con una situación a lo cual necesita que se formen grupos sin que sobre ningún elemento).</p> <p>Pasará al tablero un integrante elegido por el grupo formado y estas expondrán su forma de hacer la operación. Así se colocarán varios ejercicios que ellas puedan ver las semejanzas o diferencia las cuales deben ser anotadas en sus cuadernos para darlas a conocer en la puesta en común. (Las cifras en mención serán unas pares e impares (22, 56, 33, 39, 25,35, por medio de preguntas se invitará a la reflexión sobre el dígito común en las cifras pares, e impares). Expresar que sucede con las cifras que terminan en 5. Sacar conclusiones para organizar ideas y contextualizar en los cuadernos, de igual forma la proposición de ejercicios para la práctica.</p> <p>Se identificarán algunas reglas para poder dividir cifras dadas (para que estas sean más rápidas). De consulta ellas buscaran que claves se tienen para aquellos números que no terminan en cinco, pero tienen múltiplos de tres.</p> <p>Evaluación: Las estudiantes realizan consulta sobre números que terminan en s a cero, par o cinco y traerán ejercicios que explicarán su proceso. Junio 4 de 2019</p>	<p>cambiando las cifras y aunque eran cantidades pequeñas como 35, 39 el mantener la premisa “grupos iguales”, allí se sintieron por momentos que no podían dar conclusiones porque no las hallaban, pero una vez superadas esas dificultades el trabajo fluyó de manera productiva dando paso a la importancia de escucharnos para aprender del otro y del trabajo colaborativo.</p>
<p>Sesión 5</p> <p>Tema:</p>	<p>Se presenta una cifra como el 31 y se invita a indagar cuantos grupos se pueden formar sin que sobre ningún elemento. Posterior a eso, se invita a indagar en las</p>	<p>Mayo 28 de 2019</p> <p>En esta sesión la dinámica de trabajo fue un poco más fácil, aunque en esta actividad la</p>

<p>Números primos y compuestos</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica: Utilización del saber previo</p>	<p>tablas de multiplicación que factores dan como producto el número 31.</p> <p>Se colocan figuras cuadradas en el tablero e invita a formar los rectángulos que se puedan formar con las seis fichas cuadradas se expresan como factores (1 grupo de 6, 2 grupos de 3. Se realizan diferencias entre las cantidades manejadas para determinar cuáles son primos y compuestos y por qué. Se organizan las ideas y se plasman en el cuaderno</p> <p>Evaluación: Las estudiantes hallan las diferencias entre un factor primo y compuesto. Dados los números del 1 al 100 identificarán los números que cumplen la razón de ser primos y compuestos, además de hallar cual será ese número que sea primo y a la vez par.</p>	<p>premisa era “sin que sobre ningún elemento”, fueron descubriendo como hay cantidades numéricas que tienen solo dos factores que lo dividen y hay otras que pueden tener tres o más factores que lo dividan, llegaron a dar conclusiones rápidamente.</p>
<p>Sesión 6.</p> <p>Tema:</p> <p>Múltiplos y divisores</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (90 minutos)</p> <p>Técnica: Identifica el Intruso (juego)</p>	<p>Se divide el tablero en tres secciones y en cada una de ellas se coloca una secuencia de números (4, 8, 12, 16, 20, 25,28) invitando la participación de las estudiantes para que identifiquen que cifra no pertenece a la secuencia numérica. Quien identifique y de una justificación acertada, gana.</p> <p>Las estudiantes deben representar la siguiente situación y escribir cual proceso se realizó.</p> <p>Esteban lleno su álbum del Mundial 2018. Cierta día el compro cinco sobres en los cuales traía seis laminas cada uno. Representa en tu cuaderno la cantidad de láminas que posee en total Esteban y saca tus</p>	<p>Mayo 29 de 2019</p> <p>Como se trataba de un juego de competitividad por equipos, las estudiantes estaban muy entusiasmadas por el trabajo a realizar, algunas secuencias numéricas eran sencillas, pero al avanzar eran un poco más difícil de hallar “el intruso”, luego siguió un trabajo personal donde se establecieron cantidades y cada estudiante debía encontrar los factores necesarios para que dé el</p>

	<p>conclusiones. Se organiza la información de la experiencia.</p> <p>Luego se colocan cifras para que la alumna encuentre esos factores que se necesitan para que dé el producto asignado y representarlo como división, sacará conclusiones de la actividad y la presentará de forma verbal sus ideas en la puesta en común.</p> <p>Se organizan en ideas y se contextualiza sobre el tema Divisores</p> <p>Evaluación: Se realiza por observación directa a las actividades realizadas por las estudiantes y a los procesos plasmados durante la puesta en común se mantendrá siempre el dominio del vocabulario matemático para contextualizar la actividad. Y de igual forma la actitud que mantuvo durante los juegos.</p>		<p>producto asignado y expresarlo como división; esta fue la parte en donde hubo un poco de dificultad ya que las conclusiones eran individuales y no en puesta en común.</p>
<p>Sesión 7.</p> <p>Tema: Descomposición de factores primos</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica: Equipo colaborativo</p>	<p>Se presentan números, para encontrar sus factores hasta llegar aquel número que no posee otros factores sino él mismo. En equipos de trabajo, propone forma de poder descomponer solo usando los factores primos (es decir los factores que multiplicado den como producto la cifra dada). Se organizan ideas para plasmar en el cuaderno. Propondrán otras cifras de 3 ó 4 dígitos para descomponer teniendo en cuenta las reglas dadas.</p> <p>Evaluación: Puesta en común de la actividad y el dominio frente al vocabulario trabajado.</p>	<p>Mayo 31 de 2019</p>	<p>En esta actividad las estudiantes trabajaron varios métodos para descomponer en factores primos, la mayoría de los equipos mostraron mayor inclinación por el método del árbol al descubrir que, aunque no inicien con factores primos al final la descomposición llega a ser todos factores primos, mientras mostraron un poco de dificultad en la</p>

			división sucesiva al aplicar factores primos.
<p>Sesión 8.</p> <p>Tema:</p> <p>Divisores comunes</p> <p>Duración: 1 sesión de clase (45 minutos)</p> <p>Técnica: Equipo colaborativo</p>	<p>Se invita a las estudiantes a conformar equipos, luego a cada equipo le entrega una serie de retos relacionados con el tema de divisores comunes. El equipo que termine con la mayor cantidad de retos resueltos será el ganador.</p> <p>Evaluación: Se realiza por observación directa de los estudiantes en el desarrollo de los restos juego.</p>	Junio 4 de 2019	<p>Con el desarrollo de esta actividad las estudiantes afirmaron los conceptos aprendidos y aplicados en diferentes situaciones, aunque se trató de retos lo asumieron muy bien en la práctica de trabajo colaborativo para alcanzar la meta propuesta para el grupo en el desarrollo de la actividad.</p>
<p>Sesión 9.</p> <p>Tema:</p> <p>Números fraccionarios</p> <p>Representación de Números Fraccionarios</p> <p>Duración: 2 sesiones de clase (90 minutos)</p> <p>Técnica: Situación problema</p>	<p>Se invita a las estudiantes a formar equipos, luego entrega a cada integrante una pizza de papel (donde se han ingerido parte de ella), luego las estudiantes arman grupos con los integrantes que tienen la misma cantidad de pizza, (es decir, expresaran que cantidad de pizza falta y cuanta hay haciendo uso del vocabulario correspondiente al tema que se está trabajando), para representarlas en las reglillas de fracciones. Después, se reintegran a su equipo colaborativo base donde cada integrante es responsable de explicar el tema trabajado. En cada equipo realizará un esquema de las fracciones encontradas.</p> <p>Evaluación: Las estudiantes identifican y clasifican las fracciones de un listado.</p>	Junio 5 de 2019	<p>Las estudiantes recibieron las instrucciones de la actividad con entusiasmo sobre todo porque daban vuelo a su imaginación sobre sus preferencias de pizzas; mostraron un poco de dificultad al identificar la misma cantidad expresada de manera diferente (1/4 y 2/8) para armar los grupos de fracciones homogéneas.</p> <p>Luego al regresar a sus equipos bases, explicaron que fracciones encontraron que eran iguales en otras de otras</p>

			<p>integrantes y así a cada equipo se le indujo a dar las conclusiones de manera exitosa.</p>
<p>Sesión 10. Tema: Guía de fracciones Duración: 1 sesión de clase (45 minutos) Técnica: Equipos colaborativos</p>	<p>Se presentan regletas de fracciones a cada equipo. Estos deben establecer fracciones que represente la misma cantidad. En equipos elaboran una cartelera teniendo en cuenta las fracciones halladas y sus representaciones, estas a su vez deben copiarlas en sus cuadernos. Evaluación: Exposición de las carteleras</p>	<p>Junio 5 de 2019</p>	<p>En esta parte la actividad fue de manera fluida, las estudiantes rápidamente fueron identificando fracciones iguales con el material entregado, en esta ocasión mostraron mejores acuerdos para la participación de la representante de cada equipo.</p>

Fuente: Elaboración propia

Capítulo 4. Análisis de los resultados

Una de las acciones importantes en toda investigación se refiere al análisis e interpretación de la información y es en este momento que se lleva a cabo el estudio de los datos recogidos con el propósito de descubrir, en este caso las apreciaciones de los actores de la comunidad educativa participantes de este proyecto; para ello se parte de la información arrojada por los cuestionarios a los estudiantes y la aplicación del programa de intervención realizado por las investigadoras, teniendo como guía cada uno de los objetivos específicos del estudio.

Después de recopilados los datos de la muestra de estudio se les elaboró matemáticamente para su tratamiento estadístico de acuerdo con los objetivos e hipótesis de la investigación. Los resultados del tratamiento estadístico se sintetizaron en tablas y gráficos para facilitar su interpretación y discusión.

Para efectos de una mejor comprensión de los resultados, se presentan y analizan en primer lugar los resultados de la confiabilidad y validez de los instrumentos y, en segundo lugar, se realizan las mismas operaciones con los resultados sustantivos de la investigación: la comprobación de las hipótesis.

Para el análisis de los resultados se utilizó el programa estadístico SPSS, versión 25.0. Se obtuvo un ANOVA de cada variable en la post prueba, tomando como covarianza su equivalente en la pre prueba, que indicaría los niveles previos de la variable antes de aplicar el tratamiento al grupo experimental.

De igual manera el análisis de covarianza fue utilizado como técnica de análisis de los datos obtenidos, puesto que es una técnica recomendada cuando se tiene un número reducido de sujetos. También se realizó un análisis de varianzas (ANOVA) de cada variable en la post prueba, para verificar la existencia o no de diferencias significativas entre los grupos.

Seguidamente se aplicó la prueba de Shapiro Wilk para analizar la normalidad de la prueba y la prueba **t student** para validar las hipótesis con una $**p < ,01$ y $***p < ,001$. Según Porras (2016), el test de Shapiro Wilk se usa para contrastar la normalidad de un conjunto de datos. Los parámetros de la distribución no tienen por qué ser conocidos y está adecuado para muestras pequeñas ($n < 50$).

Para determinar el efecto del Método Singapur entre el grupo control y el grupo experimental, y probar las hipótesis planteadas, se utilizó la prueba T-Student al 95% de confianza, que “Es una prueba estadística para evaluar hipótesis acerca de la diferencia de medias entre las variables cuantitativas” (Hernández, R., 2003).

Los resultados se presentan en forma explicativa y permitirán validar o desestimar las hipótesis de trabajo.

4.1 Resultados del Pre test

Objetivo específico 1: Diagnosticar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional en estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac.

