

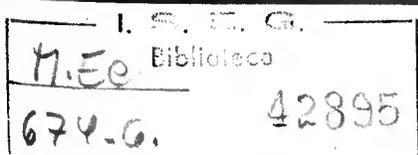
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

AMBIENTE DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA
APOIADO EM AGENTES AUTÓNOMOS INTELIGENTES

AUGUSTO MANUEL JOSÉ EUSÉBIO
(Licenciado)

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em
Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

JUNHO DE 1995



Q335
E97
1995



UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

RESERVADO

**AMBIENTE DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA
APOIADO EM AGENTES AUTÓNOMOS INTELIGENTES**

AUGUSTO MANUEL JOSÉ EUSÉBIO
(Licenciado)

Dissertação para a obtenção do grau de Mestre em
Matemática Aplicada à Economia e à Gestão

JUNHO DE 1995



Dissertação realizada sob orientação do
Professor Doutor Helder Manuel Ferreira Coelho
Professor Catedrático
do Núcleo de Tecnologia e Ciências de Informação do
Instituto Superior de Economia e Gestão



RESUMO

O objectivo deste trabalho é a construção de um Ambiente de Aprendizagem Inteligente, capaz de simular a interacção entre vários agentes, durante um processo de ensino-aprendizagem, em sala de aula. Este ambiente é modelado, tendo em conta algumas das características dos alunos e dos professores, enquanto agentes. Assim, são considerados dois tipos de agentes, o agente "professor" e o agente aluno. Ao agente professor cabe o papel de "ensinar" os outros agentes, denominados "alunos".

Cada agente é modelado em termos do estado das suas crenças, possuindo uma certa capacidade de raciocínio, isto é, um conjunto de regras heurísticas que lhe permitem, em presença de determinadas crenças concluir outras. Pode ainda comunicar com outros agentes, colocando questões, dando respostas e transmitindo informação. Além do próprio conhecimento, cada agente possui conhecimento sobre as crenças dos outros agentes da sociedade, o que o leva a ter o seu ponto de vista sobre cada um deles e, em consequência, ter capacidade de escolher, perante determinados problemas, os agentes com quem dialogar.

Palavras Chave

Ambiente de Aprendizagem Inteligente, Interacção entre Agentes, Agente Professor, Agente Aluno, Crença, Raciocínio

ABSTRACT

The purpose of this work is to built up an Intelligent Learning Environments (ILE), which has to be able to simulate a communication among several agents during the process of knowledge transmission inside a proper space, the classroom. The partnership has to be molded in order to search the translation of some of Man's characteristics either being a student or a teacher. Therefore we have to consider two types of agents - the "teacher" himself whose role is "to teach" the other agents involved in the process, the "students", and the "students".

Each agent has his own particular background, his beliefs. He has got a certain reasoning ability or skill, that is, a set of heuristic rules which allow him in presence of some beliefs to deduce others. He can also communicate whith other agents by asking questions, giving answers and conveying information. Besides his own knowledge each agent is aware of the others' beliefs at a certain moment. That will allow him to have his own point of view of each one of them and, consequently, have the ability of choosing, in face of certain problems, who to talk to.

Keywords

Intelligent Learning Environments, Interaction among Agents, Teacher Agent, Student Agent, Belief, Reasoning Ability

À minha esposa, Olga
e aos meus filhos, Inês e Pedro.

Agradecimentos

O meu especial agradecimento ao Professor Doutor Helder Coelho pela orientação, incentivo e incansável apoio, determinantes para a concretização deste trabalho.

Quero agradecer também ao Professor Doutor Ernesto Costa e ao Engenheiro Pedro Godinho pela disponibilidade e apoios prestados.

À Professora Doutora Cidália Macedo e a todos os colegas da ESTG que criaram condições para coordenar a minha actividade docente com o trabalho preparatório desta dissertação.

À minha família e amigos, por todo o afecto, paciência e compreensão demonstrados e em particular à minha cunhada Rosinda pelo apoio e atenção prestados.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. ENSINO E APRENDIZAGEM	9
2.1 Processo de ensino-aprendizagem	9
2.1.1 Definição dos objectivos gerais	9
2.1.2 Planeamento	9
2.1.3 Execução	10
2.1.4 Avaliação	11
2.2 A aprendizagem	11
2.3 Motivação da aprendizagem	14
2.4 Métodos e técnicas de ensino	15
2.5 Memória	19
2.6 Raciocínio	22
3. MODELO DO AGENTE	27
3.1 Introdução	27
3.2 O modelo	28
3.3 Motivação e Interesses	35
3.4 Memória	40
3.5 Comunicação com outros agentes	41
3.6 Evolução no estado de crenças do agente	43
3.7 Diferentes cenários de aprendizagem	47
3.7.1 Comunicação unilateral	47
3.7.2 Comunicação bilateral	48
3.7.3 Comunicação multilateral coordenada	49
3.7.4 Comunicação multilateral	51
4. ARQUITECTURA E CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR	52
4.1 Introdução	52
4.2 Módulo do agente	53

4.2.1 Base de Conhecimento	53
4.2.2 Interpretação e reacção a mensagens	59
4.2.3 Raciocínio	61
4.3 Módulo do professor	70
4.4 Módulo de conhecimento	78
4.5 Módulo de comunicação	81
4.6 Interface com o utilizador	83
4.6.1 Sociedade	84
4.6.2 Agente	85
4.6.3 Lição	89
4.6.4 Opções	89
4.6.5 Ajuda	89
5. TRABALHO FUTURO	91
6. CONCLUSÃO	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE A (INQUÉRITO)	100
APÊNDICE B (GERADOR DE PEDIDO)	110
APÊNDICE C (INTERPRETAÇÃO E REACÇÃO A MENSAGENS)	112
APÊNDICE D (PREDICADOS DISPONÍVEIS)	121

1. INTRODUÇÃO

Durante muitos anos, o ensino (tradicional) nas escolas esteve centrado no professor, olhando-se para a aprendizagem como mera repetição dos conhecimentos transmitidos pelos professores: aprendia-se através da memorização e os métodos de ensino eram o expositivo e o interrogatório. No final do século passado, o aumento explosivo do número de alunos nas escolas levou os pedagogos a preocuparem-se mais com o processo de ensino-aprendizagem. Surgiu assim o movimento da Escola Nova de que Rousseau foi precursor. O professor passou a ter uma posição não necessariamente dominante na sala de aula, sendo um interlocutor dos alunos, com quem estes tiravam dúvidas e debatiam problemas. A nova função do professor permitiu a criação de condições, o desencadeamento de vários processos, o controlo e a avaliação da aprendizagem. O aluno ocupa então uma posição central e predominante na sala de aula e uma situação de paridade com os colegas, na sua relação com estes. A sua função na sala de aula deixa de ser apenas a de ouvinte, passando a actuar, executar e realizar tarefas com o objectivo de alcançar a aprendizagem pretendida. A Escola deixa de ser uma comunidade isolada, para estar integrada numa sociedade mais vasta - a comunidade local -, assume uma função de dinamização social e cultural dos alunos e familiares e participa no desenvolvimento individual dum ponto de vista psíquico e cultural. A Escola considera a aprendizagem como uma função social e individual.

A maior parte dos princípios defendidos pela Escola Nova continuam ainda hoje válidos. Com o objectivo de os tornar actuates tornou-se necessário recorrer a instrumentos auxiliares, entre os quais os audio-visuais e, mais recentemente, os informáticos. Estes últimos trouxeram uma grande esperança de sucesso no processo de renovação ensino-aprendizagem e o computador revelou-se um excelente auxiliar do professor. No entanto, o sonho da substituição do professor

por uma máquina, enquanto transmissor de conhecimento, está bem longe de ser realidade. Apesar das novas técnicas, ferramentas e máquinas disponíveis, actualmente, a complexidade da relação professor aluno no processo de ensino-aprendizagem mostra quão prudentes deveremos ser antes de afirmarmos que esse sonho virá a ser concretizado. A diversidade de alunos numa turma não só em termos de características psicológicas, mas também educacionais, faz com que os resultados da aplicação dos métodos pedagógicos difiram de turma para turma. Só no acto de realização da aula o professor se apercebe de algumas dificuldades oferecidas pelo plano traçado e, ainda que tenha a capacidade de o ajustar, como "o tempo não pára", é impossível reiniciar a aula com um novo plano, havendo ainda a possibilidade de os ajustes feitos também não resultarem. Tudo seria mais simples se, antes da aula, o professor pudesse experimentar os resultados da sua aula, isto é, com algum conhecimento sobre os alunos pudesse fazer uma simulação da sua aula, observando as reacções dos alunos e do professor. Assim o professor poderia testar o tipo de métodos de ensino utilizados, apercebendo-se das dificuldades de alguns exercícios a propor aos alunos, preparando-se para eventuais assuntos surgidos de questões levantadas pelos alunos, experimentando alguns tipos de motivação. Um tal "laboratório", apesar de difícil de montar, começa a dar os primeiros passos através do ramo da Inteligência Artificial denominado Inteligência Artificial Distribuída. É nesta área que é desenvolvido este projecto.

Os programas de ensino estão entre as primeiras aplicações dos programas de computador. O objectivo inicial destes programas, o ensino individualizado, mantém-se ainda hoje. Este tipo de ensino consiste em olhar para o aluno na sua personalidade, maneira de ser, aptidões, aspirações e também nas suas dificuldades. Apesar da educação se dever processar em ambiente de classe, de grupo socializante, é preciso não esquecer que a acção educativa é tanto mais eficiente quanto mais individualizada for. Aparece, assim, a ideia do tutor privado, como um instrumento capaz de auxiliar o professor na tarefa educativa, respondendo às diferentes formas de aprender,

permitindo que o aluno prossiga de acordo com o seu próprio ritmo, explorando os seus interesses, recebendo avaliação e directrizes. Os primeiros programas de ensino assistido por computador eram pouco mais que "textos programados", mostrando material, previamente planeado, que se desdobrava em função das respostas dadas pelo aluno. Com o aparecimento da Inteligência Artificial foi possível repensar os programas de ensino, fazendo-os evoluir no sentido de um novo instrumento, denominado "tutor de ensino inteligente", capaz de gerar textos e exercícios a partir de uma representação da matéria a ensinar.

A Inteligência Artificial trouxe-nos novas formas (por exemplo, o cálculo de predicados e redes semânticas) e novos instrumentos (por exemplo, as linguagens LISP e PROLOG), para a representação do conhecimento, enquanto as linguagens de baixo nível (BASIC, FORTRAN, etc.) foram incapazes de dar o poder e a modularidade requeridos para a programação baseada no conhecimento. Por exemplo, a utilização de uma matriz de pontos (pares ordenados de números reais) na representação de uma figura não expressa a profunda organização semântica da imagem. Por exemplo, uma matriz não pode representar a organização dos cromossomas num núcleo celular, a sua função genética, ou o papel da metáfase na divisão das células. É, no entanto, possível reter este conhecimento através do uso de uma representação como o cálculo de predicados ou as redes semânticas. A Inteligência Artificial aparece ligada à resolução de problemas qualitativos em vez de problemas quantitativos, com raciocínio em vez de cálculo numérico, com organização de grandes e variadas quantidades de conhecimento, em vez da realização de um único algoritmo.

Explorando estas novas possibilidades apareceram tutores capazes de resolver os mesmos problemas que os alunos, através da combinação de conhecimento com procedimentos para resolver problemas, podendo, assim, avaliar o desempenho e fornecer assistência ao aluno, como, por exemplo, a justificação da obtenção de soluções intermédias para um problema e a obtenção de soluções alternativas. Estas capacidades, no tutor, pertencem ao "modelo do domínio". A necessidade de um melhor

acompanhamento individual do aluno, predizendo o seu comportamento (por exemplo, respostas a certas questões), tipo de soluções para o problema encontradas pelo aluno (possibilidade do tutor saber como corrigir o aluno), leva à criação do denominado "modelo do aluno". O modelo do aluno é formado pelo conhecimento que o tutor tem do aluno e resulta da interacção tutor-aluno. O objectivo deste modelo é o de um melhor conhecimento do aluno, por forma a que o ensino seja adaptativo. Assim, esse modelo deve aproximar-se do ser humano, aluno, sendo uma das partes importantes o raciocínio que, em programação, é traduzido por um conjunto de regras de inferência. Perceber o raciocínio do aluno é ser capaz de construir o seu conhecimento, em presença de determinada informação, o que ajuda bastante no planeamento do que e como ensinar determinados conceitos.

Até há alguns anos atrás, o conhecimento humano era visto como qualquer coisa construída, momento a momento, através de uma interacção entre a pessoa e o meio, como qualquer coisa fornecida, guardada e "aplicada" sem qualquer alteração. Nos últimos anos, diversas perspectivas no domínio da antropologia, filosofia e linguística têm vindo, cada vez mais, a centrar-se na investigação das ciências cognitivas, mudando, completamente, a nossa compreensão do raciocínio humano. O conhecimento da dinâmica do comportamento humano envolve os níveis da percepção, interpretação e comunicação. O ser humano não se limita a receber a informação de uma forma passiva, mas redefine-a, isto é, atribui-lhe uma determinada representação (nível da percepção). Esta representação não é guardada e quando necessário aplicada, mas é apreciada, sendo-lhe atribuído um significado, daí resultando o conhecimento (nível de interpretação). Quando comunicado, o conhecimento não é transmitido como um bloco de significado predefinido, mas depende do contexto da interacção, por exemplo, a expressão "ser rico" pode ter significado diferente, dependendo da sociedade em que o indivíduo se insere e do contexto (nível da comunicação). Esta nova visão do raciocínio humano leva a uma nova visão dos modelos de computador (sistemas periciais, modelos do aluno, sistemas de tutor inteligentes). Na

construção destes modelos é necessário olhar para a criação do conhecimento humano e para o modo como lhe é atribuído significado através das interacções sociais, e não como qualquer coisa que tem lugar apenas na cabeça dos indivíduos.

Com esta nova percepção do raciocínio, aparecem as denominadas "sociedades de agentes", formadas por vários agentes capazes de comunicar entre si. Deste modo é possível fazer a simulação da criação do conhecimento de cada agente em interacção com outros agentes. O estudo das sociedades de agentes é uma das áreas da Inteligência Artificial denominada Inteligência Artificial Distribuída (IAD). Nesta área o estudo dos sistemas de raciocínio distribuídos tem assumido grande importância. As vantagens apontadas para este tipo de sistema são: a modularidade (facilidade na construção de um sistema formado por módulos quase independentes), mudança da arquitectura nos computadores (o computador tende a ser formado, não por um único processador com uma grande memória, mas por um grupo de processadores, cada um com a sua própria memória, o que implica uma melhor adaptabilidade destes sistemas), raciocínios heterogéneos (o problema pode ser formado por vários sub-problemas, a que correspondem diferentes formalismos na representação do conhecimento), perspectivas múltiplas (muitos problemas são mais facilmente resolvidos se podem ser vistos segundo várias perspectivas), problemas distribuídos (os problemas podem ter os seus dados disponíveis em várias localizações físicas distintas), confiança (a resolução de um problema pode continuar, ainda que haja uma falha da parte de um dos agentes).

O trabalho aqui relatado foi elaborado nesta perspectiva, da interacção multi-agentes. Tomamos como base o artigo "A formal approach to ILEs: a first tentative" cujos autores são os professores Ernesto Costa, Graça Gaspar e Helder Coelho. Segue-se de perto uma primeira implementação deste modelo de interacção multi-agentes pelos engenheiros Manuel Joaquim Dinis de Assunção Trancas e Pedro Manuel Cortesão Godinho.

O objectivo do trabalho é a construção de um Ambiente de Aprendizagem Inteligente, capaz de ajudar o professor na tarefa

difícil que é o ensino com sucesso, permitindo a simulação em computador da interacção entre os vários intervenientes (professor e alunos) no processo ensino-aprendizagem, numa situação de aula, bem como alguns aspectos relacionados com a aprendizagem dos alunos, como por exemplo o raciocínio e o tipo de assimilação. O professor e o aluno são representados, no Ambiente de Aprendizagem Inteligente (AAI), pelo agente (módulo de programação) professor e pelo agente aluno, respectivamente. O objectivo do agente professor é o de "ensinar" os agentes alunos, a partir de objectivos predefinidos, pelo utilizador.

A primeira fase da construção do ambiente foi uma tentativa de aproximação do modelo do agente ao modelo no artigo atrás referido. Cada agente é modelado em termos do estado de crenças. Em cada momento o agente é caracterizado por uma estrutura de conhecimento onde se inclui: 1) a sua própria informação, organizada através dos seus elementos mais simples denominados crenças e um conjunto de regras de inferência, que delimitam a sua capacidade de raciocínio, e 2) a informação e as regras de inferência que julga serem possuídos pelos outros agentes da sociedade. O conhecimento sobre os outros agentes da sociedade possibilita-lhe ter em cada momento um modelo sobre os outros agentes e ser capaz de escolher, durante o processo de interacção qual o agente a quem fazer, por exemplo, um pedido.

A escolha da linguagem interna, para representar as crenças do agente, teve em vista a sua utilização para conteúdos programáticos na área da Matemática, embora o seu uso possa ser mais geral. Assim, por exemplo, uma das estruturas utilizada tem o predicado "teorema", com o objectivo de trazer alguma semelhança com os denominados teoremas da linguagem Matemática e que, de algum modo, traduzem uma implicação, $A \rightarrow B$, que pode ser uma condição necessária ou uma condição suficiente, ou uma equivalência, $A \leftrightarrow B$. Para a escolha do tipo de "raciocínio", isto é, do conjunto das regras de inferência disponíveis para cada agente foi feito um inquérito (veja-se Anexo A), com a finalidade de conhecer mais qualquer coisa, sobre o tipo de raciocínio aplicado, na sua aprendizagem, por alunos já num estado adulto (cerca dos 20 anos de idade).

Refira-se, a este propósito, a dificuldade em se encontrarem estudos feitos nesta área. A amostra recolhida cobriu um grupo de mais de 30 alunos do 2º ano, dos cursos de Engenharia Mecânica e Engenharia Electrotécnica da Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Leiria. Os resultados apontam para a utilização dos tipos de raciocínio *modus ponens*, por analogia, *modus tollens* e também o raciocínio abductivo. O tipo de raciocínio introdução-ou obteve um resultado pouco significativo.

Numa segunda fase do desenvolvimento do trabalho procurou-se uma ampliação deste modelo do agente, utilizando algumas sugestões para o trabalho futuro do artigo já referido. Assim, associou-se ao modelo do agente um "tempo de vida", o que permite o aparecimento das noções "mais antigo", "mais novo" (uma crença é mais antiga que outra, um agente é mais novo que outro,...). O tempo de vida permite a introdução da denominada "memória" do agente, construída procurando alguma semelhança com o caso humano. Além de uma componente temporal, a memória do agente depende de uma componente denominada "motivação". A motivação foi outra estrutura introduzida no modelo do agente. A propósito [Nérici,92] afirma no seu livro *Introdução à Didáctica Geral*: "A motivação é um factor decisivo no processo de aprendizagem e não poderá haver, por parte do professor, direcção da aprendizagem se o aluno não estiver motivado, se não estiver disposto a despende esforços". A motivação do agente é construída em função dos seus interesses e desejos futuros, o que implica a existência de desejos e interesses por parte deste. O professor deve procurar uma ligação do contexto leccionado com esses interesses e objectivos. O modelo do agente professor é formado por dois sub-modelos, o próprio modelo do agente e um modelo de ensino, onde se incluem algumas técnicas de ensino.

A elaboração desta dissertação começa por apresentar, no capítulo 2, a descrição de alguns conceitos teóricos, de algum modo utilizados durante o desenvolvimento do trabalho, nomeadamente o conceito de aprendizagem, os vários tipos de raciocínio, a relação entre motivação e aprendizagem, a relação entre aprendizagem e memorização e alguns métodos e técnicas

de ensino. No capítulo 3, introduzimos a descrição do modelo do agente, referindo as alterações em relação ao modelo original. No capítulo 4, descreve-se a construção do modelo, escrito em linguagem Prolog, utilizando o interpretador e compilador Arity/Prolog, versão 6.00.91 (veja-se [Eusébio, 95b]). No capítulo 5, sugerimos algumas possibilidades de ampliação deste trabalho no futuro. Finalmente, no capítulo 6, é feito um pequeno resumo das conclusões e dos caminhos possíveis para o futuro. Incluem-se também neste trabalho os seguintes apêndices: 1) Apêndice A, constando do inquérito referido atrás e sua análise; 2) Apêndice B, onde se apresenta, de uma forma esquemática, a forma dos agentes gerarem pedidos; 3) Apêndice C, formado por várias tabelas referentes às várias formas do agente interpretar e reagir às mensagens dos outros agentes; 4) Apêndice D, predicados programados e que podem ser utilizados pelos agentes. Foram ainda elaborados dois relatórios complementares de apoio à Tese de Mestrado: 1) [Eusébio,95a], onde estão registados alguns exemplos da utilização do programa e o rasto deste na dedução de alguns factos; 2) [Eusébio,95b], onde se apresenta a listagem do programa.

2. ENSINO E APRENDIZAGEM

2.1 Processo de ensino-aprendizagem

O processo de ensino-aprendizagem consiste num conjunto de actos pelos quais alguém, normalmente denominado professor, leva outro, em geral designado por aluno, a aprender qualquer coisa. Professor e aluno podem coincidir designando-se o ensino por auto-ensino.

As partes que compõem o processo de ensino-aprendizagem, segundo os pedagogos, são quatro:

- i - Definição dos objectivos gerais
- ii - Planeamento
- iii - Execução
- iv - Avaliação

2.1.1 Definição dos objectivos gerais

Nesta fase do processo de ensino-aprendizagem faz-se a definição dos objectivos que se pretendem atingir com este processo, de uma forma geral. Por exemplo, vou conduzir a aprendizagem para que os alunos aprendam a operar com expressões numéricas, comunicar em inglês, o que foi o descobrimento da América.

2.1.2 Planeamento

Em qualquer tipo de planeamento devem ser determinados os objectivos, delimitados os conteúdos, delineados os planos de acção didáctica e previstos os meios de avaliação. Assim, do

planeamento devem constar os objectivos, os pré-requisitos, o conteúdo, o plano de acção didáctica e a avaliação.

No planeamento, os objectivos devem ser específicos, deve ser feita uma redefinição dos objectivos gerais, em termos de comportamentos que os estudantes devem exhibir no final do período de aprendizagem.

Assim, para o objectivo geral operar com expressões numéricas, são objectivos específicos: multiplica correctamente dois números inteiros, extrai a raiz quadrada de um número inteiro positivo. Para o objectivo geral comunicar em inglês, são objectivos específicos: traduz correctamente frases de inglês para português; pontua, correctamente, frases em inglês.

Determinados os objectivos, é necessário um trabalho de pesquisa sobre as condições necessárias (os pré-requisitos) para que o aprendiz possa atingir os objectivos. Por exemplo, para atingir o objectivo operar com expressões numéricas é preciso conhecer o que é uma expressão numérica. Com base nos dados recolhidos na pesquisa dos pré-requisitos, é possível estabelecer objectivos mais adequados à realidade do aprendiz. Depois de adaptados os objectivos, de acordo com os pré-requisitos, é preciso fazer uma selecção criteriosa dos conteúdos que deverão possibilitar, ao aprendiz, o alcance dos objectivos definidos.

O plano de acção didáctica refere-se às estratégias de ensino, isto é, à maneira de colocar os métodos e técnicas de ensino em acção para que auxiliem na efectivação dos objectivos.

A avaliação, nesta fase do processo de ensino-aprendizagem, refere-se à disponibilização de meios a serem empregues para detectar se o planeamento está a ser executado de uma forma adequada ao aprendiz ou se é necessário fazer reajustes para a sua melhor efectivação.

2.1.3 Execução

A execução do plano deve ser feita de acordo com o planeamento elaborado. Geralmente, a execução começa por uma



motivação do aprendiz, passando depois ao estudo do tema em função do método de ensino planeado, não esquecendo a avaliação intermédia como forma de detectar se os objectivos estão ou não a ser atingidos.

2.1.4 Avaliação

A avaliação deve estar presente no início, durante e no final do processo de ensino-aprendizagem. No início é feita a avaliação dos pré-requisitos no aprendiz, verificando-se se o aluno está em condições de proceder ao estudo planeado. A avaliação, durante o processo de ensino, deve permitir ao professor, no caso de os objectivos não estarem a ser atingidos, modificar algumas estratégias de ensino, por forma a uma maior efectivação do ensino. A avaliação final deve permitir uma rectificação de erros, uma recuperação dos alunos com dificuldades, uma ampliação de conhecimentos e um melhor ajustamento do ensino ao aluno.

2.2 A aprendizagem

A aprendizagem é uma das capacidades mais importantes do ser humano, enquanto ser inteligente. O Homem aprende desde que nasce até morrer. Segundo [Nérici, 87] o Homem aprende com todo o seu organismo, para melhor integrar-se no meio físico e social e atendendo a necessidades biológicas, psicológicas e sociais. São estas necessidades, muitas vezes designadas por dificuldades ou obstáculos, os factores da aprendizagem.

Poderão os computadores, alguma vez, imitar o Homem nesta capacidade que é a aprendizagem? O objectivo da Inteligência Artificial, a construção de sistemas inteligentes, não será atingido se não se construírem sistemas com capacidade para aprender. Capacitar um programa para a resolução de todos os Problemas num determinado domínio é uma tarefa bastante

difícil, e, em alguns casos mesmo, impossível. Ainda que o sistema tivesse capacidade para resolver todos os problemas desse domínio, a evolução que se processa constantemente levaria ao aparecimento de novas dificuldades e de problemas irresolúveis.

Mas afinal o que é a aprendizagem? Simon define aprendizagem [Luger et al, 89; Knight et al, 91] como

qualquer mudança num sistema que lhe permite fazer melhor a segunda vez uma repetição da mesma tarefa ou outra tarefa obtida da mesma população.

Esta definição é suficientemente geral para poder englobar tudo o que vai desde a aquisição de conhecimento até ao desempenho pericial. Podemos ver esta definição sob o ponto de vista comportamental: a aprendizagem é o processo pelo qual se adquirem novas formas de comportamento ou se modificam as anteriores. Por outro lado, esta definição aponta para a aprendizagem como generalização de experiências: o melhor desempenho é observado na repetição da mesma tarefa ou em tarefas diferentes, mas de algum modo relacionadas. Por exemplo, a tarefa de conduzir um carro só é aprendida depois de muita prática.

[Abayomi] resume o processo de aprendizagem da seguinte forma: "Os elementos concretos podem ser postos em imagens, o aprendiz pode observá-los e construir uma abstracção do que observou. É durante o processo de observação que a aprendizagem se inicia. O resultado da observação depende do indivíduo que observa porque é, de facto, um processo de interpretação da imagem. A actividade intelectual durante o período de observação consiste na associação de conhecimento já adquirido. Se o conhecimento já adquirido é uma associação de conceitos elementares, então a actividade intelectual pode ser interpretada como a procura de novas associações de conceitos elementares ou a dedução de outros conceitos a partir dos já adquiridos". Ainda segundo [Clancey, 90] a aprendizagem não deve ser vista como a aquisição de qualquer coisa, nem como o desenvolvimento de novas rotinas, ou a capacidade de

interactuar mais automaticamente em algumas escolhas. O que é aprendido não é a descrição do comportamento, mas um processo para o comportamento. Assim, o conhecimento humano não existe armazenado na memória, sob a forma de uma qualquer representação, para ser quando necessário utilizado, mas é constantemente reorganizado, e reinterpretado por novas representações, nunca sendo o seu significado fixo como definitivo.

As estratégias de aprendizagem podem ser consideradas de um ponto de vista pedagógico ou psicológico. Do ponto de vista pedagógico, as estratégias vão desde as muito simples, como a memorização, até à "aprendizagem pelo raciocínio", passando pela "aprendizagem pela descoberta". Do ponto de vista psicológico, são considerados quatro estádios no processo de aprendizagem. O primeiro, e provavelmente o mais simples, é a observação. O segundo é a forma mais simples de abstracção como resultado da observação, por exemplo a associação de palavras com objectos. O terceiro é a outra forma de abstracção, onde o aprendiz constrói os seus próprios símbolos ou figuras para representar o que foi observado: simbolização e raciocínio. O quarto estádio é a extensão da aquisição de conhecimentos para a construção de objectos que nunca foram observados. Este estádio pode designar-se de criatividade.

Apesar da existência de um grande conhecimento genérico sobre a aprendizagem, faz-se sentir ainda a falta de uma teoria coesiva da aprendizagem, o que dificulta a construção de uma máquina de aprendizagem. No entanto, têm sido construídos vários modelos representando algumas formas de aprender. Nos últimos anos tem havido um aumento significativo na investigação das máquinas de aprendizagem. Por um lado continuou-se a investigação nas áreas mais antigas como aprendizagem simbólica empírica, sistemas de descoberta e aprendizagem baseada na explicação, por outro lado apareceram novas áreas, como por exemplo, as redes neurais de aprendizagem, a aprendizagem baseada em algoritmos genéticos e a teoria de aprendizagem computacional.



2.3 Motivação da aprendizagem

Sendo a aprendizagem um ultrapassar de obstáculos é necessário despende esforços no sentido de os ultrapassar. Para que o indivíduo disponibilize energia suficiente para os ultrapassar precisa de sentir que esses esforços contribuem, de algum modo, para a realização dos seus interesses. A motivação tem por objectivo o estabelecimento de uma ligação entre o assunto de aprendizagem e os interesses do aprendiz. Esta ligação pode ser feita pelo próprio indivíduo e nesse caso a motivação diz-se intrínseca ou pode ser feita pela ajuda exterior, nesse caso a motivação diz-se extrínseca.

A motivação pode entender-se segundo dois pontos de vista. Psicologicamente, a motivação é o processo que se desenvolve no interior do indivíduo e o impulsiona a agir mental ou fisicamente. O indivíduo motivado encontra-se disposto a despende esforços para alcançar os seus objectivos. Didacticamente, motivação é o processo de incentivo destinado a desencadear impulsos no interior do indivíduo, a fim de levá-lo a querer participar das actividades escolares oferecidas pelo professor.

[Nérici, 87] resume os passos da motivação do seguinte modo:

1. *cria-se uma situação de necessidade (motivação), estabelecendo-se, simultaneamente, uma tensão;*
2. *vislumbra-se um objectivo capaz de satisfazer a necessidade;*
3. *tem início o esforço ou acção para solucionar a dificuldade, de maneira desordenada ou ordenada;*
4. *ocorrendo solução ou satisfação da necessidade, diminui a tensão e o indivíduo **guarda** (aprende) a **directão** ou **forma de comportamento**, para agir de maneira mais ou menos idêntica em situações similares.*

A motivação extrínseca corresponde às recompensas e

sanções usadas, normalmente pelo instrutor (professor), para motivar o aprendiz. São exemplos deste tipo de motivação, no caso da aprendizagem escolar, a necessidade de obter uma média (para entrar para a universidade ou para conseguir entrar no mercado do trabalho), a necessidade de passar de ano, a esperança na obtenção de recompensas, a necessidade da matéria para actividades futuras, e a rivalidade entre colegas.

A motivação intrínseca traduz-se pela satisfação pessoal experimentada pelo aprendiz, independentemente de qualquer fonte externa. No caso da aprendizagem escolar o aluno é levado a estudar pelo interesse que a própria matéria lhe desperta.

O professor, no caso da aprendizagem escolar, deverá conhecer muito bem os interesses dos alunos para que a motivação seja possível, uma vez que as necessidades dos alunos são os seus interesses.

2.4 Métodos e técnicas de ensino

Os métodos e as técnicas de ensino são muito variados. Faz-se apenas a referência a alguns deles, descrevendo-os resumidamente. O conceito de método é mais geral que o de técnica. Os métodos recorrem a técnicas, no sentido de dirigir a aprendizagem com vista a certos objectivos do aluno.

Um método de ensino, representa um caminho no sentido de um dado objectivo de ensino. Uma técnica de ensino diz respeito a uma habilidade que recorre a determinadas regras para conseguir certos fins. Por exemplo que os alunos aprendam o assunto em estudo.

A classificação apresentada a seguir, para os métodos de ensino, é uma classificação geral dos métodos e técnicas de ensino [Nérici]. Os aspectos tidos em conta são a forma de raciocínio, a coordenação da matéria, a sistematização da matéria, as actividades dos alunos, a abordagem do tema em estudo, a aceitação do que é ensinado e o trabalho do aluno (ver quadro 1).

O método dedutivo consiste na apresentação, por parte do professor, do assunto da aula do geral para o particular, isto é, apresentando conceitos e definições, para a partir daí extrair conclusões ou consequências. Um exemplo onde este método pode dar bons resultados é no ensino da Geometria.

Aspecto tido em conta	Método
Raciocínio	Dedutivo Indutivo Analógico ou comparativo
Coordenação da matéria	Lógico Psicológico
Sistematização da matéria	De sistematização -Rígida -Semi-rígida Método ocasional
Actividades dos alunos	Passivo Activo
Trabalho do aluno	De trabalho individual De trabalho colectivo De trabalho misto
Aceitação do que é ensinado	Dogmático Heurístico
Abordagem do tema em estudo	Analítico Sintético

Quadro 1: Classificação dos métodos de ensino tendo em conta alguns aspectos importantes do processo de ensino-aprendizagem.

No método intuitivo o caminho é recíproco do anterior. O assunto é apresentado através de casos particulares, de forma a levar à descoberta do princípio geral em causa. A técnica da redescoberta inspira-se na indução.

No método analógico ou comparativo os dados particulares permitem comparações que levam a tirar conclusões por semelhança. Neste caso o pensamento procede do particular para o particular. Um exemplo, onde este método pode dar bons resultados pode ser no estudo das analogias entre o reino animal e o vegetal.

No método lógico os dados são apresentados por ordem, do antecedente para o conseqüente, do simples para o complexo, da origem para a actualidade, obedecendo à forma como os factos estão estruturados.

No método psicológico a apresentação dos elementos é feita de acordo com os interesses, necessidades e experiências do aluno. A motivação de momento tem uma importância muito grande na orientação dos assuntos a ensinar. Segue, preferencialmente do concreto para o abstracto.

Utilizamos o método de sistematização rígida quando o esquema da aula é seguido à risca, como planeado, não permitindo qualquer flexibilidade.

No método de sistematização semi-rígida o esquema da aula permite uma certa flexibilidade para uma melhor adaptação às condições da aula, da classe e do meio social que a escola serve.

No método ocasional é aproveitada a motivação do momento, bem como os acontecimentos relevantes do meio, no sentido de orientar o assunto da aula.

O método passivo faz ênfase na actividade do professor ficando os alunos numa atitude passiva, limitando-se a ouvir sem a possibilidade de discutirem.

O método activo ao contrário do passivo procura o desenvolvimento da aula através de uma participação constante do aluno, no assunto da aula, não só discutindo, mas também realizando tarefas.

No método de trabalho individual procura-se atender, principalmente às diferenças individuais, o trabalho escolar é ajustado ao aluno por meio de tarefas diferenciadas, estudo dirigido ou contratos de estudo, sendo a tarefa do professor mais a de orientar os alunos nas suas dificuldades.

No método de trabalho colectivo a ênfase vai para o trabalho de grupo. Um plano de estudo é distribuído e repartido pelos elementos do grupo, ficando cada elemento com uma parcela de responsabilidade do todo. Da reunião dos esforços dos alunos e da colaboração entre eles resulta o trabalho total.

O método misto utiliza actividades de grupo e também actividades individuais.

No método dogmático o aluno tem de guardar o que o professor ensina, como se fosse a verdade absoluta, para mais tarde recitar.

No método heurístico o professor procura interessar o aluno na compreensão do assunto, em vez de se limitar a fixar. O assunto é apresentado com explicações e justificações lógicas e teóricas. O aluno pode discordar ou exigir explicações para que o assunto seja aceite como verdadeiro.

O método analítico baseia-se na concepção de que, para compreender um fenómeno, é preciso conhecer as partes que o constituem. Assim os assuntos da aula são apresentados decompondo cada conceito nas suas partes. Por exemplo, na alfabetização a utilização deste método consiste em considerar uma frase para chegar ao conhecimento das letras. O método analítico "separa as partes do todo, sem o destruir, para melhor o conhecer".

No método sintético os fenómenos não são estudados a partir de como se apresentam, mas a partir dos seus elementos constituintes de uma forma progressiva até chegar ao fenómeno. Neste método procede-se a uma união dos elementos para chegar ao todo. No exemplo da alfabetização, parte-se das letras, passando às sílabas, às palavras que reunidas formam as frases.

Existem muitas técnicas de ensino entre as quais destacamos as seguintes: a expositiva que consiste na exposição oral, por parte do professor, do assunto da aula; a do interrogatório, que através de questões cuidadosamente colocadas levam a um melhor conhecimento do aluno, das suas dificuldades e interesses; a do diálogo, que consiste em levar o aluno a reflectir sobre os temas em foco, sobre os seus conceitos, a fim de ele mesmo avaliar a veracidade dos mesmos ou elaborar novas proposições; a da discussão, que consiste na discussão de um tema, por parte dos alunos, sob a direcção do professor; a da redescoberta, que tem por objectivo levar o aluno a tirar determinadas conclusões, pondo-lhe dúvidas ou perguntas, levando-o a fazer determinadas experiências ou observações sem que lhe seja revelada a finalidade, apresentando casos semelhantes de um mesmo fenómeno, mas em situação diferente; a da demonstração, para comprovar

determinadas afirmações apresentando razões ou factos logicamente encadeados; e a técnica do seminário que consta da reunião do professor com os seus alunos com vista à investigação de pontos concretos da ciência a que se dedicam, no sentido de orientar o aluno para o trabalho científico e o hábito de raciocínio objectivo.

2.5 Memória

O estudo da memória humana desde muito cedo começou a ser um alvo dos filósofos, psicólogos e cientistas. Considerada como um grande armazém, não se limita a guardar e organizar a informação, recebida pelo indivíduo, em grandes estruturas, mas atribui significados, faz a integração e a transformação dessa informação.

Os psicólogos concordam, hoje, que a memória humana pode ser vista, não como uma unidade simples, mas como um sistema com três partes que interactuam constantemente entre elas [Netto, 87; Mindpower, 93].

Associado à memória aparece o inevitável esquecimento. Se por um lado o esquecimento é algo frustrante, porque deixa a pessoa muitas vezes numa má situação, por outro lado, sem o esquecimento a informação ocuparia um volume tal que dificultaria a capacidade de raciocinar e de resolver problemas.

As três partes do sistema de memória foram designadas por: memória sensorial, memória a curto prazo (ou memória primária), memória a longo prazo (ou memória secundária).

A memória sensorial conserva a informação entrada apenas durante o tempo suficiente para que seja "lida" ou reconhecida. A permanência da informação na memória sensorial pode variar de alguns décimos de segundo a alguns segundos, consoante a "via" de entrada. As duas vias de entrada que têm sido mais estudadas são a auditiva e a visual, falando-se, no primeiro caso, em memória sensorial ecóica e no segundo caso em memória

sensorial icónica. Na memória sensorial uma parte da informação é registada e seleccionada ou filtrada, através de um processo de reconhecimento padrão, para processamento subsequente. Considera-se o processo de reconhecimento responsável pela identificação das características físicas de um padrão sensorial como, por exemplo, localização, forma, tamanho, brilho e cor.

A memória a curto prazo funciona também como um "sub-armazém" temporário, embora a informação fique retida mais tempo que na memória sensorial, mas não ultrapassando alguns segundos, caso não haja repetição dessa informação pelo próprio indivíduo. É na memória de curto prazo que passamos a ter um controlo consciente sobre o processamento da informação. Esta memória actua como um "crivo", fazendo a selecção entre o que será preservado e o que cairá em esquecimento. Qualquer esforço para recordar a informação que deu entrada na memória de curto prazo assegura a sua passagem à memória de longo prazo. Caso este esforço não se faça num período de tempo de 15 a 30 segundos então essa informação será esquecida, a não ser que ela seja repetida pelo próprio indivíduo. Por exemplo, se estamos a falar ao telefone com uma pessoa, que nos diz o número de telefone de outra, para quem devemos telefonar de seguida, e não registamos num papel, se não repetirmos o número para nós ele será esquecido.

A memória de longo prazo é concebida como um repositório de conhecimentos e habilidades, relativamente permanentes, de capacidade praticamente ilimitada. A organização de informações é vista como uma rede semântica, representando cada nó um conceito e as ligações entre os vários nós associações significativas entre esses conceitos. Este tipo de organização possibilita a dedução de informação distinta daquela que foi, explicitamente, armazenada.

As três partes da memória (memória sensorial, memória de curto prazo e memória de longo prazo) não actuam isoladas mas interagem em diversas situações. Vejamos o seguinte exemplo [Mindpower, 93]:

A Maria está a ver um programa de culinária na televisão, seguindo a receita para fazer uma musse de chocolate. O chefe

diz, "Separe as gemas das claras - mas assegure-se que eles estão à temperatura ambiente".

A memória sensorial da Maria retém os sons da televisão. Vai buscar palavras e significados à sua memória de longo prazo, e coloca-as na memória de curto prazo para que possa perceber o significado das palavras que está a ouvir.

Maria vai buscar, ao mesmo tempo, outra informação à memória de longo prazo. Quando ouve "assegure-se que estão à temperatura ambiente" ela pensa para si própria, "os ovos estão no frigorífico, e precisarão de, no mínimo, meia hora para estarem à temperatura ambiente". Maria teve que aceder a muita espécie de conhecimento geral armazenado na memória de longo prazo para tirar esta conclusão.

Enquanto Maria estava a pensar isto, perdeu o que o chefe tinha dito a seguir, excepto as últimas palavras, quando ele disse, "Porque ainda estavam frias". Isto ficou retido na sua memória sensorial ecóica; o resto do que o chefe disse há muito que foi eliminado do registador sensorial, o qual, como vimos, retém a informação por apenas alguns segundos. Maria divide, agora, a sua atenção entre ouvir o resto da receita e tentar escrevê-la num pedaço de papel. Mas no preciso momento em que o chefe dizia a quantidade de chocolate a usar, o telefone toca. Uma vez que na sua memória de curto prazo não existe espaço suficiente para prestar atenção às três tarefas diferentes - ouvir o chefe, escrever, e atender o telefone, Maria desiste e decide telefonar, mais tarde, para o programa para saber a receita.

A memória a longo prazo não armazena, indefinidamente, toda a informação recebida. Em vez disso, uma grande parte da informação retida é esquecida nos primeiros dias após ter sido apreendida. Hermann Ebbinghaus, psicólogo alemão (1850-1909), desenvolveu um teste muito simples para analisar a actuação do esquecimento numa pessoa [Mindpower, 93]. O teste consiste em escrever uma série de sílabas sem sentido como, por exemplo, DIQ e GIW, cada uma com duas consoantes e uma vogal, lê-las e relê-las até as poder recitar perfeitamente e depois num conjunto de intervalos de tempo, que podem ser semanas, ir testando o número de sílabas que ainda permanecem em memória.

A justificação para a escolha das sílabas sem sentido tem a ver com o facto de se tratar de material completamente novo, limitando a experiência de absorção do novo conhecimento e minimizando a influência da informação existente.

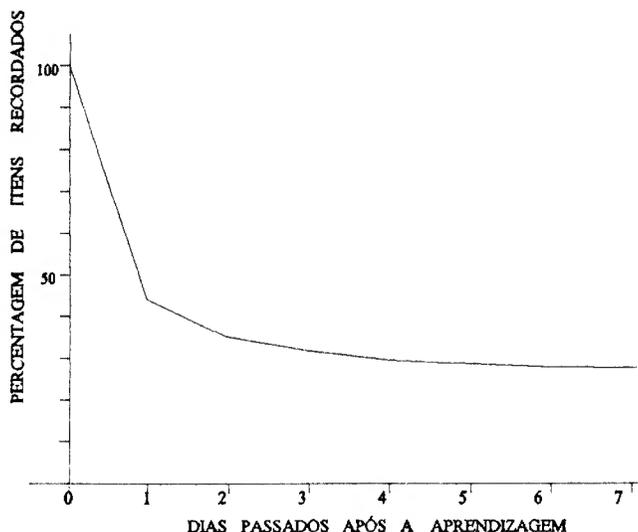


Figura 1 : Esquema representativo da percentagem de sílabas esquecidas em função do número de dias passados.

Ebbinghaus repetiu muitas vezes a experiência, com diferentes conjuntos de sílabas e descobriu que muito do conhecimento é perdido rapidamente, nos primeiros dias, mas que a memória do conhecimento restante diminui muito mais gradualmente. As sílabas que ele recordava passado um mês de as ter apreendido, por exemplo, ainda as tinha em memória muitos meses mais tarde (ver figura 1).

2.6 Raciocínio

O raciocínio aparece, geralmente, definido como sendo a coordenação lógica de dois ou mais juízos com o fim de extrair ou demonstrar uma conclusão. A sua importância nas actividades mentais humanas justifica a sua importância na Inteligência Artificial e a impossibilidade de pensar o modelo do agente deixando de fora o raciocínio.

Descrevemos de seguida os tipos de raciocínio que são abordados neste trabalho.

- Modus ponens

O raciocínio modus ponens consiste num argumento dedutivo, com duas premissas, da forma:

$$\begin{array}{c} P \\ P \Rightarrow Q \\ \text{-----} \\ Q \end{array}$$

com o significado de que se "P é verdadeiro" e também "P implica Q é verdadeiro" então podemos concluir que "Q é verdadeiro".

Esta regra é o suporte do raciocínio para a frente, isto é, do encadeamento lógico dos dados (o que é conhecido) até ao objectivo a atingir (problemas a resolver).

Exemplo 2.1 (modus ponens):

Se admitirmos como verdadeira a afirmação "Se está a chover então o céu está cinzento" e "está a chover" então posso concluir que o céu está cinzento, pela utilização do raciocínio modus ponens. □

Exemplo 2.2 (modus ponens):

O raciocínio modus ponens pode aplicar-se também a expressões contendo variáveis. Por exemplo, consideremos o célebre argumento clássico: " todos os homens são mortais e Sócrates é um homem; então Sócrates é mortal". Esquemáticamente, podemos escrever

$$\begin{array}{c} \forall X(\text{homem}(X) \Rightarrow \text{mortal}(X)) \\ \text{homem}(\text{Sócrates}) \\ \text{-----} \\ \text{mortal}(\text{Sócrates}) \end{array}$$

•□

- Modus tollens

O raciocínio modus tollens é também um argumento dedutivo com duas premissas, mas agora com a seguinte forma:

$$\begin{array}{r} \neg Q \\ P \Rightarrow Q \\ \hline \neg P \end{array}$$

com o significado de que se "não Q é verdadeiro" (ou Q falso) e também "P implica Q é verdadeiro" então podemos concluir que "não P é verdadeiro".

Esta regra é o suporte do raciocínio para trás ou por absurdo, isto é, do encadeamento do objectivo a resolver para os dados conhecidos.

Exemplo 2.3 (modus tollens):

Se as afirmações "se hoje é domingo então vou ao cinema" e "hoje não vou ao cinema" são verdadeiras então posso concluir, por utilização do raciocínio modus tollens, que a afirmação "hoje não é domingo" é verdadeira. □

Exemplo 2.4 (modus tollens):

$$\begin{array}{r} -2 \text{ é não positivo} \\ \forall X(X \in \mathbb{N} \Rightarrow X \text{ é um número positivo}) \\ \hline -2 \in \mathbb{N} \end{array}$$

•□

- Introdução - OU

Este raciocínio consiste na obtenção de P ou Q através da demonstração de P ou através da demonstração de Q.

$$\begin{array}{c}
 P \\
 \text{-----} \\
 P \vee Q
 \end{array}$$

A aplicação desta regra pode conduzir a uma situação de explosão combinatória, que pode ser controlada pela inclusão de mais conhecimento.

- Raciocínio abductivo

O raciocínio abductivo baseia-se em duas premissas, das quais a mais importante é verdadeira e a outra apenas provável (falácia de afirmar o consequente), de acordo com o esquema:

$$\begin{array}{c}
 \textit{Se } Q \textit{ é verdadeira} \\
 \textit{Se } P \Rightarrow Q \textit{ é verdadeira} \\
 \text{-----} \\
 \textit{P é plausível}
 \end{array}$$

Exemplo 2.5 (raciocínio abductivo):

As afirmações "Se um número é natural então é inteiro" e "-2 é um número inteiro" são verdadeiras. Utilizando o raciocínio abductivo deduzimos que "-2 é um número natural" como aceitável. Neste caso, como sabemos a afirmação é falsa. □

- Raciocínio por analogia

O raciocínio por analogia consiste em inferir que uma propriedade conclusão, Q, se mantém numa situação particular ou num objecto T (o alvo), a partir do facto de T partilhar uma propriedade ou conjunto de propriedades, P, com uma outra situação ou objecto S (a fonte) que tem a propriedade Q. Esquemáticamente:

$$\begin{array}{c}
 P(S) \wedge Q(S) \\
 P(T) \\
 \text{-----} \\
 Q(T)
 \end{array}$$

A semelhança entre S e T, que é o conjunto de propriedades T, leva à projecção da conclusão Q, de S para T.

Exemplo 2.6 (raciocínio por analogia):

A conclusão de que a área de um trapézio é lado vezes lado pelo facto de a área do rectângulo ser também lado vezes lado e ambos os polígonos terem quatro lados é feita pelo uso do raciocínio por analogia. Esquemáticamente tem-se,

*O rectângulo é um polígono de quatro lados \wedge Área do rectângulo é lado \times lado
O trapézio é um polígono de quatro lados*

Área do trapézio é lado \times lado

Neste caso a conclusão obtida é falsa. \square

Exemplo 2.7 (raciocínio por analogia):

Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ e a sua inversa $A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ podemos

concluir, utilizando o raciocínio por analogia, que dada a

matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ a sua inversa é $B^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. Aqui as

propriedades comuns são a relação entre os dois elementos da matriz inicial, diferença de uma unidade e a sua posição na matriz e a conclusão consiste em dividir os elementos da diagonal principal pelo simétrico do elemento que aparece repetido e os da diagonal secundária por esse elemento.

Neste caso o raciocínio conduz a uma conclusão verdadeira. \square

3. MODELO DO AGENTE

3.1 Introdução

O modelo do agente tem por base a proposta desenvolvida em [Costa et al, 91]. As duas hipóteses de base para o modelo são:

H1: O ensino e a aprendizagem são casos particulares da interacção entre agentes racionais autónomos;

H2: Os agentes racionais podem ser modelados em termos de estados de crenças e de como eles mudam em consequência das interacções com o meio.

Por agente entende-se um módulo de programação, actuando com um determinado conjunto de dados. Referir-nos-emos a sociedade como o conjunto de todos os agentes presentes no ambiente, em determinado momento. Considera-se que um agente é racional se consegue escolher de entre um conjunto de acções aquelas que mais contribuem para a satisfação dos seus objectivos. Autónomo significa que o agente é um sistema aberto, não podendo o seu comportamento ser antecipado. Entende-se por crença uma frase da linguagem interna do agente.

Admitimos que a linguagem interna do agente é uma lógica de predicados de 1ª ordem. Na descrição do modelo utilizaremos os operadores $\&$ (conjunção), \rightarrow (implicação), \leftrightarrow (equivalência), \neg (negação) e uma constante, falso, da lógica de predicados de 1ª ordem. Supomos ainda que da linguagem do agente fazem parte algumas definições de cálculo algébrico e de conjuntos. Assim, por exemplo, durante a descrição do modelo, consideramos pre-definidos o corpo \mathbb{R} com as operações usuais de adição e multiplicação, a noção geral de conjunto e operações sobre conjuntos, a noção de quantificador universal (\forall) e existencial (\exists) num determinado conjunto conhecido e a noção de igualdade

(=). Admitimos ainda que a linguagem interna de um agente é a mesma para todos os agentes da sociedade.

Utilizaremos a expressão "crenças contraditórias" para designar duas crenças, de um conjunto, cuja conjunção é impossível, isto é, se designarmos essas crenças por p e q dizemos que p contradiz q se $p \wedge q = \text{falso}$.

3.2 O modelo

Cada agente é modelado em função do estado das suas crenças (as próprias do agente e as que ele tem sobre os outros agentes da sociedade). Essas crenças podem diferir das crenças que outros agentes têm sobre o mesmo agente e podem não ser uma representação fiel do agente em causa. O estado das crenças de um agente é dependente do tempo, isto é, as crenças de um agente num dado momento podem não ser as mesmas mais tarde. Esta alteração do estado das crenças de um agente ao longo do tempo resulta da interacção do agente com os outros agentes.

Definição 3.1 (estado das crenças):

O estado das crenças de um agente a é um 8-tuplo

$$m_a = (A, C \times S_c, \text{rel}, \text{cred}, D_a, \text{mem}, T_v, \text{mot})$$

(Nota: No modelo de base de que partimos $m_a = (A, C, \text{rel}, \text{cred}, D_a)$.)

Exemplo 3.1 (estado das crenças de um agente d):

Um agente, identificado como d , pode ter o seguinte estado das crenças, num dado momento:

$$m_d = (\{\text{próprio}, b, c\}, \{(alga, ev)\}, \{\text{rel}(\text{Crenca}) = (alga, ev)\}, \\ \{\text{cred}(c, alga) = 0, \text{cred}(b, alga) = 0.33\}, D_{\{\text{próprio}, b, c\}} = \{(B_{\text{próprio}}, <_{\text{próprio}}, \\ R_{\text{próprio}}), (B_b, <_b, R_b), (B_c, <_c, R_c)\}, \{\text{mem}(\text{Crenca}) = \text{permanente}\}, \\ 0:44:9, \{\text{mot}(alga, ev) = \text{muito_motivado}\}).$$

Neste caso podemos dizer que: 1) o agente d tem conhecimento da existência de três agentes na sociedade, ele próprio, o agente b e o agente c ; 2) as suas crenças estão organizadas apenas num contexto, o par $(alga, ev)$; 3) a

credibilidade que ele atribui no contexto $alga$ ao agente b é 0.33 e ao agente c 0, o que significa que desconhece qualquer crença do agente c neste contexto e que as crenças conhecidas sobre o agente b neste contexto são cerca de 30% do que conhece no contexto; 4) possui uma estrutura dedutiva para cada um dos agentes da sociedade; 5) todas as suas crenças estão no estado de memória permanente; 6) o seu tempo de vida é 44 segundos e 9 décimos de segundo; 7) e está muito motivado no contexto ($alga, ev$).

rel , mem e mot são três relações, aqui definidas de uma forma explícita apenas, para as crenças actuais do agente, por uma questão de simplicidade de notação. A definição destas relações existe não só para as crenças actuais, mas também para futuras crenças. Crença aparece com o significado de qualquer crença neste estado. □

A é o conjunto das identificações dos agentes conhecidos pelo agente a . Supõe-se que cada agente é identificado por um nome, que é uma constante da linguagem interna do agente. Os agentes diferentes devem ser identificados com constantes diferentes.