Tabla 4.1

Análisis global

Resumen Estadístico Pre Test		
	Grupo Control	Grupo Experimental
Recuento	14	14
Promedio	13.681	8.63607
Desviación Estándar	5.90311	3.15585
Coefficiente de Variación	43.15%	36.54%
Mínimo	5.5916	4.416
Máximo	24.393	17.234
Rango	18.797	12.818
Sesgo Estandarizado	1.06595	2.35696

Fuente: Elaboración propia de los autores

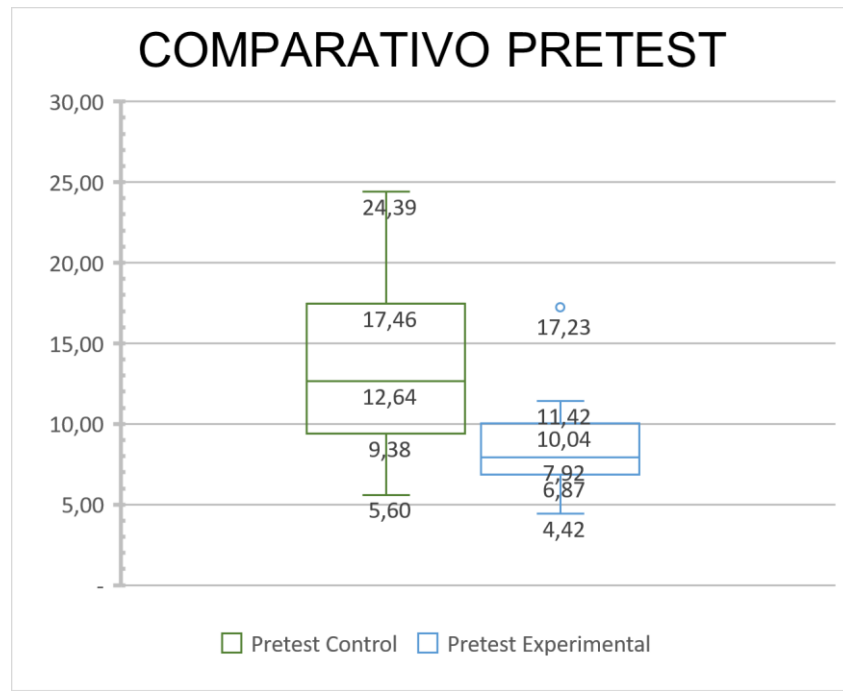


Figura 4.1 Resumen Estadístico Pre test Elaboración propia de los autores

La evaluación del Pretest se realizó en el mes de mayo de 2019 y antes de proceder con la comprobación de cualquier hipótesis, se encontró que, a nivel global la prueba tuvo una desviación standard de 3.1 para el grupo experimental y 5.9 para el grupo de control, que derivan en coeficientes de variación de apenas el 36.54 % y 43.15% respectivamente, lo cual indica que existe homogeneidad dentro de la muestra.

Cabe anotar que el Pre test en el grupo experimental tuvo una puntuación mínima de 4.416, mientras que el grupo de control obtuvo 5.596 y una máxima en ambos grupos entre 17.234 y 24.393 respectivamente, como se puede observar en la tabla 4.1 y la figura 4.1.

Ahora bien, en el pretest se obtiene 4 macro componentes: describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones, traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente, reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos y reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural l fracción) y hacer traducciones entre ellos. Se muestran a continuación las diferencias de las medias entre estos cuatro componentes de la prueba durante el pre test, en donde se evidencia que las diferencias de las medias son mínimas, pues oscilan entre 0,1 y 0,3, asumiendo que la baja diferencia de las medias puede obedecer a sus estudios de las actividades académicas normales, pues aún no habían participado del programa de intervención, tal como se muestra en la tabla 4.2

Tabla 4.2

Comparación de las medias por dimensiones antes de la aplicación del programa de intervención.

Comparación de medias por dimensiones de la competencia comunicación en el Pretest.	Grupo. Control	Grupo Exp.	Diferencia de medias
	\bar{X}	\bar{X}	
Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.	0,92	0,82	0,1
Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	0,71	0,61	0,1
Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.	0,81	0,62	0,19
Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos.	0,85	0,55	0,3

Fuente: Elaboración propia de los autores

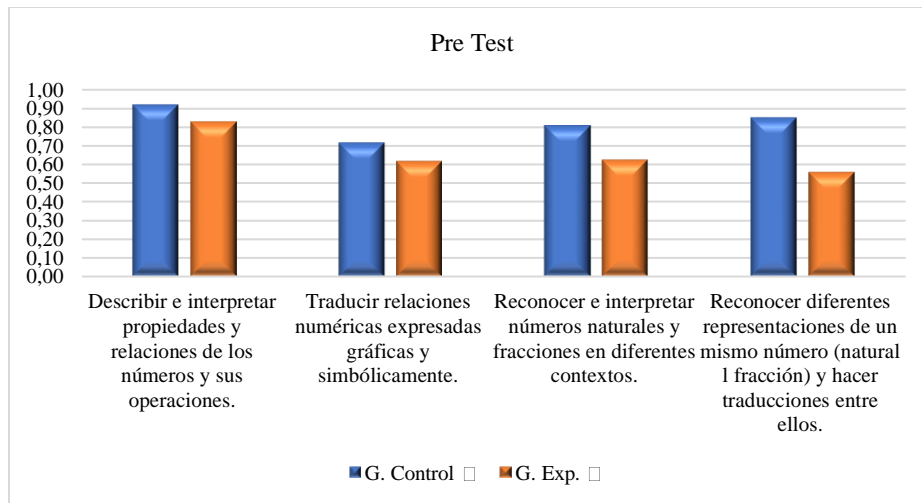


Figura 4.2 Comparación de las medias por dimensiones antes de la aplicación del programa de intervención.

Fuente: Elaboración propia de los autores

4.2 Resultados del Post test

Objetivo específico 3. Verificar el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac.

Tabla 4.3

Análisis global

Resumen Estadístico Post test		
	G Exp	G. Control
Recuento	14	14
Promedio	15.927	12.9719
Desviación Estándar	8.53318	4.42099
Coefficiente de Variación	53.58%	34.08%
Mínimo	5.94	5.916
Máximo	39	19.621
Rango	33.06	13.705
Sesgo Estandarizado	2.53453	0.0439476
Curtosis Estandarizada	2.69128	-0.908331

Fuente: Elaboración propia de los autores

La evaluación Post test se realizó en el mes de julio de 2019. La prueba tuvo una desviación Estándar de 8.53 para el grupo experimental y 4.42 para el grupo de control, que derivan en coeficientes de variación de apenas el 53.58% y 34.08% respectivamente, lo cual indica que existe homogeneidad dentro de la muestra. Además, se puede evidenciar que durante el Post test el grupo control tuvo una puntuación mínima de 5.91, mientras que el grupo experimental obtuvo 5.94 y una máxima en ambos grupos de 19.621 y 33.06 respectivamente, demostrando un cambio significativo a favor del grupo de experimental como se puede observar en la tabla 4.3 y la figura 4.3.

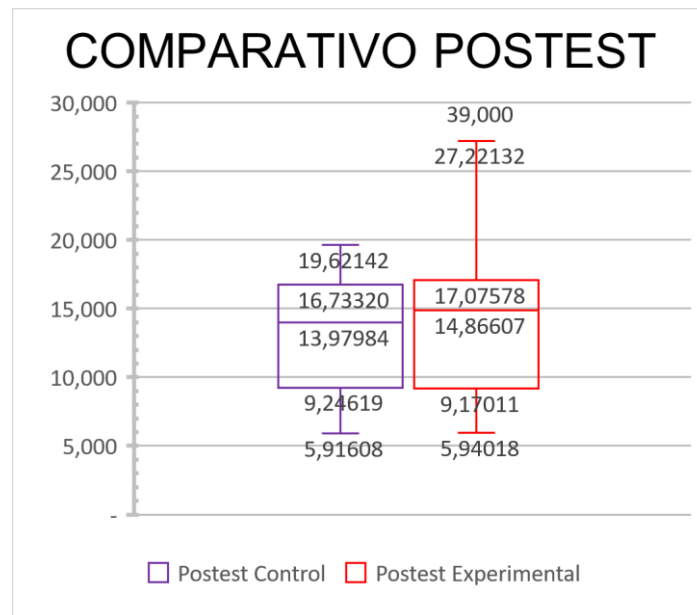


Figura 4.3 Resultados del Post test. Fuente: Elaboración propia de los autores

De igual manera se comparan los resultados tanto del grupo experimental como de control y se realizan las comparaciones de sus medias

Al realizar la comparación de las muestras antes de la aplicación del programa de intervención, la diferencia de las medias en ambos grupos estuvo comprendida entre 0,71 y 7,29

tal como lo indica la tabla 4.4. Lo cual indica que después del programa de intervención si se evidenció un cambio significativo en sus promedios, a favor del grupo experimental.

Tabla 4.4

Diferencia de las medias, antes y después de la aplicación del programa de intervención.

Comparación de Medias			
Evaluación	Pre-Test	Post-Test	Diferencia de medias
Grupo de Control	13,68	12,97	0,71
Grupo Experimental	8,64	15,93	7,29

Fuente: Elaboración propia de los autores.

En la evaluación el grupo experimental mostró una diferencia de media general de 7.29 puntos, alcanzando una media de 8,64 en el Pretest y 15,93 en el Post test lo cual es una diferencia positiva a favor de los participantes del grupo experimental al concluir el programa de intervención, como se puede observar en la tabla 4.4

En la evaluación del Post test se apreció en el grupo de control mínimas variaciones en la diferencia de media general (0,71) alcanzando una media de 13,68 en la evaluación del Pretest y 12,97 en la evaluación del Post test.

Sin embargo, el grupo experimental presenta una variación considerable de (7,29) alcanzando una media de (8,64) en el Pretest y (15,93) en el Post test (Ver tabla 4.4), lo cual significa que los resultados del Post Test de las estudiantes en el grupo experimental difieren significativamente con respecto al Pre-Test, asumiendo que la diferencia no obedece a sus estudios de las actividades académicas normales sino por efectos del Método Singapur.

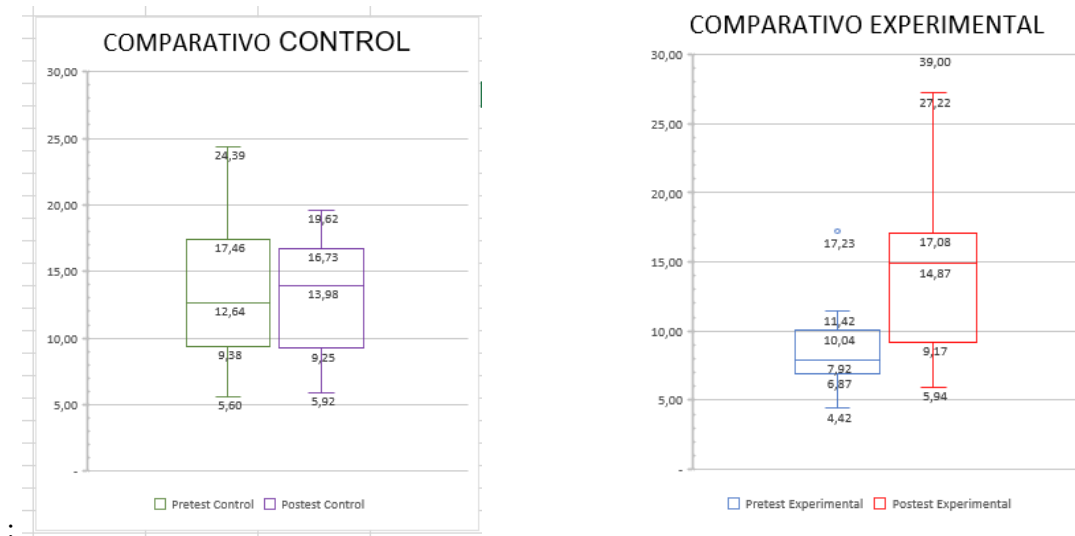


Figura 4.4 Comparativo pretest posttest en el grupo control - experimental Fuente: Elaboración propia de los autores

Las figuras anteriores permiten observar en un análisis de pretest y posttest en el mismo grupo (control y experimental) la variación en la mediana para cada caso. En el grupo experimental este resultado pasó de 7,92 a 14,87 resultados que se muestran interesantes frente al proceso de investigación.

Resultados por dimensiones antes y después de la aplicación del programa de intervención

Haciendo una comparación del grupo experimental antes de participar en el programa de intervención y después de la aplicación de este, se pudieron apreciar en la evaluación post test incrementos en el promedio general en todas las dimensiones asociadas a la competencia comunicación matemática evaluada. Las medias del grupo experimental difieren significativamente con respecto a los resultados del grupo de control, como se puede apreciar en la tabla 4.5

Tabla. 4.5.

Comparación de medias por dimensiones de la Competencia Comunicación en los grupos experimental y de control.

Grupo de Control	Post-Test	Pre-Test	Diferencia de medias
Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.	18,18	20,56	2,38
Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	10,55	10,36	0,19
Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.	11,89	14,40	2,51
Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos.	17,18	15,34	1,84
Grupo Experimental	Post-Test	Pre-Test	Diferencia de medias
Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.	27,76	13,91	13,85
Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	11,42	8,02	3,4
Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.	15,93	7,82	8,11
Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos.	17,63	6,84	10,79

Fuente: Elaboración propia.

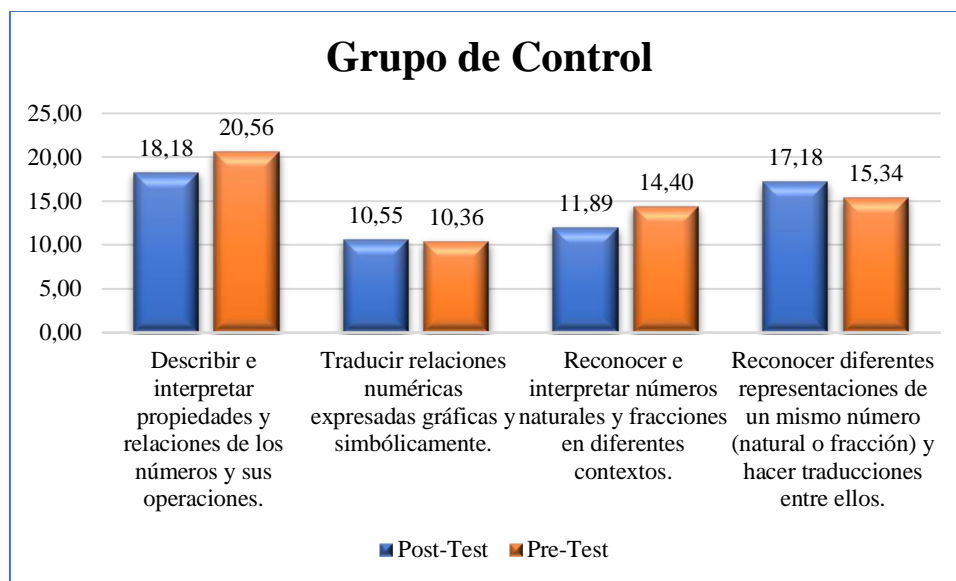


Figura 4.5 Comparación de medias por dimensiones grupo de control Fuente: Elaboración propia de los autores.

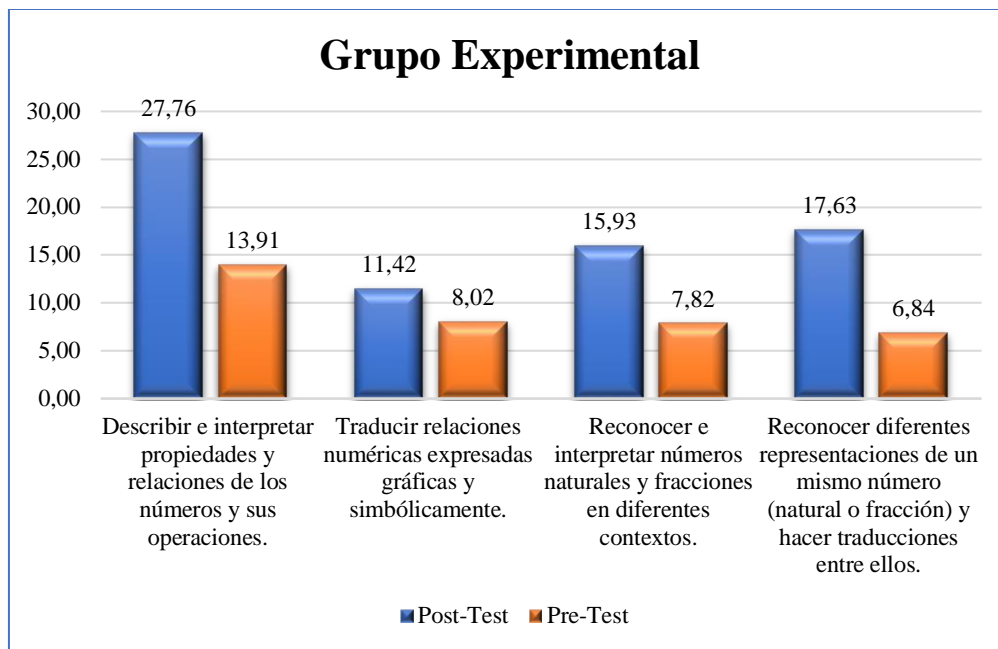


Figura 4.6. Comparación de medias por dimensiones grupo experimental. Fuente: Elaboración propia de los autores.

Después de realizar la intervención y comparar y analizar las diferencias de las medias en el post test, se pudo observar que, en el grupo de control, no hubo cambios significativos pues estos fueron muy bajos pues sus resultados oscilan entre 0,19 y 2,51. Ver tabla 4.5 y figura 4.4.

No obstante, en el grupo experimental, se observan cambios significativos, pues aumentaron las diferencias de los promedios de sus medias. Además, se pudo observar en el análisis que las dimensiones de la competencia comunicación que mayor diferencia obtuvieron en sus medias fue “describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones”, con una puntuación de 13,85 y “reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos” con una puntuación de 10,79, respectivamente. Ver tabla 4. 5 y Figura 4.6.

Con relación a los resultados individuales se tiene que en el grupo experimental hubo al menos un estudiante con una puntuación máxima 27,76 la cual es superior a la encontrada en el

grupo control, siendo esta de 20,56 además, aunque las puntuaciones mínimas encontradas en el grupo control y experimental fueron 10,36 y 6,84 respectivamente, no obstante, muestra un mejor rendimiento a nivel general el grupo experimental

Lo anterior son los datos arrojados en la implementación del pretest y del postest mostrando los logros alcanzados en la competencia de comunicación y en sus dimensiones. A partir de los resultados obtenidos en el postest se procede a realizar la prueba de normalidad en el conjunto de datos para el grupo control y el grupo experimental, utilizando procedimientos estadísticos propios para variables cuantitativas, bajo los resultados Shapiro – Wilk con nivel de significancia del 5% mostrando los siguientes resultados.

4.3.1. Prueba de normalidad

Ho: La distribución de datos se comporta con una distribución normal

H1: La distribución de datos se comporta con una distribución distinta a la normal

Tabla. 4.6

Prueba Shapiro Wilk.

		Pruebas de normalidad					
		Kolmogórov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones	G. Control	0.492	36	0.000	0.485	36	0.000
	G. Exp.	0.512	40	0.000	0.399	36	0.000
Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	G. Control	0.237	36	0.000	0.868	36	0.001
	G. Exp.	0.176	36	0.006	0.890	36	0.002
Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos	G. Control	0.224	36	0.000	0.833	36	0.000
	G. Exp.	0.340	36	0.000	0.711	36	0.000
Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos	G. Control	0.479	36	0.000	0.514	36	0.000
	G. Exp.	0.495	36	0.000	0.470	36	0.000

Fuente: Elaboración propia de los autores.

De acuerdo a los resultados de la prueba Shapiro – Wilk para probar normalidad en el conjunto de datos obtenidos del Post test para los grupos experimental y de control, se obtiene con un nivel de significancia del 5% que del conjunto de resultados por nivel de lectura evaluados todos los conjuntos de datos poseen una distribución normal teniendo en cuenta que el p – valor resultante para cada uno dio como resultado menor al 5%. Es decir, no se rechaza la hipótesis nula para la normalidad con una significancia del 5%.

Luego del análisis estadístico de la prueba de normalidad, se procedió a realizar la prueba de las hipótesis de investigación.

Tabla 4.7

Prueba de muestras relacionadas (comparación de ambos grupos) en la evaluación Post test.

Grupos	X	D. Estándar
Grupo de Control	12,97	5,90
Grupo Experimental	15,93	3,16

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Después de analizar los resultados de los grupos control y experimental en la evaluación Post Test se pudo observar como el grupo experimental mejoró al concluir el programa de intervención, pues muestra los promedios de sus medias 12.97 y una desviación estándar de 5,90 para el grupo control y el promedio de la media de 15,93 grupo experimental con una desviación estándar de 3,16, como se muestra en la tabla 4.7 y la figura 4.6.

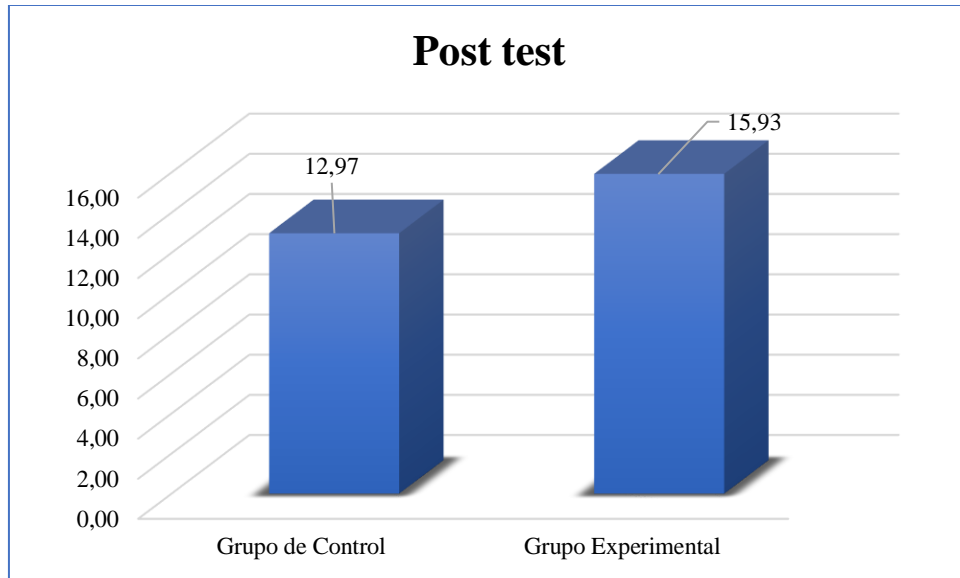


Figura 4.7 Comparación de ambos grupos de estudio según su promedio medio en la evaluación post test Fuente: Elaboración propia de los autores.

Tabla 4.8

Prueba de muestras relacionadas (comparación de ambos grupos) en la evaluación Post test.

Prueba de muestras relacionadas		
Post test	\bar{X}	t
Grupo Experimental - Grupo de Control	2,96	-1,15051***

***p<,001

Fuente: Elaboración propia

En la evaluación Post test de las muestras relacionadas de los grupos control y experimental, se obtuvo diferencia de medias de 2,96 a favor de los participantes del grupo experimental. Además, como resultado de la prueba t se obtuvo un valor de -1,15051 superior al $p<,001$ por encima del nivel de significación, demostrando que el programa de intervención de la Metodología Singapur

fue efectivo en la optimización la competencia comunicación en el área de matemáticas en lo relacionado con el pensamiento variacional, a favor del grupo experimental, lo que implica un alto nivel de significancia, pues las medias de los dos grupos se puede decir, son significativamente diferentes y no producto del azar. Ver tabla 4.7 y Figura 4.6.

Se puede afirmar entonces que el promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur es mayor al promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemática de manera tradicional.

4.3.2 Resultados de la evaluación por dimensión de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional

Al realizar el análisis estadístico de los datos por dimensiones, se comparó las puntuaciones de cada dimensión de la comunicación matemática en el pensamiento variacional en la evaluación post test. Se pudo apreciar entonces que en la evaluación post test el grupo experimental muestra un promedio más alto en relación con el grupo control. Asimismo, la puntuación de t obtenida para cada dimensión examinada es mayor al $p < ,001$ lo cual es indicativo del fortalecimiento de las respuestas de los participantes.

Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.

En cuanto a la efectividad sobre la dimensión “reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos”, el grupo experimental en la evaluación Post test obtuvo a su favor una diferencia de medias de 4.04 con respecto del grupo control y una t de -0,91878

superior al $p < ,001$ por lo tanto, se puede apreciar que si existen diferencias significativas en esta área con respecto al grupo experimental al concluir el programa de intervención. (Tabla 4.8 y Figura 4.4), lo cual implica un alto nivel de significancia, pues las medias de los dos grupos son significativamente diferentes.

Tabla 4.9.

Comparación de medias, desviación estándar y t student en la evaluación post test de la dimensión “Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos”

Dimensión asociada a la competencia	Grupo	\bar{X}	DE	t
Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos.	G. Control	11,89	3,42	-0,91878***
	G. Experimental	15,93	8,09	

*** $p < ,001$

Fuente: Elaboración propia de los autores.

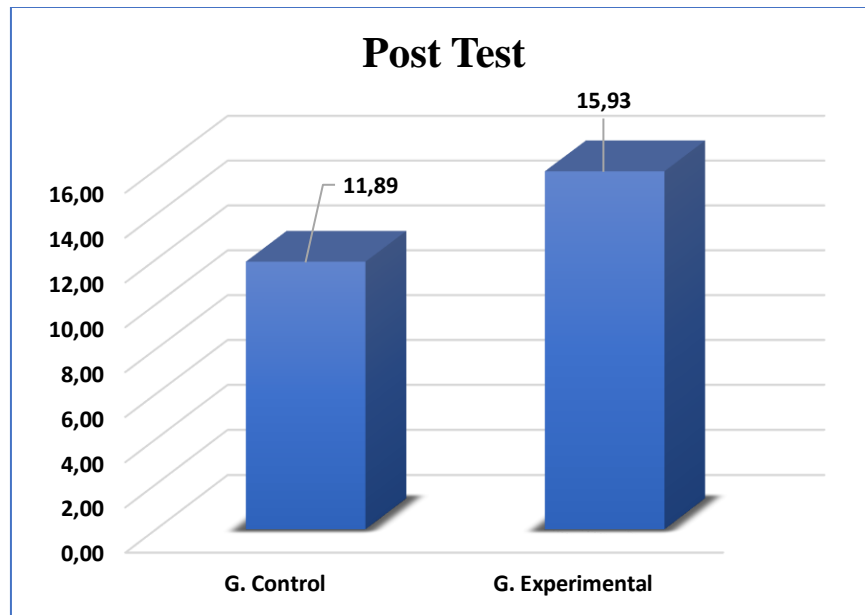


Figura 4.8 Promedio de la dimensión “Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos” de los grupos experimental y control en la evaluación Post test. Fuente: Elaboración propia de los autores.

Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos.

En cuanto a esta dimensión de la competencia comunicación matemática, el grupo control en las evaluaciones Post test obtuvo una media de 17.18 mientras que el grupo experimental obtuvo una media de 17.63. La diferencia de medias en las evaluaciones Post test es de 0,45 en beneficio del grupo experimental.

Se muestra que en ambas poblaciones estudiadas el p-valor es mayor a 0,05 por lo cual no se asume, con una significancia del 5%, que las medias del grupo experimental y de control en el post test objeto de investigación, son diferentes.

La puntuación t es -0,17 superior al $p < ,001$. Aunque son mínimas en esta dimensión, se puede ver que existen diferencias entre los estudiantes que participaron en el programa de entrenamiento, con respecto a aquellos que no participaron en el mismo. (Tabla 4.9, Figura 4.8).

Tabla 4.10

Comparación de medias, Desviación Estándar, y t student en la evaluación Post test de la dimensión “reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos”.

Dimensión asociada a la competencia	Grupo	\bar{X}	DE	t
Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural l fracción) y hacer traducciones entre ellos.	G Control	17,18	3,46	-0,17***
	G Experimental	17,63	1,56	

***p<,001

Fuente: Elaboración propia de los autores.

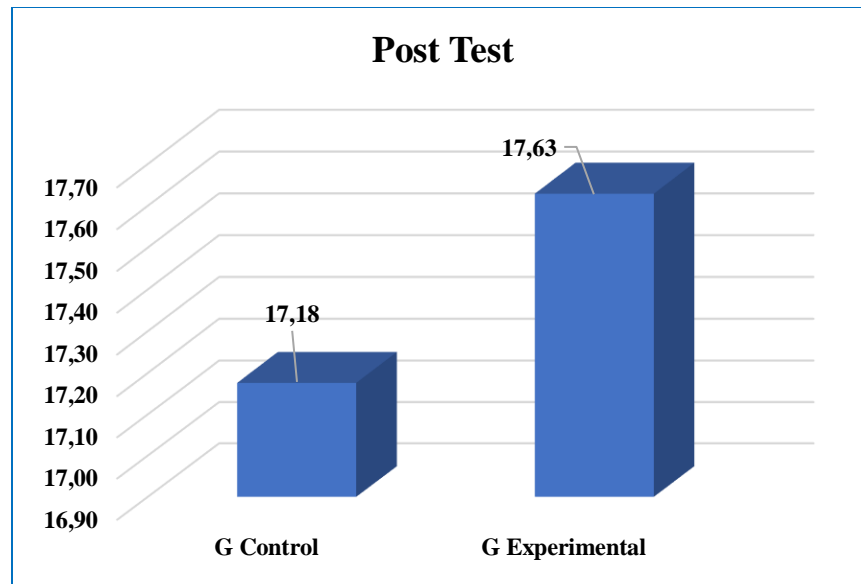


Figura 4.9. Promedio de la dimensión “reconocer diferentes representaciones de un mismo número (natural o fracción) y hacer traducciones entre ellos”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test. Fuente: Elaboración propia de los autores.

Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.

El grupo experimental obtuvo una t de $-0,84587^{***}$ superior al $p < ,001$ y una media de $27,26$, mientras que el grupo de control obtuvo una media de $18,18$., con desviaciones estándar de $2,04212$ y $5,41644$., lo cual quiere decir que existen diferencias significativas entre ambos grupos, a favor del grupo experimental al concluir el programa de intervención, demostrando un alto nivel de significancia, pues la diferencia de las medias está a favor del grupo experimental con respecto al grupo de control, como se observa en la tabla 4.11 y la figura 4.9. Por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula con una significancia del 5%, lo cual indica que el resultado fue significativo por efecto de la metodología Singapur.

Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test en la dimensión “describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones”.

Dimensión asociada a la competencia	Grupo	\bar{X}	DE	t
Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.	Grupo Control	18,18	2,04212	-0,84587***
	Grupo Experimental	27,76	5,41644	

***p<,001

Fuente: Elaboración propia de los autores.

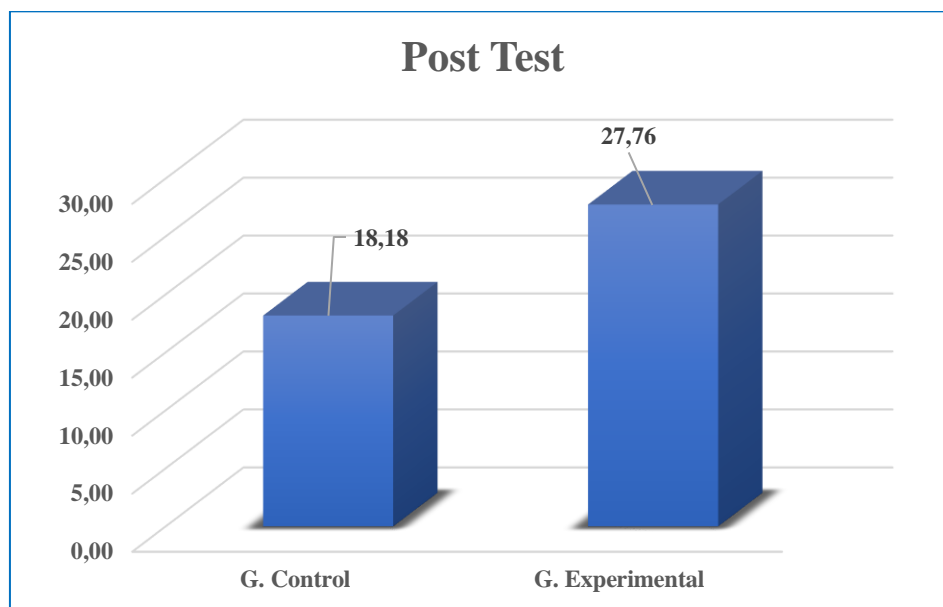


Figura 4.10 Promedio de la dimensión “describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test. Fuente: Elaboración propia de los autores.

Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente

En cuanto a los resultados encontrados para “Figura 4.8 Promedio de la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test, el grupo experimental obtuvo una t de 0,371635 superior al $p < ,001$ y una media de 11,42, mientras que el grupo de control obtuvo una media de 10,55., con desviaciones estándar de 3,84 y 4,18 respectivamente, lo cual muestra que existen diferencias significativas entre ambos grupos, a favor del grupo experimental al concluir el programa de intervención, demostrando un alto nivel de significancia, pues la diferencia de las medias es diferente a favor del grupo experimental con respecto al grupo de control. Debido a esto, se puede decir entonces que no se rechaza la hipótesis nula con una significancia del 5%

Tabla 4.12

Comparación de medias, Desviación Estándar, y t Student en la evaluación Post test en la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”.

Dimensión asociada a la competencia	Grupo	\bar{X}	DE	t
Traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente.	G. Control	10,55	3,84	0,371635***
	G. Experimental	11,42	4,18	

Fuente: Elaboración propia de los autores.

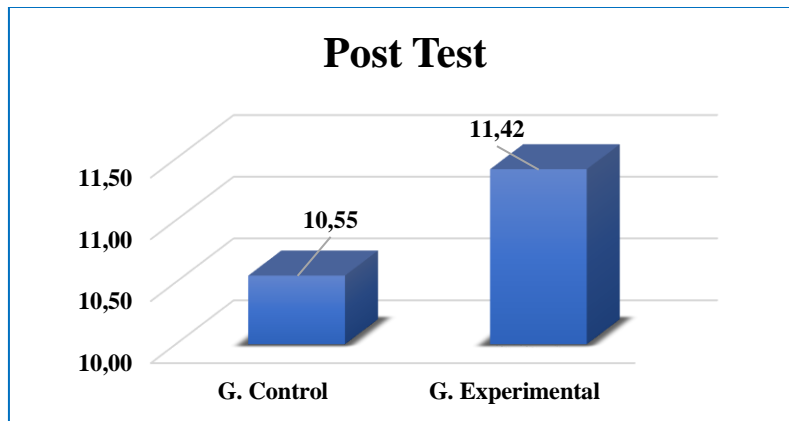


Figura 4.11 Promedio de la dimensión “traducir relaciones numéricas expresadas gráficas y simbólicamente”, de los grupos experimental y control en la evaluación Post test. Fuente: Elaboración propia de los autores.

De acuerdo a los resultados de la prueba no paramétricas para la Diferencia de medias t – student se rechaza la hipótesis nula con un nivel de significancia del 5% y se acepta la alternativa llegando a la conclusión de que el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur son mayores a las puntuaciones generales y específicas del post test al compararlas con las del grupo control.

Capítulo 5. Discusión de los resultados

En este capítulo se discute sobre el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Distrital Lestonnac en el Distrito de Barranquilla.

Al desarrollar esta investigación, se estableció como primer objetivo, diagnosticar el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional. Por lo que, al articularlo con la hipótesis planteada, se encontró que, al comparar las medias de ambos grupos en el Pretest, se pueden notar diferencias mínimas en sus medias, pues estuvieron comprendidas entre 0,1 y 0,3, asumiendo que la baja diferencia de las medias puede obedecer a sus estudios de las actividades académicas normales, pues aún no habían participado del programa de intervención.

En consecuencia con el pre test realizado en los grupos experimental y de control, al realizar la comparación de sus muestras los hallazgos obtenidos permitieron contrastar al inicio, que las respuestas obtenidas evidenciaron el bajo nivel de la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional, lo cual se venía observando en el rendimiento académico de los estudiantes y además se ve reflejado en el resultado emitido por el ISCE del cuatrienio 2015 – 2018, , en donde se encontraron bajos puntajes en la prueba de Matemáticas, específicamente en los ítems correspondientes a la competencia objeto de estudio.

Trabajo coherente con el realizado por Jiménez, Jiménez, Jiménez, (2014), en cuya investigación se diagnosticaron las dificultades que los docentes poseen para desarrollar la competencia matemáticas en los estudiantes. La prueba diagnóstica inicial aplicada a estudiantes evidenció la dificultad que estos poseen para resolver situaciones matemáticas relacionadas con la competencia comunicación y representación.

Al analizar el segundo objetivo específico: implementar la metodología Singapur como estrategia para el desarrollo la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento variacional para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac, la investigación se identificó con Espinoza, Ávila, Galindo(2010) , cuando afirma que al desarrollar la competencia de comunicación se espera que el estudiante construya significados, reflexione, analice e intercambie interpretaciones; proceso que además le permitirá, a través de la confrontación de conjeturas, expresarlas con el lenguaje propio de la matemática” ; pues en las actividades que se realizaron durante las sesiones, los estudiantes adquirieron destrezas, herramientas y técnicas evitando la memorización; además se procuró un acercamiento a los conceptos matemáticos a través de actividades relacionadas con la vida real, logrando representar y comparar cantidades para resolver problemas en lo relacionado al pensamiento Variacional, donde estructuraron algoritmos utilizando signos y símbolos matemáticos para traducir la experiencia concreta y pictórica.

Las anteriores acciones permitieron el desarrollo de la competencia comunicación por medio del reconocimiento y la interpretación de números naturales y fracciones y hacer traducciones de ellos, la descripción e interpretación de propiedades y relaciones de los números y sus operaciones y el descubrimiento, lo cual validó la Hipótesis de investigación.

Siendo ello coherente con la investigación realizada por Calderón (2014), quien encontró que con la metodología Singapur se produce un cambio acerca de la visión de los estudiantes en las clases de matemáticas, pasando de percibir a un alumno pasivo, que necesita que otro le enseñe, a un estudiante activo capaz de construir su aprendizaje, cuestionador de su formación, que pone lo que aprende al servicio de sus necesidades.

Afirma el autor también, que con la Metodología Singapur se reconoce el entorno pues influye en el aprendizaje de los estudiantes, puesto que esta forma de conocer las matemáticas va vinculada a problemáticas cotidianas; además, se produce un aprendizaje colaborativo, en el que los estudiantes se transforman en mediadores del aprendizaje de sus compañeros y las clases se pierden la monotonía.

Con respecto al tercer objetivo específico de investigación: verificar cómo la metodología Singapur permite el desarrollo la competencia comunicación en el área de matemáticas, en lo relacionado con el pensamiento Variacional para estudiantes de grado sexto de la IED Lestonnac. La investigación señala que se descarta la hipótesis nula y se confirma la hipótesis H_1 : El promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo experimental donde se desarrollaron las clases con la metodología Singapur es mayor al promedio en la prueba que mide el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para los estudiantes del grupo control donde se desarrollan las clases de matemática de manera tradicional; puesto que la puntuación t obtenida tanto a nivel general como en cada una de las dimensiones de la competencia comunicación matemática evaluadas, puntuaron por encima del nivel de significación $p < ,001$; ya que al realizar la comparación de las muestras antes y después de la aplicación del programa de intervención, la diferencia de las medias en el grupo control y experimental fue respectivamente 0,71 y 7,29, lo cual indica que después del programa de intervención si se evidenció un cambio significativo en sus promedios, a favor del grupo experimental.