Exemplo 3.2 (identificação dos agentes):

No exemplo 3.1, $A = \{proprio, b, c\}$, com o significado de que o agente d , além de si próprio, tem conhecimento da existência de mais dois agentes na sociedade, um agente identificado como b e outro identificado como c . □

Assume-se que o conjunto das crenças de um agente está estruturado, isto é, as crenças, de algum modo relacionadas, são consideradas como pertencendo a um grupo a que se chama Contexto. O conjunto das identificações de todos os contextos é designado por C . As crenças de cada contexto estão ainda divididas em vários subgrupos denominados Subcontextos. O conjunto de Subcontextos é designado por Sc .

A relação que associa a cada crença um determinado par (Contexto, Subcontexto) é designada por rel .

Exemplo 3.3 (contexto das crenças do agente):

No exemplo 3.1, $C \times Sc = \{(alga, ev)\}$ e $rel: \{rel(Crenca) = (alga, ev)\}$, isto é, todas as crenças conhecidas pelo agente estão associadas com o par $(alga, ev)$. (Nota: AlGA é a abreviatura de Álgebra Linear e Geometria Analítica, disciplina do ensino superior em algumas Universidades e Institutos ; EV é a abreviatura de espaços vectoriais, um dos temas abordados nessa disciplina). □

Associada a cada par $(Contexto, Subcontexto)$ está a denominada motivação. A motivação é uma correspondência, designada por mot , definida esquematicamente na figura 1.

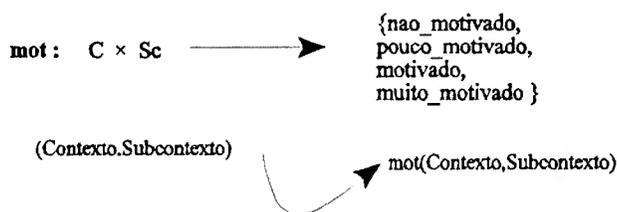


Figura 1: Relação que associa a cada par $(Contexto, Subcontexto)$ uma motivação.

O valor da motivação atribuída, pelo agente, a cada par $(Contexto, Subcontexto)$ depende de um conjunto de interesses do agente, de alguma forma ligados a esse par, através da estrutura de motivação do agente. A escolha dos valores `nao_motivado`, `pouco_motivado`, `motivado` e `muito_motivado` está relacionada com a definição daquilo a que se chama `estado_de_memoria`, havendo uma grande dependência da forma como o agente retém as suas crenças num ou noutro estado de memória em relação à motivação do agente.

Exemplo 3.4 (motivação):

No exemplo 3.1, $mot: \{mot(alga, ev) = muito_motivado\}$. □

Cada agente atribui aos outros agentes conhecidos, em cada contexto, uma credibilidade, isto é, uma medida da

"competência" do outro agente num dado contexto. A credibilidade é definida como uma correspondência entre o conjunto C , dos contextos, e o intervalo dos números reais $[0,1]$ (veja-se figura 2).

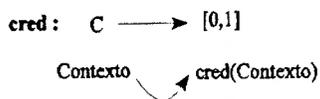


Figura 2: Relação credibilidade que a cada contexto associa um n° real do intervalo $[0,1]$.

A escolha da medida de credibilidade, como um número real no intervalo $[0,1]$, decorre da ideia de colocar alguma semelhança entre a noção de credibilidade e a noção de probabilidade. Assim, por exemplo, num dado momento, se um agente pretende ser esclarecido sobre uma dúvida, surgida num determinado contexto, ele verifica qual é, para si, na sociedade, o agente com maior credibilidade, nesse contexto, e por isso com mais possibilidades de esclarecer a dúvida. A credibilidade atribuída por um agente a a um agente b , no contexto C , é N_1/N . N é o número de crenças do agente c de que a está ciente possuir o maior número de crenças no contexto C . N_1 é o número de crenças do agente b nesse contexto.

Exemplo 3.5 (credibilidade):

No exemplo 3.1, $\text{cred}(b, \text{alga}) = 0.33$. \square

Definição 3.2 (estrutura dedutiva):

Uma estrutura dedutiva de um agente d , $D_d = (B_d, <_d, R_d)$, é um terno formado por um conjunto de crenças uma relação de ordem parcial e um conjunto de regras de dedução.

Exemplo 3.6 (estrutura dedutiva):

No exemplo 3.1, o estado de crenças do agente d inclui três estruturas dedutivas: $(B_{\text{proprio}}, <_{\text{proprio}}, R_{\text{proprio}})$ a estrutura dedutiva do próprio agente, $(B_b, <_b, R_b)$ a estrutura dedutiva do agente d para o agente b e $(B_c, <_c, R_c)$ a estrutura dedutiva do agente d para o agente c . \square



Em cada momento, um agente tem as suas próprias crenças e as crenças sobre os outros agentes da sociedade. Esse conjunto, que é o conjunto de crenças de base do agente, é designado por B_a , sendo a a identificação do agente a que as crenças dizem respeito, podendo ser um nome de um qualquer agente da sociedade ou próprio, no caso de serem as crenças do próprio agente.

Exemplo 3.7 (crenças de base):

No exemplo 3.6, podemos ter os seguintes conjuntos de crenças de base:

$$B_{\text{próprio}} = \{ \\ e = \{ (X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R} \}, \\ (+: (X_1, X_2, 0) + (Y_1, Y_2, 0) = (X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, 0), \forall (X_1, X_2, 0) \in e, \forall (Y_1, Y_2, 0) \in e), \\ \text{comutativa}(\oplus, V) \rightarrow (X \oplus Y = Y \oplus X, X \in V, Y \in V) \\ \neg(\text{comutativa}(+, e)), \\ \text{natural}(2), \\ \text{natural}(X) \Rightarrow \text{inteiro}(X) \\ \}$$

$$B_b = \{ \text{natural}(2), \text{natural}(X) \rightarrow \text{inteiro}(X) \}$$

$$B_c = \{ \}$$

Assim, podemos dizer que o agente d não tem qualquer crença sobre o agente c , mas está ciente de que o agente b tem conhecimento que o número 2 é natural e que todo o número natural é inteiro. Das crenças do agente, além destas duas, fazem parte a definição de um conjunto e , a definição da operação $+$ em e , a definição de comutatividade e a crença de que a operação $+$ não é comutativa em e . \square

Cada agente racional tem uma certa capacidade de raciocínio. Esta capacidade é-lhe dada por um conjunto de regras de inferência representado por R_a .

Uma vez que o conjunto B_a pode ser um conjunto contraditório, isto é, podem existir em B_a duas crenças contraditórias ou pode ser possível, utilizando o conjunto das regras de dedução, derivar crenças que transformem o conjunto das crenças do agente num conjunto contraditório (um agente não pode crer, simultaneamente, numa crença f e na sua contrária $\neg f$), existe a necessidade de uma relação de ordem parcial,

designada, durante o desenvolvimento do modelo, por $<_a$, entre as crenças de B_a .

(Nota: admite-se, em qualquer conjunto R_a , de uma forma implícita, uma regra de inferência denominada contradição, que obtém falso sempre que o agente tem conhecimento de duas crenças contraditórias, p e q , isto é, se $q = \neg p$, $p \& q = \text{falso}$.)

Exemplo 3.8 (relação de ordem):

Podemos ter, no caso do agente d , exemplo 3.6, $<_{\text{proprio}} = \{\text{comutativa}(Op, V) <_{\text{proprio}} \neg(\text{comutativa}(Op, V))\}$, com o significado de que o agente d prefere a crença do tipo $\text{comutativa}(Op, V)$ à sua contrária. \square

Definição 3.3 (contradição de uma crença com um conjunto):

Uma crença f diz-se contraditória com um conjunto, B , de crenças se é contraditória com pelo menos uma das crenças deste conjunto.

Definição 3.4 (subteoria preferida):

Diz-se que T é uma subteoria preferida de B_a se existe uma ordem total das fórmulas de B_a (f_1, f_2, \dots, f_n) respeitando $<_a$, tal que T é o fecho dedutivo de T_n onde:

- $T_0 = \{\}$
- Para $0 \leq i < n$, $T_{i+1} = T_i$ se f_{i+1} é contraditória com T_i , caso contrário $T_{i+1} = T_i \cup \{f_{i+1}\}$.

Exemplo 3.9 (subteoria preferida):

Consideremos a estrutura dedutiva do agente d ($B_{\text{proprio}}, <_{\text{proprio}}, R_{\text{proprio}}$), sendo B_{proprio} o conjunto definido no exemplo 3.7, $<_{\text{proprio}}$ a relação de ordem definida no exemplo anterior e $R_{\text{proprio}} = \{\text{modus-ponens}\}$. Descrevemos de seguida a construção da subteoria preferida de B_{proprio} , considerando os elementos deste conjunto pela ordem com que aparecem, uma vez que esta ordem respeita $<_{\text{proprio}}$ ($\neg \text{comutativa}(Op, V)$ aparece depois de $\text{comutativa}(Op, V)$).

Pela definição de subteoria preferida podemos escrever:

- $T_0 = \{\}$;

(Como a primeira crença, f_1 , do conjunto B_{proprio} , a definição do

conjunto e, não é contraditória com T_0 , uma vez que este é o vazio, tem-se $T_1=T_0 \cup \{f_1\}$)

$$- T_1 = \{e = \{(X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}\}\};$$

(A próxima crença, que é a definição da operação + em e, não é contraditória com T_1 , então $T_2=T_1 \cup \{f_2\}$)

$$- T_2 = \{e = \{(X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}\}, (+: (X_1, X_2, 0) + (Y_1, Y_2, 0) = (X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, 0), \forall (X_1, X_2, 0) \in e, \forall (Y_1, Y_2, 0) \in e)\};$$

(De forma semelhante, $T_3=T_2 \cup \{f_3\}$)

$$- T_3 = \{e = \{(X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}\}, (+: (X_1, X_2, 0) + (Y_1, Y_2, 0) = (X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, 0), \forall (X_1, X_2, 0) \in e, \forall (Y_1, Y_2, 0) \in e), \text{comutativa}(\oplus, V) \rightarrow (X \oplus Y = Y \oplus X, X \in V, Y \in V)\};$$

(Agora a crença \neg comutativa(+,e) é contraditória com a definição de comutatividade, uma vez que a sua existência em T_3 implica a crença comutativa(+,e). Então, $T_4=T_3$)

$$- T_4 = T_3$$

(A próxima crença, natural(2), não contradiz o conjunto T_4 , assim $T_5=T_4 \cup \{f_5\}$)

$$- T_5 = \{e = \{(X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}\}, (+: (X_1, X_2, 0) + (Y_1, Y_2, 0) = (X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, 0), \forall (X_1, X_2, 0) \in e, \forall (Y_1, Y_2, 0) \in e), \text{comutativa}(\oplus, V) \rightarrow (X \oplus Y = Y \oplus X, X \in V, Y \in V), \text{natural}(2)\};$$

(Finalmente $T_6=T_5 \cup \{f_6\}$, já que a crença f_6 que diz que todo o número natural é inteiro não contradiz o conjunto T_5)

$$- T_6 = \{e = \{(X, Y, 0) : X \in \mathbb{R}, Y \in \mathbb{R}\}, (+: (X_1, X_2, 0) + (Y_1, Y_2, 0) = (X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, 0), \forall (X_1, X_2, 0) \in e, \forall (Y_1, Y_2, 0) \in e), \text{comutativa}(\oplus, V) \rightarrow (X \oplus Y = Y \oplus X, X \in V, Y \in V), \text{natural}(2), \text{natural}(X) \Rightarrow \text{inteiro}(X)\};$$

Agora, a subteoria preferida, T , é o fecho dedutivo de T_6 , ou seja, $T = T_6 \cup \{\text{comutativa}(+, e), \text{inteiro}(2)\}$.

As crenças comutativa(+,e) e inteiro(2) foram deduzidas utilizando a regra de inferência modus ponens e o conjunto de crenças T_6 . □

Cada agente tem um determinado tempo de vida, T_v , que é o tempo de vida útil, isto é, a soma dos tempos reais utilizados pelo agente para raciocinar, na interação com os outros agentes da sociedade e para organizar o seu conhecimento. Como o processo de comunicação não é simultâneo, quando dois agentes comunicam, o tempo da emissão da mensagem é adicionado ao tempo de vida do emissor e o tempo de recepção

é adicionado ao tempo de vida do receptor.

Admite-se que o conjunto de crenças de um agente não é um conjunto fixo, mas pode variar com o tempo de vida e em função de certos interesses do agente. A cada uma das crenças do agente está associado um estado de memória, mem (veja-se figura 3), que a cada crença faz corresponder um dos elementos do conjunto {permanente, transitorio, momentaneo, pardo, escuro, irrecuperavel}. As crenças nos três estados momentaneo, transitorio e permanente correspondem às crenças do agente "em memória", de que ele "tem consciência" e poderá pensar-se em alguma semelhança com as três partes da memória humana referidas no capítulo 2. Ao esquecimento, aqui considerado como memória negativa, fazemos corresponder os estados pardo, escuro e irrecuperavel. Embora não se tenha encontrado nenhuma referência teórica à divisão do esquecimento em três partes, como muito do que existe no homem acontece de uma forma simétrica admitimos que isso também acontece aqui.

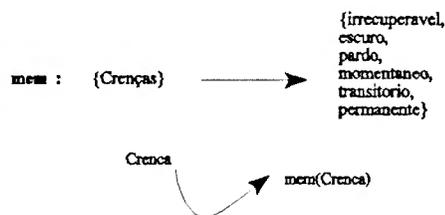


Figura 3: Relação mem: a cada crença está associado um estado de memória.

3.3 Motivação e Interesses

A introdução da denominada motivação na estrutura do agente justifica-se pela sua importância em qualquer processo de ensino-aprendizagem. A motivação a que tentamos dar forma é aquela que leva o aluno a fazer um esforço no sentido de obter uma aprendizagem com sucesso.

A motivação do agente é uma estrutura representada pelo 4-tuplo $(M_a, I_a, <_a, R_a)$, onde M_a designa o conjunto dos motivos de

base do agente a , I_a o conjunto dos interesses de a , $<_a$ uma relação de ordem parcial entre os motivos de base e R_a um conjunto de regras de dedução.

Exemplo 3.10 (estrutura de motivação):

Suponhamos que o agente b , do exemplo 3.1, tem um grande interesse por tudo o que está ligado à electricidade. Assim, podemos considerar, entre outros, como interesses do agente os apresentados no conjunto seguinte:

```
Iproprio={
    electricidade,
    circuitos_electricos,
    paineis
}
```

Suponhamos ainda que ele sabe que um engenheiro electrotécnico é uma pessoa que entende de electricidade, de circuitos eléctricos e de painéis. Além disso, ele sabe que um engenheiro electrotécnico precisa de fazer o curso e o curso, neste caso, é formado por duas disciplinas alga e electricidade. A tradução deste conhecimento é feita nos motivos de base, da seguinte forma:

```
Mproprio = {
    agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X) → circuitos_electricos(X),
    agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X) → electricidade(X),
    agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X) → paineis(X),
    agente(X) & curso(engenharia_electrotecnica,X) →
    engenheiro_electrotecnico(X),
    agente(X) & disciplina(alga,X) & disciplina(electricidade,X) →
    curso(engenharia_electrotecnica,X)
}
```

Consideremos ainda $<_{proprio} = \{\}$ e $R_{proprio} = \{\text{modus_ponens}\}$. □

Como acontecia no conjunto das crenças de base do agente, também aqui o terno $(M_a, <_a, R_a)$ forma uma estrutura dedutiva, permitindo que o agente, em cada momento, tenha a subteoria preferida dos motivos. O conjunto dos motivos é agora considerado um conjunto de crenças gerais, acima de qualquer contexto e como tal presente na interacção do agente com outros.

Exemplo 3.11 (subteoria preferida):

Para a estrutura dedutiva $(M_{\text{proprio}}, <_{\text{proprio}}, R_{\text{proprio}})$ considerada no exemplo anterior a subteoria preferida é $T=M_{\text{proprio}} \cdot \square$

Consideramos que cada agente tem um conjunto de interesses de raiz, isto é, desde que passou a fazer parte da sociedade. O conjunto desses interesses consideram-se como se pertencessem ao topo de uma pirâmide. Com base nestes interesses e utilizando a sua estrutura dedutiva para os motivos, o agente decompõe os interesses de topo em sub-interesses que serão colocados num segundo nível da pirâmide. O processo continua até esgotar as possibilidades que lhe são dadas pela sua estrutura dedutiva. O processo de dedução dos interesses é um processo de simulação da construção da subteoria preferida dos motivos de um conjunto M'_a . O conjunto resulta de M_a substituindo cada regra pela resultante da troca do antecedente com o conseqüente, e vice-versa, reunido com o conjunto {agente(proprio)} e com o conjunto dos termos resultantes dos interesses pela junção do argumento proprio.

(Nota: A forma como se apresenta aqui a noção de interesse não se baseia em qualquer resultado teórico, mas é feito de uma forma intuitiva.)

Exemplo 3.12 (construção da pirâmide de interesses):

Consideremos a estrutura dedutiva $(M_{\text{proprio}}, <_{\text{proprio}}, R_{\text{proprio}})$, definida no exemplo 3.10. Então de acordo com o que foi dito temos o conjunto

$M'_{\text{proprio}} = \{$

agente(proprio),
 electricidade(proprio),
 circuitos_electricos(proprio),
 paineis(proprio))

∪

{circuitos_electricos(X) → agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X),
 electricidade(X) → agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X),
 paineis(X) → agente(X) & engenheiro_electrotecnico(X),
 engenheiro_electrotecnico(X) → agente(X) & curso(engenharia_electrotecnica,X)),

```

curso(engenharia_electrotecnica,X)) → agente(X) & disciplina(alga, X) &
disciplina(electricidade,X)
}

```

```

T = M'_{proprio} ∪ {
    engenheiro_electrotecnico(proprio),
    curso(engenheiro_electrotecnico, proprio),
    disciplina(alga, proprio),
    disciplina(electricidade, proprio)
}

```

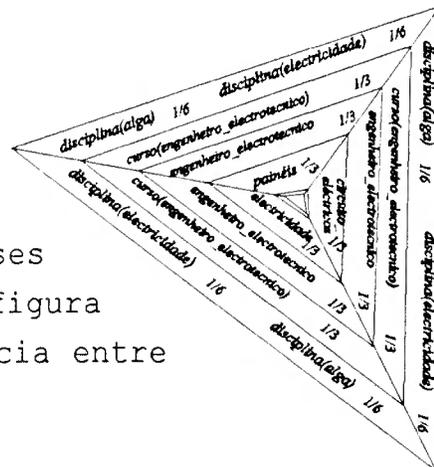
Assim o conjunto de interesses passa a ser o conjunto:

```

I'_{proprio} = {
    electricidade,
    circuitos_electricos,
    paineis,
    engenheiro_electrotecnico,
    curso(engenheiro_electrotecnico),
    disciplina(alga),
    disciplina(electricidade)
}

```

Figura 4: Pirâmide de interesses do agente b. de



Este conjunto de interesses pode ser colocado no esquema da figura ao lado, evidenciando a dependência entre os vários interesses. □

A motivação de cada par (Contexto, Subcontexto) (mot(Contexto, Subcontexto)) tem o valor muito_motivado se existem crenças de base neste par de contextos ou é calculada a partir da proporção de interesses desse contexto. A proporção de interesses é calculada considerando todos os interesses de topo com o mesmo valor. Cada uma destas proporções é distribuída equitativamente pelos interesses dependentes no nível inferior.

Exemplo 3.13 (medida de interesse):

No exemplo anterior existem três interesses de raiz. A cada um é atribuída a medida abstracta $1/3$, que corresponde à divisão equitativa da unidade pelos três interesses. No 2º nível apenas existe um interesse dependente, a medida atribuída no 1º nível mantém-se para cada um dos dependentes. No 4º nível existem dois interesses dependentes de cada interesse do nível superior, com medida $1/3$, daí a atribuição a cada um destes da medida $1/6$. □

O valor atribuído a $\text{mot}(\text{Contexto}, \text{Subcontexto})$, em função da proporção de interesses, é o seguinte:

- muito_motivado se a proporção de interesses nesse par de contextos é maior ou igual que 0.75;
- motivado se a proporção de interesses nesse par de contextos é maior ou igual que 0.25 e menor que 0.75;
- pouco_motivado se a proporção de interesses nesse par de contextos é maior que 0 e menor que 0.25;
- nao_motivado se a proporção de interesses nesse par de contextos é igual a 0.

A noção de interesse aqui introduzida tem alguma semelhança com a noção de intenção utilizada em [Gaspar,94], podendo mesmo aquela evoluir para a noção de intenção, com a introdução, no modelo do agente, de um submodelo de acções e de uma estrutura de objectivos. Nesse caso faz também sentido a existência de planos. Por exemplo, supondo que o agente b da figura 4 tem a intenção de vir a saber de electricidade, poderíamos dizer que o plano correspondente está descrito nos subníveis do lado da pirâmide correspondente a esta intenção. Assim, supondo que nos 2º, 3º e 4º níveis da pirâmide tenhamos objectivos, um plano para saber electricidade seria fazer as disciplinas de electricidade e de alga. Fazer estas duas disciplinas implicaria ter o curso de engenheiro electrotécnico, por sua vez implicaria ser engenheiro electrotécnico que, finalmente, implicaria saber electricidade. Ao passarmos para a noção de intenção, este tipo de pirâmide poderia existir em outros contextos, para além do geral que corresponde à motivação.

3.4 Memória

A memória é um dos aspectos que fazem parte do modelo do agente. A forma simples como está aqui apresentada, pela correspondência mem (veja-se a figura 3), está longe da complexidade que é a da memória humana, no entanto, a sua importância no processo de ensino-aprendizagem justifica a sua introdução no modelo do agente. Quando pensamos na memória do agente, pensamos na simulação de alguns aspectos importantes relacionados com os alunos no sentido de uma resolução de questões relativas à aprendizagem. Porque é que alguns assuntos são retidos tão facilmente pelos alunos, enquanto para outros é preciso um grande esforço? Como é que o aluno guarda e organiza a informação que recebe? Poderá o professor ajudar nesta organização? Como é que ele acede e como é possível orientá-lo na utilização dessa informação? Estas são algumas das muitas questões cuja solução pode contribuir para uma melhor aprendizagem do aluno.

Consideramos, na elaboração do modelo, que a retenção em memória de uma crença varia com o tempo e a motivação do contexto em que se insere a crença, e que o esquecimento de uma crença se faz de uma forma gradual. Consideramos, ainda, que a memória é uma espécie de cadeia de armazéns e que cada crença está guardada num destes armazéns. Assim, a cada crença é atribuído o denominado estado de memória, representando a posição da crença na cadeia de armazéns (veja-se figura 5).

Foram considerados 6 estados de memória: permanente, transitório, momentâneo, pardo, escuro e irrecuperável. Podemos dizer que os três primeiros estados são os positivos e os outros os negativos, com o significado de que são as crenças nos três primeiros estados que são utilizadas pelo agente no raciocínio e interação com outros agentes. As crenças no estado pardo e escuro estão camufladas e as do estado

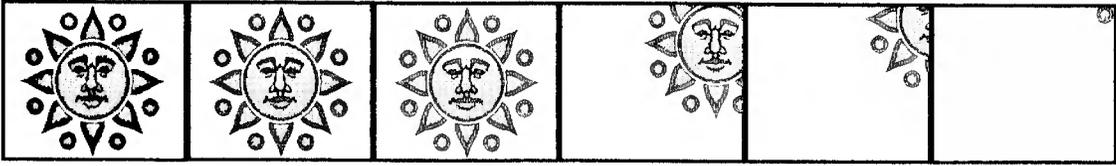


Figura 5: Cada crença do agente pertence a um dos seis estados de memória considerados. Nos estados positivos as crenças estão visíveis, enquanto nos negativos tendem a ser eliminadas.

irrecuperável são eliminadas. Uma crença no estado permanente não é afectada pelo esquecimento, isto é, o seu estado não é alterado. Cada crença desce de estado, excepto se está no estado permanente, depois de um certo tempo (fixo), calculado como a diferença entre o tempo de vida, actual, do agente e o tempo de vida deste no momento em que teve conhecimento da crença. A subida de estado depende da revisão de crenças e motivação do agente no contexto a que a crença pertence. Essa revisão resulta da interacção com os outros agentes e está ligada a uma função de assimilação (veja-se os parágrafos 3.5 e 3.6). Pode acontecer que, como resultado desta revisão de crenças, a motivação de um agente num determinado par (Contexto, Subcontexto) passe a ser muito_motivado, resultando, nesse caso, a passagem de todas as crenças deste (Contexto, Subcontexto) ao estado de memória permanente. A utilização de um (Contexto, Subcontexto) na interacção resulta sempre numa actualização da data de assimilação de cada uma das crenças associadas a este par (Contexto, Subcontexto), como se a assimilação se fizesse naquele momento.

3.5 Comunicação com outros agentes

Os agentes comunicam entre si por um mecanismo de passagem de mensagens. Esta é a única forma que um agente tem de aceder ao conhecimento de outro agente.

Uma mensagem é enviada por um agente, denominado emissor, para outro agente, denominado receptor. O receptor pode ser

apenas um agente particular, neste caso diz-se que a mensagem tem um âmbito privado, ou toda a sociedade, dizendo-se então que a mensagem tem um âmbito público. Uma mensagem privada é acedida apenas pelo agente receptor, enquanto que uma pública pode ser acedida por um qualquer agente da sociedade.

O tipo de mensagens que os agentes podem trocar entre si são:

- mensagem de apresentação, enviada por um agente a apresentar-se a toda a sociedade ou apenas a outro agente, ou enviada por um agente a dar conhecimento da existência de outro agente na sociedade.

- mensagem de pedido, que serve para colocar uma questão ou fazer um pedido de explicação, sobre a forma como outro agente obteve uma determinada crença. A questão colocada pode ser a indagação da presença ou não de uma crença no estado de crenças do agente interrogado ou pode ser o pedido do preenchimento do resto de uma crença (uma instância) desconhecida do emissor, mas cujo conhecimento era importante, por exemplo, para a dedução de outra crença.

- mensagem de resposta, enviada como resposta a uma mensagem de pedido.