Estos resultados de la investigación son coherentes con los encontrados por Fonseca, R., Hernández, R., Mariño, L. (2017), quienes también señalaron un nivel satisfactorios a favor del grupo experimental, en comparación a las del grupo control, gracias a la implementación de un

programa de intervención del enfoque CPA (Concreto, Pictórico y Abstracto), de la Metodología Singapur, demostrando que es una estrategia fundamentada en la apropiación del lenguaje simbólico y los códigos de representación en matemáticas contribuye de manera significativa al desarrollo de la competencia comunicación y representación en matemáticas.

Con estos resultados obtenidos se puede deducir que través el programa de intervención se logró que los participantes del grupo experimental mejoraron significativamente la competencia comunicación matemática en lo relacionado con el pensamiento Variacional, participando en las sesiones con dinamismo y entusiasmo y mejorando así su rendimiento académico en el área de matemáticas.

Finalmente, el logro de los objetivos específicos le permite a la investigación, alcanzar el Objetivo General: Establecer el efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas para estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Distrital Lestonnac.

Afirmando que la estrategia de trabajo en grupo de la Metodología Singapur, tiene un efecto positivo, en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, y con ello se logra, que la investigación se identifique con Jiménez &Pineda (2015), quienes resaltan la importancia que tienen las estrategias como el trabajo en grupo y la heurística de solucionador-escucha, inmersas en actividades de clase orientadas a la interacción social, a la negociación de significados, a la reflexión y a la regulación del aprendizaje, juegan un papel importante para el desarrollo de la competencia comunicativa matemática.

Capítulo 6. Conclusiones

La investigación resalta las siguientes conclusiones:

La Metodología Singapur, como trabajo en grupo, tiene un efecto positivo, en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemáticas, como lo afirman Jiménez y Pineda (2015), quienes resaltan la importancia que tienen las estrategias como el trabajo en grupo y la heurística de solucionador-escucha, inmersas en actividades de clase orientadas a la interacción social, a la negociación de significados, a la reflexión y a la regulación del aprendizaje, juegan un papel importante para el desarrollo de la competencia comunicativa matemática.

Se reconoce la efectividad de la Metodología Singapur para fortalecer la competencia comunicación matemática, sugiriendo la aplicación de estos programas de intervención en las aulas escolares, con el propósito de favorecer el desarrollo integral de los estudiantes y, por ende, mejorar su calidad de educación.

La importancia que tiene el desarrollo de competencia: comunicación matemática, como punto de partida para comprender, interpretar y plantear modelos matemáticos que conlleven a solucionar problemas, por lo que se resalta la apropiación del lenguaje simbólico y códigos de representación de esta área del conocimiento.

La aplicación de una intervención como la metodología Singapur para desarrollar la competencia comunicación matemática, fundamentada en la apropiación del lenguaje simbólico y los códigos de representación de esta área y que orienta las acciones y pasos para solucionar problemas, favorece significativamente el desempeño de los estudiantes en esta área, como lo afirma Laffita y Rodríguez (2017), quienes en su investigación encontraron que debe verse en relación dialéctica con el desarrollo del lenguaje matemático a desarrollarse en los estudiantes el cual debe caracterizarse por conocimientos, sistematización y contextualización de los símbolos

matemáticos, vocabulario matemático adecuado, lo que posibilita la competencia comunicativa en el profesor que imparte matemática.

El método Singapur permitió a los estudiantes resolver problemas matemáticos siguiendo una serie de pasos los cuales propiciaban llegar a la solución de los mismos. Si esta estrategia se aplicara desde el inicio del ciclo escolar se lograrían mejores resultados en el área de matemáticas.

Gracias al dinamismo de la metodología Singapur, los estudiantes adquieren significativamente los conocimientos, pues aprenden haciendo. Además, son capaces de aplicar el material para dar respuesta a diversas clases de ejercicios que se le planteen, pues el manipular el material de manera concreta, se afirman los procesos de pensamiento y se favorecen la interacción entre pares y entre alumnos y el profesor.

Capítulo 7. Recomendaciones

El presente trabajo de investigación ha permitido a las autoras plantear las siguientes recomendaciones:

Es conveniente implementar programas de intervención con la Metodología Singapur frecuentemente en todas las instituciones de manera que faciliten la apropiación del lenguaje simbólico y la solución de problemas para así fomentar el desarrollo de competencias.

Implementar este tipo de intervenciones con mayor duración o incluirlos en la estructura curricular favorecería al estudiante mejorando su rendimiento académico, enfocando el proceso de enseñanza - aprendizaje hacia la apropiación y desarrollo de las competencias matemáticas

Crear un entorno cálido y motivador en el aula de clases, que valore y afirme las ideas de los estudiantes con relación al desarrollo de sus procesos matemáticos, para con una actitud positiva dejar a un lado las concepciones de fracaso y temor ante esta área.

Sería interesante que por su relevancia y pertinencia los resultados del presente trabajo se tuvieran en cuenta para futuras investigaciones.

Referencias

- Aguilar, B. (2015). Efectos del uso del Forbrain en los procesos lectores. Málaga.
- Andrade, E., Narváez, L. (2017). Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica. *Assensus*, 2(3), 9-28. Recuperado de:
<https://revistas.unicordoba.edu.co/index.php/assensus/article/view/1327>
- Argudín, Y. (2005) Educación basada en competencias: Nociones antecedentes. México. Ed. Trillas pág. 52
- Ban Har, Y., Kaur, B. (2005). Mathematical problem solving in regular classrooms. *Teaching and Learning*, 13 (1), 17-24. Institute of Education (Singapore).
- Bautista, A., Wong, J., & Gopinathan, S. (2015). Desarrollo profesional docente en Singapur: Describiendo el Panorama (trad. al castellano de N. Navarro Gómez). *Psychology, Society and Education*, 7(3), 423-441. [V.O.: Teacher professional development in Singapore: Depicting the landscape. *Psychology, Society and Education*, 7(3), 311-326]. Recuperado de:
<http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/3934/Wong%20En%20espa%C3%B1ol.pdf?sequence=1>
- Bocanegra, E. (2017). Desarrollo del Pensamiento Numérico – Variacional en el aprendizaje de porcentajes aplicado a la educación financiera en estudiantes de grado séptimo de Básica Secundaria del IETI comuna 17 de la ciudad de Cali. Tesis de Maestría. Universidad ICESI. Santiago de Cali. Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/10569/>

Bruner, J (1960). *The Process of Education*. W. W. New York. Norton & Co Inc.

Bruner, J (1973). *Beyond the information given: Studies in the psychology of knowing*, W. W. New York. Norton & Co Inc

Cabrera, L., Cantoral, R. (2010). El Pensamiento y Lenguaje Variacional como eje para el desarrollo de Competencias. Estudio Socio epistemológico en el marco de la RIEMS. V Congreso Internacional de Innovación Educativa. Yucatán. México. 547 – 552.
Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Juan_Catalan-Romero/publication/264697793_Evaluacion_psicoeducativa_Mecanismo_de_admision_a_posgrado_Maria_Nacira_Mendoza_Pinto_UPIICSA_-_IPN_nacirampyahoommx_Juan_Manuel_Catalan_Romero_CIIDIR_unidad_Michoacan_-_IPN_jmcatalanrhotmailcom/links/53eb943b0cf202d087ccf2b0.pdf#page=547

Calderón, P. (2014). Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevasco de la comuna de isla de Maipo. Tesis de Maestría. Universidad de Chile. Santiago de Chile. Chile.
Recuperado de:
<http://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/130579/Tesis%20Pedro%20Calderon%20Lorca.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Celina, H., Campo, A. (2005). “Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach”, *Revista colombiana de psiquiatría*, vol. XXXIV, número 004, Asociación Colombiana de Psiquiatría, Bogotá, Colombia, pp. 572 – 580, disponible en:
<http://redalyc.uaemex.mx/pdf/806/80634409.pdf>

- Celis, J., Gómez, V. (2005). “Factores de innovación curricular y académica en la educación superior”. Revista ieRed: Revista Electrónica de la Red de Investigación Educativa [en línea]. Vol. 1, No. 2 Disponible en internet: <http://revista.iered.org>.
- Chomsky, N. (1972). *Lingüística Cartesiana*. Madrid: Gredos.
- Dávila, D. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia. Manizales. Colombia. Recuperado de:
<http://bdigital.unal.edu.co/63814/1/72141944.2018.pdf>
- Dienes, Z. (1978). *La Matemática Moderna en la Enseñanza Primaria*. Barcelona: Editorial Teide S.A
- Espinoza, J., Ávila, N., Galindo, S. (2010). *La comunicación: eje en la clase de matemáticas*. Praxis & Saber, 1 (2), 173-202. Recuperado de:
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=477248386010>
- Fonseca, R., Hernández, R., Mariño, L. (2017). *Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático*. Funes. Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta. Colombia. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/12773/1/Fonseca2017Enfoque.pdf>
- Gómez, I. (2000). *Matemática Emocional, los efectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Ediciones Narcea.
- Gómez, L. (2018). *Competencia Comunicativa de la Matemática: un enfoque para la modelación de situaciones problema*. Tesis de Maestría. Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín.

Colombia. Recuperado de:

<https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3928/COMPETENCIA%20COMUNICATIVA%20DE%20LA%20MATEM%C3%81TICA%20UN%20ENFOQUE%20PARA%20LA%20MODELACI%C3%93N%20DE%20SITUACIONES%20PROBLEMA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Gómez, O. (2013). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno.

Educación científica y tecnológica. Obtenido de

<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/viewFile/5966/9582>

Guilar, M. (2009). Las ideas de Bruner: De la revolución cognitiva a la revolución cultural.

Educere, 13(44), 235-241. Recuperado en 08 de junio de 2019, de

http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102009000100028&lng=es&tlng=es.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2003). Metodología de la Investigación. Primera

edición: 1991. Segunda edición: 1998. Tercera edición: 2003. McGraw-Hill

Interamericana. México, D. F.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación. Quinta

Edición. México D.F. McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A. de C.V.

Hymes, D. H. (1996). Acerca de la competencia comunicativa. Revista Forma y Función, 9, 13-

37

Jiménez, A., Pineda, L. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas.

Educación y ciencia, 101-116. Recuperado de:

https://revistas.uptc.edu.co/revistas/index.php/educacion_y_ciencia/article/view/3243

- Jiménez, E., Jiménez, G., Jiménez, J. (2014). Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación” En Matemática. Escenarios. 12(1), 17-33. Recuperado de: <http://ojs.uac.edu.co/index.php/escenarios/article/view/104>
- Jiménez, A., Suárez, N., Galindo, S. (2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. Praxis & Saber, 1 (2), 173-202. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/4772/477248386010.pdf>
- Juárez, M., Aguilar, M. (2018). El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. Revista de Didáctica de las Matemáticas Números. Recuperado de: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos_02.pdf
- Kaur, B. (2005). Mathematical problem solving in regular classrooms. Teaching and Learning, 13 (1), 17-24. Institute of Education (Singapore).
- Laffita, M., Rodríguez, V. (2017). Las competencias comunicativas matemáticas y el uso de los softwares educativos en las clases de Matemática. Maestro y Sociedad. 14 (2), 249-262. Recuperado de: <https://revistas.uo.edu.cu/index.php/MyS/article/viewFile/2207/2147>
- López, S. (2008) Cara a Cara. El poder en las interacciones comunicativas. Medellín: Fondo Editorial de la Universidad EAFIT. 216 pp. *Co-herencia*, 6(11), 283-286. Retrieved May 31, 2019, from http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-58872009000200017&lng=en&tlng=es.
- Menezes, L., Ponte, J. (2006). Da reflexão à investigação: Percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na área de Matemática. Escola Superior de Educação de Viseu e Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da

Universidade de Lisboa. Departamento de Educação e Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ministerio de Educación Nacional. (Abril de 2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Proyecto del MEN, Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Bogotá, Colombia: Enlace editores.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Recuperado de: https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2007). Colegios Oficiales Rajados con el IC F E S. En: <http://www.mineduacion.gov.co/observatorio/1722/article-137970.html>.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje y Matriz de Referencia. Recuperado de: https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

Muniz, Valéria e Borges, Fábio. (2008). Utilização da Linguagem Matemática como instrumento para reflexão sobre o ensino-aprendizagem: o caso da redação Matemática. Campinas: Anais do Segundo Seminário de Histórias de/em Aulas de Matemática (SHIAM), pp. 377 – 387

Niss, M. (1999). Competencies and Subject Description, en Uddanneise 9

OCDE (2006) PISA 2006. MARCO DE LA EVALUACIÓN. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos

OCDE. (2008). El programa PISA de la OCDE: qué es y para qué sirve. Recuperado el 10 de febrero de 2012, del sitio Web de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico: <http://www.oecd.org/dataoecd/57/20/41479051>

OECD (2012). PISA 2012. Financial Literacy Assessment Framework. París: OECD.