- mensagem de informação, enviada para comunicar informação do estado de crenças do emissor. As mensagens deste tipo são utilizadas, por exemplo, pelo agente professor quando pretende que os agentes alunos fiquem a conhecer determinado conteúdo.

Uma mensagem é uma estrutura com seis componentes: o âmbito da mensagem, o tipo de mensagem, o nome do agente emissor, o nome do agente receptor, o conteúdo da mensagem e a hora de envio da mensagem. O tipo de estrutura para cada mensagem é:

mensagem(Âmbito, Tipo, Emissor, Receptor, Conteúdo, Hora)

A forma como a mensagem é interpretada depende do âmbito, do tipo, do emissor e do conteúdo da mesma.

Exemplo 3.15 (mensagem):

Apresentamos de seguida alguns exemplos de mensagens possíveis entre os agentes da sociedade considerada no exemplo 3.1:

i. A apresentação do agente d ao agente b é feita pelo envio da mensagem:

```
mensagem(publica, apresentacao, d, b, apresenta(d) ,  
t([1994,10,22], [19,59,6])).
```

ii. O agente d informa o agente c de que a adição, +, é comutativa no conjunto e, de uma forma pública, através da mensagem:

```
mensagem(publica, informacao, d, c, comutativa(+,e),  
t([1994,10,22], [19,59,7])).
```

iii. O agente b pergunta ao agente d se ele tem conhecimento de que 2 é um número natural, de uma forma privada, enviando a mensagem:

```
mensagem(privada, pedido, b, d, natural(2), t([1994,10,  
22], [19,59,8])).
```

iv. Como o agente d conhece que o número 2 é natural, então a sua resposta à mensagem iii. é a mensagem:

```
mensagem(privada, resposta, b, d, natural(2), t([1994,10,22],  
[19,59,8]))
```

(Nota: embora neste exemplo não esteja considerada a identificação do pedido, na realização do modelo isso deverá ser feito por forma a que, no caso de vários pedidos, se possa fazer a associação do pedido com a resposta respectiva.) □

3.6 Evolução no estado de crenças do agente

A evolução de um agente, isto é a mudança no seu estado das crenças, é dependente das mensagens que recebe. Esta evolução é determinada por uma função denominada de assimilação

que aplica um modelo global do agente, isto é, uma caracterização do seu estado de crenças, e uma mensagem num novo modelo, para o qual o agente transita por assimilação dessa mensagem.

Designando por M o conjunto de todos os modelos globais do agente e Mens o conjunto de todas as mensagens, podemos escrever, esquematicamente:

$$\text{assimilação: } M \times \text{Mens} \longrightarrow M$$

Esta função não se justifica por princípios puramente lógicos, mas aparecem na sua definição também princípios considerados "razoáveis", relativamente à sociedade de agentes que se pretende modelar. Os princípios considerados foram os seguintes:

Princípio 1: Sinceridade do agente Emissor

Se um agente num dado momento envia uma mensagem de informação, ou mensagem de resposta positiva ao pedido de uma crença, então essa crença pertence à subteoria preferida do agente emissor. Não se exige aqui que as crenças envolvidas nos pedidos pertençam à subteoria preferida do agente, isto é, o facto de um agente fazer um pedido a outro não significa que o agente tenha uma resposta positiva para esse pedido. A crença do pedido pode ser uma hipótese levantada pelo agente.

Princípio 2: Confiança do agente Receptor

Se um agente num dado momento recebe uma mensagem de informação, ou mensagem de resposta positiva envolvendo uma crença, então essa crença pertence à subteoria preferida do agente emissor.

Princípio 3: Credulidade do agente Receptor

Se um agente num dado momento recebe uma mensagem de informação, ou uma mensagem de resposta positiva envolvendo uma crença, então essa crença passa a pertencer à nova subteoria preferida desde que não entre em contradição com nenhuma das existentes num dado contexto.

Princípio 4: Resposta a um pedido

Uma mensagem de pedido dirigida a um agente particular é seguida de uma mensagem de resposta por parte deste. Se a mensagem for dirigida a toda a sociedade a resposta depende do agente.

A forma de reagir a mensagens que contradizem as crenças actuais de um agente é diferente consoante o tipo de agente considerado. Quando num dado contexto duas crenças são contraditórias, apenas uma delas deverá ser incluída na subteoria preferida do agente. No caso da inexistência de uma relação de ordem entre as duas crenças, a decisão, para incluir uma ou outra, depende do tipo de assimilação associado ao contexto a que a crença pertence e está de acordo com o seguinte:

- Agente arrogante

Um agente com o tipo de assimilação, denominado arrogante, escolhe a crença "mais antiga", isto é, aquela que deu entrada em 1º lugar na sua base de conhecimento.

- Agente tímido

Um agente com o tipo de assimilação, denominado tímido, escolhe a crença a que corresponde maior credibilidade "do seu ponto de vista", isto é, o agente obtém a soma das credibilidades, associada ao respectivo contexto, dos agentes que sabe conhecerem a crença, e opta pela crença que tiver a maior soma de credibilidades.

- Agente preguiçoso

Um agente com o tipo de assimilação, denominado preguiçoso, opta pela crença "mais nova", isto é, pela crença a que corresponde a data mais recente.

- Agente distraído

Um agente com o tipo de assimilação, denominado distraído, toma uma decisão como no caso do agente preguiçoso;

- Agente teimoso

Um agente com o tipo de assimilação, denominado teimoso, toma uma decisão como no caso do agente arrogante;

- Agente teórico

Um agente com o tipo de assimilação, denominado teórico, escolhe a regra, no caso de uma das crenças ser uma regra e a outra um facto ou a mais antiga, no caso de se tratar de duas regras ou dois factos.

Além da forma de reagir interna, cada agente pode reagir de uma forma diferente para o exterior. Essa reacção traduz-se pelo envio de mensagens. Além das respostas aos pedidos que estão de acordo com o princípio 4, um agente pode também reagir com um pedido, dependente do tipo de agente. Um agente preguiçoso não faz perguntas, isto é, não envia mensagens de pedido. O agente tímido envia uma mensagem particular de pedido, para cada um dos agentes que desconhece possuírem ou não a crença contraditória eliminada, no sentido de ter acesso à credibilidade total para a referida crença. Todos os restantes agentes enviam uma mensagem de pedido do tipo explica, para o agente emissor da crença ou para o professor no caso de uma crença de base, sempre que uma crença X é rejeitada por entrar em contradição com outra. O agente teórico utiliza o método indutivo na tentativa de descobrir regras, averiguando de seguida, junto do agente professor, se essa regra é conhecida. O agente teimoso envia uma mensagem de pedido, para o agente emissor, confirmando a validade das crenças geradas.

3.7 Diferentes cenários de aprendizagem

Os cenários aqui considerados enquadram-se no 2º cenário proposto por [Costa et al, 91] "one-to-many tutoring". Designaremos o agente com a função de ensinar por professor e os restantes agentes por alunos.

Para que uma "aula" se possa realizar é preciso que o utilizador defina os objectivos dessa aula. Os objectivos podem ser introduzidos como um tema geral ou como metas particulares que cada um dos alunos terá de conseguir realizar, conhecer factos e resolver exercícios.

Em presença dos objectivos qualquer tipo de agente professor começa por fazer um plano da aula, isto é, a recolha de todas as crenças, de forma ordenada por Contexto e Subcontexto, relacionadas com os objectivos, introduzidos pelo utilizador.

Os diferentes cenários que foram criados dependem da forma como o agente professor exerce o seu papel de líder. Neste modelo de sociedade é dada ao professor a possibilidade de ter o controlo do diálogo. Embora não tenha acesso às mensagens privadas que ocorrem entre outros agentes, o professor pode interferir, por forma a interromper diálogos ou manifestações dos alunos, através do uso de mensagens especiais. Deste modo, dependendo do tipo do agente professor, são quatro os cenários de comunicação entre os agentes, numa situação de ensino-aprendizagem, aqui considerados.

3.7.1 Comunicação unilateral

Este tipo de comunicação representa a educação tradicional, vertical ou "bancária", como se indica na figura 6. O professor é um líder autoritário, tem um controlo completo de tudo o que se passa na aula, não admite questões sobre qualquer assunto interno ou externo à aula, recorre unicamente à técnica expositiva para cumprir os objectivos. O aluno tem um papel meramente passivo, só interfere na aula para responder

a perguntas do professor.

O agente professor será neste cenário designado por professor autoritário. Este professor recorre a mensagens de informação, para transmitir todas as crenças conhecidas sobre os objectivos. Esta transmissão de conhecimento é feita de forma ordenada. Assim, para cada par (Contexto, Subcontexto) transmite todo o conhecimento, que está ciente o aluno não conhecer, relativo a este par. O conjunto dos alunos é tratado como se fosse um conjunto unitário. Deste modo, o professor regista cada uma das crenças transmitidas como pertencentes a qualquer agente da sociedade, e quando averigua do conhecimento da crença fá-lo apenas para um dos agentes.

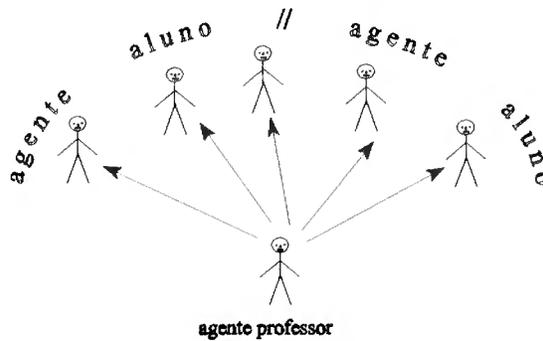


Figura 6: Comunicação unilateral do professor para o aluno.

3.7.2 Comunicação bilateral

Este padrão de comunicação representa um começo de diálogo onde o desnível professor-aluno é diminuído, embora não eliminado. O diálogo aluno-aluno não é permitido.

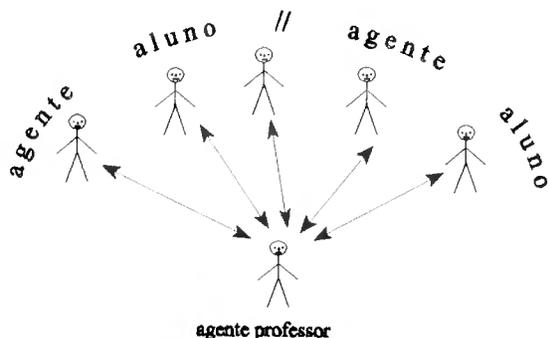


Figura 7: Comunicação bilateral do professor com os alunos.

Neste cenário o professor é designado por professor semi-autoritário. Embora continue a utilizar a técnica expositiva, como no caso do professor autoritário, o professor semi-autoritário dá a oportunidade ao aluno (como mostra a figura 7) , depois de transmitir todas as crenças sobre cada par (Contexto, Subcontexto), para intervir colocando questões ou fazendo algum comentário. Este professor tem uma intervenção imediata, sempre que se justifique, no sentido de evitar diálogos entre alunos.

3.7.3 Comunicação multilateral coordenada

Nesta situação os alunos participam e problematizam. O professor tem a função, importante, de direccionar o diálogo no sentido dos objectivos propostos. Aos alunos é permitida uma intervenção de acordo com os objectivos da aula (veja-se figura 8).

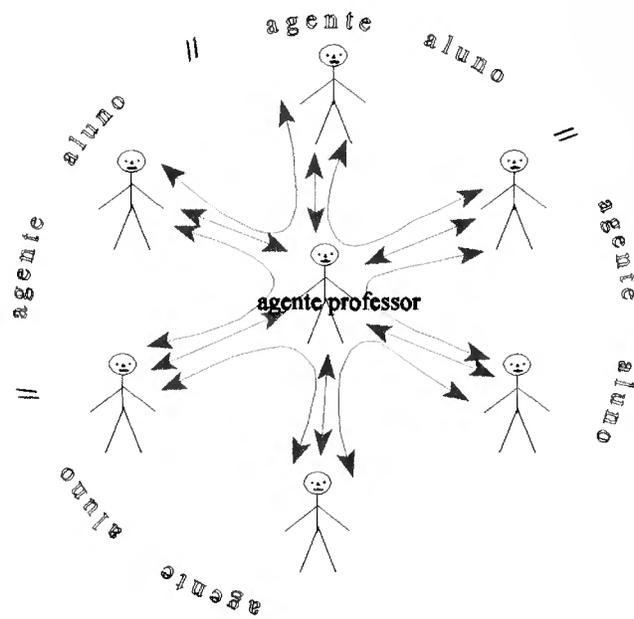


Figura 8: Comunicação multilateral entre o professor e os alunos, passando toda a comunicação pelo controlo do professor.

O professor é aqui designado por professor dialogante. O ambiente de ensino-aprendizagem neste cenário é uma tentativa de construção da técnica de ensino denominada técnica de diálogo. O professor dialogante antes de transmitir qualquer tipo de conhecimento, começa por averiguar se os alunos já possuem alguma crença sobre os objectivos que se pretendem atingir. Em caso afirmativo o professor começa por fazer intervir os alunos de forma a transmitir todas as crenças sobre esse assunto, completando ou corrigindo com outro tipo de informação. Caso os alunos não tenham qualquer conhecimento sobre o assunto a ser tratado o professor começa por transmitir as crenças de base do (contexto, sub-contexto). Em seguida, o professor averigua do conhecimento, por parte dos alunos, isto é, das crenças geradas. Caso não consiga levar o aluno a obter as crenças geradas acaba por transmiti-las também. O aluno pode intervir em qualquer momento deste processo dentro dos objectivos da aula. O professor intervém sempre que qualquer diálogo se afaste dos objectivos.

3.7.4 Comunicação multilateral

Neste cenário, esquematizado na figura 9, o professor situa-se ao mesmo nível que os alunos, sendo incapaz de exercer um papel de líder, passando esse papel muitas vezes para um aluno. O tema da aula é muitas vezes desviado dos objectivos da aula.

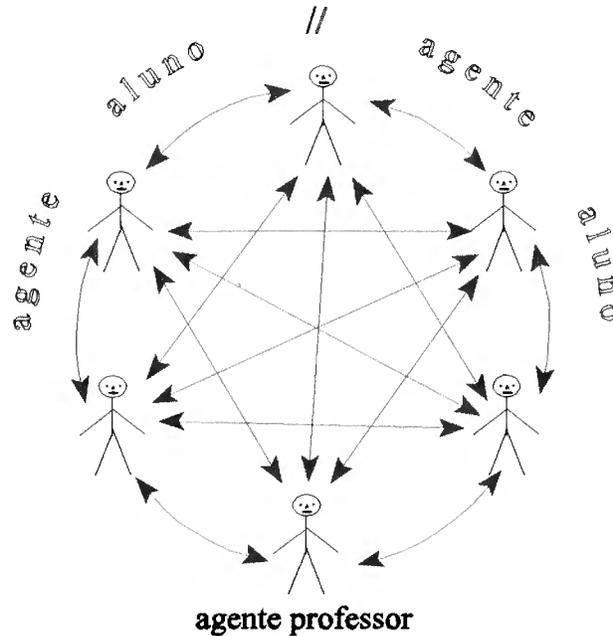


Figura 9: Comunicação multilateral entre os alunos e o professor. O professor situa-se ao nível do aluno e é incapaz de controlar toda a comunicação.

O professor é aqui designado por professor permissivo, o qual é incapaz de actuar quando o diálogo se afasta dos objectivos da aula.

4. ARQUITECTURA E CONSTRUÇÃO DO SIMULADOR

4.1 Introdução

O simulador de uma sociedade de agentes é um programa escrito em linguagem Prolog, utilizando o interpretador e compilador Arity/Prolog, versão 6.00.91.

A estrutura do programa é constituída por quatro módulos fundamentais: o módulo do agente, o módulo do professor, o módulo de comunicação e uma interface com o utilizador. Existe ainda um módulo, denominado módulo de conhecimento, constituído por alguns predicados, de algum modo ligados à Matemática, que podem ser utilizados pelos agentes quando necessário.

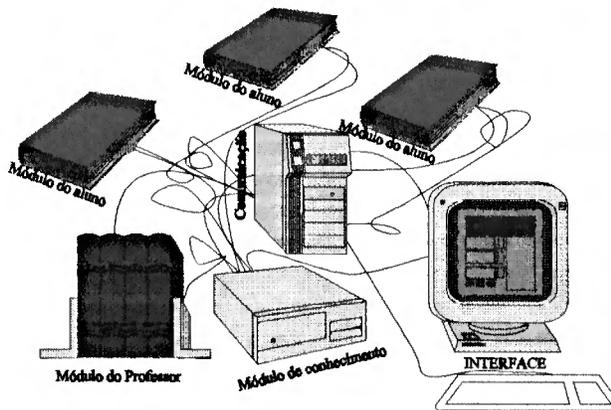


Figura 1: Esquema da estrutura do simulador.

A descrição de cada um destes módulos é feita de seguida.

4.2 Módulo do agente

O módulo do agente está estruturado em três partes principais: base de conhecimento, interpretação e reacção a mensagens, e raciocínio.

4.2.1 Base de Conhecimento

A base de conhecimento é o local onde o agente guarda o seu conhecimento. Recorreu-se à noção de universo, utilizada no Arity/Prolog. Entende-se por universo toda a divisão lógica do espaço de memória que é utilizado pelo programa, durante o seu funcionamento, para guardar dados. O programa apenas pode utilizar um universo de dados de cada vez, isto é, para reaver dados de um universo diferente do actual, terá que proceder à mudança do universo de dados actual para esse universo e só depois disso poderá ter acesso a esses dados.

No universo de cada agente são guardadas as suas características, as suas crenças, a sua motivação, as mensagens trocadas com outros agentes e todas as anotações necessárias durante o processo de raciocínio ou durante a comunicação.

Das características do agente fazem parte a sua identificação, o seu tempo de vida, a lista de identificações para os raciocínios, a lista de contextos conhecidos, o tipo de assimilação por contexto, a lista de agentes conhecidos, a lista de contextos de cada um dos outros agentes que ele está ciente conhecerem, a credibilidade de cada agente por contexto.

A identificação do agente e de cada raciocínio, o contexto de cada crença são constantes da linguagem Prolog. O tempo de vida do agente é uma estrutura do tipo `t_vida(Minutos, Segundos, Decimos_segundo)`.

As crenças dos agentes são guardadas no seu universo através de uma estrutura do tipo

`c(Car, Crenca)`

onde, Crenca representa uma crença do agente e Car representa as características dessa crença.

O argumento Car é uma estrutura do tipo

```
car(Contexto, Sub_contexto, Tempo_de_vida, Estado_crenca, Just)
```

Designa-se por estado da crença a sua posição no conhecimento do agente. Esta posição tem dois pontos de vista diferentes. Por um lado, uma crença pode pertencer à subteoria preferida ou não. Recorde-se que uma crença não pertence à subteoria preferida quando é contraditória com outra e aquela é preterida. A outra posição diz respeito à disponibilidade da crença, em termos do que foi designado por memória. Estado_crenca tem uma estrutura do tipo est(St,Mem). St pode ter os valores -1, se não pertence e 1 se pertence à subteoria preferida. Mem pode tomar os valores permanente, transitorio, momentaneo, pardo, escuro e irrecuperavel.

O argumento Crenca pode ser um facto, uma regra, um exemplo ou a relação de ordem entre duas crenças.

Designa-se por facto qualquer estrutura instanciada da linguagem Prolog.

Exemplo 4.1 (noção de facto):

vector(a,2,3) é um facto representando um vector de \mathbb{R}^2 , cujo primeiro argumento é a identificação do vector e os dois últimos as suas coordenadas. □

Exemplo 4.2 (noção de facto):

comutativa(adicao,e) é um facto com o significado de que a operação designada por adicao é uma operação comutativa num conjunto designado por e. □

A regra é uma fórmula lógica, que permite derivar factos através de outros factos e de regras de dedução. A escolha das estruturas para as regras tem em vista a aplicação deste modelo de sociedade à aprendizagem nas áreas da Matemática. Assim, são duas as estruturas consideradas:



e

definicao (Str, Conceito, Definicao).

Os argumentos destes predicados têm a seguinte definição:

Str - string, da linguagem Prolog, por exemplo a identificação do teorema, ou o enunciado do teorema na linguagem do utilizador. Str serve como identificador da regra e, como tal, o seu conteúdo deve ser diferente para regras diferentes.

Se - é substituído por se, se o teorema representa apenas uma implicação, $Z \Rightarrow W$, ou por sse, se o teorema representa uma equivalência, $Z \Leftrightarrow W$.

Cab é uma estrutura com functor cab, em que os argumentos formam uma conjunção de condições que são a condição suficiente, no caso da implicação, ou, no caso da equivalência, condição necessária e suficiente, para que se realize a conjunção dos argumentos, em Corp. Passaremos a designar a condição suficiente apenas por cabeça do teorema ou da definição.

Corp é uma estrutura com functor corp, em que a conjunção dos seus argumentos é condição necessária, no caso da implicação ou necessária e suficiente, no caso da equivalência, para que se verifique a conjunção dos argumentos de Cab. Passaremos a designar a condição necessária por corpo da regra.

Conceito é substituído por uma estrutura, representando o conceito definido, que é a cabeça da definição.

Definicao é uma estrutura com functor def em que os argumentos representam uma conjunção de condições que define Conceito e é o corpo da definição.

Exemplo 4.3 (noção de regra - definição):

A definição de operação, Op, comutativa num dado conjunto, V, pode ser escrita, na linguagem interna do agente, do seguinte modo:

```
definicao($propriedade comutativa$,
```

```

comutativa(Op,V),
def(operacao(Op,V),
    conjunto(V),
    qualquer(X,V),
    qualquer(Y,V),
    operando(X,Y,Op,R1,V),
    operando(Y,X,Op,R2,V),
    igual(R1,R2,V))).

```

□

Exemplo 4.4 (noção de regra - teorema):

A equivalência entre os números naturais e os números inteiros e positivos pode ser representada da seguinte forma:

```

teorema($Um número inteiro e positivo é um número natural$,
    sse,
    cab(inteiro(X), positivo(X)),
    corp(natural(X))).□

```

Por exemplo entende-se a reunião de um facto deduzido e das crenças que o originaram. Um exemplo pode ter a seguinte estrutura

```

exemplo(Str,ex(Z),Just)

```

sendo

Str um string, da linguagem Prolog, por exemplo a identificação do exemplo, ou o exemplo na linguagem do utilizador;

Z representa o facto exemplificado;

Just é uma estrutura com functor just em que a conjunção dos argumentos é uma condição suficiente para que se verifique Z.

Exemplo 4.5 (noção de exemplo):

Exemplifiquemos a igualdade dos vectores $u(-2,3)$ e $v(2-4,6/2)$ em \mathbb{R}^2 em linguagem interna do agente:

```

exemplo($igualdade dos vectores u(-2,3) e v(2-4,6/2)$,
    ex(v_iguais(vector(u,-2,3),vector(v,2-4,6/2))),
    just(# exp_iguais(-2,2-4), # exp_iguais(3,6/2))).

```

(Nota: # é um operador prefixo não associativo. # X indica que

o predicado X é um dos predicados, que se encontra programado e que pode ser utilizado pelo agente. O conjunto dos predicados nessas condições encontra-se no Apêndice D.)□

Um exemplo pode também ter a estrutura

```
exemplo(Str,ex(Dados,Conclusao),Just)
```

onde os argumentos Str e Just são os descritos acima. Dados é uma estrutura com functor dados, em que os argumentos representam os factos utilizados na obtenção da conclusão. Conclusao uma estrutura com functor conclui_se, em que a conjunção dos argumentos representa o que se pretende exemplificar.

Exemplo 4.6 (noção de exemplo):

A operação adição usual é comutativa no conjunto dos números reais, \mathbb{R} . A tradução deste exemplo de operação comutativa pode ser feita do seguinte modo:

```
exemplo($A adição usual é comutativa em r$,  
ex(dados(conjunto(r),elemento(x,r),elemento(y,r),  
operacao(adicao,r)),conclui_se(comutativa(adicao,r))),  
just(operando(x,y,adicao,res1,r),operando(y,x,adicao,  
res2,r),#exp_iguais(res1,res2))).□
```

Os argumentos de Dados são os elementos comparativos no raciocínio por analogia e os argumentos de Conclusão representam os factos deduzidos depois de substituídos os comparativos respectivos (ver exemplo 4.18).

A relação de ordem entre duas crenças X e Y representa-se por uma estrutura do tipo `o_p(Str,X«Y)`, com o significado de que a crença representada por X tem menos valor para o agente que a crença representada por Y. A expressão "ter menos valor" significa que no caso de existir uma contradição, envolvendo as crenças X e Y, a crença X é preterida. Str é qualquer string da linguagem Prolog.

Exemplo 4.7 (noção de ordem parcial):

Admitindo que um agente tem mais confiança na utilização da definição para a verificação da comutatividade de uma operação, do que num facto do tipo `nao_comutativa(Op,Cjto)`, podemos escrever isso, em linguagem interna do agente do seguinte modo:

```
o_p($facto comutativa(,_)_ « definição de comutatividade$,  
comutativa(,_)_«$propriedade comutativa$)),
```

onde `$propriedade comutativa$` representa a regra que é a definição de comutatividade (exemplo 4.3). □

Os operadores de crenças disponíveis são a conjunção, a disjunção, a implicação, a equivalência e a negação.

A conjunção existe, de uma forma implícita nas regras do agente, e é representada por `" , "`.

Exemplo 4.8 (conjunção de crenças):

A cabeça da regra

```
teorema($todo o número inteiro e positivo é natural$, sse,  
cab(inteiro(X),positivo(X))  
corp(natural(X))).
```

é a conjunção de `inteiro(X)` com `positivo(X)`. □

A implicação é traduzida pelo predicado `teorema`, onde o 2º argumento é `se`.

A equivalência é traduzida pelo predicado `teorema`, onde o 2º argumento é `sse` ou pelo predicado `definição`.

Para a disjunção reservou-se o predicado `"ou"`. A disjunção de duas ou mais crenças traduz-se, na linguagem do agente, colocando essas crenças como argumentos do predicado `ou`.

Exemplo 4.9 (disjunção de crenças):

```
teorema($todo o número não inteiro ou não positivo não é natural$,  
sse,  
cab(ou(nao(inteiro(X)),nao(positivo(X)))  
corp(nao(natural(X))))). □
```

A negação exprime-se pelo operador `"nao"`. `nao(Crenca)` é verdade se e só se `Crenca` é falsa.

4.2.2 Interpretação e reacção a mensagens

O processo de comunicação entre os agentes, envio e recepção de mensagens, obriga a que cada agente seja capaz de interpretar e saiba reagir em função do âmbito, tipo e conteúdo da mensagem e também do conhecimento que tem sobre a sociedade e, em particular, do agente a quem envia ou de quem recebeu a mensagem. Assim, um pedido é tratado de forma diferente de uma informação, uma mensagem enviada por agente conhecido de forma diferente da enviada por um desconhecido (ver Apêndice C).

A interpretação e reacção de cada uma das mensagens recebidas pelo agente foi traduzida, em linguagem Prolog, por uma estrutura do tipo

```
reacao_agente(Msg,Requisitos,Accoes).
```

Estes termos são guardados num ficheiro, escrito num interpretador de texto utilizando caracteres ASCII, que é "colocado" na base de dados antes do início de um diálogo.