OECD (2015). PISA, (2015). Assessment Framework Key competencies in reading, mathematics and science. Recuperado de: <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf>

Orozco, V. (2017). Optimización del método Singapur usando TIC en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de primer grado. Tesis de Maestría. Universidad del Norte. Barranquilla. Colombia. Recuperado de:
<http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7711/130289.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Planas, N. (2010). Las teorías socioculturales en la investigación en educación matemática: reflexiones y datos bibliométricos. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIV (pp. 163-195). Lleida: SEIEM.

Porras, J. (2016). Comparación de pruebas de normalidad multivariada. Anales Científicos, 77 (2): 141-146. Recuperado de: DOI: <http://dx.doi.org/10.21704/ac.v77i2.483>

Quintero, L. (2018). Competencia comunicativa de la matemática: un enfoque para la modelación de situaciones problema. Tesis de Maestría. Universidad Pontificia Bolivariana. Medellín. Colombia. Recuperado de:
[https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3928/COMPETENCIA%20COMUNICATIVA%20DE%20LA%20MATEM%
c3%81TICA%20UN%20ENFOQUE](https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3928/COMPETENCIA%20COMUNICATIVA%20DE%20LA%20MATEM%c3%81TICA%20UN%20ENFOQUE)

%20PARA%20LA%20MODELACI%c3%93N%20DE%20SITUACIONES%20PROBL
EMA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ramírez, A. (2009). La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona. España.

Rico, L., Gómez, P. y Cañadas, M. (2014). Formación inicial en educación matemática de los maestros de Primaria en España, 1991- 2010. Revista de Educación, Vol. 363, p. 35-59.

UNESCO (2012). Informe de Seguimiento de la Educación para Todos en el Mundo.

Recuperado el 10 de febrero 2013, del sitio Web de la UNESCO:

<http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002180/218083s.pdf>

Vasco, C. E. (2006). Razones y proporciones, proporcionalidad directa e inversa.

Vidal, S., Balaguer, M. (2012).. “La comunicación de los problemas de matemáticas en la didáctica de los Grados de Educación en la UIC”. Estudios sobre el Mensaje Periodístico. Vol. 19, Núm. especial marzo, págs.: 531541. Madrid, Servicio de Publicaciones de la Universidad Complutense. Recuperado de:
https://www.researchgate.net/profile/Salvador_Vidal-Ramentol/publication/314538461_La_comunicacion_de_los_problemas_de_matematicas_en_la_didactica_de_los_Grados_de_Educacion_en_la_UIC/links/59b10cf8aca2728472d0f79d/La-comunicacion-de-los-problemas-de-matematicas-en-la-didactica-de-los-Grados-de-Educacion-en-la-UIC.pdf

Vigo, O. (2013). Polémica alrededor del concepto competencia. UCV-HACER. Revista de Investigación y Cultura, 2 (1), 122-130. Recuperado de:
<http://www.redalyc.org/pdf/5217/521752180014.pdf>

Anexos**Anexo A. Prueba Piloto****INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL LESTONNAC
PRUEBA PILOTO**

Estudiante: _____ Grado: 6° ____ Fecha: _____

LEE ATENTAMENTE Y LUEGO ESCOGE LA RESPUESTA QUE CONSIDERES ES LA CORRECTA.

1. En la evaluación que hizo la profesora Constanza, Ernesto tuvo 3 puntos, Sebastián tuvo 2 y Miguel 5 puntos.

¿Cuál es el orden de los estudiantes cuando se organizan según su puntaje, del menor al mayor?

- A. Ernesto – Sebastián – Miguel.
- B. Miguel – Sebastián – Ernesto.
- C. Sebastián – Ernesto – Miguel
- D. Ernesto – Miguel -.Sebastián.

2. La profesora María tiene un curso de 35 estudiantes. Ella desea organizar el curso en grupos de igual número de estudiantes.

¿Cuántos estudiantes en total puede haber en cada grupo?

- A. 3 estudiantes
- B. 4 estudiantes
- C. 5 estudiantes
- D. 6 estudianten.

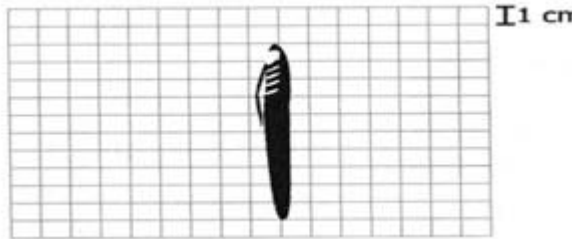
3. Los relojes muestran la hora de iniciación y finalización del recreo de un colegio.

El recreo finalizó a las 3:30 p.m. ¿Cuánto avanzó el minutero desde que se inició el recreo?

- A. Un cuarto de vuelta
- B. Media vuelta

- C. Tres cuartos de vuelta
- D. Una vuelta

4. En la cuadrícula se dibujó un esfero.



¿Cuál es la longitud del esfero?

- A. 1 cm.
- B. 9 cm.
- C. 10 cm.
- D. 3 cm.

5. La profesora de matemáticas está dictándoles a sus estudiantes para que ellos escriban en sus cuadernos.

Ella dice: “Cuatro más tres es mayor que dos menos uno”.

Los estudiantes deben escribir en sus cuadernos:

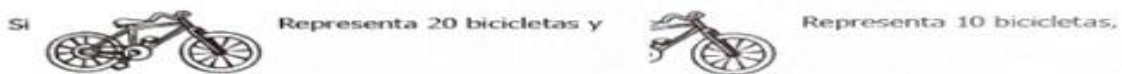
- A. $4 + 3 > 2 - 1$
- B. $4 + 3 + 2 - 1$
- C. $4 + 3 = 2 - 1$
- D. $4 + 3 < 2 - 1$

6. Los asistentes a una fiesta se organizaron en 8 mesas y en cada una se ubicaron 6.

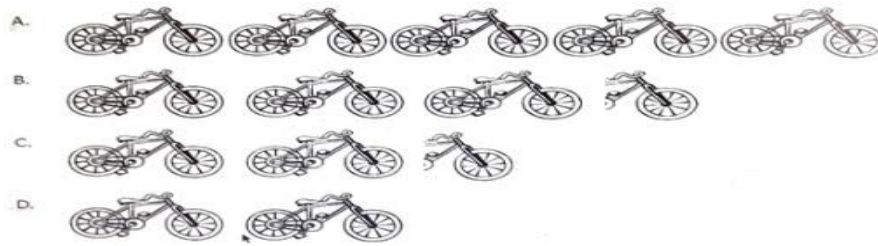
¿Con cuál de las siguientes operaciones se puede calcular el número de personas que asistió a la fiesta?

- A. $8 + 6$
- B. 8×6
- C. $8 - 6$
- D. $8 \div 6$

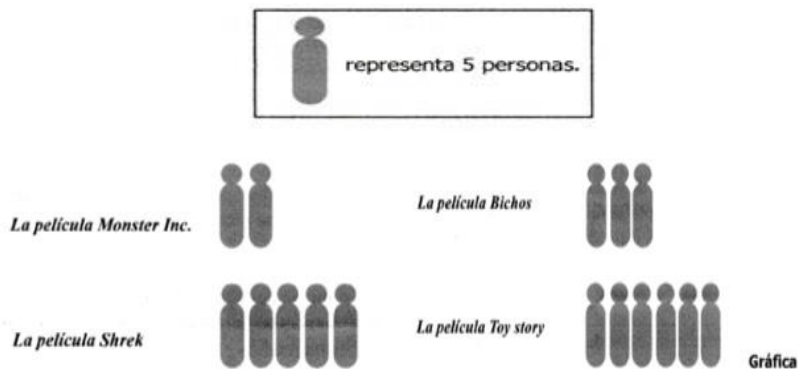
7. En un almacén vendieron 50 bicicletas



¿En cual de los siguientes conjuntos de figuras se representan las 50 bicicletas vendidas?



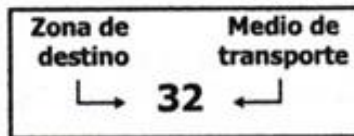
8. En una encuesta se le preguntó a un grupo de niños por su película favorita. En la gráfica se muestran los resultados.



¿Cuántos niños en total respondieron la pregunta?

- A. 80
- B. 20
- C. 5
- D. 4

9. Los tiquetes utilizados en una terminal de transporte tienen códigos de dos cifras. La primera cifra indica la zona de destino y la segunda, el medio de transporte.



En la tabla 1 se indican las cifras que corresponden a cada zona, y en la 2, las cifras que corresponden a cada medio de transporte.

Zona de destino	Primera cifra
Centro	1
Sur	2
Norte	3

Tabla 1

Medio de transporte	Segunda cifra
Bus	1
Buseta	2
Colectivo	3

Tabla 2

Una persona compra un tiquete para viajar al sur en bus. ¿Con cuál de los siguientes códigos está marcado su tiquete?

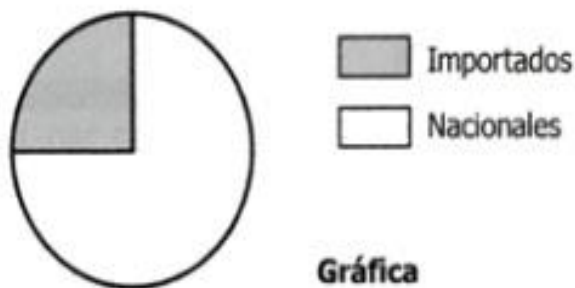
- A. 11
- B. 3
- C. 21
- D. 23

10. Carolina leyó en su libro de historia que hace muchos años, en Colombia, nueve de cada diez personas no sabían leer ni escribir.

¿Cuál es el número que representa correctamente la información sobre la cantidad de personas que no sabían leer ni escribir?

- A. $\frac{9}{10}$
- B. $\frac{10}{9}$
- C. 109
- D. 910

11. La siguiente gráfica presenta información sobre los productos nacionales e importados que se ofrecen en una feria.



- B. $\frac{1}{3}$ de los productos son nacionales
- C. $\frac{4}{4}$ de los productos son nacionales
- D. $\frac{4}{3}$ de los productos son importados.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A. $\frac{1}{4}$ de los productos son importados

12. En un noticiero se mencionó que el 48% de las personas en una ciudad son hombres. Otra forma de expresar el porcentaje es:

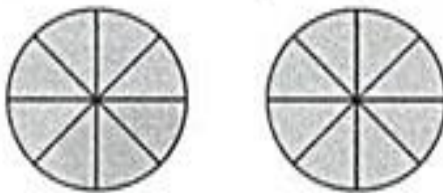
- A. 48 de cada 100 personas son hombres.
- B. 48 de cada 10 personas son hombres.
- C. 1 de cada 48 personas es hombre.
- D. 100 de cada 48 personas son hombres.

13. Jorge aprendió en clase que los símbolos $>$ y $<$ representan las relaciones “mayor que” y “menor que” entre dos cantidades.

Él relaciona dos números así: $928 > 750$. ¿Cómo se lee esa relación?

- A. 928 es menor que 750
- B. 750 es mayor que 928
- C. 928 es mayor que 750
- D. 750 es igual a 928

14. Carlos compró 2 pizzas, cada una dividida en ocho partes iguales, como se muestra en la figura.



Si repartió a sus amigos $\frac{9}{8}$ de pizza, ¿Cuál de las siguientes figuras representa la pizza que se repartió?

- A.
- B.
- C.
- D.

15. Sandra compró flores para armar un ramo con 2 girasoles, 2 claveles y 1 rosa. Estos son los precios de cada flor:



¿Qué operación debe realizar Sandra para saber cuánto le cuesta el ramo?