O primeiro argumento do predicado `reacao_agente`, `Msg`, tem a seguinte estrutura

```
msg(Ambito,Conteudo_da_mensagem,Emissor,Receptor,Hora)
```

onde: 1) O argumento `Ambito` pode tomar o valor `publica` ou `privada`, consoante o âmbito da mensagem; 2) `Conteudo_da_mensagem` é o conteúdo da mensagem de acordo com uma das estruturas apresentadas no quadro 12; 3) `Emissor` é a identificação do agente que envia a mensagem; 4) `Receptor` é a identificação do agente a quem é dirigida a mensagem; 5) `Hora` tem a estrutura `t([Ano,Mes,Dia], [Hora, Minuto, Segundo])`, correspondendo à data e tempo de envio da mensagem.

O segundo argumento, que é uma estrutura com functor `requisitos`, contém os requisitos necessários para que se realizem as acções descritas no terceiro argumento, sendo este uma estrutura com functor `accoes`.

Ao receber uma mensagem o agente procura um termo, com

functor `reacao_agente`, com as características da mensagem recebida, verifica se satisfaz os requisitos exigidos e nesse caso processa as reacções respectivas. Se os requisitos não são satisfeitos, procura um novo termo com as características da mensagem; se ele existe, verifica se os requisitos são satisfeitos e processa as acções; se não existe não faz a interpretação da mensagem. A descrição das várias formas de interpretação e reacção do agente são apresentadas no Apêndice C.

Exemplo 4.10 (reacção de um agente a uma mensagem):

Se um agente recebe uma mensagem que o informa de uma crença X, se o Emissor não é o utilizador e a crença é sua desconhecida, então regista a crença como conhecida do agente Emissor, verifica se a pode aceitar como seu conhecimento (isto acontece se não for preterida, por ser contraditória com outra), verifica se tem questões a colocar e em caso afirmativo coloca-as. O termo que corresponde a esta reacção é o seguinte:

```
reacao_agente(car(Ambito,c(C,Sc,X),Emissor,Receptor,Tempo),
requisitos(diferente(Emissor,utilizador)),
acao(
traz_tempo_de_vida(Tv),
reg_conh_ag(Emissor,C,Sc,X,Tv,Receptor,d(Emissor)),
introduz_crenca_na_bc(C,Sc,X,Tempo,Emissor,Receptor))).
```

Uma das acções, responsável pela continuação do diálogo entre os diversos agentes, é executada pelo predicado `gera_coloca_perg`. Esta acção divide-se em duas partes, em primeiro lugar são geradas questões no contexto do diálogo e depois colocadas as questões, de acordo com a interacção.

As questões são geradas pelo denominado gerador de perguntas. O gerador de perguntas recorre a termos existentes na base de dados, do tipo

```
gera_pergunta(Dados, Condicoes, Accoes),
```

para de acordo com alguns dados, `Dados`, e verificadas as condições, registadas no 2º argumento do predicado `gera_pergunta`, `Condicoes` (estrutura com functor `condicoes`),

executar as acções que são os argumentos de *Accoes*, predicado com functor *accoes*.

Exemplo 4.11 (forma de gerar pedidos):

Um agente com o tipo de assimilação teórico num contexto *C* verifica se pode utilizar o raciocínio indutivo nesse contexto para gerar regras, que são registadas como pedidos no diálogo com outros agentes. Neste caso o termo da base de dados que é utilizado pelo gerador de perguntas é o seguinte:

```
gera_pergunta(car(Emissor,C,Sc,teorico),
              condicoes(rac_indutivo(X,C,Sc)),
              accao(
                  regista_pergunta(Emissor,p(C,Sc,X)))).□
```

O conjunto de possibilidades para os termos com predicado *gera_pergunta* está registada no Apêndice B.

4.2.3 Raciocínio

As regras de inferência utilizadas no raciocínio do agente foram designadas por *por_heranca*, *modus_ponens*, *abductiva* e *por_analogia*.

A escolha destas regras de inferência vem na sequência das apresentadas no trabalho de [Godinho et al,93] e do inquérito por nós realizado (veja-se Apêndice A) que mostra serem utilizadas pelos alunos. Faz-se aqui a introdução da regra de inferência *por_analogia* que pretende ser uma aproximação ao raciocínio por analogia. Justifica-se esta introdução pelo facto do raciocínio por analogia ser bastante utilizado pelos alunos inquiridos. Uma das questões colocadas no inquérito, Apêndice A, dava três funções, $f(x,y)$, $g(x,y)$ e $h(x,y)$ desconhecidas e a simplificação de uma expressão envolvendo essas três funções:

$$\frac{f(2,3) \times g(3,4)}{h(4,5)} = \frac{f(2,5)}{h(5,2)}$$

Justificava-se a validade da simplificação pelo facto de 3 ser

diferente de zero e 5 maior que 2.

Pedia-se, aos alunos, a simplificação da expressão:

$$\frac{f(3,4) \times g(4,5)}{h(5,6)}$$

Poucos alunos tiveram dúvidas em concluir, por analogia, pela veracidade de uma das duas ou mesmo das duas igualdades:

$$\frac{f(3,4) \times g(4,5)}{h(5,6)} = \frac{f(3,6)}{h(6,3)} \quad ; \quad \frac{f(1,3) \times g(3,7)}{h(7,9)} = \frac{f(1,9)}{h(9,1)}$$

e pela falsidade da igualdade,

$$\frac{f(-1,0) \times g(0,1)}{h(1,2)} = \frac{f(-1,2)}{h(2,-1)}$$

A justificação da veracidade da primeira igualdade vem da analogia com a expressão dada, na posição ocupada pelo 3, 5 e do 2 e também pelo facto de ambos os objectos serem pares ordenados de números naturais diferindo uma unidade e por ordem crescente. Na segunda igualdade os alunos atenderam apenas à posição do 3, do 5 e do 2.

Na regra de inferência *modus_ponens* introduziu-se a transitividade. Dada uma regra do tipo $P \Rightarrow Q$ e outra regra do tipo $Q \Rightarrow R$ e se a crença P é verdadeira então concluimos pela veracidade da crença R , de acordo com o esquema:

$$\begin{array}{c} P \\ P \Rightarrow Q \wedge Q \Rightarrow R \\ \hline R \end{array}$$

A regra de inferência *por_heranca* foi traduzida, em linguagem Prolog, por uma regra que recorre a factos na base

de conhecimento do agente com dois argumentos, em que o 2º argumento do primeiro facto é igual ao 1º argumento do segundo para deduzir um terceiro também com dois argumentos, do seguinte modo: sejam $facto1(X_1, X_2)$ e $facto2(X_2, Y_2)$, os factos conhecidos, então utilizando o raciocínio por herança obtemos um 3º facto, $facto2(X_1, Y_2)$, cujo functor é o mesmo do 2º facto e os argumentos são o 1º do primeiro facto e o 2º do segundo facto. Esquemáticamente tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} facto1(X1, X2) \\ facto2(X2, Y2) \end{array} \right\} \rightarrow facto2(X1, Y2)$$

Exemplo 4.12 (regra de inferência por_herança):

Suponhamos que os factos $multiplo(8,4)$, e $divisor(4,16)$ são conhecidos do agente, então a regra por_heranca permite deduzir o facto $divisor(8,16)$. □

A regra de inferência *modus_ponens* recorre às regras da linguagem do agente, teoremas e definições, para a dedução de factos, do seguinte modo:

se existirem factos que instanciam cada um dos argumentos da cabeça da regra, então são deduzidos os factos consequentes, obtidos no corpo da regra.

Existem duas formas de instanciar um argumento na cabeça da regra:

- Existe na base de conhecimento um facto que seja uma instância do argumento;

- Existe na base de conhecimento do agente uma regra que permite deduzir um facto, utilizando a regra de inferência *modus_ponens*, que é uma instância do argumento.

Exemplo 4.13 (regra de inferência *modus_ponens*):

Suponhamos que um agente conhece a regra

$teorema(\$ \text{Um número é natural se e só se é inteiro e positivo}\$, sse, cab(natural(X)), corp(inteiro(X), positivo(X)))$

e os factos

$inteiro(3), positivo(3)$ e $natural(7)$,

então utilizando duas vezes a regra de inferência `modus_ponens` ele deduz os factos

`inteiro(7), positivo(7) e natural(3).`□

```
exemplo($exemplo 1$,
  ex(dados(conjunto(r),
    elemento(x,r),
    elemento(y,r),
    operacao(adicao,r)),
    conclui_se(comutativa(adicao,r))
  ),
  just(operando(x,y,adicao,res1,r),
    operando(y,x,adicao,res2,r),
    # igual(res1,res2)
  )).
elemento(tern(x1,x2,0),e).
definicao($propriedade comutativa$,
  comutativa(Op,V),
  def(operacao(Op,V),
    conjunto(V),
    qualquer(X,V),
    qualquer(Y,V),
    operando(X,Y,Op,R1,V),
    operando(Y,X,Op,R2,V),
    igual(R1,R2,V)
  )).
definicao($qualquer elemento de e$,
  f qualquer(tern(X,Y,0),e),
  def(# nome_aux(X),
    # nome_aux(Y)
  )).
o_p($ord 1$,
  nao_comutativa(Op,V) 'a' $propriedade comutativa$).
definicao($operação adição em e$,
  operando(tern(X1,X2,0),tern(Y1,Y2,0),adicao,
    tern(R1,R2,0),e),
  def(# simplifica(X1+Y1,R1),
    # simplifica(X2+Y2,R2)
  )).
conjunto(e).
conjunto(r).
operacao(adicao,e).
operacao(adicao,r).
nao_comutativa(adicao,e).
definicao($igualdade de dois vectores em e$,
  f igual(tern(X1,X2,0),tern(Y1,Y2,0),e),
  def(# exp_iguais(X1,Y1),
    # exp_iguais(X2,Y2)
  )).
))
```

Quadro 1: Crenças de base do agente a.

Exemplo 4.14 (regra de inferência `modus_ponens`):

Se um agente conhece a definição de propriedade comutativa de uma operação num dado conjunto, uma operação designada por adição, um conjunto e a forma de operar elementos nesse conjunto através da operação dada, então pode ser utilizada a

regra de inferência *modus_ponens*, para verificar se a operação dada é comutativa.

Em linguagem interna do agente, suponhamos que temos um agente identificado por *a* e cujas crenças de base estão representadas no quadro 1.

(Nota: $\&$ é um operador prefixo e não associativo. A utilização do operador $\&$ antes de uma regra, como no caso da regra $\&$ qualquer elto de *e* $\&$, serve para evitar a obtenção de factos sem interesse, quando isolados. Estas regras são utilizadas na estrutura dedutiva, quando chamadas através do uso de outras regras.

A regra *modus_ponens* permite obter o facto comutativa(*adicao,e*) do seguinte modo:

o antecedente da regra $\&$ propriedade comutativa $\&$ é formado pela conjunção das seguintes crenças:

i. *operacao(Op,V)*, que pode ser instanciada com o facto *operacao(adicao,e)*. Ficamos então com $V=e$ e $Op=adicao$.

ii. *conjunto(e)*, é um dos factos presentes na subteoria do agente;

iii. *qualquer(X,e)* e *qualquer(Y,e)*, embora não exista nenhum facto que seja uma instância para estas estruturas, a regra $\&$ qualquer elto de *e* $\&$, permite a obtenção de instâncias do tipo *qualquer(tern(x₁,x₂,0),e)*, *qualquer(tern(x₃,x₄,0),e)*;

iv. *operando(tern(x₁,x₂,0),tern(x₃,x₄,0),adicao,R1,e)* e *operando(tern(x₃,x₄,0),tern(x₁,x₂,0),adição,R2,e)*, não existe nenhum facto que seja uma instância destas duas estruturas, no entanto a utilização da regra $\&$ operação adição, usual em r^3 , permite obter *operando(tern(x₁,x₂,0),tern(x₃,x₄,0), adicao,tern(x₁+x₃,x₂+x₄,0),e)* e *operando(tern(x₃,x₄,0), tern(x₁,x₂,0), adição, tern(x₁+x₃,x₂+x₄,0), e)*;

v. *igual(tern(x₁+x₃,x₂+x₄,0), tern(x₁+ x₃, x₂+ x₄, 0))*, é verdade uma vez que $x_1+x_3=x_1+x_3$ e $x_2+x_4=x_2+x_4$.

Podemos então concluir o conseqüente, pelo uso do raciocínio *modus_ponens*, comutativa(*adicao,e*). □

Uma das vantagens importantes da utilização desta regra

de inferência modus_ponens reside na possibilidade de utilização da recursividade na dedução de novas crenças. Vejamos a utilização dessa possibilidade no exemplo seguinte.



Exemplo 4.15 (recursividade):

Suponhamos que pretendíamos capacitar o agente para averiguar a igualdade de dois quaisquer vectores em \mathbb{R}^n , $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Sabemos que dois vectores se dizem iguais se as coordenadas homólogas o forem. Consideremos o conjunto das crenças de um agente v , no quadro 2.

```
{vector(v,n_uplo(1 + 1,3 * 1,-1,a * a,b),5).
vector(u,n_uplo(2,3,-1,a ^ 2,b),5).
definicao($definição de igualdade de vectores em R^2$,
  v_iguais(U,V,2),
  def(vector(U,n_uplo(X1,X2),2),vector(V,n_uplo(Y1,Y2),2),
    # igual(X1,Y1),
    # igual(X2,Y2)
  )),
definicao($definição de igualdade de vectores em R^n$,
  v_iguais(U,V,N),
  def(
    # maior(N,2),
    vector(U,X,N),vector(V,Y,N),
    # arg(N,X,X1),# arg(N,Y,Y1),
    # exp_iguais(X1,Y1),
    # simplifica(N-1,N1),
    # tira_componente(N,X,X2),
    # tira_componente(N,Y,Y2),
    # considera(vector,ig_vec,vector(aux1(N),X2,N1)),
    # considera(vector,ig_vec,vector(aux2(N),Y2,N1)),
    v_iguais(aux1(N),aux2(N),N1)
  ))
}
```

Quadro 2: Crenças de base do agente v .

A utilização deste conjunto de crenças e do raciocínio modus_ponens permite-nos concluir os factos

```
v_iguais(u,u),
v_iguais(u,v),
v_iguais(v,u),
v_iguais(v,v).
```

A forma de deduzir, por exemplo, $v_iguais(v,u)$ é a seguinte:

- o corpo da regra do agente \$definição de igualdade de vectores em \mathbb{R}^n \$ é instanciado do modo seguinte

i. $vector(v,n_uplo(1 + 1,3 * 1,-1,a * a,b),5)$ é uma

instância para $\text{vector}(U, X, N)$;

ii. $\text{vector}(u, n_uplo(2, 3, -1, a^2, b), 5)$ é uma instância para $\text{vector}(V, Y, N)$;

iii. como os argumentos de ordem 5, dos vectores v e u , são iguais, ambos b , está verificada a igualdade da 5ª coordenada dos vectores;

iv. consideremos dois vectores, $\text{aux1}(5)$ e $\text{aux2}(5)$, que resultam de v e u , respectivamente, por eliminação da 5ª coordenada, isto é, consideremos os factos $\text{vector}(\text{aux1}(5), n_uplo(1 + 1, 3 * 1, -1, a * a), 4)$ e $\text{vector}(\text{aux2}(5), n_uplo(2, 3, -1, a^2), 4)$ como dados e provemos a igualdade destes dois vectores, isto é, provemos o facto $v_iguais(\text{aux1}(N), \text{aux2}(N), 4)$. A demonstração de que este último facto é verdadeiro é feito recorrendo novamente à crença do agente \$definição de igualdade de vectores em \mathbb{R}^n \$, agora com $n=4$, e repetindo os passos considerados a partir de i. até obtermos dois vectores ambos com duas coordenadas.

v. a demonstração de que dois vectores em \mathbb{R}^2 , são iguais faz-se utilizando a regra do agente \$definição de igualdade de vectores em \mathbb{R}^2 \$, mostrando a igualdade das duas coordenadas homólogas. □

A regra de inferência abductiva utiliza a regra de inferência *modus_ponens*, trocando na regra do agente a posição do antecedente com a do consequente, isto é, o corpo da regra passa a ser a cabeça e vice-versa.

Exemplo 4.16 (regra de inferência abductiva):

Se um agente conhece a regra *teorema*(\$todo o número natural é inteiro\$, *se*, $\text{cab}(\text{natural}(X))$, $\text{corp}(\text{inteiro}(X))$) e o facto $\text{inteiro}(-2)$ então pela utilização do raciocínio abductivo ele deduz o facto $\text{natural}(-2)$. □

A regra de inferência *por_analogia* recorre às crenças denominadas *exemplos* e *factos* da base de conhecimento do agente, para deduzir outros factos, fazendo a analogia entre os argumentos, no exemplo, e os factos conhecidos. Apresentamos de seguida dois exemplos de aplicação desta regra dedutiva.

Exemplo 4.17 (regra de inferência por analogia):

```
Consideremos a crença do agente,  
exemplo($igualdade dos vectores u(-2,3) e v(2-4,6/2)$,  
ex(v_iguais(vector(u,-2,3),vector(v,2-4,6/2))),  
just(# exp_iguais(-2,2-4), # exp_iguais(3,6/2))),
```

referida no exemplo 4.5, e os factos $\text{vector}(a,x^2,1)$ e $\text{vector}(b,x*x,2-1)$. A regra dedutiva por analogia permite deduzir os factos:

```
v_iguais(vector(a,x^2,1),vector(a,x^2,1)),  
v_iguais(vector(b,x*x,2-1),vector(a,x^2,1)),  
v_iguais(vector(a,x^2,1),vector(b,x*x,2-1)),  
v_iguais(vector(b,x*x,2-1),vector(b,x*x,2-1)),
```

da seguinte forma:

procura na base de conhecimento factos associados, isto é, com o mesmo functor e a mesma aridade, aos argumentos do predicado v_iguais , no exemplo. Neste caso, existe, por exemplo, o facto $\text{vector}(a,x^2,1)$ associado do primeiro e do segundo argumento de v_iguais . Substituindo cada argumento pelo seu associado, obtém-se $v_iguais(\text{vector}(a,x^2,1), \text{vector}(a,x^2,1))$. Falta ainda averiguar se a denominada justificação, isto é, $\#exp_iguais(x^2,x^2)$ e $\#exp_iguais(1,1)$ o que acontece, resultando o facto gerado. Repetindo o raciocínio, obtém-se os restantes factos. □

Exemplo 4.18 (regra de inferência por analogia):

Sejam $\text{conjunto}(e)$, $\text{elemento}(\text{tern}(x1,x2,0),e)$, $\text{operacao}(\text{adicao},e)$ factos conhecidos por um agente. Utilizando o exemplo 4.6, vejamos como se faria a utilização do raciocínio por analogia. Começa-se por fazer uma associação entre os argumentos de Dados, $(\text{conjunto}(r), \text{elemento}(x,r), \text{elemento}(y,r), \text{operacao}(\text{adicao},r))$ e os factos conhecidos do agente. Essa associação é feita procurando factos com os mesmos funtores e o mesmo número de argumentos. Encontrado um facto nessas condições, faz-se a associação entre os argumentos respectivos. Obtém-se factos para substituir os dados do exemplo. Faz-se depois a tradução da conclusão em função dos novos dados. Tem-se assim em esquema:

ARGUMENTO NO EXEMPLO	ASSOCIADO NA BC (Base de Conhecimento)
conjunto(r)	conjunto(e)
r	e
elemento(x,r)	elemento(tern(x1,x2,0),e)
x	tern(x1,x2,0)
elemento(y,r)	elemento(tern(x1,x2,0))
y	tern(x1,x2,0)
operacao(adicao,r)	operacao(adicao,e)
adicao	adicao

Podemos agora fazer a tradução dos argumentos da justificação

EXEMPLO	ASSOCIADO
x	tern(x1,x2,0)
y	tern(x1,x2,0)
adicao	adicao
res1	X
r	e
operando(x,y,adicao,res1,r)	operando(tern(x1,x2,0), tern(x1,x2,0), adicao,X,e)
# exp_iguais(res1,res2)	# exp_iguais(X,X)

Para se poder concluir que a operação adicao é comutativa em e, isto é, o facto comutativa(adicao,e), é preciso que se verifique a justificação, neste caso que operando(tern(x1, x2, 0), tern(x1,x2,0), adicao,_,e) pertença à base de conhecimento. (Nota: quando no exemplo aparecem, no argumento Just, argumentos desconhecidos, como é o caso de res1, eles são substituídos por uma variável. Se isso acontecer noutra parte do exemplo então o raciocínio falha.) □

4.3 Módulo do professor

O módulo do professor é composto por dois sub-módulos, o do agente professor e o de ensino.

O agente professor "comporta-se" como qualquer outro agente, quando fora do ambiente de aula. Nessa situação o modelo do agente aplica-se ao agente professor. Numa situação de aula dá-se uma mudança na forma de interpretar e reagir às mensagens. De forma semelhante ao módulo do agente, também aqui a interpretação e reacção a cada uma das mensagens recebidas pelo professor é guardada na base de dados numa estrutura do tipo

```
reacao_a_msg(Tipo_de_professor,Msg,Requisitos,Accoes)
```

O argumento `Tipo_de_professor` pode ter um dos valores: `autoritario`, `semi_autoritario`, `dialogante` e `permissivo`. Os três últimos argumentos têm a mesma descrição que no caso do módulo do agente.

Exemplo 4.19 (reacção do professor a uma mensagem):

A reacção de um professor do tipo `dialogante` a uma mensagem de pedido, de âmbito privado, é descrita pela seguinte estrutura:

```
reacao_a_msg(dialogante,msg(privada,Emissor,Receptor,pedido(Nome ,
Msg)),
    requisitos(ou(igual(Msg,p(X)),igual(Msg,p(C,Sc,X))),
        conteudo_conh(proprio,C,Sc,_,X)),
    accao(envia_msg(privada,Receptor,Emissor,
        resposta(Nome,r(C,Sc,X)))
    ))
```

com o significado de que se a mensagem é um pedido do tipo $p(X)$ ou $p(C,Sc,X)$ e a crença X é conhecida então o agente professor envia uma mensagem de resposta com o conteúdo $r(C,Sc,X)$. As restantes possibilidades para este predicado aparecem descritas no Apêndice C. □

No módulo de ensino encontram-se duas partes fundamentais: o plano da aula e a execução do plano da aula.

O plano da aula é o conjunto de todas as crenças do agente professor, de algum modo relacionadas com os objectivos da aula. A definição dos objectivos da aula é feita pelo utilizador através de um dos seguintes processos:

- por um termo qualquer da linguagem Prolog,

- através do predicado conhecer, cujos argumentos são os factos a serem conhecidos pelos agentes alunos,

- através do predicado exercício, com a estrutura
exercicio(Dados,Mostre_que)

representando um exercício que se pretende que os agentes alunos executem depois de terminada a aula. O argumento Dados é um termo com functor dados e cujos argumentos são os factos utilizados na demonstração da conclusão. Mostre_que é um termo com functor mostre_que e cujos argumentos são a conclusão a que se pretende chegar.

Exemplo 4.20 (definição de objectivos e plano da aula):

Consideremos o agente a do quadro 1, cuja subteoria preferida é o conjunto das crenças de base reunido com o conjunto {comutativa(adicao,e)}, como agente professor. Seja ev (espaço vectorial) o objectivo geral. Neste caso o plano da aula é formado pelas crenças registadas no quadro 3, isto é, todas as crenças do contexto alga e do subcontexto ev. □

Objectivo: ev
\$exemplo 1\$,
elemento(tern(x1,x2,0),e),
\$propriedade comutativa\$,
\$qualquer elemento de e\$,
\$operação adição em e\$,
conjunto(e),
operacao(adicao,e),
operacao(adicao,r),
\$igualdade de dois vectores em e\$,
comutativa(adicao,e).

Quadro 3: Plano da aula correspondente ao objectivo ev.

Exemplo 4.21 (definição de objectivos e plano da aula):

Para o mesmo agente a, do exemplo anterior, consideremos agora o objectivo definido no quadro 4.

```
exercicio(dados(conjunto(f),
                operacao(adicao,f),
                definicao($qualquer elemento de f$,
                        f qualquer(par(X,X),f),
                        def(# nome_aux(X))),
                definicao($operação adição em f$,
                        f operando(par(X,X), par(Y,Y), adicao,
                        par(Z,Z), f),
                        def(# simplifica(X+Y,Z))),
                definicao($igualdade de dois elementos em f$,
                        f igual(par(X,X),par(Y,Y),f),
                        def(# exp_iguais(X,Y))),
                mostre_que(comutativa(adicao,f))).
```

Quadro 4: Definição de um objectivo.

```
Contexto: alga
$propriedade comutativa$
$exemplo 1$
$qualquer elemento de e$
$operação adição em e$
$igualdade de dois vectores em e$
operacao(adicao,e)
operacao(adicao,r)
conjunto(e)
elemento(tern(x1,x2,0),e)
comutativa(adicao,e)
```

Quadro 5: Plano da aula correspondente ao objectivo de tipo exercício no quadro 4.

Neste caso o plano da aula vai ser formado pelas crenças que se encontram representadas no quadro 5. □

A execução do plano da aula é feita de acordo com o tipo de agente e o método de ensino correspondente a este tipo de agente.

Exemplo 4.22 (execução do plano da aula):

Consideremos uma sociedade de agentes constituída pelos agentes a, b e c, cuja definição está nos quadros 6, 7 e 8.

Agente a:

A={proprio}.

C×Sc={(alga, ev)}.

B_{proprio} é o conjunto de crenças do quadro 1.

rel(Crença)=(alga, ev), para toda a crença.

Como não existem outros agentes conhecidos ainda não faz sentido falar em credibilidade (cred).

Tv = 0 minutos, 0 segundos, 0 décimos de segundo (uma vez que estamos no início da definição do agente).

R_{proprio}={modus_ponens}.

<_{proprio}={o_p(\$ord 1\$, nao_comutativa(Op, V) '«' \$propriedade comutativa\$)}.

mem(Crença)=permanente, para toda a Crença do par (alga, ev).

I_{proprio}={}.

M_{proprio}={objectivo(alga, ev, disciplina(alga))}.

mot(alga, ev)=muito_motivado.

Quadro 6: Estado das crenças do agente a.

Agente b:

A={proprio}.

C×Sc={}.

B_{proprio} = {}.

R_{proprio}={por_analogia}.

<_{proprio}={}.

As relações rel, mem e mot não aparecem uma vez que o conjunto de crenças é vazio.

Tv = 0 minutos, 0 segundos, 0 décimos de segundo (uma vez que estamos no início da definição do agente).

I_{proprio}={circuitos_electricos, electricidade, maquinas_electricas}.

M_{proprio}={teorema(\$circuitos elétricos\$, se, cab(agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)), corp(circuitos_electricos(X))); teorema(\$electricidade\$, se, cab(agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)), corp(electricidade(X))); teorema(\$máquinas eléctricas\$, se, cab(agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)), corp(maquinas_electricas(X))); teorema(\$engenheiro electrotécnico 1\$, se, cab(agente(X), curso(engenharia_electrotecnica, X)), corp(engenheiro_electrotecnico(X))); teorema(\$engenheiro electrotécnico 2\$, se, cab(agente(X), disciplina(alga, X), disciplina(electricidade, X)), corp(curso(engenharia_electrotecnica, X)))}.