- A. $1.600 + 1.400 + 750$
- B. $2 \times (1.600 + 1.400 + 750)$
- C. $2 + 1.600 + 2 + 1.400 + 1 + 750$
- D. $(2 \times 1.400) + (2 \times 750) + 1.600$

16. La mamá de Mario lo envió al supermercado a comprar 3 libras de papa, 2 libras de yuca y un kilo de costilla.



Costilla \$4500 lb



Papa \$1200 lb

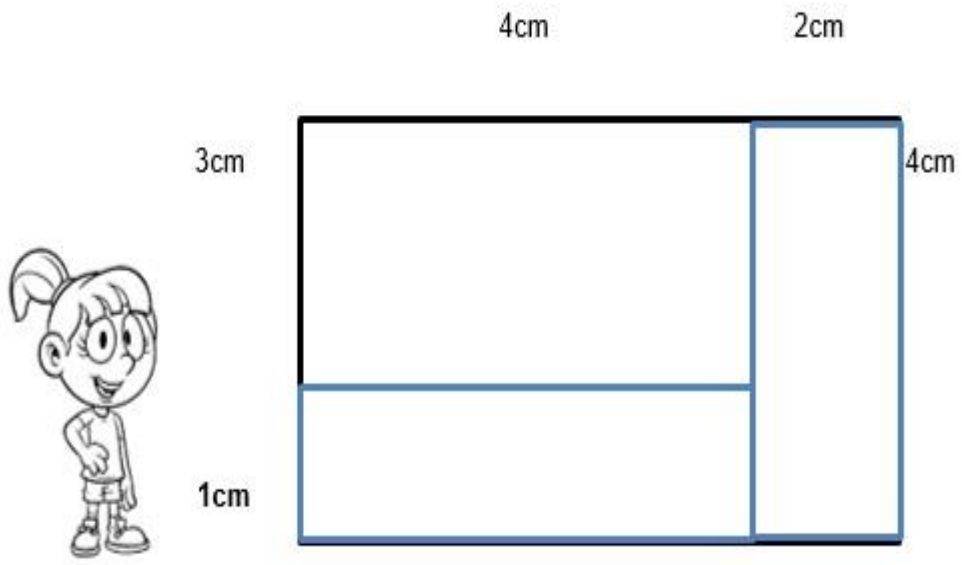


Yuca \$600 lb

¿Qué operación debe realizar Mario para saber cuánto gastó en el supermercado?

- A. $600 + 1500 + 4500$
- B. $2 (1200) + 3 (600) + 4500$
- C. $3 + 1200 + 2 + 600 + 2 + 4500$
- D. $3 (1200) + 2 (600) + 2 (4500)$

17. En la clase de educación física, los estudiantes de 6° darán dos vueltas alrededor del colegio. Ana quiere saber la distancia que recorrerán para ello observa el plano. ¿Cuántos metros recorren al dar las dos vueltas?



1cm equivale 10 metros

- A. En las dos vueltas recorren 200metros
- B. En las dos vueltas recorren 200 cm
- C. En las dos vueltas recorren 400 m
- D. En las dos vueltas recorren 400 cm


Hoja de respuestas

INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL LESTONNAC
PRUEBA PILOTO

Estudiante: _____ Grado: 6° _____ Fecha: _____

Pregunta	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				

Anexo B. Guías del programa de Intervención

	TEMA: Teoría de los números. Guía N° 1 ÁREA: MATEMÁTICAS		PERIODO: II
	Docentes: Liliana Vargas -Elkye Sotillo	Grado: 6 ° C	Fecha:

Valor Posicional

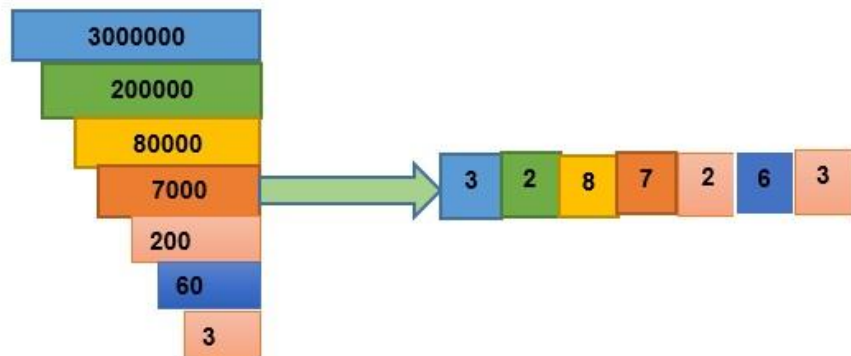
ESTÁNDAR	Justifico la expresión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los racionales.
DBA. v2	Reconoce y establece diferentes relaciones de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos.
PROPÓSITO	Identificar el valor posicional de una cantidad y descomponer polinomial la cifra dada.
DESEMPEÑOS:	
Cognitivo	Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
Procedimental	Identifica el valor posicional de una cantidad dada.
Actitudinal	Valora lo aprendido, lo aplica y comparte su saber con otras compañeras.

Valor Posicional

Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
3	2	8	7	2	6	3

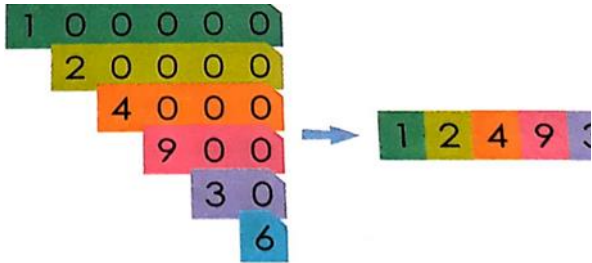
3 unidades de mil + 2 centenas de mil + 8 decenas de mil +

7 unidades de mil + 2 centenas 6 decenas +3 unidades



Tres millones doscientos ochenta y siete mil doscientos sesenta y dos

Experiencia: Ubica la cantidad en la tabla de posición y escribe como se lee



Unidad de Millón	Cien de mil	Decena de mil	Unidad de mil	Centena	Decena	Unidad

Reflexión: Observa la cantidad y responde las preguntas

1873161

- a) ¿El valor del número uno en la cantidad anterior es igual? _____ justifica tu respuesta.
- b) ¿El valor del seis según su valor posicional es 60000? _____ justifica tu respuesta
- c) Según el valor posicional del 7, ¿hay 7 unidades de 10 mil? _____ justifica tu respuesta

Completa las oraciones

a) En el número 345678 el dígito _____ está en el lugar de las centenas de mil su valor es _____

b) $2467345 = \underline{\hspace{2cm}} + 400000 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + 300 + 40 + \underline{\hspace{2cm}}$

c) Escribe como se leen las siguientes cantidades

123785 _____

36178 _____

298004 _____

1000008 _____




Acción

- a) Inventa siete cantidades de diez dígitos, y en tu cuaderno represéntalos polinomial, ubícalo en la tabla de valores.
- b) Representa de forma polinomial las siguientes cantidades

345 _____

82376456902 _____

5467388 _____

	TEMA: Teoría de los números. Guía N° 2		PERIODO:
	ÁREA: MATEMÁTICAS		II
	Docentes: Liliana Vargas -Elkye Sotillo	Grado: 6	Fecha:
		° C	

Criterios de Divisibilidad

ESTÁNDAR	Justifico la expresión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los racionales.
DBA. v2	Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.
PROPÓSITO	Conocer y aplicar las reglas de divisibilidad por un número hasta 10
DESEMPEÑOS:	
Cognitivo	Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones
Procedimental	Resuelve situaciones problemas cuya resolución requiere de las propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
Actitudinal	Valora lo aprendido, lo aplica y comparte su saber con otras compañeras.

Reglas de divisibilidad

164 es divisible por 2?

¿Cuál es el dígito de las unidades en 176?

¿Es 6 un número par?

Puedes comprobar si 164 es divisible por 2 haciendo la división $164 \div 2$

El número es divisible por	Regla: Este es divisible si	Ejemplo	El número es divisible por	Regla: Este es divisible si	Ejemplo
2	el dígito de las unidades es un número par.	¿Es 176 divisible por 2? Revisa: El dígito de las unidades "6" es un número par. Entonces, 176 es divisible por 2.	7	la diferencia entre el doble del dígito de la unidad y el número formado por los otros dígitos es 0 o un múltiplo de 7.	¿Es 301 divisible por 7? Revisa: $\begin{array}{r} 301 \\ \swarrow \searrow \\ 30 - (1 \times 2) = 30 - 2 \\ = 28 \end{array}$ 28 es divisible por 7. Entonces, 301 es divisible por 7.
3	la suma de todos los dígitos es divisible por 3.	¿Es 243 divisible por 3? Revisa: $2 + 4 + 3 = 9$ 9 es divisible por 3. Entonces, 243 es divisible por 3.	8	el número formado por los últimos tres dígitos es divisible por 8.	¿Es 4216 divisible por 8? Revisa: $4216 \rightarrow 216$ es divisible por 8. Entonces, 4216 es divisible por 8.
4	el número formado por los dos últimos dígitos es divisible por 4.	¿Es 316 divisible por 4? Revisa: $316 \rightarrow 16$ es divisible por 4. Entonces, 316 es divisible por 4.	9	la suma de todos los dígitos es divisible por 9.	¿Es 261 divisible por 9? Revisa: $2 + 6 + 1 = 9$ 9 es divisible por 9. Entonces, 261 es divisible por 9.
5	el dígito de las unidades es 0 o 5.	¿Es 140 divisible por 5? Revisa: El dígito de las unidades es "0". Entonces, 140 es divisible por 5.	10	el dígito en la unidad es 0.	¿Es 370 divisible por 10? Revisa: El dígito de la unidad es "0". Entonces, 370 es divisible por 10.
6	el número es divisible por ambos 2 y 3.	¿Es 252 divisible por 6? Revisa: El dígito de la unidad "2" es un número par. 252 es divisible por 2. $2 + 5 + 2 = 9$ 9 es divisible por 3. 252 es divisible por 3. Entonces, 252 es divisible por 6.			

Fuente: Tomado del Texto Matemáticas al Máximo 5°, páginas 23 y 24. Editorial Scholastic Education International

Experiencia

Si un número es divisible por otro, el resultado de dividir es un número entero.

Las reglas de divisibilidad nos permiten de manera ágil comprobar si un número es divisible por otro.

Reflexión:

Es importante conocer las Reglas de divisibilidad hasta 10 para aplicarlas en diferentes situaciones o contextos, también porque ayudan a desarrollar algunas competencias y habilidades aritméticas.

Acción

Es 1120 divisible por:

a) 2? _____

b) 3? _____


c) 8? _____

Es 6720 divisible por:

a) 6? _____

b) 7? _____

c) 9? _____

	TEMA: Teoría de los números. Guía N° 3		PERIODO:
	ÁREA: MATEMÁTICAS		II
	Docentes: Liliana Vargas -Elkye Sotillo	Grado: 6	Fecha:
		° C	

Primos y compuestos

ESTÁNDAR	Resuelve y formula problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de los números.
DBA. v2	Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.
PROPÓSITO	Identificar números primos y números compuestos.
DESEMPEÑOS:	
Cognitivo	Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones
Procedimental	Resuelve situaciones problemas cuya resolución requiere de las propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
Actitudinal	Valora lo aprendido, lo aplica y comparte su saber con otras compañeras.

Contextualización

NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS



¿Cuántos rombos hay?

¿Cuál es la frase de multiplicación para este grupo de rombos?

¿Cuáles en este grupo muestran los factores de 5?

¿Hay otros factores de 5?

Experiencia



$$1 \times 5 = 5$$

Los factores de 5 son 5 y 1



$$1 \times 6 = 6$$

Los factores de 6 son 1, 2, 3 y 6



$$2 \times 3 = 6$$



Reflexión

Un **número primo** tiene solamente dos factores, el número 1 y el mismo número. Entonces 5 es un número primo


Un número compuesto tiene más de dos factores. Entonces, 6 es un número compuesto

**EL NÚMERO 1 TIENE SOLAMENTE UN
FACTOR, NO ES NÚMERO PRIMO NI
NÚMERO COMPUESTO**

Acción

1. Escribe en tu cuaderno una los primeros 6 números primo.
2. Escribe en tu cuaderno 10 números compuesto.
3. Realiza una lista de los números primos mayores que 30 y menores que 60
4. Encierra en un círculo los números primos y tacha los números compuestos.

7 18 23 35 41 57

	TEMA: Teoría de los números. Guía N° 4		PERIODO:
	ÁREA: MATEMÁTICAS		II
	Docentes: Liliana Vargas -Elkye Sotillo	Grado: 6	Fecha:
		° C	

Factorización Prima

ESTÁNDAR	Resuelve y formula problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de los números. .
DBA. v2	Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.
PROPÓSITO	Hacer la factorización prima de un número hasta 100
DESEMPEÑOS:	
Cognitivo	Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones
Procedimental	Resuelve situaciones problemas cuya resolución requiere de las propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
Actitudinal	Valora lo aprendido, lo aplica y comparte su saber con otras compañeras.

Factorización prima

$$12 = 1 \times 12$$

$$12 = 2 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

Experiencia:

Que tienen en común las anteriores multiplicaciones

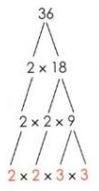
¿Cuáles son los factores de 12?

¿Es 12 un número primo o compuesto?

¿Cuáles factores de 12 son números primos?

¿Puedes expresar 12 como producto de sus factores primos?

Método 1: Usar un árbol de factores

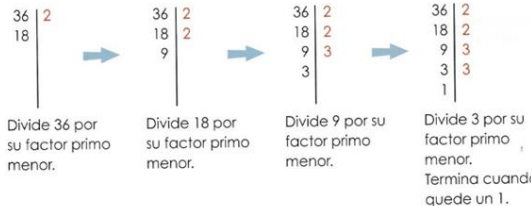


← Expresa 36 como producto de su factor primo menor y otro número.

← Expresa 18 como producto de su factor primo menor y otro número.

← Expresa 9 como producto de su factor primo menor y otro número. Termina cuando en la última fila sólo queden números primos.

Método 2: Usar una división



Divide 36 por su factor primo menor.

Divide 18 por su factor primo menor.

Divide 9 por su factor primo menor.

Divide 3 por su factor primo menor. Termina cuando quede un 1.

Reflexión:

Cuando se expresa un número como producto de sus factores primos se llama factorización prima. La factorización prima se puede realizar por dos métodos diferentes, ellos son: método 1 árbol de factores, método 2 métodos de la división.

Acción:

- Escribe la factorización prima de los siguientes números. Usa el método del árbol de factores y luego compruébalo con el método de la división. a) 36 b) 82 c) 90
- Usa el método del árbol para hallar la factorización prima de las siguientes cantidades a) 212 b) 105 c) 98
- Resuelve los ejercicios propuestos en el material de apoyo

Fuente: Tomado del Texto Matemáticas al Máximo 5°, página 26. Editorial Scholastic Education International

Autoevaluación.


- ✓ ¿Qué fue lo más difícil de este tema? ¿Por qué?

- ✓ ¿Qué necesitas para superar esta dificultad?

- ✓ ¿Qué fue lo que entendiste con más claridad?

- ✓ ¿Mantuviste un buen ambiente de aprendizaje (escucha, silencio, palabra oportuna) durante el desarrollo de las clases? Justifica tu respuesta

- ✓ ¿Qué habilidades matemáticas reforzaste durante el desarrollo de esta temática?

	TEMA: Teoría de los números. Guía N° 5		PERIODO:
	ÁREA: MATEMÁTICAS		II
	Docentes: Liliana Vargas -Elkye Sotillo	Grado: 6	Fecha:
		° C	

Fracciones

ESTÁNDAR	Interpreta las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, razones y proporciones.
DBA. v2	Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc.
PROPÓSITO	Identificar y representar fracciones en diferentes contextos
DESEMPEÑOS:	
Cognitivo	Reconoce e interpreta fracciones en diferentes contextos.
Procedimental	Resuelve situaciones problemas cuya resolución requiere de las propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
Actitudinal	Valora lo aprendido, lo aplica y comparte su saber con otras compañeras.

Fracciones

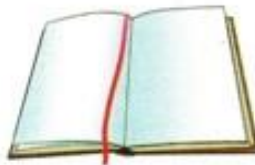


Julia tenía un pedazo de pizza en la nevera, como se muestra en la gráfica y se comió un quinceavo de la pizza. ¿Cuánta pizza quedó después de eso?

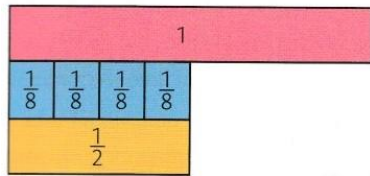
Experiencia

Al utilizar fracciones es posible expresar de diferentes maneras enunciados que nos indiquen su representación ellos pueden ser: la mitad de un libro, tres cuartos de litro de una sustancia en un recipiente, o un tercio de pizza.

 $\frac{3}{4}$

 $\frac{1}{2}$

 $\frac{1}{3}$

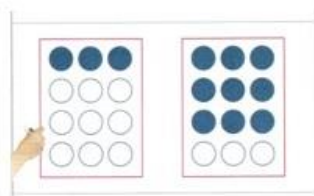

Reflexión: Observa la gráfica y luego responde las preguntas de acuerdo con lo observado

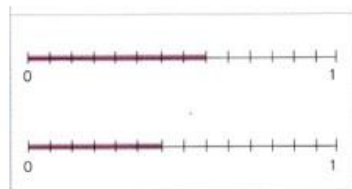


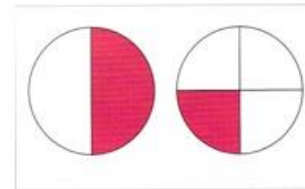
¿Cuántos octavos se deben sumar para obtener un medio?, escribe la operación que consideres es la apropiada?

Si sumamos las fracciones que corresponde al color azul con la fracción de color rosado, ¿obtendrías la unidad? Explica

Ahora observa cada gráfico y escribe su representación numérica.







Acción

Resuelve cada una de las siguientes situaciones.

1. Tiago cortó una cuerda en 8 pedazos iguales. Si la cuerda era de 26 metros de largo, ¿Cuál es el largo de cada pedazo cortado por Tiago?
2. La señora María va a hacer 9 fundas iguales, para elaborarlas compró tres metros de tela. ¿Cuántos metros de tela usó para cada funda?
3. Miriam y Susana están preparando postres, Miriam tiene $\frac{1}{3}$ de taza de azúcar y Susana $\frac{1}{2}$ de taza. ¿Cuánta azúcar reúnen entre las dos?

4. Un artista partió el cuadro que estaba realizando, luego trató de reconstruirlo uniendo los pedazos de los cuales halló $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, y $\frac{1}{7}$. ¿Reconstruyó el artista su cuadro completo? Explica

Autoevaluación.

- ✓ ¿Qué fue lo más difícil de este tema? ¿Por qué?
- ✓ ¿Qué necesitas para superar esta dificultad?
- ✓ ¿Qué fue lo que entendiste con más claridad?
- ✓ ¿Mantuviste un buen ambiente de aprendizaje (escucha, silencio, palabra oportuna) durante el desarrollo de las clases? Justifica tu respuesta
- ✓ ¿Qué habilidades matemáticas reforzaste durante el desarrollo de esta temática?

Anexo C. Evidencias Fotográficas.



Sistema numérico. Representación de cantidades



Sistema numérico. Representación de cantidades



Sistema numérico. Representación de cantidades



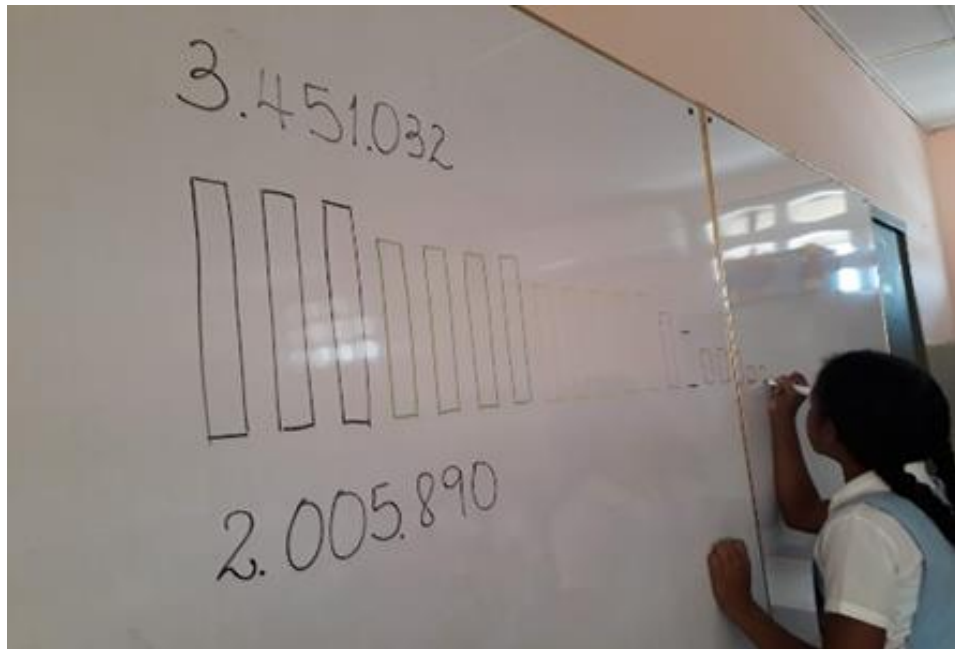
Sistema numérico. Representación de cantidades



Escritura de números



Escritura de números



Escritura de números



Escritura de números



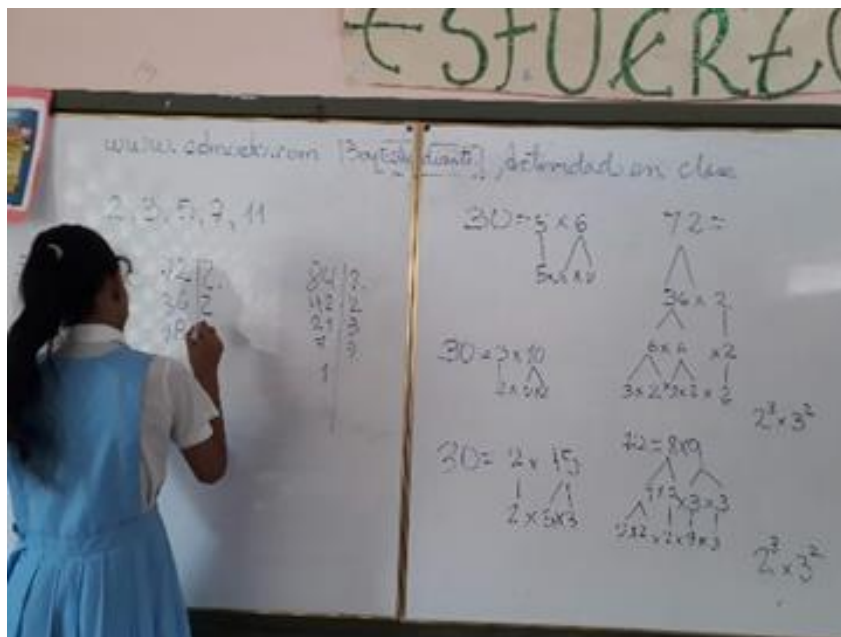
Números fraccionarios. Representación de fracciones



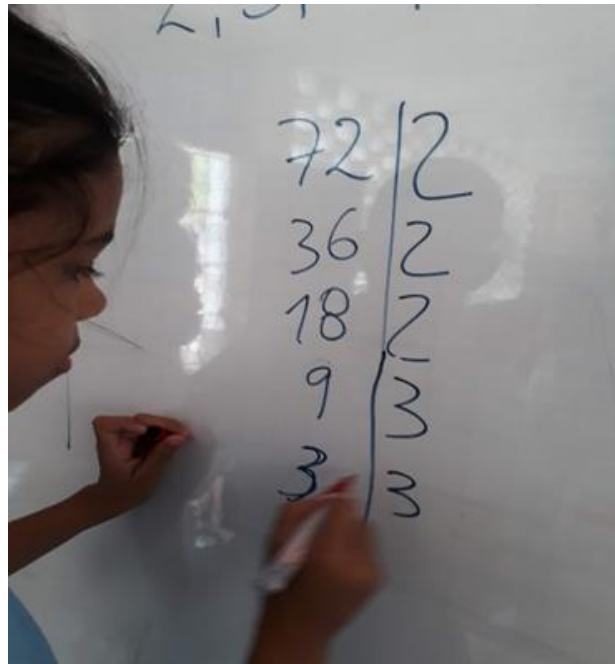
Números fraccionarios. Representación de fracciones



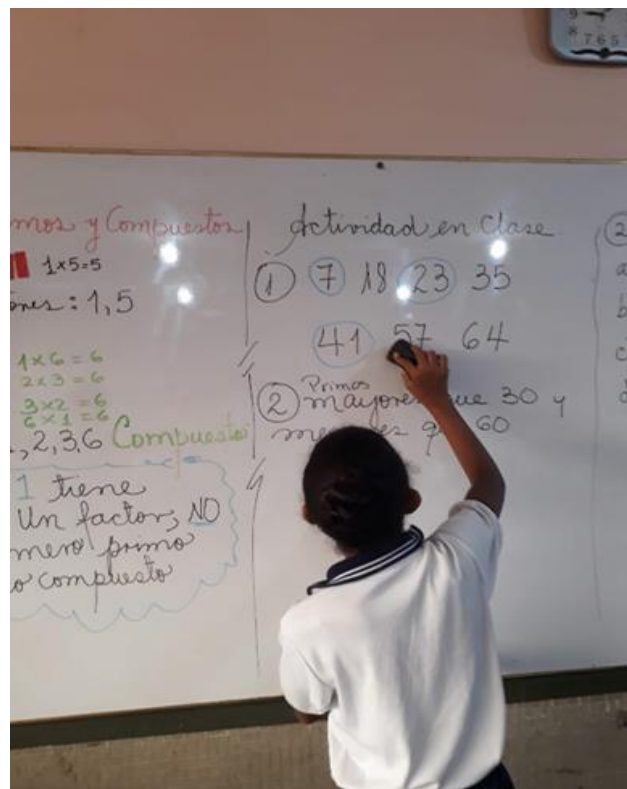
Descomposición de factores con diagrama de árbol



Divisores



Descomposición como factores multiplicadores



Números primos y compuestos