Quadro 7: Estado das crenças do agente b.

Agente c:

```
A={proprio}.
C×Sc={(futebol,equipas)}.
Bproprio={equipa(benfica),equipa(porto),equipa(sporting)}.
Rproprio={modus_ponens}.
<proprio={}.
rel(Crenca)=(futebol,equipas), para toda a crença.
Tv = 0 minutos, 0 segundos, 0 décimos de segundo (uma
vez que estamos no início da definição do agente).
mem(Crença)=permanente, para toda a Crença do par
(futebol,equipas).
mot(futebol,equipas)=muito_motivado.
Iproprio={futebol,programacao}.
Mproprio={teorema($programação 1$,se,cab(agente(X),
curso_medio(computadores,X)),corp(programacao(X)));
teorema($programação 2$,se,cab(agente(X),
engenheiro_informatico(X)),corp(programacao(X)));
teorema($engenheiro informático$,se,cab(agente(X),
curso(engenharia_informatica,X)),corp(engengei-
ro_informatico(X)));teorema($curso de engenharia
informática$,se,cab(agente(X),disciplina(alga,X),
disciplina(computadores,X)),corp(curso(engenharia_informa-
tica,X)));teorema($futebol $,se,cab(agente(X),
le(jornais_desportivos,X)),corp(futebol(X)))}.
```

Quadro 8: Estado das crenças do agente c.

Suponhamos que o agente a é um agente professor do tipo semi-autoritário e com um tipo de assimilação num contexto, por defeito, teórico. Suponhamos ainda que o tipo de assimilação para os agentes b e c é, por defeito, tímido e teórico, respectivamente. Consideremos como objectivo da aula: ev (exemplo 4.20).

Neste caso o desenvolvimento da aula aparece nos quadros 9 e 10, de acordo com o esquema:

(Ordem da mensagem) Emissor --> Receptor (Âmbito)

Tipo: Mensagem



- (1) a --> soc (publica)
informa: apresenta(a)
- (2) a --> soc (publica)
informa: apresenta(c)
- (3) a --> soc (publica)
informa: apresenta(b)
- (4) a --> soc (publica)
informa: contexto(alga, ev)
- (5) a --> soc (publica)
informa: objetivo(alga, ev, disciplina(alga))
- (6) a --> soc (publica)
informa: igualdade de dois vectores em e
- (7) a --> soc (publica)
informa: operação adição em e
- (8) a --> soc (publica)
informa: qualquer elemento de e
- (9) a --> soc (publica)
informa: propriedade comutativa
- (10) a --> soc (publica)
informa: conjunto(e)
- (11) a --> soc (publica)
informa: operacao(adicao, e)
- (12) a --> soc (publica)
informa: operacao(adicao, r)
- (13) a --> soc (publica)
informa: conjunto(r)
- (14) a --> soc (publica)
informa: elemento(tern(x1, x2, 0), e)
- (15) a --> soc (publica)
informa: exemplo(exemplo 1,
ex(dados(conjunto(r), elemento(x, r), elemento(y, r), operacao(adicao,
r)), conclui_se(comutativa(adicao, r))), just(operando(x, y, adicao, res1, r),
operando(y, x, adicao, res2, r), # igual(e(res1), e(res2))))
- (16) c --> a (publica)
pedido: pedido(questao_1, p(alga, ev, teorema(_0F8C, se,
cab(conjunto(_0FA8)), corp(operacao(adicao, _0FA8))))
- (17) a --> c (privada)
resposta: resposta(questao_1, vazio)

Quadro 9: Desenvolvimento da "aula".

```

(18) b --> c (publica)
      pedido: pedido(questao_2,p(alga,ev,definicao(igualdade de dois
      vectores em e,f igual(tern(_1050,_1054,0), tern(_1060,_1064,0),e),def(#
      exp_iguais(_1050,_1060),# exp_iguais(_1054,_1064))))))

(19) c --> b (publica)
      resposta: resposta(questao_2,r(alga,ev,definicao(igualdade de dois
      vectores em e,f igual(tern(_1BD4,_1BD8,0), tern(_1BE4,_1BE8,0),e),def(#
      exp_iguais(_1BD4,_1BE4),# exp_iguais(_1BD8,_1BE8))))))

(20) a --> b (privada)
      informa: nao_quero_conversa

(21) b --> c (publica)
      pedido: pedido(questao_3,p(alga,ev,exemplo(_0F74,_0F78,_0F7C)))

(22) c --> b (publica)
      resposta: resposta(questao_3,r(alga,ev,exemplo(exemplo 1,
      ex(dados(conjunto(r),elemento(x,r),elemento(y,r), operacao(adicao,r)),
      conclui_se(comutativa(adicao,r))), just(operando(x, y, adicao,res1,
      r),operando(y,x,adicao,res2,r), # igual(e(res1),e(res2))))))

(23) a --> b (privada)
      informa: nao_quero_conversa

(24) b --> a (publica)
      pedido: pedido(questao_4,p(alga,ev,exemplo(_0F74,_0F78,_0F7C)))

(25) a --> b (privada)
      resposta: resposta(questao_4,r(alga,ev,exemplo(exemplo 1,
      ex(dados(conjunto(r),elemento(x,r),elemento(y,r), operacao(adicao,r)),
      conclui_se(comutativa(adicao,r))), just(operando(x, y, adicao,res1, r),
      operando(y,x,adicao,res2,r), # igual(e(res1),e(res2))))))

(26) b --> a (publica)
      pedido: pedido(questao_5, p(alga,_0F90, operando(tern(x1,x2,0),
      tern(x1,x2,0),adicao,_0FA8,e)))

(27) a --> b (privada)
      resposta: resposta(questao_5, r(alga,ev, operando(tern(x1, x2,
      0),tern(x1,x2,0), adicao,tern(2 * x1,2 * x2,0),e)))

(28) b --> a (publica)
      pedido: pedido(questao_6, p(alga,_499C,
      operando(tern(x1,x2,0),tern(x1,x2,0),adicao,_49B4,r)))

(29) a --> b (privada)
      resposta: resposta(questao_6, r(alga,ev, operando(tern(x1,x2,0),
      tern(x1,x2,0),adicao,tern(2 * x1,2 * x2,0),e)))

(30) a --> b (privada)
      pedido: pedido(questao_7,p(alga,ev,comutativa(adicao,e)))

(31) b --> a (privada)
      resposta: resposta(questao_7,r(alga,ev,comutativa(adicao, e)))

(32) a --> c (privada)
      pedido: pedido(questao_8,p(alga,ev,comutativa(adicao,e)))

(33) c --> a (privada)
      resposta: resposta(questao_8,r(alga,ev,comutativa(adicao, e)))

```

Quadro 10: Desenvolvimento da "aula" (continuação).

As mensagens (1), (2) e (3) são mensagens de apresentação dos agentes da sociedade. A partir da mensagem (3) cada agente está ciente da existência dos outros dois agentes da sociedade.

A mensagem (5) corresponde à "introdução motivadora", de acordo com a técnica de ensino expositiva. O agente a apenas tem conhecimento, em termos de motivação, que o contexto (alga, ev) faz parte da disciplina(alga). Depois de ter este conhecimento cada agente faz o cálculo da motivação correspondente ao par (alga, ev). Por exemplo, para o agente b a proporção de interesses que corresponde à disciplina(alga)

é $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$, o que implica $\text{motivacao}(\text{alga}, \text{ev}) = \text{motivado}$.

Para o caso do agente c a proporção é de $1/8 < 0.25$, o que implica $\text{motivacao}(\text{alga}, \text{ev}) = \text{pouco_motivado}$.

As mensagens de (6) a (15) formam a parte de apresentação dos conteúdos, referentes ao par (alga, ev).

O pedido (16) resulta da utilização do raciocínio indutivo. A presença dos factos $\text{operacao}(\text{adicao}, \text{e})$, $\text{operacao}(\text{adicao}, \text{r})$, $\text{conjunto}(\text{r})$ e $\text{conjunto}(\text{e})$ leva o agente a colocar a questão será que a operação adição é comutativa para todo o conjunto?

Em (18) o agente b procura saber informações sobre o agente c. Depois da resposta de c, o agente professor envia a mensagem especial (20) "nao_quero_conversa", que leva o aluno b a interromper o diálogo que tinha iniciado com o agente c. Esta mensagem é enviada porque o professor é do tipo semi-autoritário, como tal não admite outro tipo de interacção para além da bilateral professor - aluno.

A questão (24), colocada por b a a, deriva do facto do tipo de raciocínio do agente b ser por_analogia , precisando de exemplos para gerar crenças. Como o professor só conhece um exemplo, repete-o novamente, agora como mensagem privada para b.

O pedido (26) é gerado durante o raciocínio, por_analogia , de b. Utilizando este raciocínio e as crenças $\text{\$exemplo 1\$}$, $\text{conjunto}(\text{e})$, $\text{elemento}(\text{tern}(\text{x1}, \text{x2}, 0), \text{e})$, $\text{operacao}(\text{adicao}, \text{e})$, não

é possível deduzir o facto comutativa(adicao,e) sem o conhecimento de operando(tern(x1,x2,0), tern(x1,x2,0), adicao, X, e) e daí deriva o pedido feito. A resposta dada pelo professor

operando(tern(x1,x2,0),tern(x1,x2,0),adicao,tern(2*x1,2*x2,0),e) não existe na sua base de conhecimento. Ela é gerada utilizando o raciocínio modus_ponens e a crença

```
definicao($operação adição em e$,  
operando(tern(X1,X2,0),tern(Y1,Y2,0),adicao,  
tern(R1,R2,0),e),  
def(# simplifica(X1+Y1,R1),  
# simplifica(X2+Y2,R2)  
))
```

Depois de obter este facto o agente b deduz o facto comutativa(adicao,e).

As mensagens (30) a (33) correspondem à confirmação dos objectivos, isto é, que os agentes alunos conhecem o facto comutativa(adicao,e). Assim termina a lição. □

4.4 Módulo de conhecimento

Pretende-se que um utilizador possa fazer simulações de conceitos matemáticos de um nível mais avançado que os que são apresentados na disciplina de matemática do ensino secundário. Na elaboração deste módulo pensou-se na simulação de conteúdos da disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica de alguns cursos de engenharia do ensino superior. Para isso foram construídos alguns predicados que poderão ser utilizados pelos agentes. A lista de predicados está disponível no Apêndice D.

Entre os predicados considerados destacamos, aqui, o processo de construção do simplificador de expressões algébricas, pela sua importância como base de muitos outros predicados.

Cada expressão é considerada como parcela ou como soma algébrica de duas ou mais parcelas. Cada parcela é um monómio, isto é, um número real ou um produto algébrico de números reais, podendo alguns deles estar representados por símbolos.

Considera-se como expressão simples toda a expressão do tipo

$$\frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}, \text{ onde Numerador e Denominador são polinómios}$$

(soma de monómios) sem termos semelhantes. A representação usada para uma expressão simples é uma lista do tipo [Num,Den]. Num e Den são listas cujos elementos são monómios, representados também por uma lista do tipo [Parte_numerica,Parte_literal]. Parte literal é uma lista de átomos com elementos representando os factores da parte literal e Parte_numerica é um número real. No caso de a expressão ser um número real não existe parte literal, mas para manter a mesma representação, supõe-se, durante a simplificação, que a parte literal é nao_tem.

Exemplo 4.23 (representação de expressões simples na notação considerada):

O quadro 11 apresenta algumas expressões e a respectiva representação em notação interna.

Expressão numérica	Representação em notação interna
-2	[[[-2,[nao_tem]]],[[1,[nao_tem]]]]
a	[[[1,[a]]],[[1,[nao_tem]]]]
2/3	[[[2,[nao_tem]]],[[3,[nao_tem]]]]
1/a	[[[1,[nao_tem]]],[[1,[a]]]]
$\frac{2 \times a}{3 \times b}$	[[[2,[a]]],[[3,[b]]]]
2×a×b	[[[2,[a,b]]],[[1,[nao_tem]]]]
$\frac{2 \times a + 3 \times b}{5 \times c}$	[[[2,[a],[3,[b]]],[[5,[c]]]]
2×a ³	[[[2,[a'''3]]],[[1,[nao_tem]]]]

Quadro 11: Representação de algumas expressões algébricas na notação interna.

A representação utilizada facilita as operações com expressões algébricas com parte literal e também a operação de números racionais na notação a/b , não sendo preciso a redução da expressão a/b a uma dízima. □

Exemplo 4.24 (simplificação de uma expressão):

Suponhamos que se pretendia reduzir a expressão

$$\frac{1}{a} \div \left(\frac{c}{a} + \frac{e}{d} \right)$$

a uma expressão simples. O processo para o fazer

é o seguinte:

i) Passar o quociente $\frac{1}{a}$ para representação interna,

ficando $[[[[1, [nao_tem]]], [[1, [a]]]]]$

ii) Passar a expressão $\frac{c}{a} + \frac{e}{d}$ para notação interna.

Obtém-se $[[[[1, [c]]], [[1, [a]]], [[1, [e]]], [[1, [d]]]]]$

iii) Reduzir a soma anterior ao mesmo denominador,

$[[[[1, [c, d]], [1, [a, e]]], [[1, [a, d]]]]]$

iv) Inverter a expressão anterior, o que corresponde à troca do numerador com o denominador,

$[[[[1, [a, d]]], [[1, [c, d]], [1, [a, e]]]]]$

v) Efectuar a multiplicação do resultado em i) pelo resultado em iv), obtendo-se o resultado final, depois de simplificado,

$[[[[1, [d]]], [[1, [c, d]], [1, [a, e]]]]]$

vi) Traduzir v) para linguagem matemática. Obtém-se

$$\frac{d}{c \cdot d + a \cdot e} \cdot \square$$

4.5 Módulo de comunicação

A comunicação entre os vários agentes resulta do envio de mensagens. O envio de mensagens é feito através do predicado `envia_msg`, com a seguinte estrutura

```
envia_msg(Ambito, Emissor, Receptor, Conteudo_da_msg)
```

onde, os argumentos estão de acordo com o que foi dito anteriormente. Assim, `Ambito` pode ter os valores `publica` ou `privada`; `Emissor` é a identificação do agente que envia a mensagem; `Receptor` é a identificação da pessoa a quem se dirige a mensagem; `Conteudo_da_msg` é o conteúdo da mensagem que se pretende enviar. Aparentemente, faltam aqui dois argumentos, para que esta estrutura esteja de acordo com a definida no modelo de comunicação, atrás apresentado, o tempo e o tipo de mensagem. O tempo é adicionado pelo sistema, no momento de envio da mensagem. O tipo de mensagem existe implicitamente de acordo com a tabela apresentada no quadro 12.

Tipo de mensagem	Estrutura	Descrição
APRESENTAÇÃO	apresenta(Ag)	para dar conhecimento de que o agente, Ag, pertence à sociedade
INFORMAÇÃO	c(C, Sc, X)	para informar sobre crença X no contexto (C, Sc)
	c(X)	para informar de uma crença X, não especificando o contexto
	objectivo(C, Sc, X)	para informar que um dos objectivos do contexto (C, Sc) é X
	motivacao(X)	para informar de uma crença existente na motivação do agente
PEDIDO	apresenta(X)	pedido de um agente, em geral o professor, para se apresentar à sociedade
	contexto(X)	pedido para o contexto (C, Sc) da crença X
	p(C, Sc, X)	pedido de uma crença X, no contexto (C, Sc)
	p(X)	pedido de uma crença X, não especificando o contexto
	explica(C, Sc, X)	pedido para explicação de como foi obtida a crença X, no contexto (C, Sc)
	objectivo(C, Sc)	pedido de um objectivo, para o par (C, Sc)
RESPOSTA	apresenta(Ag)	resposta de um agente ao pedido de apresentação
	r(C, Sc, X)	resposta ao pedido de uma crença X, indicando o contexto
	r(X)	resposta ao pedido de uma crença X, não indicando o contexto
	explicacao(X)	resposta a um pedido de explicação, X=cb ou X=ger(R, L)
	objectivo(C, Sc, X)	resposta a um pedido de objectivo, X é um objectivo no contexto (C, Sc)
	motivacao(X)	resposta a um pedido de motivação, X é o motivo.

Quadro 12: Tipo de mensagens e respectiva descrição.

O predicado `envia_msg` ao ser invocado recorre a termos da base de dados que contêm um conjunto de acções a realizar, por forma a direccionar as mensagens. Esses termos têm uma estrutura do tipo

```
director_msg(msg(Ambito, Emissor, Receptor, Conteudo), Accoes)
```

onde o argumento Accoes é um termo com functor accao em que os argumentos são um conjunto de predicados que, ao serem invocados, levam a mensagem até ao agente receptor. Accoes depende do âmbito da mensagem, do receptor e do ambiente em que a mensagem é enviada.

Exemplo 4.25 (forma de direccionar uma mensagem):

O termo que direcciona uma mensagem particular de pedido, de um agente Emissor para um agente Receptor, é o seguinte:

```
director_msg(msg(privada, Emissor, Receptor, pedido(Nome, Pedido)),  
  accao(  
    traz_data(Tempo),  
    data_world(Un, Emissor),  
    traz_tv(Tempo, Tv),  
    regsubst_record(rascunho, dados(_, perg(Receptor, Nome, Pedido)),  
      dados(Tv, perg(Receptor, Nome, Pedido))),  
    data_world(_, main),  
    rasto_msg(privada, Emissor, Receptor, pedido, pedido(Nome, Pedido)),  
    recebe_mensagem(privada, pedido(Nome, Pedido), Emissor, Receptor,  
      Tempo),  
    ouve_prof(privada, pedido(Nome, Pedido), Emissor, Receptor, Tempo),  
    data_world(_, Un))).
```

O predicado recebe_mensagem é o processador da mensagem recebida pelo agente receptor. □

4.6 Interface com o utilizador

Apesar de não se tratar da parte fundamental do programa, a interface com o utilizador foi construída por forma a facilitar o seu uso. Assim, recorreu-se a alguns menus e a um conjunto de caixas de diálogo construídas utilizando alguns predicados fornecidos com a versão v6.00.91 do Arity/Prolog. O menu principal é constituído por 5 grupos de opções (ver figura 2), denominados Sociedade, Agente, Lição, Opções e Ajuda. No grupo Sociedade aparecem as opções relativas a toda a sociedade que permitem eliminar ou guardar a sociedade

actual, trazer uma nova sociedade e sair do programa. No grupo Agente aparecem as opções relacionadas com cada agente individual, sendo possível criar ou excluir um agente, visualizar ou alterar as crenças ou características, visualizar os termos guardados na base de conhecimento e comunicar, pelo envio de mensagens, com qualquer um dos agentes da sociedade actual. No grupo Lição estão as opções relacionadas com a aula: definição de objectivos, visualização do plano da aula e iniciar a aula. No grupo Opções apresentam-se algumas escolhas possíveis para a visualização da aula, para o rasto e para o editor de texto.

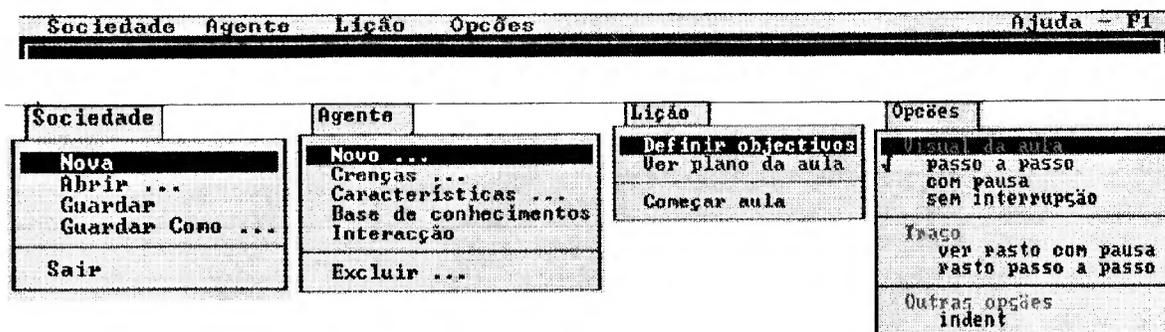


Figura 2: Menu principal e menus "pull-down".

Descrevemos de seguida cada um destes grupos mais detalhadamente.

4.6.1 Sociedade

A hipótese de uma simulação poder ser interrompida e continuada em qualquer momento levou à criação de um módulo capaz de guardar e reaver ficheiros armazenados no disco. Em particular, podem ser guardados todos os elementos relativos a um grupo de agentes, isto é, à sociedade, para mais tarde se poder recuperar esses dados e continuar o trabalho.

4.6.2 Agente

O programa permite criar uma sociedade, através da definição de cada um dos seus agentes. Depois de formada uma sociedade, existe a possibilidade de se juntarem novos agentes à sociedade ou de excluir um ou mais agentes dessa mesma sociedade. A introdução de um novo agente na sociedade implica a definição das suas características e das suas crenças de base. A figura 3 apresenta um exemplo das características de um agente, cuja identificação é b. O tempo de vida do agente aparece em minutos, segundos e décimos de segundo. O tempo de retenção inicial é igual ao tempo que uma crença permanece no estado de memória momentâneo.

Características do agente		
Nome do agente 'aluno': b	Tipo de assimilação: Inrogante tímido preguiçoso distraído teimoso letrado Contexto -> Assimilação por defeito -> tímido	Tempo de retenção inicial (em segundos): <input type="text" value="10"/>
Tempo de vida: 8, 44, 9		
raciocínio modus ponens abductivo por herança por comparação		
Interesses	Motivação teorema(<circuitos electricos>\$, se, cab(<agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)>), corp(<circuitos electricos(X)>)). teorema(<electricidade>\$, se, cab(<agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)>), corp(<electricidade(X)>)). teorema(<maquinas electricas>\$, se, cab(<agente(X), engenheiro_electrotecnico(X)>),	

Figura 3: Características de um agente b.

O utilizador pode ver quais são as crenças que pertencem à subteoria preferida do agente, as crenças do agente sobre os outros agentes da sociedade e ver e modificar as crenças de base do agente. Para isso no grupo de opções Agente utiliza a opção Crenças para visualizar o menu apresentado na figura 4. Nesta figura aparecem ainda os menus "pull down" referentes a uma sociedade com três agentes: professor, b e c.

Subteoria Sobre Outros Crenças de base

Subteoria	Sobre Outros	Crenças de base
do professor	O Professor ...	do professor ...
1 - do b 2 - do c	1 - o h 2 - o c	1 - b.ane 2 - c.ane

Figura 4: Menu e menus "pull down" para as crenças dos agentes.

Para a introdução das crenças de base foi criado um editor de texto apresentado na figura 5, com a possibilidade de introdução da estrutura de cada crença considerada e permitindo observar quais as crenças correctamente escritas.

A verificação de cada crença é feita escrevendo o que foi

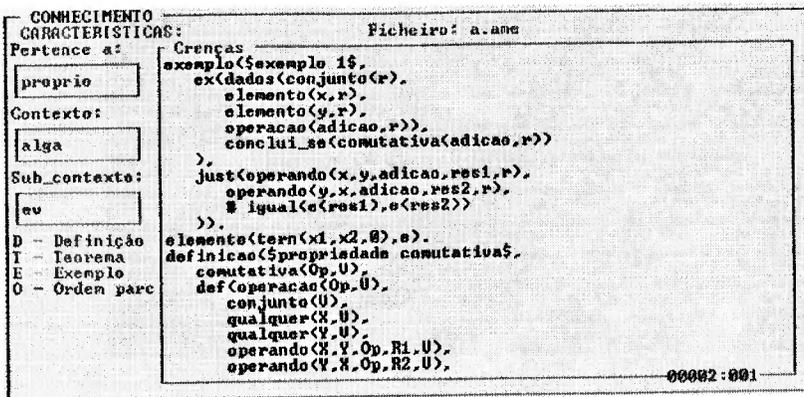


Figura 5: Imagem do editor de texto, utilizado para escrever as crenças de base do agente.

redigido num ficheiro, e fazendo depois a sua leitura como se se tratasse de termos da base de dados do agente.

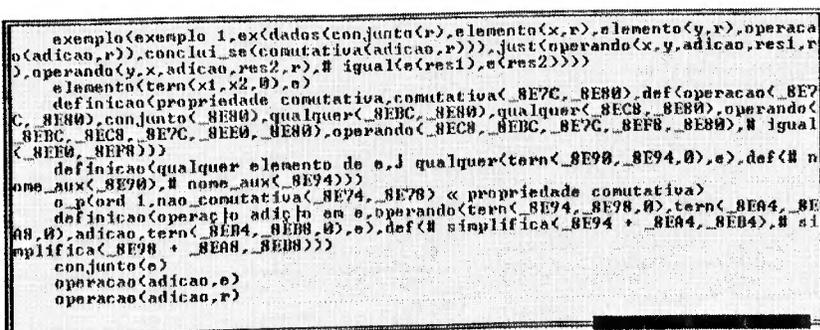


Figura 6: Verificador para a correcção da escrita de crenças do agente.

Esse conjunto de termos é apresentado depois ao utilizador, para que averigue quais as crenças correctamente escritas. Na figura 6 aparecem todos os termos escritos no contexto alga e subcontexto ev o que significa que estão de acordo com as estruturas definidas para as crenças de um agente.

Existe também a possibilidade da visualização dos termos, que se encontram guardados na base de dados do agente. Para isso é necessário especificar o nome do agente e a chave que guarda os termos. A figura 7 mostra alguns termos da base de dados do agente a que guardam as suas próprias crenças.

```

onhecimento
c(car(alga, ev, t([1994,10,24],[22,36,22]), est(1, permanente).ch). exemplo(exem
plo 1, ex(dados(conjunto(x), elemento(x,r), elemento(y,r), operacao(adicao,r)),
conclui_se(comutativa(adicao,r))), just(operando(x,y, adicao, res1,r), operando
(y,x, adicao, res2,r), # igual(s(res1), e(res2))))))
c(car(alga, ev, t([1994,10,24],[22,36,22]), est(1, permanente).ch). elemento(ter
n(x1,x2,0), e))
c(car(alga, ev, t([1994,10,24],[22,36,22]), est(1, permanente).ch). definicao(pr
opriedade comutativa, comutativa( 4920, 4924). def(operacao( 4920, 4924). conj
unto( 4924), qualquer( 4960, 4924). qualquer( 496C, 4924), operando( 4960, 496
C, 4920, 4984, 4924), operando( 496C, 4960, 4920, 499C, 4924), # igual( 4984,
499C))))
c(car(alga, ev, t([1994,10,24],[22,36,22]), est(1, permanente).ch). definicao(qu
alquer elemento de s, j qualquer(tern( 4934, 4938, 0), e), def( # nome_aux( 4934
), # nome_aux( 4938))))
00001:001
Agente a Chave proprio

```

Figura 7: Visualizador dos termos da base de dados do agente.

A identificação e descrição das chaves utilizadas para guardar os termos do agente estão na tabela apresentada no quadro 13.

CHAVE	DESCRIÇÃO
proprio	para o conjunto de crenças do agente e suas características
Nome_do_agente	para o conjunto das crenças do agente sobre o agente Nome_do_agente.
caractag	para as características do agente
rascunho	para dados auxiliares e registos de mensagens na interacção entre os agentes
motivacao	para os motivos do agente
ensinar (só no caso do agente professor)	para objectivos e conteúdos a ensinar
caderneta (só no caso do agente professor)	para registos durante a aula, como o n° de aluno e a identificação dos alunos interrogados
objectivo_ger	para registo dos interesses dos agentes

Quadro 13: Chaves utilizadas para guardar a informação do agente.

O programa foi construído de forma a permitir a interacção do utilizador com o agente. Para auxiliar essa interacção recorreu-se à janela da figura 8 onde podemos ver uma mensagem privada de pedido dirigida ao agente a.

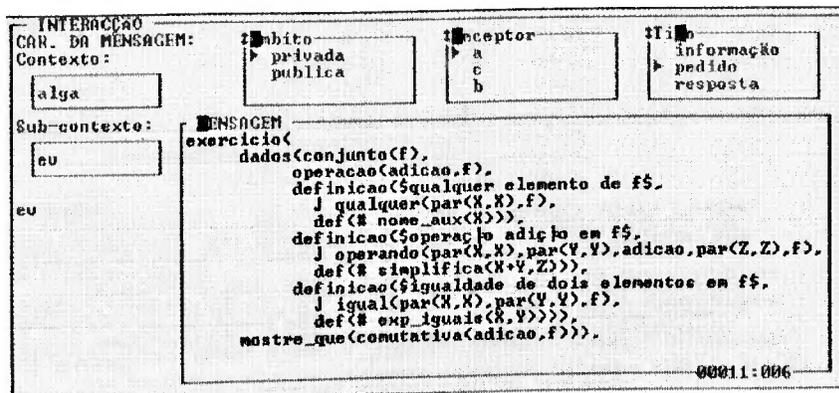


Figura 8: Janela para a interacção do utilizador com os agentes.

O utilizador pode informar sobre uma crença, pedir uma crença ou responder a um pedido de um agente. A estrutura a utilizar para as crenças é a mesma que para a linguagem interna do agente.

4.6.3 Lição

Através da opção Lição podemos definir os objectivos, ver o plano de aula e iniciar uma lição.

4.6.4 Opções

Entre as opções disponíveis encontram-se a possibilidade do utilizador poder seguir a execução da simulação de uma aula mensagem por mensagem e a possibilidade do utilizador poder seguir o rasto do programa. A figura 9 apresenta o início do rasto do programa na construção da subteoria preferida de um agente a.

```
(1) CHAMA: consulta_bd
(2) CHAMA: registo_inicial(proprio, car(alga, ev, t([1994, 10, 24], [22, 36, 22])), ex
emplo(exemplo_1, ex(dados(conjunto(x), elemento(x, y), elemento(y, x), operacao(adic
ao, r)), conclui_se(comutativa(adicao, r)), just(operando(x, y, adicao, res1, r), ope
rando(y, x, adicao, res2, r), # igual(e(res1), e(res2))))))
(3) CHAMA: fact_respa(exemplo(exemplo_1, ex(dados(conjunto(x), elemento(x, y), el
emento(y, x), operacao(adicao, r)), conclui_se(comutativa(adicao, r)), just(operand
o(x, y, adicao, res1, r), operando(y, x, adicao, res2, r), # igual(e(res1), e(res2))))))
(3) SAÍ DA: fact_respa(exemplo(exemplo_1, ex(dados(conjunto(x), elemento(x, y), e
lemento(y, x), operacao(adicao, r)), conclui_se(comutativa(adicao, r)), just(operan
do(x, y, adicao, res1, r), operando(y, x, adicao, res2, r), # igual(e(res1), e(res2))))))
```

Figura 9: Visualização de alguns passos de um agente na construção da subteoria preferida.

4.6.5 Ajuda

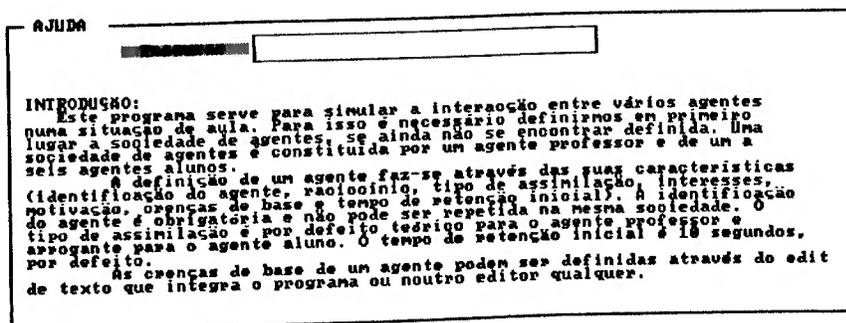


Figura 10: Ajuda ao utilizador.

A ajuda foi criada de forma a facilitar a tarefa do utilizador na utilização do programa. Ao pedir ajuda, o utilizador terá acesso a uma descrição relativa à parte do programa que está a utilizar, mas, se não for isso o que pretende, poderá proceder à procura do que necessita escrevendo para isso, na janela de procura, o assunto desejado.

Podemos dizer, em conclusão, que a construção da nossa sociedade começa pela definição de cada um dos agentes, que devem ser um professor e pelo menos um aluno. Essa definição é feita especificando as características e um conjunto de crenças de base para o agente. As características incluem a identificação, que deverá ser diferente para outros agentes, o tipo de assimilação, os tipos de regras de inferência utilizadas no raciocínio, um conjunto de interesses e os motivos de base. As crenças podem ser factos, regras ou exemplos. Desta definição resulta a primeira subteoria preferida do agente e também a primeira pirâmide de interesses. A evolução do agente resulta da interacção com os outros agentes, que acontece durante o decorrer de uma aula. O utilizador deve definir os objectivos dessa aula, após o que o agente professor organiza o plano da aula, que servirá para o conduzir no momento da realização da aula. A forma como cada agente interpreta e reage às várias mensagens recebidas depende das suas características e do tipo de mensagem. Uma das reacções consiste no envio de mensagens de pedido, que dependem do tipo de assimilação e do tipo de raciocínio do agente. O utilizador pode comunicar com qualquer um dos agentes, num período extra aula, através do envio de mensagens de acordo com a linguagem interna do agente.

5. TRABALHO FUTURO

O Ambiente de Ensino Aprendizagem que acaba de ser descrito não pode ser considerado como acabado. Antes pelo contrário. Existe um longo trabalho de aperfeiçoamento e completamento que pode ser realizado no futuro. Apresentamos de seguida algumas sugestões que poderão ser utilizadas na continuidade deste trabalho.

O conjunto de regras de inferência existente ainda é reduzido. Existem outros tipos de raciocínio humano que poderão ser traduzidos para serem utilizados pelos agentes. Por exemplo, o tipo de raciocínio dedutivo denominado especialização universal é muito utilizado em matemática, nomeadamente, para identificar propriedades de um elemento a partir das propriedades do conjunto a que pertence. Também é conhecido como os nossos alunos utilizam muitas vezes o raciocínio por omissão, quando querem obter uma conclusão fazem-no omitindo parte do caminho que poderia levar a essa conclusão. Também poderíamos ter uma regra de inferência que traduzisse o método de demonstração, utilizado em matemática, por redução ao absurdo.

Na estrutura de motivação apenas foram considerados os factores positivos, denominados interesses, quando é sabido que existem também factores negativos perturbadores da aprendizagem. Por exemplo, poderíamos tentar a introdução de uma espécie de vírus, que seriam agentes que se poderiam manifestar, num determinado momento, procurando motivar os outros agentes para determinados assuntos que seriam do seu interesse. Isto já acontece um pouco durante a simulação da aula com o agente arrogante. Este agente procura sempre que possível "desviar a aula" para o par (Contexto, Subcontexto) para o qual está mais motivado. Os agentes referidos poderiam actuar no período extra aula, assistindo-se então a "conversas" entre os vários agentes. Destas conversas poderiam resultar outros tipos de interesses que reduziriam o valor dos interesses relacionados com os objectivos das aulas.

Um método de ensino pode ser visto como composto por um conjunto de técnicas. O conjunto dessas técnicas poderia formar uma biblioteca que estaria disponível para a simulação de vários métodos de ensino. Assim, em vez de termos métodos fixos, poderíamos fazer a sua construção através de um subconjunto desse conjunto de técnicas. Por exemplo, poderíamos ter técnicas para expor os diferentes tipos de crenças, os factos, as regras e os exemplo, uma técnica para interrogar da presença de uma crença de base e uma técnica para interrogar da presença de crenças derivadas, uma técnica para dialogar com o aluno sobre uma determinada crença por forma a que seja ele a concluir essa crença. Poderíamos construir, por exemplo, um método (semelhante ao dedutivo) utilizando as técnicas expor regras, expor exemplos e expor factos. Outro método poderia ser expor regras e exemplos dialogar factos.

A introdução de uma "biblioteca" de consulta para agentes poderá levar à simulação de outras técnicas de ensino, como é o caso da técnica de seminário. Esta biblioteca seria formada por ficheiros de crenças organizadas por (Contexto, Subcontexto). Cada agente poderia utilizá-los para recolher as crenças relacionadas com os seus interesses e de acordo com determinados objectivos definidos.

Ao modelo do agente poderíamos acrescentar um submodelo de acções, por forma a que cada agente não se limite a trabalhar a informação que possui ou que venha a possuir apenas na construção da sua subteoria preferida, mas que possa, em cada momento "aprender" a utilizar essa informação sempre que necessário. Poderiam ser considerados dois tipos de acções as simples e as compostas. As acções compostas seriam formadas pela conjunção de várias acções simples. Cada acção simples seria formada por três partes: um "interruptor", que seria formado pela condição ou condições para que ela fosse executada; um "caminho", que seria formado pelo conjunto de crenças (ou a sua identificação) que em conjunto com o "raciocínio" do agente permitiriam obter um facto ou conjunto de factos que constituiriam o resultado da acção; e o próprio resultado da acção, formado por um ou mais factos necessários para que se pudesse concluir da realização da acção.

Por exemplo, poderíamos ter uma acção para adicionar dois elementos, X e Y, num conjunto, G, e obter um resultado, R. Aqui as três partes da acção seriam, respectivamente:

- adicionar(X,Y,G,R);
- regra para averiguar se os elementos X e Y pertencem a G e regra para adicionar os dois elementos em G;
- O facto soma(X,Y,G,R).

O caminho para obter o resultado da acção seria diferente de acordo com o tipo de agente. Por exemplo, o caminho utilizado para a acção exemplificada seria diferente para um agente em que o tipo de raciocínio fosse por analogia. Neste caso, o caminho seria formado por dois exemplos, um mostrando como verificar que os elementos pertencem a G e outro mostrando como se faz a adição em G.

De acordo com o exposto, o objectivo do ensino simulado poderia ser não só uma passagem de crenças entre os vários agentes, mas também o de procurar levar o aluno a ser capaz de realizar uma determinada acção, podendo para isso enviar toda a acção, ou apenas o interruptor e o resultado deixando que o aluno consiga obter o caminho através da passagem das crenças necessárias, durante a aula. Reparemos que o caminho para a acção não é mais que a reunião das justificações para obter os factos do resultado. Assim, se o agente conhece o resultado da acção, no momento em que raciocina está a descobrir o caminho para essa acção.

Das partes do processo de ensino-aprendizagem, referidas no capítulo 2, deixou-se de lado uma delas, a avaliação, considerada também de muita importância no processo de ensino-aprendizagem. A avaliação poderá constar, por exemplo, da realização de testes que sejam sequências de exercícios, de algum modo relacionados com os objectivos da aula ou também de qualquer outro tipo de mensagens de pedido. Com a introdução do modelo de acções, estas poderão aparecer também nos exercícios.

Outra sugestão prende-se agora com o melhoramento da regra de inferência *modus_ponens*. A sua programação envolve a procura da instância para o antecedente de uma regra e este antecedente é formado por um conjunto de argumentos que foram colocados em

lista para criar um ciclo que instanciasse cada um dos elementos desta lista. O uso da transitividade implica, sobretudo quando são utilizadas regras recursivas, o consumo de muita memória local. Um melhoramento passa pelo registo em memória desses argumentos e pelo uso de *repeat*.

6. CONCLUSÃO

Na ampliação do modelo do agente primeiro proposto por [Costa et al, 91], introduzimos as noções de tempo de vida, motivação e memória. Foram ainda introduzidos os conceitos tipo de professor, objectivos e plano de uma aula.

O tempo de vida possibilita a avaliação da "idade" do agente com o significado do tempo total utilizado na interacção, no raciocínio e organização de conhecimento do agente. Podemos, por exemplo, determinar o tempo gasto na resolução de um exercício por agentes diferentes.

A motivação implica uma preocupação do utilizador na ligação entre os objectivos de uma aula e os interesses dos alunos, sem a qual a "aprendizagem" não terá sucesso. A preparação de uma aula não pode terminar sem uma investigação sobre os interesses dos alunos e sobre a forma como estes podem ser motivados, por forma a que os objectivos, dessa aula, possam ser atingidos.

A memória dependente de um tempo fixo e da motivação do agente no (Contexto, Subcontexto), permite uma aproximação à memória humana no sentido em que crenças diferentes podem ser guardadas de forma diferente. Há crenças que ficam quase logo "invisíveis" para o agente, há outras que são guardadas de forma permanente e há outras que vão sendo "esquecidas" ao longo do tempo.

O tipo de professor está associado ao tipo de método de ensino utilizado na execução da aula e também à maneira como o professor exerce o seu papel de líder da classe.

O melhoramento do modelo do agente passa pela introdução de um sub-modelo de acções para que possamos utilizar o termo "fazer" para além do termo "conhecer" e também pelo aumento da capacidade de raciocínio.

A realização da simulação pode ser melhorada com a introdução de técnicas de ensino como elementos isolados que

poderão ser reunidos para formar vários tipos de métodos de ensino. Das componentes do processo ensino-aprendizagem deverá ser tida em atenção a avaliação da aprendizagem.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Abayomi] ABAYOMI, D.A., Noël, M. and Odile T. , Student Modelling and Cognition in Education Knowledge Based Tools (Ref. desconhecida).
- [Arity,87] ARITY PROLOG, Using the Arity/Prolog Compiler and Interpreter, Arity Corporation, 1987.
- [Arity,88] ARITY PROLOG, The Arity/Prolog Language, Reference Manual, Arity Corporation, 1988.
- [Azevedo,93] AZEVEDO, C.M.S., Núcleo de um tutor para SQL, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, 1993.
- [Brazdil] BRAZDIL, P.B., Integration of Knowledge in Multi-agent Environments, LIACC, University of Porto.
- [Buchanan et al, 94] BUCHANAN, B.G., WILKINS, D.C., Knowledge acquisition and Learning Automating the Construction and Improvement of Expert System, Proceedings of the Twelfth National Conference On Artificial Intelligence, 1994.
- [Childs,79] CHILDS, L., A Concrete Introduction to Higher Algebra, Springer-Verlag, New York, 1979.
- [Clancey,86] CLANCEY, W. J., Qualitative Student Models, Annual Reviews Inc. 1986.
- [Clancey,90] CLANCEY, W.J., How Should Expert System Technology be Applied for Education, Institute for Research on Learnings, 1990.
- [Coelho,76] COELHO, H., GEOM: A Prolog Geometry Theorem Prover, LNEC, Lisboa, 1976.
- [Coelho et al, 87 a] COELHO, H., GASPAR, G., SERNADAS, C., Communicating Knowledge Systems: Part I - Big Talk Among Small Systems, Applied Artificial Intelligence: 1:233-260, 1987.
- [Coelho et al, 87b] COELHO, H., GASPAR, G., SERNADAS, C., Communicating Knowledge Systems: Part II - Big Talk Among Small Systems, Applied Artificial Intelligence: 1:315-335, 1987.
- [Coelho et al, 88] COELHO, H., COTTA, J.C., Prolog by Example, How to Learn, Teach and Use it, Springer-Verlag, New York, 1988.

- [Coelho et al,90] COELHO,H. GASPAR, G., A modular Architecture for Agents Living in Society, INESC Report, 1990.
- [Coelho,91] COELHO, H., Novas Direcções para os Sistemas Tutores Inteligentes, Correio Informático 119, 8 de Janeiro, 1991.
- Coelho et al, 95] Coelho,H., Eusébio,A., Costa, E., A Closer Look to Artificial Learning Environments, Proceedings of the Portuguese Conference on A.I., Springer-Verlag, 1995.
- [Costa et al,91] COSTA,E., GASPAR,G.,COELHO,H., A formal Approach to Intelligent Learning Environment (ILE)'s: a first tentative, in the Proceedings of NATO Advanced Research Workshop on Student Modelling, Montréal (Canada), May, 1991 e ainda em Student modelling: the key to individualized knowledge based instruction, Jim Greer and Gordon McCalla (eds.), Springer-Verlag, pp. 281-294, 1994.
- [Eusébio,95a] Eusébio,A. M. J., Exemplos da Utilização do Ambiente de Aprendizagem em Matemática Apoiado em Agentes Autónomos Inteligentes, Publicação do autor, 1995.
- [Eusébio,95b] Eusébio,A. M. J., Listagem do Programa Ambiente de Aprendizagem em Matemática Apoiado em Agentes Autónomos Inteligentes, Publicação do autor, 1995.
- [Forum,95] FORUM ESTUDANTE, Guia Prático das Profissões, Edição Especial da Revista Forum Estudante, 1995.
- [Gaspar,94] Gaspar,M.G.F.R., Modelação de Agentes Autónomos Inteligentes Integrados em Sociedade, Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências, 1994.
- [Godinho et al, 93] GODINHO,P.M.C., TRANCAS,M.J.D.A., Interacção Multi-Agentes, FCTUC, Coimbra, 1993.
- [Jelovsek et al] JELOVSEK,F.R.,VALERIAN V. A.,PRICE,R.D., and STULL,R.E., Learning Theory and Knowledge Structures in Computer-Aided Instruction (Ref. desconhecida).
- [Knight et al, 91] KNIGHT,K.,RICH,E., Artificial Intelligence, International Edition, McGraw-Hill, 1991.
- [Kasner et al , 76] KASNER,E.,NEWMAN,J., Matemática e Imaginação, O mundo fabuloso da matemática ao alcance de todos, Biblioteca de Cultura Científica, Zahar Editores, Rio, 1976.
- [Kolman,93] KOLMAN,B., Linear Algebra with Applications, Macmillan Publishing Company, New York, 1993.

- [Luger et al,89] Luger, G. F. and Stubblefield, W.A., Artificial Intelligence and the Design of Expert Systems, The Benjamin/Cummings Publishing Company, 1989.
- [MARTIAL,90] MARTIAL, V., Uses of ITS, Which Role for the Teacher?, NATO, Advanced Research Workshop, Coimbra, 1990.
- [Michalski] MICHALSKI,R.S., Toward a Unified Theory of Learning: Multistrategy Task-adaptive Learning (Ref. desconhecida).
- [Míndpower,93] MÍNDPOWER, Expand Your Memory, Dorling Kindersley, London, 1993.
- [Nérici,87] NÉRICI, I. G., Didáctica Geral Dinâmica, Editora Atlas S. A., São Paulo, 1987.
- [Nérici] NÉRICI, I. G., Introdução à Didáctica Geral, Editora Científica, Rio de Janeiro.
- [Nérici, 92] NÉRICI, I. G., Metodologia do Ensino, Editora Atlas S.A., São Paulo, 1992.
- [Netto,87] NETTO, S. M., Psicologia da Aprendizagem e do Ensino, E.P.U.: Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987.
- [Paiva, 94] PAIVA, A., Tagus - A User and Learner Modelling Workbench, INESC, IST, 1994.
- [Shapiro,86] SHAPIRO,E., STERLING,L., The Art of Prolog, Advanced Programming Techniques, The Massachusetts Institute of Technology, London, 1986.
- [Schmeck,88] SCHMECK,R.R., Learning Strategies and Learning Styles, Plenum Press, New York, 1988.
- [TECFA,90] TECFA, The Geneva Manifesto of Intelligent Learning Environments, Université de Genève, Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education, 1990.
- [Wellman, 94] WELLMAN, M. P., A computational Market Model for Distributed Configuration Design, Proceedings of the Twelfth National Conference on Artificial Intelligence (volume one), 1994.

APÊNDICE A (INQUÉRITO)

Introdução

Este inquérito foi realizado no sentido de averiguar a utilização de alguns tipos de raciocínio e a presença de alguns tipos de assimilação.

A amostra recolhida é constituída pelas respostas dos alunos da disciplina de Probabilidades e Estatística, no 1º semestre do ano lectivo 1994/1995, dos cursos Engenharia Electrotécnica e Engenharia Mecânica (2º ano - diurno), da Escola de Tecnologia e Gestão de Leiria.

I. Questionário 1

1. Questões e Resultados

Com este questionário pretendia-se avaliar da presença de alguns tipos de raciocínio, nomeadamente: modus ponens, modus tollens, abduativo, por analogia e e/ou. As questões colocadas e os resultados foram os seguintes:

a. Admitindo que a afirmação

"Se o Pedro não chegar tarde então a Ana vai ao cinema", é verdadeira, qual o valor lógico de cada uma das afirmações seguintes?

Como o Pedro não chegou tarde, podemos concluir que a Ana foi ao cinema.

Como a Ana foi ao cinema, podemos concluir que o Pedro não chegou tarde.

Como a Ana não foi ao cinema, podemos concluir que o Pedro chegou tarde.

Como o Pedro não chegou tarde, podemos concluir que a Ana foi ao cinema ou ficou em casa.

Resultados:

Afirmação \ raciocínio	frequência absoluta	frequência relativa	n
1ª \ modus-ponens	30	0.81	37
2ª \ abduativo	34	0.94	37
3ª \ modus-tollens	27	0.75	37
4ª \ e\ou	9	0.25	37

b. Admitindo que, para todo o número real, a igualdade

$$" \sqrt{a^2} = a "$$

é verdadeira, qual o valor lógico de cada uma das afirmações seguintes?

Se $\sqrt{a^2} \neq a$ então a não é um número real;

Como $\sqrt{a^2} = a$ então a é um número real;

-4 é um número real, então $\sqrt{(-4)^2} = -4$;

Resultados:

Afirmiação \ raciocínio	frequência absoluta	frequência relativa	n
3 ^a \ modus-ponens	15	0.47	32
2 ^a \ abductivo	24	0.75	32
1 ^a \ modus-tollens	21	0.66	32

c. Admitindo a afirmação,

" Se $T: E \rightarrow F$ é uma aplicação linear então a imagem do vector nulo de E é o vector nulo de F ." verdadeira, qual o valor lógico de cada uma das afirmações seguintes?

Como $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
 $(x, y) \rightarrow x$ é uma aplicação linear, podemos concluir que $f(0, 0) = 0$.

Na aplicação $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x+1$, $g(0)=1$ logo a aplicação g não é linear.

Na aplicação $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^2$, $h(0)=0$, então podemos concluir que a aplicação f é linear.

Se a aplicação $i: E \rightarrow F$ é linear então $i(0)=0$ ou $i(0)=1$.

Resultados:

Afirmação \ raciocínio	frequência absoluta	frequência relativa	n
1ª \ modus-ponens	35	0.94	37
3ª \ abduativo	21	0.57	37
2ª \ modus-tollens	9	0.24	37
4ª \ e\ou	6	0.16	37

d. Admitindo que a igualdade

$$\frac{f(2,3) \times g(3,4)}{h(4,5)} = \frac{f(2,5)}{h(5,2)}$$

é verdadeira por ser 3 diferente de zero e 5 maior que 2. Qual o valor lógico das igualdades seguintes?

$\frac{f(3,4) \times g(4,5)}{h(5,6)} = \frac{f(3,6)}{h(6,3)}$

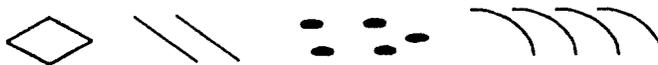
$\frac{f(-1,0) \times g(0,1)}{h(1,2)} = \frac{f(-1,2)}{h(2,-1)}$

$\frac{f(1,3) \times g(3,7)}{h(7,9)} = \frac{f(1,9)}{h(9,1)}$

Resultados:

Afirmação verdadeira	frequência absoluta	frequência relativa	n
1ª	25	0.68	32
2ª	7	0.19	32
3ª	23	0.62	32

e. Considere a figura seguinte que é a representação do número 1254, no sistema grego dos hieróglifos. Este sistema foi abolido no tempo de Thales, 600 anos antes de Cristo.



Escreva os números que ache estarem representados nas figuras

seguintes:
 Figura 1:

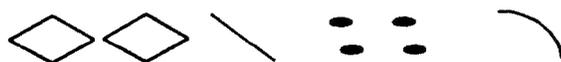


Figura 2:



Resultados:

Afirmação verdadeira	frequência absoluta	frequência relativa	n
1 ^a	29	0.78	32
2 ^a	18	0.49	32

2. Análise dos resultado

a. Questões 1, 2 e 3

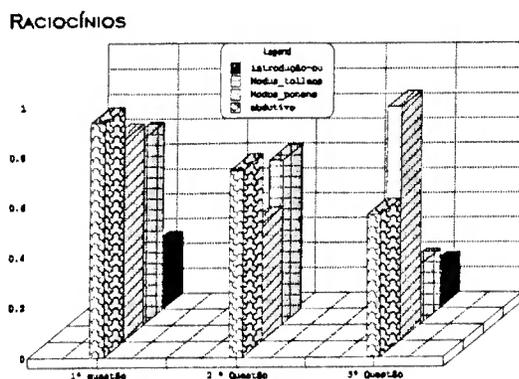


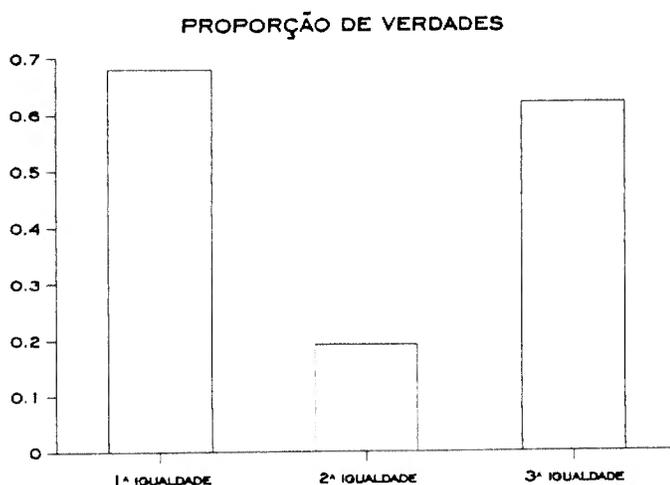
Figura 1: Gráfico de barras para os resultados obtidos nas 3 primeiras questões.

Os resultados obtidos apontam para a presença dos 4 tipos de raciocínio: abduktivo, modus ponens, modus tollens e introdução-ou, embora este último de uma forma muito reduzida. De salientar a elevada percentagem obtida pelo raciocínio abduktivo, em questões como a 2^a e 3^a, refira-se que questões como

a 3ª foram estudadas pelos alunos na disciplina, Álgebra Linear e Geometria Analítica, do 1º ano, o que levava a esperar uma maior facilidade na escolha da resposta correcta.

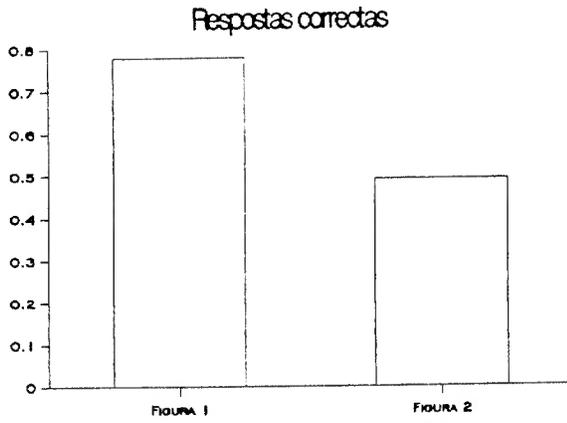
b. Questão 4

Da análise da 4ª questão verifica-se que existe uma grande percentagem de alunos que consideram a 1ª e 2ª igualdades como correctas, fazendo uma associação de posição com o 3 e o 5 da justificação da veracidade da 1ª igualdade. Dos 17 indivíduos que escolheram 2 igualdades verdadeiras apenas 1 considerou a 1ª e a 2ª, tendo os restantes considerado a 1ª e a 3ª. Há 4 indivíduos que consideram apenas a 1ª verdadeira, podendo significar que consideraram também a diferença de uma unidade entre os vários pares de valores.



c. Questão 5

Uma observação importante nesta questão reside no facto de 49% dos indivíduos não ligarem à posição dos símbolos, fazendo uma associação directa entre algarismo e símbolo.



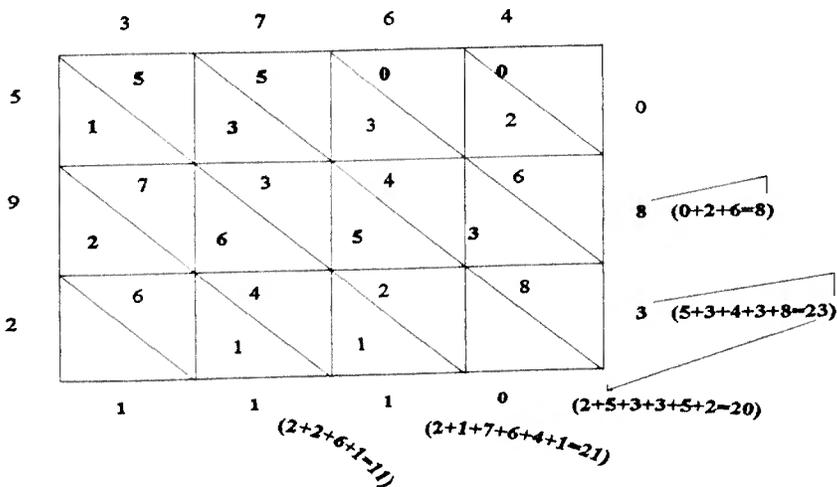
3. Conclusão

Os resultados obtidos apontam para uma grande utilização, por parte dos alunos, das regras modus ponens, por analogia, abdutivo e modus tollens.

II. Questionário 2

1. Questões e Resultados

- a. Considere o algoritmo seguinte para calcular o produto dos números 295 e 3764. Este algoritmo foi inventado pelo matemático italiano Lucas Pacioli (1445-1514) e é conhecido pelo nome de "multiplicação pelo ciúme".



$$\text{Nota: } 295 \times 3764 = 1110380$$

Calcule 55×350 .

Resultados:

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
Faz os cálculos utilizando este algoritmo	17	0.46
Faz o produto utilizando o algoritmo usual	5	0.14
Utiliza este algoritmo mas de forma errada	9	0.24
Não responde	6	0.16
Total	37	1

b. Tente responder ao problema proposto por Flaubert à sua irmã, Carolyn:

"Agora que você está estudando Geometria e Trigonometria, vou dar-lhe um problema. Um navio está atravessando o oceano. Deixou Boston com uma carga de lã. Pesa 200 toneladas. Destina-se a Le Havre. O mastro principal está quebrado, o camaroteiro está no tombadilho, há 12 passageiros a bordo, o vento sopra de lés-nordeste, o relógio indica três horas e um quarto da tarde. Estamos no mês de Maio. Que idade tem o capitão?"

Resultados:

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
Determina uma idade	24	0.67
Não responde	12	0.33
Total	36	1

- c. " O barbeiro da aldeia faz a barba de todos os moradores que não se barbeiam a si mesmos". Irá o barbeiro barbear-se a si mesmo? Justifique.

Resultados:

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
Sim	28	0.78
Não	7	0.19
Paradoxo	1	0.03
Total	36	1

- d. Quantos animais de cada espécie tinha Moisés na arca?

Resultados:

Afirmção verdadeira	frequência absoluta	frequência relativa
Identifica a troca Moisés por Noé	2	0.06
Não identifica a troca	34	0.94
Total	36	1

- e. Numa escavação arqueológica foi descoberta uma placa de ouro com a data de 69 A.C. É possível? Porquê?

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
Identifica o A.C. como só possível depois de Cristo.	24	0.67
Não identifica	12	0.33
Total	36	1

- f. Porque razão em Trás-os-Montes uns usam suspensórios azuis enquanto outros usam

suspensórios amarelos?

Resultados:

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
Responde em função da cor	19	0.53
Para segurar as calças	14	0.39
Responde entrando com a cor e suspensórios	1	0.03
Não responde	2	0.05
Total	36	1

- g. Supõe que tinhas de memorizar o número "581215192226". Arranja uma mnemónica para o fazeres.

Resultados:

Resposta	frequência absoluta	frequência relativa
agrupa algarismos	23	0.64
Não arranja qualquer mnemónica	8	0.22
descobre relação entre números	5	0.14
Total	36	1

2. Análise dos Resultados

Os Resultados obtidos apontam para:

- uma motivação intrínseca, do aluno, para a apreensão de novas técnicas de resolução de problemas conhecidas (questão a.). 70% dos alunos fizeram um esforço adicional de apreensão do novo algoritmo, para o obter o produto de dois números, apesar do pedido que se fazia ser muito fácil de obter pelo o algoritmo conhecido.

- a necessidade de encontrar a resposta para qualquer pergunta colocada, ainda que ela não tenha muito sentido (questão

b.). A abundância de dados leva os alunos a terem dificuldade em admitir a possibilidade de o problema não ter resposta.

- uma análise do problema, superficialmente, apenas num dos sentidos, geralmente o directo, isto é, pela ordem pela qual dados são dados (questão c.).

- Uma associação de factos na memória de uma forma superficial (questão d.). A semelhança de som entre as palavras Moisés e Noé é suficiente para não alertar o aluno para uma análise mais profunda da questão.

- a construção da imagem dos objectos referidos na questão (questão e.) e atenção voltada mais para o qualificador, cor, do que para o objecto.

- uma resolução do problema da maneira mais comum, agrupar os algarismos (questão f.).

APÊNDICE B (GERADOR DE PEDIDO)

Apresenta-se de seguida uma tabela resumindo as diferentes maneiras de um agente gerar perguntas, durante um processo de interacção.

REQUISITOS		ACÇÕES
Tipo de agente	Condições	Perguntas Geradas (= mensagem de pedido dirigida ao receptor)
Preguiçoso		Não gera perguntas
Qualquer * preguiçoso	Existe um crença, X, preterida, por entrar em contradição com outra. O conhecimento dessa crença foi obtido por uma mensagem recebida de um agente identificado por Ag.	Receptor: Ag Conteudo: explica(C, Sc, X)
	Existe um crença de base, X, preterida, por entrar em contradição com outra.	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, X)
Tímido	Existe uma dúvida do tipo $p(C, Sc, X)$, cujo receptor deveria ser o agente professor	Receptor: cada agente que ele desconhece ter a crença X. Conteudo: p(C, Sc, X)
Teórico	Crenças: $g(a)$, $g(b)$, $f(a, \alpha)$ e $f(b, \alpha)$ (raciocínio indutivo)	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, teorema(_, cab(g(x))), corp(f(x, \alpha)))
Teórico	É conhecido pelo agente o teorema(_, se, _, corp(Z)), e têm na motivação o teorema(_, se, cab(Z), W))	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, teorema(_, se, cab(Z), W))
Qualquer * preguiçoso	raciocínio: modus ponens crença: teorema(_, cab(X), corp(Y))	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, X)
	raciocínio: abduativo crença: teorema(_, cab(X), corp(Y))	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, Y)
	raciocínio: por herança crenças: $f(a, c)$ e $f(b, c)$	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, f(a, b))
	raciocínio: por analogia	Receptor: Professor Conteudo: p(C, Sc, exemplo(Str, X, Y))
Arrogante	- Motivação do par (C, Sc) = nao_motivado, sendo (C, Sc) o contexto actual. - Procura par (C1, Sc1) mais motivado	Receptor: outro agente * do professor Conteudo: p(C, Sc, X), onde X é uma crença qualquer do contexto (C1, Sc1).

Distraído	X facto gerado.	Receptor: Professor Conteúdo: p(C,Sx,X)
Tímido	X facto gerado	Receptor: outro agente ≠ do professor, cuja a crença X desconhece ele possuir Conteúdo: p(C,Sc,X)
Qualquer ≠ preguiçoso	recebe mensagem de resposta negativa a um pedido do tipo p(C,Sc,X)	Receptor: outro agente a quem ainda não foi colocado este pedido Conteúdo: p(C,Sc,X)

APÊNDICE C (INTERPRETAÇÃO E REACÇÃO A MENSAGENS)

I. MENSAGENS DIRIGIDAS AO PROFESSOR

Descrevem-se, seguidamente, as reacções do agente professor a uma mensagem que lhe é dirigida por um agente R.

1. Professor autoritário

Mensagem pública		
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES
CONTEÚDO	CONDIÇÕES	
p(X) ou p(C, Sc, X) ou explica(C, Sc, X)	A crença X faz parte dos conteúdos a ensinar e	ainda não foi ensinada enviar mensagem privada, de resposta, para R com o conteúdo "ja_la_iremos".
		já foi ensinada enviar mensagem pública, de resposta, para R com o conteúdo "ja_foi_tratada".
contexto(X)	A crença X faz parte do contexto actual	enviar mensagem, pública, de resposta, para R, com o conteúdo contexto(C, Sc).
	X não faz parte do contexto actual	1. enviar mensagem, privada, de resposta, para R, com o conteúdo: "sem_interesse". 2. enviar mensagem, pública, de informação, para R, com o contexto actual.
r(X) ou r(C, Sc, X)	Existe, registado com a chave rascunho, o termo perg(Tv, Emissor, p(C, Sc, X))	1. substitui esse termo por: $\left(\begin{array}{l} r(X) \\ r(C, Sc, X) \end{array} \right)$. 2. regista a crença X como conhecida de R.
explicacao(Just)	Existe, registado com a chave rascunho, o termo: perg(Tv, Emissor, explica(C, Sc, X))	1. substitui perg em rascunho: perg(Tv, Emissor, explica(C, Sc, X), explicacao(Just)). 2. regista justificação na crença do agente.
Mensagem privada		
qualquer		envia mensagem pública, com o conteúdo "proibido conversar".

2. Professor semi-autoritário

Mensagem pública			
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES	
CONTEÚDO	CONDIÇÕES		
p(X) ou p(C, Sc, X)	A crença, X, faz parte dos conteúdos a ensinar	contexto é o actual, mas X ainda não foi ensinada	1. envia mensagem de resposta privada: r(C, Sc, X). 2. envia mensagem de informação pública: c(C, Sc, X). 2. considera conteúdo como ensinado.
		o contexto não é o actual e a crença X ainda não foi ensinada	envia mensagem de resposta privada: "ja_la_iremos".
		X já foi ensinada	envia mensagem de resposta privada: r(C, Sc, X).
		O agente consegue obter X	envia mensagem privada de resposta para R.
		outra	envia resposta privada para R com o conteúdo:"vazio".
	X não faz parte dos conteúdos a ensinar	envia mensagem de resposta privada: "sem interesse".	
explica(C, Sc, X)	O contexto actual e X fazem parte dos conteúdos a ensinar	envia mensagem de resposta pública: explicacao(Just)).	
	O contexto não é o actual e X já foi ensinada	envia mensagem de resposta privada: explicacao(Just)).	
	O contexto não é o actual e X ainda não foi ensinada	envia mensagem de resposta privada: "ja_la_iremos".	
	Outro	envia mensagem de resposta privada: "sem_interesse".	
contexto(X)	O contexto é o actual e X pertence aos conteúdos a ensinar	1. envia mensagem de resposta privada: contexto(C, Sc). 2. envia mensagem de informação pública: contexto(C, Sc).	
	A crença X pertence aos conteúdos, mas ainda não foi ensinado	envia mensagem de resposta privada: "ja_la_iremos".	
	X já foi ensinada	envia mensagem de resposta privada: contexto(C, Sc)	
	Outros casos	envia mensagem de resposta privada: "sem_interesse".	
c(X) ou c(C, Sc, X)	O contexto é o actual, e X não foi ensinada	1. envia mensagem de informação pública: c(C, Sc, X). 2. regista conhecimento do Emissor 3. regista X como ensinada.	

	O contexto não é o actual e X ainda não foi ensinada	1. envia mensagem pública de informação: "nao_quero_conversa". 2. regista conhecimento do Emissor.
	Outra	1. envia mensagem pública de informação: "nao_quero_conversa". 2. regista conhecimento do Emissor.
r(X) ou r(C, Sc, X)	Tratamento da mensagem da mesma forma que o professor do tipo autoritário.	
explicacao (Just)		

Mensagem privada		
p(X) ou p(C, Sc, X)	contexto actual e X conhecida pelo agente	envia mensagem privada de resposta: resposta(_, r(X)).
outro pedido		envia mensagem privada de resposta: "sem_interesse".

3. Professor permissivo

Mensagem pública		
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES
CONTEÚDO	CONDIÇÕES	
p(X) ou p(C, Sc, X)	X é conhecida ou o agente consegue obter X	envia mensagem pública de resposta com conteúdo: r(X) ou r(C, Sc, X).
	caso contrário	envia mensagem de resposta privada, para R, com o conteúdo: "vazio".
explica(C, Sc, X)	X é uma crença conhecida	envia mensagem pública de resposta com conteúdo: explicacao(Just)).
contexto(X)	X é uma crença conhecida	envia mensagem pública de resposta com conteúdo: contexto(C, Sc).
c(X) ou c(C, Sc, X)	X é uma crença conhecida	regista conhecimento do Emissor.
r(X) ou r(C, Sc, X)	Tratamento da mensagem da mesma forma que o professor do tipo autoritário.	
explicacao(Just)		

Mensagem privada		
p(X) ou p(C, Sc, X)	X é uma crença conhecida	envia mensagem privada de resposta: resposta(_, r(X)).

4. Professor dialogante

Mensagem pública			
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES	
CONTEÚDO	CONDIÇÕES		
p(X) ou p(C, Sc, X)	A crença X faz parte dos conteúdos a ensinar	O contexto é o actual e X não foi ensinada	1. envia mensagem de resposta, pública, para R: r(C, Sc, X). 2. considera X como ensinada.
		O contexto não é o actual e X não foi ensinada	1. envia mensagem de resposta pública para R: r(C, Sc, X). 2. muda para o novo contexto (C, Sc), ensina neste contexto, voltando depois ao contexto actual.
		O contexto é o actual e X já foi ensinada	1. envia mensagem de resposta, privada, para R: r(C, Sc, X). 2. envia mensagem de informação para toda a sociedade: c(X).
		O contexto não é o actual e X já foi ensinada	1. envia mensagem de resposta privada para R, com conteúdo: "ja_la_iremos". 2. põe crença em condição de ser ensinada novamente.
explica(C, Sc, X)	O contexto é o actual e X pertence aos conteúdos a ensinar		envia mensagem de resposta, pública, para R: explicacao(Just)).
	O contexto não é o actual e X já foi ensinada		1. envia mensagem de resposta, privada, para R: "ja_la_iremos" 2. põe X em condições de ser repetida.
	O contexto não é o actual e X ainda não foi ensinada		envia mensagem de resposta, privada, para R: "ja_la_iremos"
	Outro		envia mensagem de resposta, privada, para R: "sem_interesse"
contexto(X)	O contexto é o actual e X pertence aos conteúdos a ensinar		1. envia mensagem de resposta, privada, para R: contexto(C, Sc). 2. envia mensagem de resposta, pública, para toda a sociedade: contexto(C, Sc)
	X pertence aos conteúdos a ensinar, apesar de não ser do contexto actual		envia mensagem de resposta, privada, para R: contexto(C, Sc)
	Outros casos		envia mensagem de resposta, privada, para R: "sem_interesse".
c(X) ou c(C, Sc, X)	O contexto é o actual, e X ainda não foi ensinada		1. envia mensagem de informação, pública, para R: c(C, Sc, X). 2. regista conhecimento de R. 3. muda para o novo context (C, Sc), ensina nesse contexto, voltando depois ao actual.

	A crença X já foi ensinada quer esteja ou não no contexto actual	regista conhecimento do Emissor.
r(X) ou r(C, Sc, X)	Tratamento da mensagem da mesma forma que o professor do tipo autoritário	
explicacao (Just)		

Mensagem privada		
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES
CONTEÚDO	CONDIÇÕES	
p(X) ou p(C, Sc, X)	O contexto é o actual e X ainda não foi ensinada	envia mensagem privada de resposta, para R: r(C, Sc, X).
	X é conhecida pelo agente	envia mensagem privada de resposta, para R: r(C, Sc, X).
	Outro caso	envia mensagem privada de resposta, para R: "vazio".

5. Não dependente do tipo de professor

Mensagem privada		
MENSAGEM RECEBIDA		ACÇÕES
CONTEÚDO	CONDIÇÕES	
c(X) ou c(C, Sc, X)	contexto actual e X já é conhecida pelo professor	regista conhecimento de R.
	contexto actual, mas X não é conhecida pelo professor	envia mensagem privada, de pedido, para R: explica(C, Sc, X).
apresenta (Ag)		toma conhecimento do agente Ag.
contexto(X)	A crença X é conhecida	envia mensagem privada de resposta, para R: contexto(C, Sc)
	A crença X é desconhecida	envia mensagem privada de resposta, para R: "sem_interesse".
p(X) ou p(C, Sc, X)	O contexto é o actual e X ainda não foi ensinada	envia mensagem privada de resposta, para R: r(C, Sc, X).
	X é conhecida pelo agente	envia mensagem privada de resposta, para R: r(C, Sc, X).
	Outro caso	envia mensagem privada de resposta, para R: "vazio".
explica (C, Sc, X)	X é conhecida	envia mensagem privada de resposta, para R: explicacao(Just).

r(X)	Existe, registado com a chave rascunho, o termo perg(Tv, Emissor, p(X))	<ol style="list-style-type: none"> 1. atribui a X o contexto actual (C,Sc). 2. substitui o termo perg(Tv, Emissor, p(X)), por perg(Tv, Emissor, p(X), r(X)). 3. trata mensagem de informação c(C,Sc,X).
r(C,Sc,X)	Existe, registado com a chave rascunho, o termo perg(Tv, Emissor, p(C,Sc,X))	<ol style="list-style-type: none"> 1. substitui o termo perg(Tv, Emissor, p(C,Sc,X)), por perg(Tv, Emissor, p(C,Sc,X), r(C,Sc,X)). 2. trata mensagem c(C,Sc,X)

Reacção não dependente do tipo de agente		
objectivo(C,Sc, X)	O contexto é o actual	envia mensagem pública para o receptor: objectivo(C,Sc,X)
pedido(Nome, motivacao(C,Sc))	contexto actual	envia mensagem pública para o receptor: resposta(Nome, motivacao(C,Sc,X))
outra		envia mensagem pública: "sem_interesse".

II. Reacção do Professor a conversas que não lhe são dirigidas, mas públicas

1. Professor autoritário

pedido(,_) ou c() ou c(,_,_)

envia mensagem privada de informação, para R: "proibido_conversar".

2. Professor semi autoritário

pedido(,_) ou c() ou c(,_,_)

envia mensagem privada: "nao_quero_conversa".

3. Professor permissivo

Não interfere.

4. Professor dialogante

p(X), p(C,Sc,X), c(X), ou c(C,Sc,X)	X pertence aos conteúdos a ensinar e ainda não foi ensinada.	1. muda para o contexto (C,Sc). 2. envia mensagem pública de pedido, para R: repita(,soc).
	X já foi ensinada	1. põe X em condições de ser novamente ensinada. 2. muda de contexto para repetir novamente o ensino desta.
Outra	Envolve uma crença do contexto actual	não interfere.
	O conteúdo da mensagem não faz parte do contexto actual	envia mensagem privada de informação, para R: "sem_interesse".

III. REACÇÃO DO AGENTE ALUNO A UMA MENSAGEM

Descrevem-se, seguidamente, as reacções do agente aluno a uma mensagem que lhe é dirigida por um agente R.

MENSAGEM ENVIADA		ACÇÕES
TIPO	CONDIÇÕES	
CONTEÚDO		
contexto(C, Sc)		1. toma conhecimento de R. 2. regista o contexto em rascunho.
APRESENTAÇÃO	O Emissor coincide com Ag	toma conhecimento de Ag.
apresenta (Ag)		
apresenta (Ag)	O Emissor não é o Ag	1. toma conhecimento de Ag. 2. toma conhecimento de R.
OBJECTIVO	A crença X pertence à sua motivação	1. regista contexto em rascunho. 2. toma conhecimento de R.
objectivo(C, Sc, X)	A crença X não pertence à sua motivação	1. regista contexto. 2. toma conhecimento de R 3. introduz crença. objectivo(C, Sc, X) na sua motivação.
MOTIVAÇÃO	A crença X já é conhecida, isto é, pertence à sua motivação	toma conhecimento de R.
motivacao(X)	A crença X é desconhecida	1. toma conhecimento do agente. 2. introduz X na motivação.
MSG. ESPECIAIS		registra mensagem especial com a chave rascunho.
proibido_conversar		
nao_quero_conversa		
INFORMAÇÃO	X é conhecida do agente	1. regista contexto. 2. regista X como conhecida de R.
C(X) ou c(C, Sc, X)		
c(X)	X é desconhecida	1. determina o contexto de X. 2. regista X como conhecida de R. 3. introduz a crença na bc de Ag. 4. 3eflete. 5. gera e coloca perguntas.
c(C, Sc, X)	X é desconhecida	1. regista contexto. 2. regista X como conhecida de R. 3. introduz X na bc. 4. reflete. 5. gera e coloca perguntas.
PEDIDO		envia mensagem com o mesmo âmbito para R: resposta(_, apresenta(X)).
apresenta(X))		
qualquer	já respondido	não faz nada.

todo_conh(C, Sc)		envia todo o conhecimento do contexto.
contexto(X)	X é conhecida	envia mensagem com igual âmbito para R: resposta(_, contexto(C, Sc)).
explica(C, Sc, X)	X é conhecida	envia mensagem de resposta com o mesmo âmbito: resposta(_, explicacao(Just)).
p(X)	X é conhecida	envia mensagem de resposta com o mesmo âmbito: resposta(_, r(X)).
p(C, Sc, X)	X é conhecida	envia mensagem de resposta com o mesmo âmbito: resposta(_, r(C, Sc, X)).
objectivo(C, Sc)	É conhecido um objectivo nesse contexto	enviar mensagem no mesmo âmbito: resposta(_, objectivo(C, Sc, X))
exercicio(X, Y)	Consegue resolver o exercício	envia mensagem no mesmo âmbito: resposta(_, exercicio(X, Y)).
outro		envia mensagem de resposta: resposta(_, vazio).
RESPOSTA		
apresenta(Ag)	Existe pedido em rascunho	1. substitui pedido pela resposta. 2. toma conhecimento de Ag.
	Ag não é conhecido	toma conhecimento de Ag.
explicacao(cb)	Existe pedido em rascunho	1. substitui em rascunho. 2. regista Just na crença do Ag.
explicacao(ger(R, L))		1. trata lista L de conhecimento. 2. regista em rascunho resposta. 3. altera Just em crença do Ag.
motivacao(X) ou objectivo(C, Sc, X) ou r(X) ou r(C, Sc, X)		trata motivacao(X) como mensagem de informação.

APÊNDICE D (PREDICADOS DISPONÍVEIS)

GRUPO	ESTRUTURA	FUNÇÃO	
EXPRESSÕES ALGÉBRICAS	natural(N)	Tem sucesso se N é um número natural.	
	inteiro(I)	Tem sucesso se I é um número inteiro.	
	real(R)	Tem sucesso se R é um número real.	
	simplifica(X,R)	Simplifica a expressão X e apresenta de forma ordenada o resultado R.	
	exp_iguais(X,Y)	Verifica se as expressões X e Y são iguais. Isso acontece se 1. X é uma variável e Y uma expressão algébrica, ou vice-versa; 2. X e Y são duas expressões algébricas equivalentes, isto é, têm como resultado a mesma expressão depois de simplificada.	
	exp_dif(X,Y)	Verifica se as expressões X e Y são diferentes, isto é, se not(exp_iguais(X,Y)).	
SISTEMAS	sist_solucão(Sist,Sol)	Resolve o sistema Sist obtendo a solução Sol. A solução, Sol, é uma lista de termos da forma X=A.	
	sist_impossível(Sist)	Este predicado tem sucesso se o sistema Sist é impossível.	
	sist_determinado(Sist)	Este predicado tem sucesso se o sistema Sist é possível e determinado.	
	sist_indeterminado(Sist)	Este predicado tem sucesso se o sistema Sist é possível e indeterminado.	
CICLO	ciclo(para(X=I '..' N), R))	Para X tomando valores de I até N faz R.	
OUTROS	nome_aux(X)	Obtém um átomo X não pertencente à base de dados.	
	igual(A,B)	Tem sucesso quando A=B. A,B não podem ser, simultaneamente, variáveis.	
	diferente(A,B)	Tem sucesso quando igual(A,B) tem insucesso.	
	lista_arg(X,Y,Z)		Traz a lista de argumentos, Y, de uma estrutura ou a lista de argumentos, Y, e o functor, X, dada a estrutura, Z.
			Traz a estrutura, Z, em que a lista de argumentos é Y e o functor X.
			Traz uma estrutura, Z, com Y (natural) argumentos, que são variáveis, de functor X.
			Traz uma lista Y com Z (inteiro) variáveis.
			Traz o X-ésimo elemento, Z, da lista Y.
	Traz o X-ésimo argumento, Y, da estrutura Z.		
tira_arg(I,Arg,Func, Func1)	Tira o I-ésimo argumento, Arg, da estrutura Func, trazendo a estrutura resultante Func1. Um dos argumentos, Arg ou I, pode ser uma variável.		

	coloca_arg(I,Arg,Func,Func1)	Acrescenta o argumento, Arg, na posição I, da estrutura Arg, resultando a estrutura Arg1.
	considera(C,Sc,X)	Coloca X na base de dados do agente, como crença do agente, até ao fim de um raciocínio.

